

Técnicas históricas de análisis estructural de las catedrales góticas. Aplicación a la catedral de León

Classical structural analysis of the gothic cathedrals: The Leon's cathedral

María Jesús Casati Calzada. Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos
Universidad de Castilla La Mancha, E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. MariaJesus.Casati@uclm.es
Jaime Carlos Gálvez Ruiz. Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos
Universidad Politécnica de Madrid, E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. jcgalvez@caminos.upm.es

Resumen: Los métodos actuales de cálculo de estructuras difieren de los empleados en siglos pasados cuando se construyeron las catedrales góticas. Este trabajo presenta los principales métodos de proyecto y cálculo de las estructuras de fábrica hasta el siglo XVIII. El trabajo se centra en los métodos que pudieron emplearse al construir la catedral gótica de León y pone de manifiesto que las dimensiones de los principales elementos estructurales, obtenidas de su aplicación directa, son muy próximas a las realmente construidas. Así mismo, destaca que los maestros constructores, pese a desconocer el concepto de tensión y la resistencia de los materiales empleados, fueron capaces de construir las estructuras góticas que resistían muy bien por su forma y que han llegado sin grandes problemas hasta nuestros días. Conocer estos aspectos es importante de cara a posibles actuaciones o reparaciones, porque la fábrica de piedra tiene un comportamiento muy distinto al hormigón y el acero, especialmente en aquellas zonas donde aparecen tracciones, y los ingenieros no suelen estar habituados a trabajar con ella en sus cálculos.

Palabras Clave: Fábrica; Cálculo clásico; Edificio gótico; Catedral

Abstract: Current structural analysis procedures are quite different to classical procedures, developed when the gothic cathedrals were built. This paper shows the main classical procedures for masonry structures until XVIII century. The work is focussed on the procedures for the gothic cathedral of Leon, and highlights that the dimensions of the principal structural elements of the cathedral, estimated upon these procedures, are quite similar to real built dimensions. Moreover, the master builders, even though they did not know the stress concept and the strength of the materials, designed solid gothic structures which resisted the loads based on the form. To know these aspects may help to the actual engineer in the reparations and restorations of these gothic structures. The masonry structures exhibit a quite different behaviour from the concrete and steel structures, especially under tensile loading.

Keywords: Masonry; Classical structural analysis; Gothic building; Cathedral

1. Introducción

Los actuales métodos de cálculo de estructuras no son directamente aplicables a estructuras de fábrica antigua como las catedrales góticas. Estos métodos de cálculo se adaptan bien a estructuras de materiales como el hormigón, el acero e incluso la madera, sin embargo la fábrica, especialmente la antigua, requiere su adaptación y la incorporación de modelos de material no habituales. El material que constituye la fábrica de una catedral gótica es heterogéneo y

muestra un comportamiento anisótropo y no lineal, además de que las juntas entre sillares apenas resisten tracciones y pueden abrirse, lo que dificulta el cálculo. Los modelos de cálculo de estructuras de fábrica antigua [1-4] requieren un adecuado conocimiento del material y la estructura, siendo por lo general más difíciles de emplear que los habitualmente usados en las oficinas de proyectos de estructuras de hormigón y acero. Este hecho, acentuado por la falta de familiaridad de proyectistas y calculistas con este tipo de estructuras, contrasta con la idea —falsa pero muy ex-

tendida— de que los maestros constructores del gótico se basaban sólo en la intuición, o en el principio de prueba y error, para la realización de sus obras. Construcciones como la catedral de León, con más de siete siglos de historia en los que ha sufrido terremotos y actuaciones muy perjudiciales, muestran el esplendor y la salud de una estructura que hace difícilmente creíble que los maestros constructores solo empleasen la intuición y el aprendizaje de sus fallos como criterio para construir su obra.

Este artículo muestra un importante legado de escritos y tratados sobre construcción, en los que se aprecia cómo los maestros constructores del gótico utilizaban la forma de la estructura y sus proporciones como herramientas para garantizar la estabilidad de la obra. Los escritos que se conservan presentan las herramientas de geometría y las reglas empíricas para el diseño de los elementos estructurales. Del análisis de su contenido, y de las obras construidas que han llegado hasta nuestros días, se deduce que los arquitectos que trabajaban con estas reglas entendían intuitivamente por dónde iban las fuerzas y cuáles serían las tensiones resultantes aunque no sabían calcularlas. Para la realización de los proyectos se apoyaban en modelos a escala que servían para probar el modelo resistente y los métodos constructivos, a la vez que constituían una guía para la definición del proyecto de la obra.

Se conservan tratados de arquitectura gótica de los siglos XIII a XVI, en los que aparecen reglas de proporciones para el cálculo de muros, pilares, estribos, arcos y otros elementos estructurales de las iglesias góticas. En la Figura 1 se muestra un ejemplo de estos procedimientos de cálculo y ejecución, extraído del Cuaderno de Villard de Honnecourt [5]. En él aparecen descritos, entre otros, el método empleado para medir una torre y cómo se realizaría el replanteo de una arcada para conseguir la misma altura en los pilares.

Este trabajo repasa la historia del cálculo de las estructuras de fábrica desde la antigüedad hasta nuestros días, haciendo hincapié en los métodos de cálculo desarrollados hasta el siglo XVIII. Estos métodos se basaban fundamentalmente en el análisis de proporciones y la aplicación de reglas geométricas. Fue a partir del siglo XIX cuando los arquitectos empezaron a considerar en el proyecto la resistencia del material de la fábrica y no solo las proporciones de la estructura.

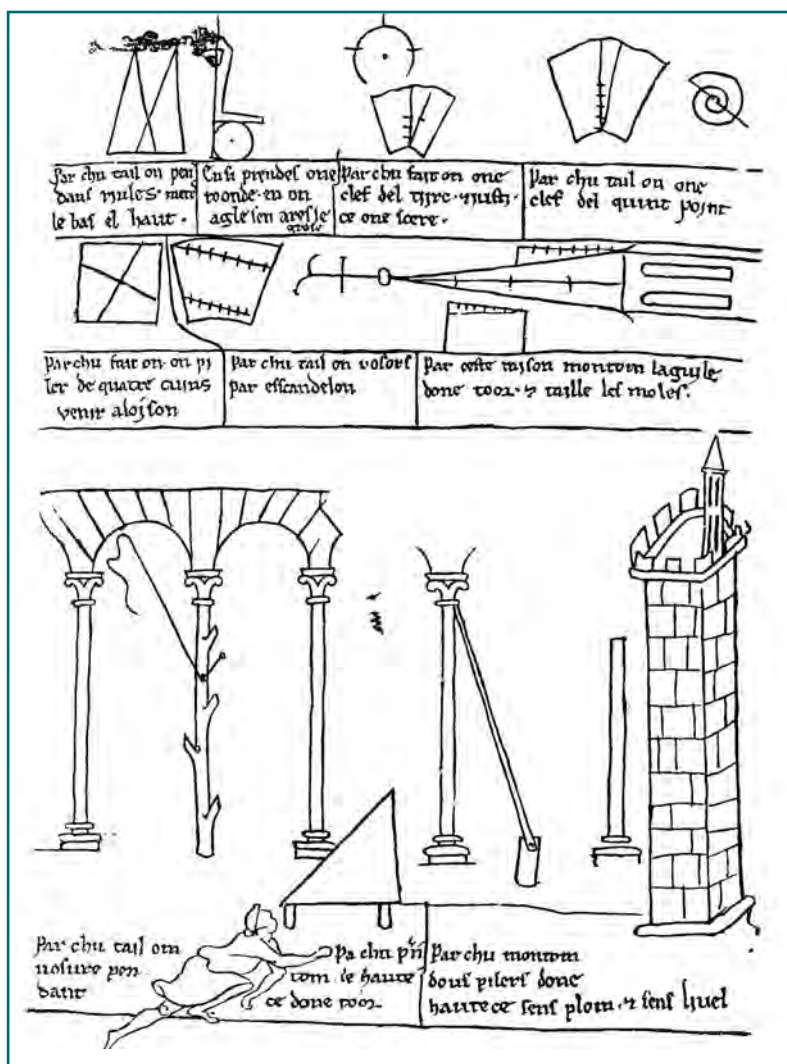


Fig. 1. Procedimientos y diseños para la construcción del Cuaderno de Villard de Honnecourt [5].

