

PROYECTO DE VÍAS PARA TRANSPORTE RÁPIDO

Antonio Crespí González
Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

RESUMEN

Se describe en este trabajo una metodología para definir los trazados de las vías de transporte terrestre cuando es objetivo primordial acortar todo lo posible el tiempo invertido en recorrerlas. Con este objetivo, se ha aplicado el criterio de obtener la máxima rentabilidad de los recursos económicos aplicados, a fin de que, para cada volumen de inversión considerado, se consiga el menor tiempo de recorrido posible. Con la metodología expuesta se reduce notablemente el número de opciones o alternativas de trazado a considerar, ya que al eliminarse la necesidad de tanteos se llega directamente a la solución adecuada a cada planteamiento.

ABSTRACT

The present article describes a method for defining the routes of roadways for land transport with the main objective of reducing travel time to a minimum. With this objective in mind, we have applied the criteria of obtaining maximum yield from the funds invested in order to give the shortest possible travel time in relation to each unit of investment considered. This method notably reduces the number of route options or alternatives which may be considered as on eliminating the need for approximations it directly provides the optimum solution for each arrangement.

INTRODUCCIÓN

Un importante aspecto a tener en cuenta al proyectar una vía de transporte terrestre es el tiempo a invertir en recorrerla.

El tiempo de recorrido de una vía depende no solamente de las características geométricas de su trazado sino también de las mecánicas de los vehículos que se utilicen.

En este trabajo se han analizado las posibilidades derivadas de las características geométricas de los trazados considerados sin condicionarlas a las limitaciones de velocidad que pueda implicar la utilización de determinados tipos de vehículos.

Tampoco han sido consideradas, de forma explícita, las velocidades alcanzables con cada alternativa de trazado porque, al comparar dos alternativas, puede ocurrir que la que permita velocidad más elevada requiera más tiempo en ser recorrida, si su longitud es mayor.

Esta metodología se ha dirigido obtener, para cada volumen de recursos económicos disponible y sin necesidad de tanteos, la alternativa de transporte que proporciona el menor tiempo posible de recorrido.

Buscando la máxima rentabilidad en ahorros de tiempo se han establecido los criterios conducentes a realizar la selección entre las alternativas consideradas.

La metodología que, a continuación se describe, proporciona de forma directa para cada volumen de inversión considerado el trazado que aporta el menor tiempo posible de recorrido.

METODOLOGÍA

Al definir el proyecto de un futuro ferrocarril o de una carretera es de gran interés, por el ahorro de trabajo que supone, reducir en lo posible el número de alternativas de trazado a es-

tudiar sin que ello se traduzca en dejar de considerar planteamientos de opciones lógicas.

Para este propósito es de interés la adopción de un método que para definir soluciones óptimas haga innecesario recurrir a tanteos o aproximaciones sucesivas y que, por el contrario, conduzca directamente a la ordenación automática, por inversiones crecientes, entre alternativas lógicas de trazado.

Con este planteamiento inicial, la ordenación entre dos alternativas seleccionadas se establece de forma que la que significa una inversión mayor ha de aportar un tiempo de recorrido menor.

Tomando como referencia, entre las alternativas consideradas, la que signifique un tiempo t_0 mayor de recorrido, si es I_0 la inversión para materializarla, al considerar otra alternativa cualquiera con una inversión mayor I_h y un tiempo de recorrido $t_h < t_0$, el ahorro de tiempo $t_0 - t_h$ que supone esta última se consigue mediante un incremento de inversión $I_h - I_0$ (Fig. 1).

El costo medio unitario q_h del tiempo ahorrado $t_0 - t_h$ es:

$$q_h = \frac{I_h - I_0}{t_0 - t_h} = \frac{BC}{AC} = \text{tg } \alpha$$

El criterio económico adoptado supone que, ordenadas las alternativas consideradas según tiempos de recorrido decrecientes, los costos unitarios de los correspondientes tiempos ahorrados respecto al t_0 de referencia, deben resultar crecientes. Las alternativas que no cumplan esta condición han de ser eliminadas.