Este trabajo puede ayudar a arquitectos e ingenieros, más familiarizados con el uso de materiales modernos como el acero y el hormigón y menos con la fábrica antigua, en la restauración, rehabilitación o reparación de una estructura histórica. Conocer los criterios con los que fue construida, y los que a posteriori se han empleado en sucesivas remodelaciones y ampliaciones, ayudará a comprender mejor la obra y a respetar el legado de patrimonio inmueble sobre el que se actúa. Por otro lado, conocer los métodos de cálculo de nuestros antepasados ayuda a enriquecer el bagaje científico y técnico de nuestros ingenieros y arquitectos, centrados por razones de tiempo y eficacia en las herramientas más modernas y directamente aplicables en el día a día de su trabajo.

Los métodos presentados se ilustran de forma práctica mediante su aplicación a los principales ele-

mentos estructurales de la catedral de León: botareles y contrafuertes, arcos y pilares de las bóvedas. Los valores obtenidos por los distintos procedimientos se comparan con los realmente construidos y se establecen las conclusiones.

2. Evolución histórica de la construcción y el cálculo de estructuras de fábrica hasta el siglo XVI

La construcción de estructuras es casi tan antigua como el hombre. Existen datos fiables [6] acerca de una civilización en el valle del Nilo que, hace más de 6.000 años, desarrolló un sistema constructivo mediante arcos de cañas y juncos trenzados que, convenientemente situados y unidos para dar rigidez a la estructura, les permitía construir espacios cubiertos con altura superior a 2 metros y luces de 3 a 4 metros. El código Hammurabi, de hace aproximadamente 4.000 años, indica una importante tradición constructiva de estructuras de edificación.

La civilización griega desarrolló una depurada técnica de ejecución de estructuras de fábrica de piedra, empleando sillares de grandes dimensiones, bien labrados, colocados con precisión y bellamente tallados, como muestra el Partenón de Atenas. Como característica de sus construcciones religiosas y civiles destaca el gran tamaño de sus obras, la proporción de sus dimensiones y su funcionalidad. En edificación emplearon el muro adintelado, comenzaron a utilizar el arco y la bóveda, si bien se debe hablar de "falsos" arcos y bóvedas por tratarse realmente de dinteles con carga aligerada [7].

El Imperio Romano aportó un avance muy importante en la tecnología de las estructuras. Sus grandes obras de ingeniería estructural: acueductos, presas, puentes, teatros y anfiteatros, algunas de ellas actualmente en servicio, son muestra de ello. Ejemplo de su capacidad es el Panteón de Roma, reconstruido en su forma definitiva entre los años 118 y 128 de nuestra era, con una cúpula de 44 m de luz. El libro *De Architectura* ("Los Diez Libros de Arquitectura") [8], escrito por Marco Vitruvio Polión, arquitecto e ingeniero militar, en la época de Augusto, constituye el primer tratado de construcción que conocemos. En él se presentan los principios clásicos de la arquitectura sobre simetría, armonía y proporciones, así como aspectos técnicos relativos a las cimentaciones, la selección de los materiales e incluso la acústica. Entre sus aporta-

ciones estructurales hay que destacar que recuperaron el arco de la cultura etrusca, que construyeron mediante dovelas de caras perpendiculares a la directriz del arco, y emplearon la bóveda de cañón [7, 9, 10].

Desde la caída del Imperio Romano hasta casi el siglo XIX la evolución de la Construcción se centra en la arquitectura y los tipos estructurales, y muy poco en otros aspectos, como los materiales. Del Románico destacan las construcciones religiosas. Sus estructuras, generalmente realizadas en piedra, se caracterizan por el predominio de las líneas horizontales y la solidez. Emplearon el arco de medio punto y la bóveda de cañón y de aristas. Los muros son robustos y con pocos huecos, reforzados exteriormente con contrafuertes. Europa goza de estupendas muestras de este estilo, como la iglesia de San Martín en Fromista (Palencia) en España o San Ambrosio de Milán (Italia), por poner unos ejemplos.

El Gótico aportó importantes avances estructurales, tanto en arquitectura religiosa como civil. Sus estructuras se caracterizan por la verticalidad y la esbeltez. Los muros son ligeros e incorporan grandes ventanales y vidrieras. El empuje de las bóvedas es recogido por arbotantes y botareles, lo que permite disminuir de forma considerable el espesor de los muros. Se adoptó el arco apuntado y las bóvedas de crucería [7, 9]. Las catedrales góticas europeas, entre las que podemos mencionar León, Burgos, Amiens y Reims, dan idea del desarrollo y la tradición constructiva de esta época. La técnica era celosamente guardada por el constructor y el oficio era transmitido de padres a hijos. De esta época es el breve tratado de construcción, escrito y dibujado por Villard de Honnecourt a principios del siglo XIII [5], ya citado. En él se incluyen planos con recomendaciones sobre plantas y secciones de catedrales, máquinas de construcción y consejos sobre el corte y la selección de las piedras.

Con el Renacimiento volvió al arco de medio punto y la bóveda de cañón, a la vez que las estructuras perdieron esbeltez y la decoración (cresterías, almohadillados de los sillares, etc.) ganó terreno frente a la forma estructural [7].

La Revolución Científica introdujo importantes cambios conceptuales en la construcción de estructuras. Galileo (1564-1642) en su libro "Diálogos sobre dos Nuevas Ciencias" [11] plantea por primera vez de forma científica el problema resistente de una viga en flexión y la posición de la fibra neutra [12]. En ese mis-

mo libro se llama la atención sobre el efecto de escala en la rotura de los materiales, de forma que un barco sustentado únicamente sobre la proa y la popa se partiría, mientras que una maqueta a escala del mismo barco no lo haría. A partir de entonces las aportaciones de científicos e ingenieros como Hooke, Leibnitz, Mariotte, Coulomb o Navier, entre otros, irán fundamentando el cuerpo científico de la Resistencia de Materiales y el Cálculo de Estructuras [13].

A partir de la Revolución Industrial, con la aparición de las estructuras de hierro forjado primero y de acero después, las estructuras de fábrica pierden protagonismo en favor de aquellas (siglos XVIII y XIX). En el siglo XX hemos asistido al desarrollo del hormigón armado y pretensado. Todo ello ha propiciado que la construcción de estructuras de fábrica de cierta entidad durante el siglo XX haya sido muy minoritaria. La aparición de los ordenadores ha facilitado el desarrollo de los métodos de cálculo matriciales y de elementos finitos, entre otros, enfocados al cálculo de estructuras de acero y hormigón. Como ya se ha indicado, la aplicación de estos métodos a las estructuras de fábrica es más compleja y requiere un conocimiento más profundo del material y la estructura.