Por consiguiente, las condiciones que deben cumplir las alternativas seleccionadas son:

$$t_0 > t_1 > t_2 > \dots > t_h > t_{h+1} > \dots$$

$$I_0 < I_1 < I_2 < \dots < I_h < I_{h+1} < \dots$$

$$q_1 < q_2 < \dots < q_h < q_{h+1} < \dots$$

El cumplimiento de la tercera sucesión de desigualdades implica el de la segunda sucesión, como más adelante se demuestra.

Se adopta el criterio de exigir, para cualquier valor del subíndice h , que se cumpla $q_h < q_{h+1}$ porque no sería lógico tomar en consideración una alternativa (t_h, I_h) que aporta un ahorro de tiempo $t_0 - t_h < t_0 - t_{h+1}$ resultando $q_{h+1} < q_h$. En tal supuesto la alternativa t_h, I_h deberá ser desechada.

Del criterio económico expuesto:

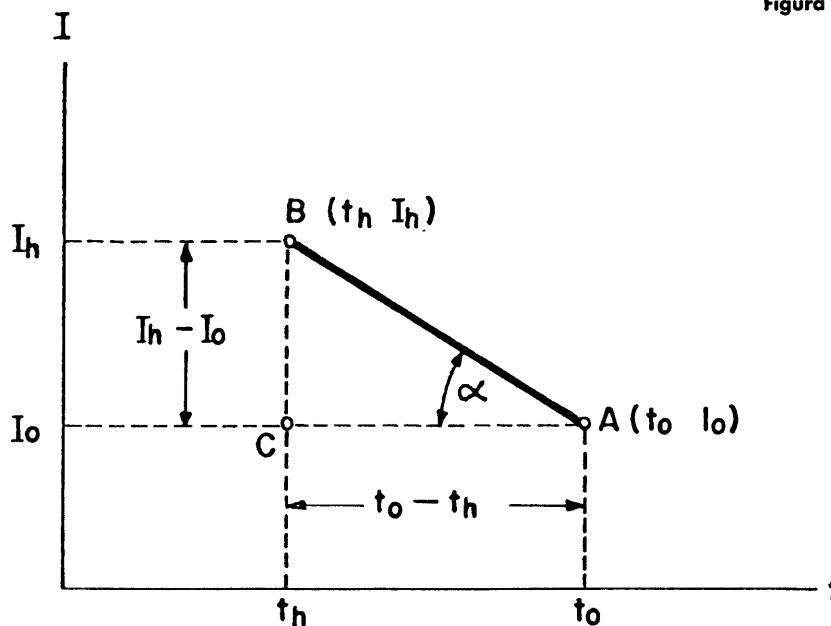


Figura 1.

$$\frac{I_h - I_0}{t_0 - t_h} < \frac{I_{h+1} - I_0}{t_0 - t_{h+1}}$$

resulta $(I_h - I_0)(t_0 - t_{h+1}) < (I_{h+1} - I_0)(t_0 - t_h)$

Si se sustituyen en esta expresión las identidades

$$I_{h+1} - I_0 = (I_{h+1} - I_h) + (I_h - I_0)$$

$$t_0 - t_{h+1} = (t_0 - t_h) + (t_h - t_{h+1})$$

resulta:

$$I_{h+1} - I_h > \frac{t_h - t_{h+1}}{t_0 - t_h} (I_h - I_0)$$

Por ser $I_h > I_0$ y $t_0 > t_h > t_{h+1}$ el segundo miembro de la desigualdad es positivo y, por tanto, es $I_{h+1} > I_h$

De aquí se deduce que si los tiempos t_h y t_{h+1} correspondientes a dos alternativas sucesivas son decrecientes y los costos unitarios q_h y q_{h+1} de los correspondientes ahorros de tiempo, respecto al t_0 de la alternativa de referencia, crecientes, las respectivas inversiones I_h e I_{h+1} son también crecientes.