2.1. Las reglas de las proporciones

Se emplean de forma casi exclusiva hasta aproximadamente el año 1400. El primer vestigio lo encontramos en el libro de Ezequiel (40:5), del Antiguo Testamento, en el año 600 a.C. En él aparece un pequeño manual sobre las medidas a utilizar en una construcción: el patrón de medida que utilizaban era "la gran medida", que se subdividía en palmos y codos. La gran medida estaba compuesta por 6 codos; el codo equivalía a 45 cm y estaba compuesto por 6 palmos. Con esta herramienta de medida diseñaban sus construcciones. Esta "gran medida" es empleada incluso durante la Edad Media.

Los romanos llamaron a este patrón de medida *la ordinato* que estaba dividida en partes denominadas *quantitas*. Esta medida se tomaba de una de las partes del edificio y servía para toda su construcción. En el tratado de Vitruvio [8] se describen estas medidas.

Este patrón de medida se establecía al comienzo del proyecto, con él se replanteaban las plantas, alzados y todos los elementos de la estructura: columnas, arcos, intercolumnios, etc. El problema surgía cuando se querían obtener dimensiones que no se podían cal-

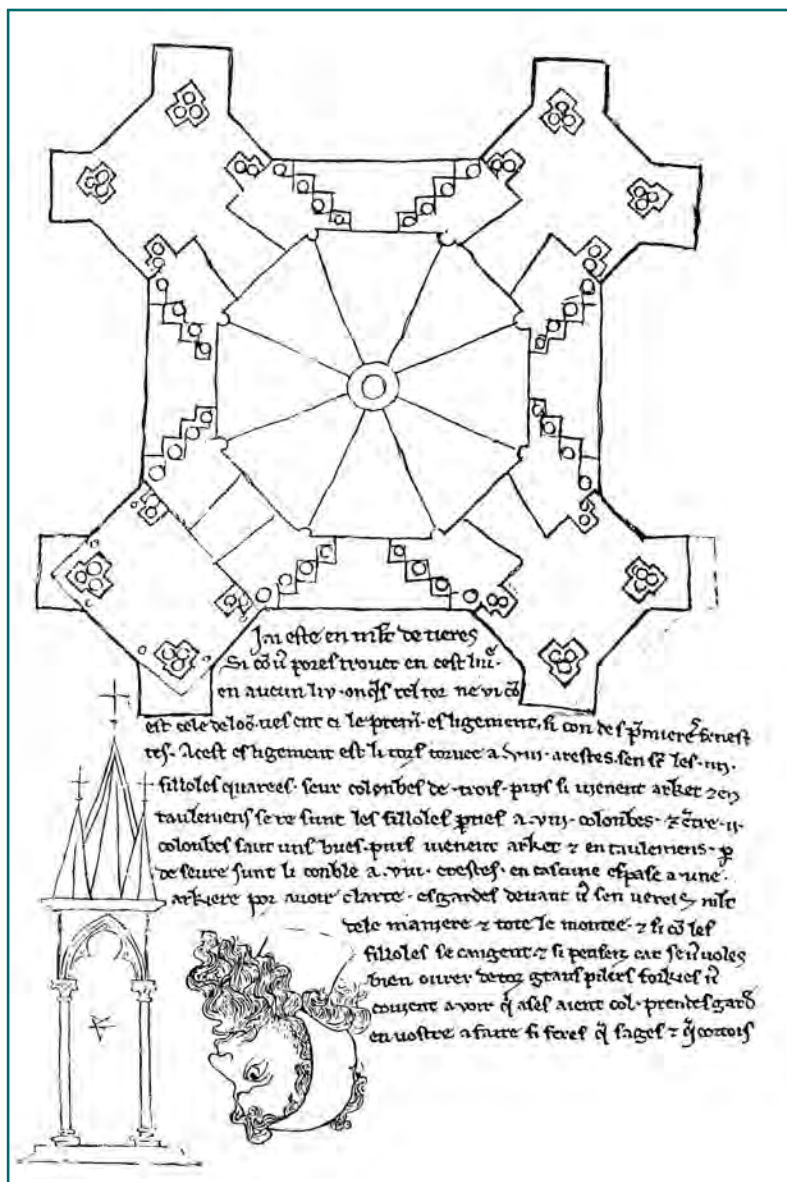


Fig. 2. Planta de una torre de la catedral de Laon (Francia) realizada por Villard de Honnecourt [5].

cular con este módulo de medida. Vitruvio era consciente que no podía expresar los números irracionales. Pero sí sabía que la raíz de 2 la podía expresar mediante un triángulo.

El legado de Vitruvio puede considerarse el origen de la teoría de la construcción. En él propone los tres requisitos que debe cumplir toda obra: utilidad, resistencia (que se puede entender como durabilidad) y belleza (o intención de conseguirla).

Este conocimiento de los números, las proporciones y la forma de conseguirlos en las construcciones fue recopilado por los canteros medievales y transmitido de padres a hijos como un secreto dentro de las logias de los canteros. Las proporciones utilizadas obe-

decían también a criterios teológicos, musicales y de proporciones armónicas, entre otros criterios.

El citado manuscrito de Villard de Honnecourt (1235) [5] es un compendio de reglas geométricas que resuelven los problemas prácticos de diseño y ejecución de construcción, e incluye un amplio elenco de alzados y plantas de iglesias. La Figura 2 muestra un ejemplo de ello, la planta de la torre de la catedral de Laon en Francia.

Conviene destacar que todas las construcciones de la edad de oro del gótico, desde el año 1140, con la construcción de la iglesia abacial de Saint-Denis, hasta el año 1284, con el hundimiento de la catedral de Beauvais, fueron realizadas con estos métodos geométricos de cálculo empleados por los maestros constructores. Todas ellas fueron construidas en una época anterior al comienzo del análisis estructural como se conoce actualmente.

2.2. El Renacimiento

En el renacimiento los arquitectos vuelven a utilizar los libros de Vitruvio y con la aparición de la imprenta se comienzan a difundir los tratados de las logias de los canteros. Los diez libros de Alberti [14], terminados en 1452, también subrayaron la importancia de la proporción para construir un edificio correcto y bello.

En 1486 Roriczer escribió el libro "La forma correcta de los pináculos". En él se explican de manera sencilla las reglas de construcción a partir de los módulos de medida y las reglas para la obtención de las raíces cuadradas. Ya se había incorporado de los árabes la notación decimal. Pero las logias se resisten a aceptar estos avances científicos y se continúa con la difusión de las reglas antiguas transmitidas de generación en generación.

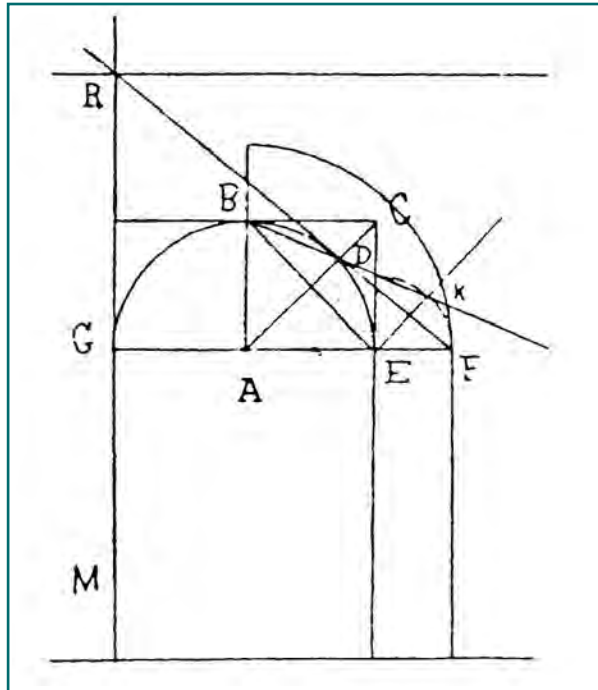


Fig. 3. Cálculo del ancho del apoyo de una bóveda mediante las reglas geométricas propuestas por Gil de Hontañón [15].

En la primera mitad del siglo XVI, las reglas de Rodrigo Gil de Hontañón (1500-1577), para el cálculo de cepas de los puentes y estribos de las bóvedas se basan todavía en reglas geométricas (véase la Figura 3). Análogamente ocurre con las reglas de Blondel (1683) para el cálculo de los estribos de los arcos. La más conocida de las reglas es la que aparece en el tratado de Derand (1643), que luego difunde Blondel [15]. Su construcción geométrica se detalla en la Figura 4.

Sea un arco de forma cualquiera. En primer lugar se divide el intradós del arco en tres partes iguales, quedando el arco definido por los puntos A, B, C, y D, donde los arcos AC, CD y DB son iguales. A continuación se traza una recta que una uno de los puntos de los arranques con el punto más próximo del

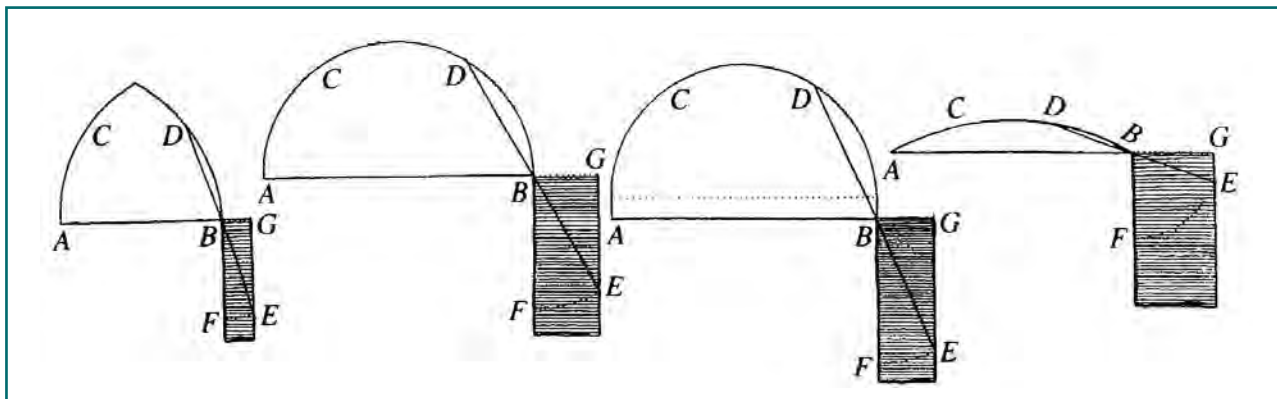


Fig. 4. Cálculo del estribo de un arco por el método de Blondel [15].

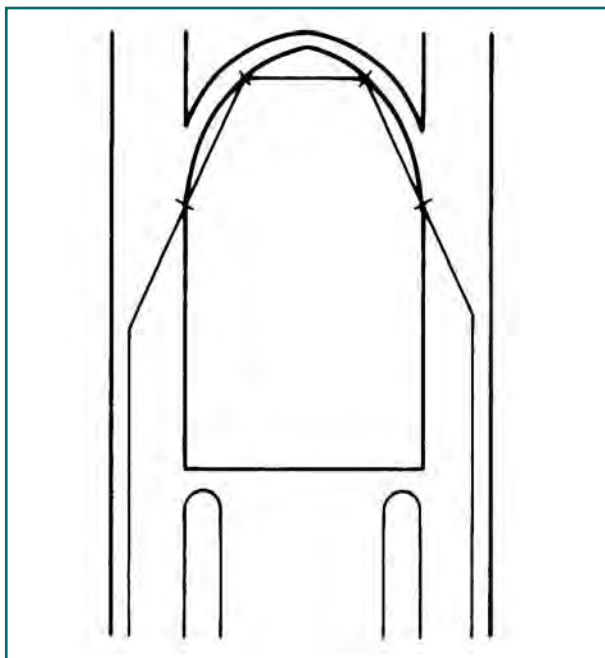


Fig. 5. Cálculo del estribo de un arco de la Santa Capilla de París por el método de Blondel [3].

arco, por ejemplo BD, y sobre esta recta se lleva a partir de B la distancia BD obteniendo el punto E, que define el ancho del estribo a partir de la vertical trazada desde B.

Con la aplicación de esta regla se obtienen estribos mayores para arcos rebajados que para apuntados. Cuando se aplica a los arcos perpiños y formeros de una nave gótica se obtienen, aproximadamente, anchos del orden de 1/4 de la luz del arco. La Figura 5 muestra el cálculo de un estribo de la Santa Capilla de París mediante la aplicación de este método. Conviene destacar lo ajustado del cálculo y el bajo margen de seguridad que se obtiene.

3. Aplicación de las reglas de cálculo estructural (Siglos XVI a XVIII) a la catedral de León

Como se ha indicado, a partir de finales del siglo XV se desarrollan las primeras reglas de cálculo distintas a las basadas exclusivamente en las proporciones. En este apartado se describen estos procedimientos de cálculo y se aplican a los elementos resistentes de la catedral de León (Figura 6).

3.1. Botareles y contrafuertes

El tratado de Rodrigo Gil de Hontañón [15] contiene una amplia recopilación de reglas aplicables a es-

tructuras tales como puentes, iglesias o torres, procedentes de la experiencia acumulada y de la tradición gótica.

Entre estas reglas está una fórmula para el cálculo del contrafuerte, en la que intervienen las longitudes de los arcos que llegan al estribo y la altura de la nave. La expresión (ecuación 1) es

$$C = \frac{2}{3} \sqrt{H + \frac{2}{3} \sum N} \quad (1)$$

donde C es el ancho del contrafuerte en la parte superior, H la altura del contrafuerte y $\sum N$ la suma de la mitad de las longitudes de los nervios que llegan al contrafuerte, expresado todo en pies.

Para el espesor del contrafuerte propone la ecuación (2),

Fig. 6. Catedral de León. España.



$$A = \frac{1}{3} \sqrt{H + \frac{2}{3} \sum N} \quad (2)$$

donde A el espesor del contrafuerte, y H y $\sum N$ lo mismo que en la ecuación (1).

Aplicando estas ecuaciones a los valores de la catedral de León, para $H = 24,5$ m y $N = 12,85$ m se obtienen los valores de $C = 2,58$ m y $A = 0,86$ m.

En el tratado de Gil de Hontañón [15] también se proponen reglas geométricas gráficas para el cálculo del ancho de los contrafuertes de varios tipos de arcos. Estas reglas conducen a espesores mayores para arcos rebajados y de medio punto que para arcos apuntados.