El hecho de que si se cumplen las desigualdades:

$$t_0 > t_1 > t_2 > \dots > t_h > t_{h+1} > \dots$$

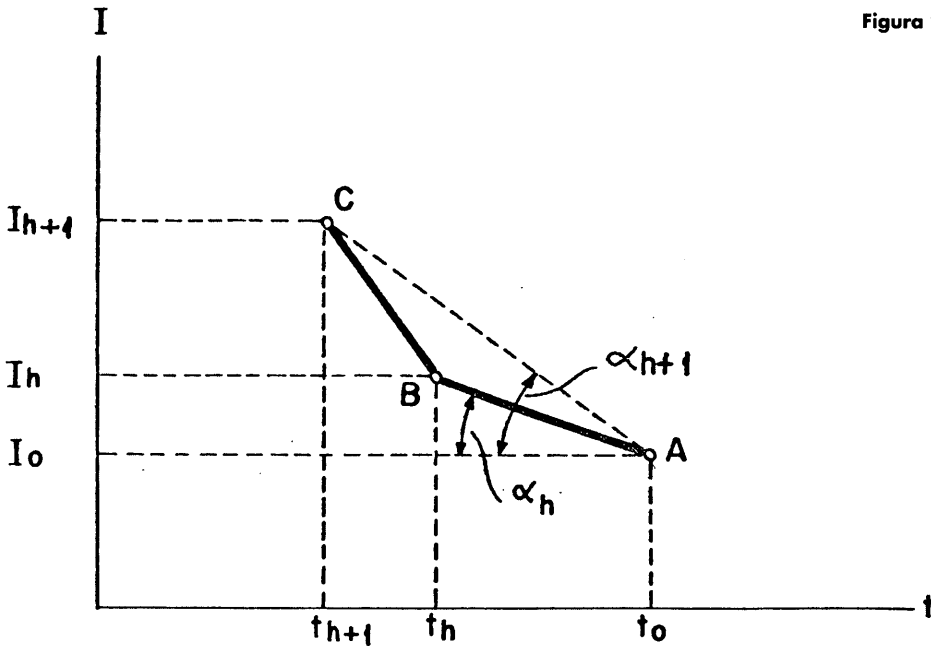


Figura 2.

Lo expuesto puede ponerse de manifiesto gráficamente.

En la figura 2 los puntos A, B y C representan, respectivamente, las alternativas t_0 , t_h y t_{h+1} .

Los costos unitarios del tiempo ahorrado son las tangentes trigonométricas de los ángulos α_h y α_{h+1} y para que sea $q_h < q_{h+1}$ ha de ser convexa en B la poligonal ABC respecto al eje de tiempos y, recíprocamente, si la poligonal ABC es convexa en B será $q_h < q_{h+1}$.

Esta condición unida a que es $t_0 - t_h < t_0 - t_{h+1}$ significa que $I_{h+1} > I_h$.

Si en lugar de los criterios de ordenación y selección expuestos se impusiera únicamente que a la sucesión de tiempos de recorrido decrecientes correspondiesen inversiones crecientes, el cumplimiento de esta condición no garantizaría que la sucesión de los correspondientes costos

$$q_1 < q_2 < \dots < q_h < q_{h+1} < \dots$$

también se cumple:

$$I_0 < I_1 < I_2 < \dots < I_h < I_{h+1} < \dots$$

confirma los criterios de ordenación y selección adoptados.

unitarios de los tiempos ahorrados fuera monótonamente creciente.

El siguiente ejemplo lo pone de manifiesto.