La Figura 7 muestra el método gráfico. Se representa el arco por la línea de intradós y desde su arranque se coloca hacia abajo la altura del contrafuerte, se une el punto medio del arco con el extremo inferior del contrafuerte, esta línea corta a la horizontal trazada desde el arranque en un punto que determina el ancho del contrafuerte.

La Figura 8 muestra este cálculo gráfico para los arcos apuntados de la nave principal de la catedral de León, que conduce a un valor para los contrafuertes de 4,2 m de ancho.

En 1516 el maestro alemán Lorenz Lechler [16] propone unas reglas proporcionales para el diseño de muros y contrafuertes. El muro tendrá un espesor de la décima parte de la luz de la nave. Y el contrafuerte una relación 2/1 entre el ancho del contrafuerte y el espesor del muro. Su aplicación a la catedral de León proporciona un valor de 2,5 m para el ancho del botarel.

A finales del siglo XVI, Martínez de Aranda [17] nos deja un tratado sobre el arte de la cantería, ofreciendo también reglas de dimensionamiento para contrafuertes y arcos. El cálculo de los contrafuertes lo realiza mediante una construcción geométrica aplicable a los tres tipos de arcos. Se divide la longitud del arco en tres partes iguales y se proyecta una de ellas sobre la línea que une los arranques de los arcos, esta distancia hasta el arranque es el ancho del contrafuerte, como puede verse en la Figura 8. La aplicación de esta construcción geométrica a los arcos de las bóvedas altas de la catedral de León conduce a un valor del ancho del contrafuerte de 2,9 m, como puede verse en la Figura 10.

La regla para el cálculo del contrafuerte de Martínez de Aranda es análoga a la propuesta 50 años más tarde en el libro de Derand [18] y conocida como la re-

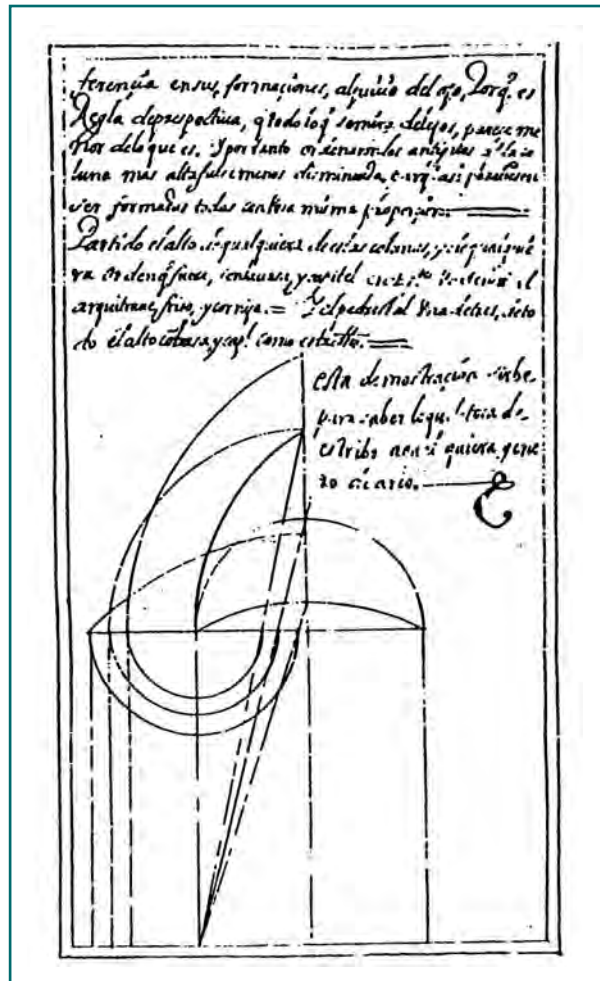


Fig. 7. Dibujo manuscrito de Rodrigo Gil de Hontañón sobre la regla geométrica gráfica para el cálculo del ancho de los contrafuertes de un arco [15].

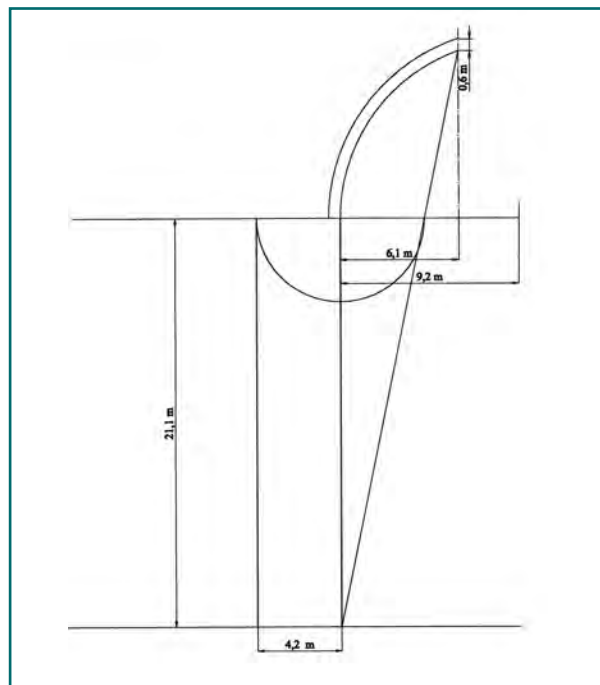


Fig. 8. Cálculo del ancho del estribo del arco de la nave principal de la catedral de León según la regla geométrica gráfica de Rodrigo Gil de Hontañón [3].

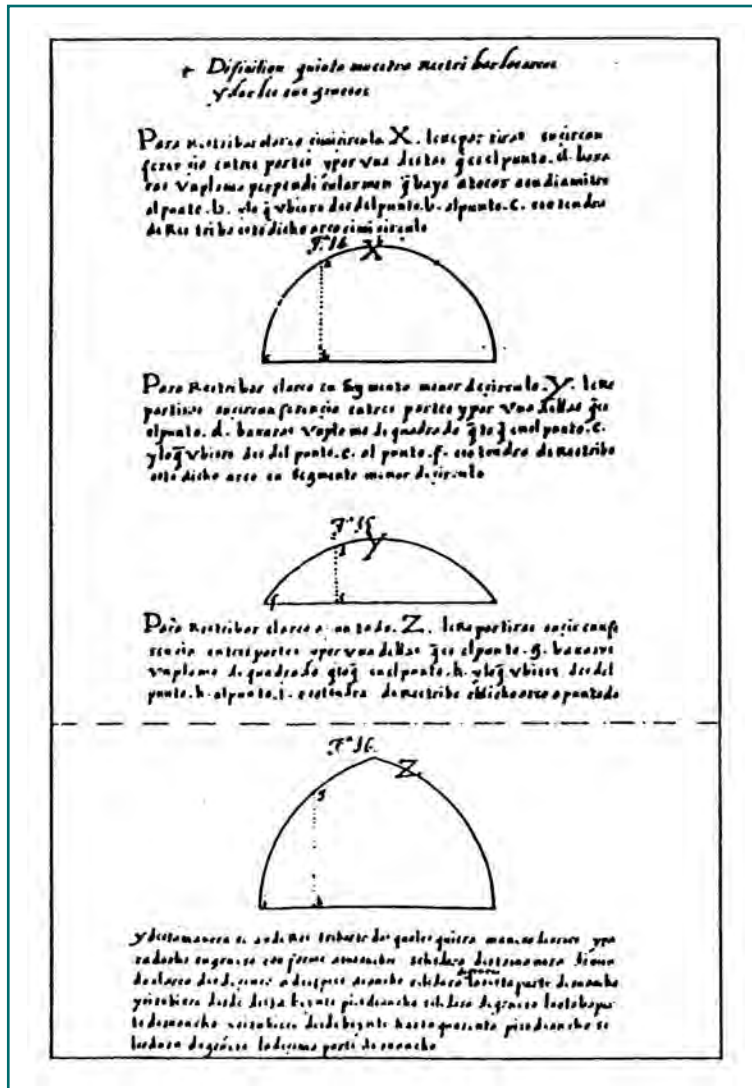


Fig. 9. Dibujo manuscrito de Martínez de Aranda sobre la regla geométrica gráfica para el cálculo del ancho de los contrafuertes de un arco [17].