Para los valores

$$t_0 = 7 \quad t_h = 6 \quad t_{h+1} = 5,5$$

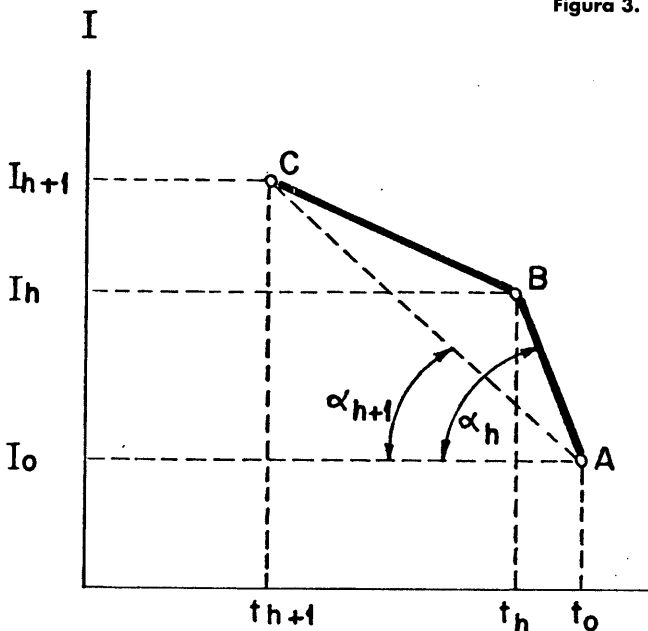
$$I_0 = 60 \quad I_h = 90 \quad I_{h+1} = 100$$

resultan los respectivos costos unitarios de los tiempos ahorrados

$$q_h = \frac{I_h - I_0}{t_0 - t_h} = \frac{90 - 60}{7 - 6} = 30$$

$$q_{h+1} = \frac{I_{h+1} - I_0}{t_0 - t_{h+1}} = \frac{100 - 60}{7 - 5,5} = 26,6 < q_h$$

Figura 3.



En la representación gráfica de este ejemplo (Fig. 3) se observa que en B la poligonal ABC es cóncava respecto al eje de tiempos ($\alpha_h > \alpha_{h+1}$).

Sin que ello implique invalidar lo expuesto anteriormente, la adopción de una nueva alternativa de referencia t'_0 , I'_0 puede significar la eliminación de alternativas que, con t_0 , I_0 como referencia, resultaron válidas.

Gráficamente significaría que la adopción de una nueva alternativa de referencia t'_0 , I'_0 habría dado lugar a la aparición de puntos con concavidad en la poligonal representativa de las alternativas.

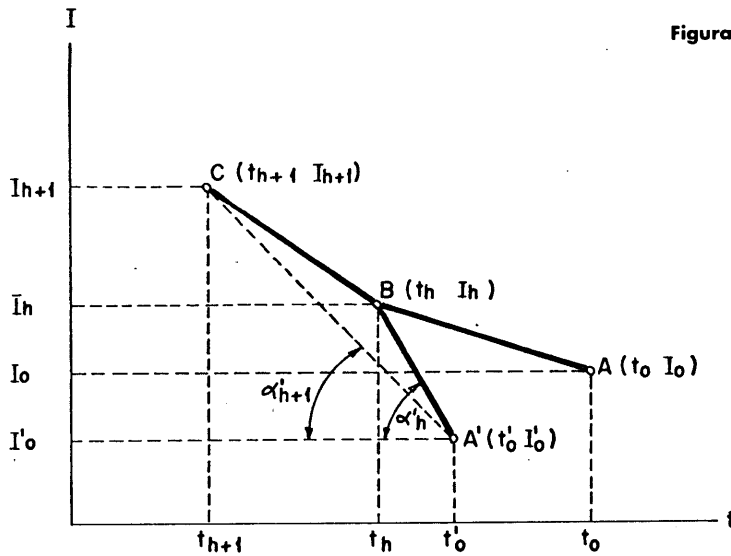


Figura 4.

La eliminación inmediata de tales alternativas se efectuaría trazando desde $t'_0 I'_0$ la tangente $A'D$ a la poligonal. Los lados de la poligonal que, prolongados, pasan por encima de A' quedan así eliminados, ya que darían lugar a concavidades en el vértice más próximo a A' .