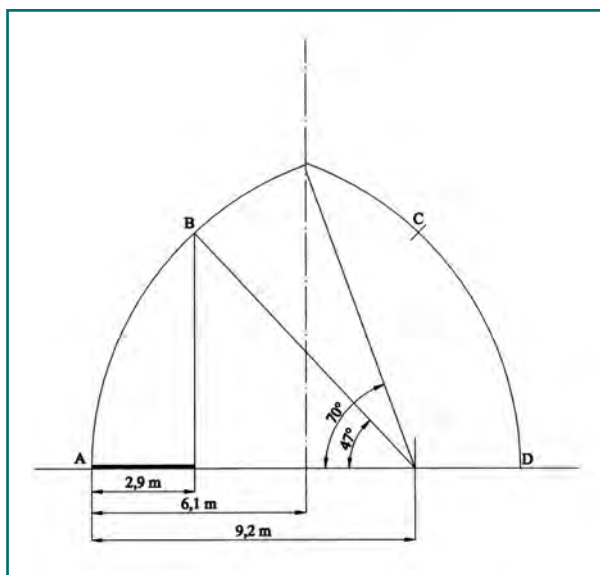


Fig. 10. Cálculo del ancho del estribo del arco de la nave principal de la catedral de León según la regla geométrica gráfica de Martínez de Aranda [3].

gla de Blondel [19]. Aunque utiliza otra construcción geométrica ambas son equivalentes.

Entorno al año 1566 Hernán Ruiz publica un tratado [20] con reglas geométricas y proporcionales para el cálculo arquitectónico, órdenes clásicos, etc. Para el dimensionamiento de los contrafuertes propone la regla gráfica. La Figura 11 muestra su aplicación a la catedral de León. Desde el punto medio del trasdós de un semiarco se traza una recta tangente, el punto de intersección de la tangente con la horizontal definida por el arranque del arco proporciona el ancho del contrafuerte, como distancia entre dicho punto y el intradós del arco. Este cálculo es aplicable a cualquier tipo de arco. Su aplicación a la catedral de León proporciona en un contrafuerte de 2,7 m de ancho, con un espesor de 60 cm.

De ese periodo son *Los Cuatro Libros de Arquitectura de Paladio* [21], tratado muy influyente en la construcción arquitectónica. Propone "la regla del tercio", mediante la cual el ancho del estribo debe ser un tercio de la luz que soporta el arco. Esta regla ya había sido utilizada por los antiguos maestros constructores. Su aplicación a la catedral de León proporciona un ancho en los contrafuertes de 4 metros.

El manual de Ungewitter [22], del siglo XIX, recopila muchos de los procedimientos constructivos y reglas de cálculo del gótico. Entre ellas destaca una para el cálculo de los estribos y contrafuertes: toma como espesor del muro la décima parte de la luz, con esta medida se construye un cuadrado y su diagonal es el ancho del contrafuerte, al que hay que sumar el espesor, como se recoge en la ecuación (5). Su aplicación a la catedral de León proporciona un ancho de 2,9 m para el contrafuerte.

$$C = L(1 + \sqrt{2})/10 \quad (5)$$

donde C es el ancho del contrafuerte y L la luz del arco.

En los años 1639 y 1664 se publican dos tratados de Fray Lorenzo de San Nicolás [23 y 24], estos tratados critican procedimientos y reglas de cálculo previas y proponen nuevas reglas de dimensionamiento de estribos de arcos, en las que diferencian el tipo de material. La Tabla 1 recoge un resumen de la propuesta. En todos los casos el espesor transversal del contrafuerte debe ser 2/3 del espesor del muro. El cálculo para las bóvedas de piedra de la catedral de León proporciona contrafuertes de 1/3 del la luz, es decir de 4 m.

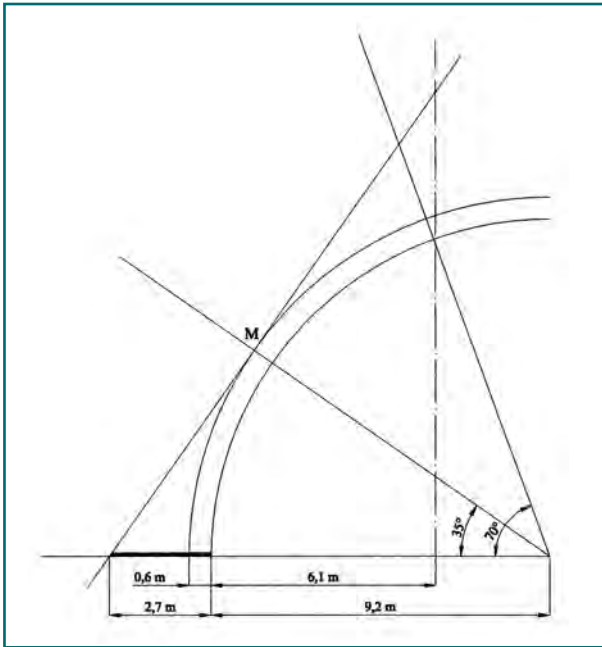


Fig. 11. Cálculo del ancho del estribo del arco de la nave principal de la catedral de León según la regla geométrica gráfica de Hernán Ruiz [3, 20].

Tabla 1. Dimensiones de los contrafuertes de los estribos de los arcos en función de la luz y material, según la propuesta de Fray Lorenzo de San Nicolás [23].

Material	Muro	Muro + contrafuerte
Bóveda de piedra	$1/3 L$	$(1/4 + 1/3) L$
Bóveda de ladrillo	$1/4 L$	$(1/7 + 1/3) L$
Bóveda tabicada	$1/5 L$	$(1/8 + 1/4) L$

L: Luz del arco.

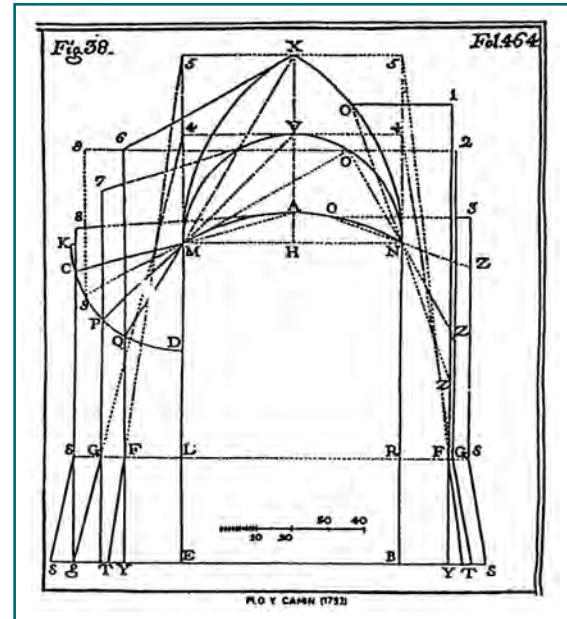
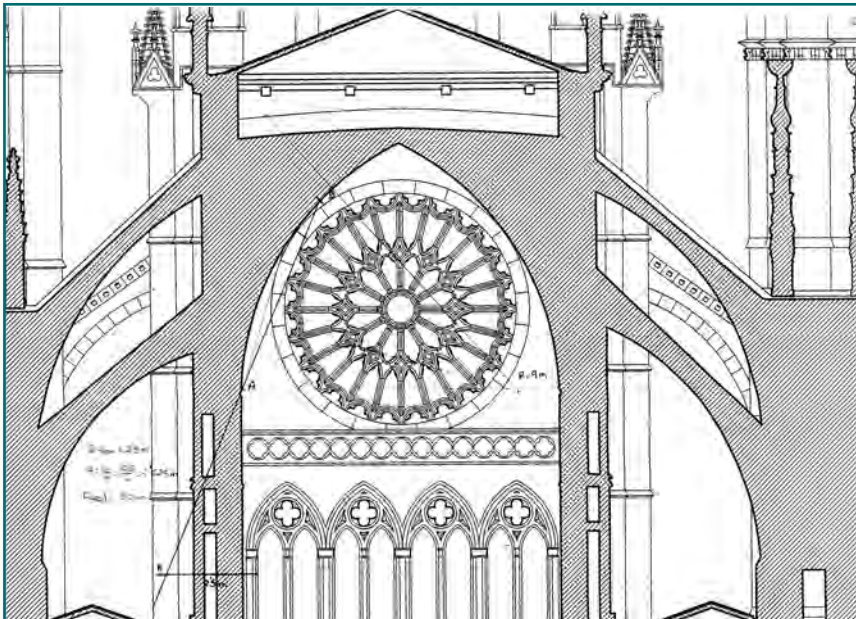
La aplicación de la regla de Blondel, recogida por Derand [17], proporciona un valor de 3,2 m para el ancho de los estribos de la nave central de la catedral de León, como recoge la Figura 12.

El tratado de Antonio Plo y Camín [25], de 1767, recoge reglas de cálculo estructural aplicadas hasta el siglo XIX. Critica que la mayoría de las reglas empleadas no tuviesen en cuenta la altura de los contrafuertes y propone para las bóvedas de crucería dos nue-

Fig. 12. Cálculo del ancho del estribo del arco de la nave principal de la catedral de León según la regla geométrica gráfica de Blondel [3, 18]. A la derecha, Fig. 13. Dibujo manuscrito de Antonio Plo y Camín sobre la regla geométrica gráfica para el cálculo del ancho de los contrafuertes de un arco [25].

vo métodos en función de que la altura sea superior al vano o no.

La Figura 13 muestra de forma gráfica el procedimiento [25]. Para una altura del contrafuerte igual a la luz se realiza la siguiente construcción, independiente del tipo de arco: sea MN la línea que une los arranques de los arcos y H su punto medio, se toma MH como radio y con centro en M se traza un cuarto de circunferencia. Se unen los vértices de los arcos (X para el caso del apuntado) con el arranque M hasta que corte al cuarto de circunferencia obteniéndose el punto Q, la distancia entre el lado ML y la recta FQ6 paralela al lado, determina el ancho del contrafuerte. Cuando la altura del contrafuerte es mayor que la luz, éste debe macizarse; para ello se levanta desde M la vertical hasta el punto 5, equivalente a la altura de la clave del arco, uniendo 5 con F se obtiene T en la base del contrafuerte, la línea TE es el ancho del refuerzo a construir.



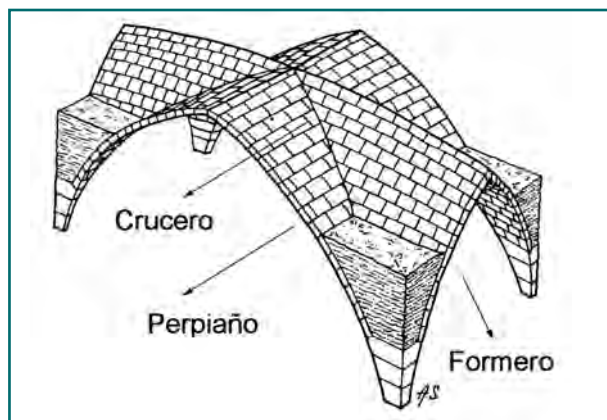


Fig. 15. Esquema de arcos de una bóveda de crucería [27].

El canto de los nervios es función del lugar que ocupan en la bóveda y la labor que desempeñan. Para ello utiliza la analogía de la mano, en la que el dedo pulgar corresponde al arco perpiaño, el corazón al crucero y el meñique al formero, dejando el índice y el anular para los arcos intermedios o treceletes (Figura 15). La Tabla 3 recoge las proporciones que propone para los arcos de una bóveda de luz L y planta cuadrada. Su aplicación a la catedral de León ($L = 12$ m) proporciona cantos de 0,60 m (arco perpiaño), 0,50 m (arco crucero) y 0,40 m (arco formero).

Conviene matizar que esta propuesta es para una bóveda de planta cuadrada y lados iguales a la altura de los pilares que la sustentan. En el caso de la catedral de León esto se cumple en las bóvedas de las naves bajas, pero no en las de la nave central.

Lechler [16] basa su propuesta en el ancho del muro y no en la luz del arco. La Tabla 4 recoge su propuesta para los arcos de una bóveda de luz L . Su aplicación a la catedral de León ($L = 12$ m) proporciona cantos de 0,56 m (arcos formero y perpiaño) y 0,40 m (arco crucero).

La Tabla 5 recoge la propuesta de Martínez de Aranda [17], basada en la luz del arco. Su aplicación a la catedral de León está recogida en la Tabla 6. En el caso de los arcos de las bóvedas de la nave baja el valor obtenido es de 0,61 m.

Otros maestros constructores, como Fray Lorenzo de San Nicolás [24], no proponen ninguna regla dejando a buen juicio del maestro el dimensionamiento de los arcos de las bóvedas.

La Tabla 7 recoge los valores del canto de los arcos de la catedral de León obtenidos aplicando las reglas anteriores así como los valores reales medidos en las bóvedas de la nave central. Como se puede observar los valores estimados a partir de los tratados

Tabla 3. Canto de los arcos que conforman una bóveda de crucería de planta cuadrada y lado L según la propuesta de Rodrigo Gil de Hontañón [15, 28]

Arco	Canto
Perpiaño	$1/20 L$
Crucero	$1/24 L$
Formero	$1/30 L$
Treceletes	$1/28 L$

L : lado de la bóveda.