Los costos unitarios del tiempo ahorrado

$$q_h = \frac{I_h - I_0}{t_0 - t_h} \quad q'_h = \frac{I_h - I'_0}{t'_h - t_h}$$

respecto a las alternativas de referencia $A(t_0 I_0)$ y $A'(t'_0 I'_0)$ se indican en los cuadros 1 y 2.

DIVISIÓN DE LA LÍNEA EN TRAMOS

Ofrece importantes ventajas técnicas y económicas compartimentar por tramos el estudio del trazado de un camino.

Por no ser frecuentemente constantes la topografía y demás características del terreno por el que ha de discurrir una línea de transporte terrestre se consigue reducir sustancialmente las inversiones necesarias para obtener un determinado tiempo de recorrido si se considera dividida en tramos con características prácticamente homogéneas.

Con este fraccionamiento del trazado, la menor calidad técnica que, para evitar inversiones excesivamente elevadas, sea preciso adoptar en los tramos de trazado difícil y costoso, podrá ser compensada con la incorporación de trazados de más calidad en los tramos de trazado más fácil que implican inversiones de menor volumen.

En la figura 4, adoptar ahora como referencia la nueva alternativa $A'(t'_0 I'_0)$ da lugar a la eliminación de la alternativa $A(t_0 I_0)$ por ser $t_0 > t'_0$ e $I_0 > I'_0$ y a la $B(t_h I_h)$ por resultar la poligonal $A'BC$ cóncava en B , es decir $q_h > q_{h+1}$.

En la figura 5 se representan las alternativas A, B, C, D, E y F correspondientes a un supuesto ejemplo y seleccionadas al aplicar los criterios adoptados.

Al incorporar una nueva alternativa de referencia $A'(t'_0 I'_0)$ resultan desechadas las alternativas A, B y C por dar lugar esta incorporación a que sus costes unitarios del tiempo ahorrado, respecto a esta nueva referencia, sean superiores al correspondiente a la alternativa D .

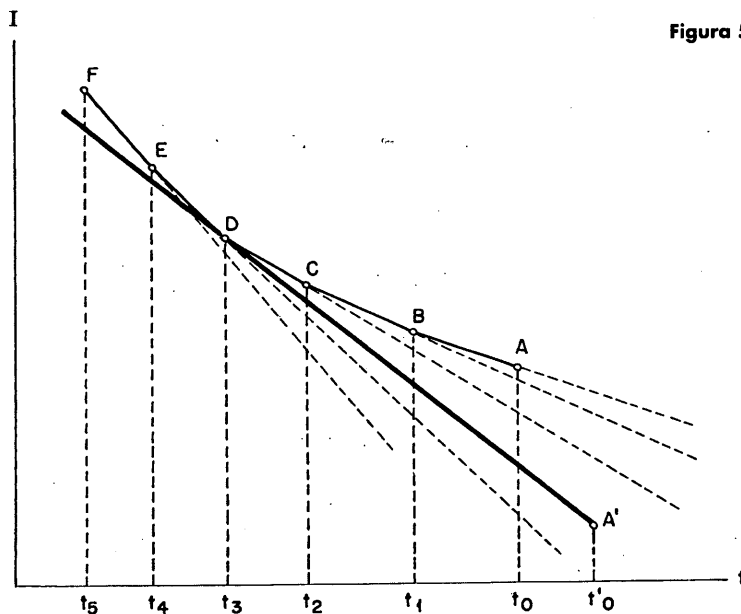


Figura 5.

ALTERNATIVAS DE TRAMO

Entre las distintas alternativas de trazado consideradas en cada tramo puede llevarse a cabo la ordenación y selección de las que cumplan los criterios establecidos.

En la figura 6 se indica, como ejemplo, el resultado del proceso de selección aplicado a un tramo de línea.

La poligonal convexa, respecto al eje de tiempos, $ABCDEF$ tiene como vértices los puntos representativos de las 6 únicas alternativas válidas entre las 13 consideradas en el tramo.

El método conduce a la ordenación y selección automáticas entre las 13 alternativas estudiadas. La poligonal $ABCDEF$, según tiempos de recorrido decrecientes, separa del eje de tiempos a las 7 alternativas excluidas.

CUADRO 1.
Valores de q_h tomando como referencia A

h	l_h	$l_h - l_0$	t_h	$t_0 - t_h$	q_h
0	238	0	675	0	
1	262	24	608	67	0,36
2	298	60	528	147	0,41
3	338	100	461	214	0,47
4	409	171	386	289	0,59
5	508	270	310	365	0,74

CUADRO 2.
Valores de q_h' tomando como referencia A'

h	l_h	$l_h - l_0'$	t_h	$t_0' - t_h$	q_h'
0'	157	0	710	0	
0	238	81	675	35	2,31
1	262	105	608	102	1,03
2	298	141	528	182	0,77
3	338	181	461	249	0,73
4	409	252	386	324	0,78
5	508	351	310	400	0,88

Una vez realizado el estudio y selección de alternativas en cada uno de los tramos en que ha sido dividida la línea, procede efectuar la ordenación global del conjunto de alternativas de tramo seleccionadas según costos unitarios crecientes del tiempo ahorrado.

ALTERNATIVAS DE LÍNEA

La ordenación, según costes unitarios crecientes del tiempo ahorrado permite constituir, de forma sistemática y ordenada, las alternativas de trazado de la totalidad de la línea según tiempos de recorrido decrecientes, costos unitarios crecientes del tiempo ahorrado e inversión también creciente.

Si se designa por $A_{p,h}$ la alternativa de orden h en el tramo p, la ordenación de todas las alternativas de tramo comenzará por las de orden cero existentes en la línea. Seguirán a continuación las restantes alternativas de tramo por $q_{h,p}$ crecientes.

Si es n el número de tramos en que ha sido dividida la línea, la primera alternativa de línea será

$$L_0 = A_{1,0} + A_{2,0} + A_{3,0} + \dots + A_{p,0} + \dots + A_{n,0}$$

La alternativa L_1 se obtendrá incluyendo en L_0 la alternativa de tramo que ocupe el lugar n+1 en la or-

denación de estas alternativas. Esta alternativa de tramo sustituirá en L_0 a la alternativa existente del mismo tramo.

Con el mismo proceso, la alternativa de tramo que ocupe el lugar n+2 sustituirá a la correspondiente en L_1 para obtener la L_2 , etc.

Si han sido seleccionadas y ordenadas m alternativas de tramo entre los n tramos en que ha sido dividida la línea, el número total de alternativas de línea que se obtendrá será m - n + 1.

Al pasar de una alternativa de línea L_h a la siguiente L_{h+1} la sustitución en L_h de una alternativa de tramo $A_{p,s}$ por la siguiente del mismo tramo $A_{p,s+1}$, da lugar a un $t_{h+1} < t_h$ y a que el costo unitario medio del tiempo ganado por L_{h+1} respecto a L_0 sea mayor que el correspondiente a L_h respecto a L_0 .

Esto pone de manifiesto que, al aplicar los criterios de selección y ordenación a las alternativas de tramo, también se cumplen estos criterios con las alternativas de línea elaboradas tal como se ha expuesto.

Resultan así todas las alternativas de línea como combinaciones óptimas de las alternativas de tramo seleccionadas.

Cualquier otra combinación de las alternativas de tramo distinta de las elaboradas según esta metodología exigiría inversiones mayores para conseguir el mismo tiempo de recorrido.

EJEMPLO DE APLICACIÓN

Se estudia una línea constituida por tres tramos AB, BC y CD con características topográficas, geológicas, etc muy distintas.

En el tramo AB se han considerado 5 alternativas, 3 en el BC y 4 en el CD.