Tabla 4. Canto de los arcos que conforman una bóveda de crucería de lado L según la propuesta de Lechler [16]

Arco	Canto
Crucero	$1/3$ espesor del muro = $1/30 L$
Formero y Perpiaños	$7/5 (1/30 L)$

Tabla 5. Canto de los arcos en función de su luz L según la propuesta de Martínez de Aranda [17]

Luz del arco	Canto
5 a 10 pies (1,52 a 3,05 m)	$1/6 L$
10 a 20 pies (3,05 – 6,1 m)	$1/8 L$
20 a 30 pies (6,1 a 12,2 m)	$1/10 L$

Tabla 6. Canto de los arcos que conforman la bóveda de crucería de la nave central de la catedral de León según la propuesta de Martínez de Aranda [3, 17]

Arco	Luz (m)	Canto (m)
Arco perpiaño	12.2	1.22
Arco crucero	13.6	1.36
Arco formero	6	0.75

citados son muy próximos al valor real construido, con excepción de la propuesta de Martínez de Aranda, que se sospecha puede deberse a una errónea transcripción del manuscrito en la bibliografía disponible que se ha consultado [3].

Tabla 7. Canto de los arcos de las bóvedas de crucería de la nave principal de la catedral de León calculados según distintos procedimientos [3]

Arco	Canto (m)			Valor real
	Gil de Hontañón [15]	Lorenz Lechler [16]	Martínez de Aranda [17]	
Perpiaño	0,60	0,56	1,22	0,60-0,65
Crucero	0,50	0,40	1,36	0,50
Formero	0,40	0,56	0,75	0,30-0,35

Fig. 16. Analogía entre los dedos de una mano y los arcos de una bóveda de crucería propuesta por Rodrigo Gil de Hontañón [28].



4. Comentarios finales

Se han presentado los procedimientos y reglas de cálculo de las estructuras de fábrica más significativos desde la antigüedad hasta el siglo XVIII, y que fueron empleados para construir las estructuras de fábrica antiguas. Se han empleado para calcular las dimensiones de los principales elementos estructurales de la catedral de León, de estilo gótico. Se ha podido comprobar que tanto los procedimientos gráficos como las fórmulas basadas en la experiencia del maestro

constructor, proporcionan valores de las dimensiones de estos elementos estructurales muy similares entre ellos y próximos al valor real construido. En particular el ancho (o canto) calculado de los contrafuertes de los arcos de la nave central es un 8 % mayor que el real, el canto de los arcos es casi igual y el diámetro equivalente de los pilares de la nave central es también muy aproximado.

Si bien un cálculo de tensiones [3] de los elementos estructurales de la nave central proporciona valores bajos, muy por debajo de la resistencia del material, se ha podido comprobar que los cálculos clásicos aquí presentados proporcionan un dimensionamiento de la estructura gótica fiel al realmente construido. La estructura así construida garantiza un buen comportamiento, basado en la resistencia por su forma de manera que el material trabaja en compresión y no aparecen solicitaciones de tracción, frente a las que la fábrica presenta una baja resistencia.

5. Agradecimientos

Los autores agradecen a la Junta de Comunidades de Castilla La Mancha la ayuda concedida a través del proyecto PAI 069-0071-9403, al Ministerio de Educación y Ciencia la concesión del proyecto BIA 2005-09250-C03-02 y al Ministerio de Fomento el proyecto MFOM 2004/9. ♦

REFERENCIAS

- [1] LORENÇO, P.J., ROTS, J., BLAAUWENDRAAD, J.: "Continuum model for masonry: parameter estimation and validation". *ASCE J. Struct. Eng.*, Vol.124 (1986), pp. 642-652.
- [2] ROCA, P., MOLINS, C.: "Posibilidades de los métodos numéricos en el estudio de las construcciones antiguas", *III Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería*, SEMNI, Barcelona 1996.
- [3] CASATI, M.J.: *Influencia del Comportamiento de la fábrica en sensibilidad estructural de las catedrales góticas. Aplicación del estudio a la catedral de León*. Tesis Doctoral, Universidad de Castilla La Mancha, 2005.
- [4] LEÓN, J., CASATI, M.J., DíEZ, M.: "Incertidumbres en el análisis estructural de la catedral de León", *Structural Analysis of Historical Constructions. Possibilities of Numerical and Experimental Techniques*, Barcelona, CIMNE, 1997.
- [5] VILLARD DE HONNECOURT, *Villard de Honne-court. Cuaderno, siglo XIII*, Madrid, Ediciones Akal, 1991.
- [6] DAVEY, N. *A History of Building Materials*, Bedford Square Press, Londres 1961.
- [7] CASTRO, A. *Historia de la Construcción Arquitectónica*, Ediciones UPC, Barcelona, 2001.
- [8] VITRUVIO, *Los Diez Libros de Arquitectura*, Alianza Editorial, Madrid, 2000.
- [9] MARK, R., *Architectural Technology up to the Scientific Revolution*, The MIT Press, Cambridge, 1993.
- [10] CHOISY, A., *El arte de Construir en Roma*, Instituto Juan de Herrera y CEHOPU, Madrid 1999.
- [11] GALILEO, *Jornada Segunda de los Diálogos sobre Dos Nuevas Ciencias*, INTEMAC, Madrid, 1981.
- [12] CALAVERA, J. "Breve Historia de la Fibra Neutra", *Revista OP*, nº 38, pág. 4 a 7, 1996.
- [13] Timoshenko, S., *History of Strength of Materials*, Dover, Nueva York, 1983.
- [14] ALBERTI, L.B., *Los Diez Libros de Arquitectura de León Baptista Alberti*, traducidos del latín por Francisco Lozano, Madrid, 1582.
- [15] HEYMAN, J., *Teoría, Historia y Restauración de Estructuras de Fábrica*, Instituto Juan de Herrera y CEHOPU, Madrid, 1995.
- [16] SHELBY, L.R., MARK, R., *Late Gothic Structural Design in the "Instructions" of Lorenz Lechler*, *Arquitectura*, vol.9, 1979.
- [17] MARTÍNEZ DE ARANDA, G., *Cerramientos y Trazas de Montea*, Biblioteca de Ingenieros del Ejército de Madrid.
- [18] DERAND, L.P., *L'Architecture des Voûtes*, Paris, 1643.
- [19] BLONDEL, J.F., *Cours d'Architecture, ou Traité de la Décoration, Distribution et Construction des Bâtimens*, Paris, 1777.
- [20] RUIZ, H., *Libro de Arquitectura*, Biblioteca de la E.T.S. de Arquitectura de Madrid.
- [21] PALADIO, A., *Los Cuatro Libros de Arquitectura de Palladio*, traducido por Francisco de Praues, Valladolid, 1625.
- [22] UNGEWITTER, G., *Lehrbuch der Gotischen Constructionen*, T.O. Weigel, Leipzig, 1875.
- [23] S. NICOLÁS, FRAY LORENZO DE, *Arte y Uso de Arquitectura, Primera Parte*, 1639.
- [24] S. NICOLÁS, FRAY LORENZO DE, *Arte y Uso de Arquitectura, Segunda Parte*, 1665.
- [25] PLO Y CAMÍN, A., *El Arquitecto Práctico, Civil, Militar y Agrimensor*, Imprenta Pantaleón Aznar, Madrid, 1767.
- [26] VIOLLET-LE-DUC, *La Construcción Medieval*, Instituto Juan de Herrera y CEHOPU, Madrid 1996.
- [27] MARK, R., *Architectural Technology up to the Scientific Revolution*, Massachusetts Institute of Technology, 1993.
- [28] GARCÍA, S., *Compendio de Arquitectura y Simetría de los Templos Conforme a la Medida del Cuerpo Humano*, Manuscrito, Biblioteca Nacional de Madrid, 1681.