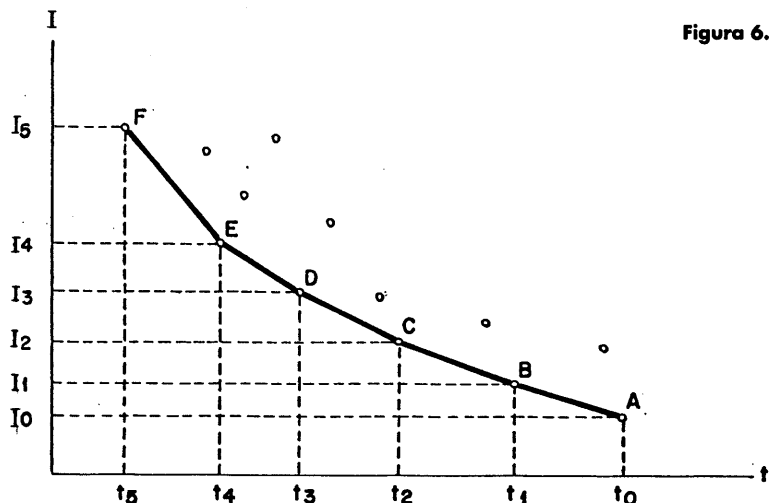


Figura 6.

En el cuadro 3 se resume los resultados del estudio.

La ordenación general de las nueve alternativas de tramo seleccionadas sería la siguiente:

Alternativa de tramo $A_{p,h}$	Coste unitario del tiempo ahorrado $q_{i,h}$
$A_{1,0}$	
$A_{2,0}$	
$A_{3,0}$	
$A_{2,1}$	0,14
$A_{3,1}$	0,16
$A_{2,2}$	0,18
$A_{1,3}$	0,25
$A_{3,3}$	0,30
$A_{1,4}$	0,40

Las $9 - 3 + 1 = 7$ alternativas de línea que de esta ordenación se deducen se indican en el siguiente cuadro así como los tiempos de recorrido y las correspondientes inversiones.

En la figura 7 se representan las 7 alternativas de trazado de la línea.

El método aplicado de ordenación y selección de alternativas de tramo reduce, de forma importante, el número definitivo de alternativas de línea.

En el ejemplo expuesto han sido consideradas

5	alternativas en el tramo AB
3	id id BC
4	id id CD
Total	12 alternativas de tramo

Lo que supondría, sin aplicar los criterios de selección, $5 \times 3 \times 4 = 60$ alternativas de línea a evaluar.

En cambio, con la metodología expuesta, tras la selección previa de alternativas de tramo, quedan definitivamente

3	alternativas en el tramo AB
3	id id BC
3	id id CD

Total 9 alternativas de tramo que, de acuerdo con los criterios expuestos, dan lugar a $m - n + 1 = 9 - 3 + 1 = 7$ alternativas de línea.

En este ejemplo las 7 alternativas de línea obtenidas representan únicamente el $7/60 \times 100 = 12\%$ del total posible lo que significa una muy importante simplificación en el número de alternativas a evaluar.

CUADRO 3						
TRAMO AB						
Alternativa de tramo	h	$l_{1,h}$	$l_{1,h} - l_{1,0}$	$t_{1,h}$	$t_{1,0} - t_{1,h}$	$q_{1,h}$
$A_{1,0}$	0	30	0	250	0	
$A_{1,1}$	1	35,4	5,4	230	20	0,27
$A_{1,2}$	2	40,4	10,40	210	40	0,26
$A_{1,3}$	3	42,5	12,5	200	50	0,25
$A_{1,4}$	4	54	24	190	60	0,40
por ser $q_{1,2} > q_{1,3}$ y $q_{1,1} > q_{1,3}$ deben ser eliminadas las alternativas $A_{1,2}$ y $A_{1,1}$						
TRAMO BC						
Alternativa de tramo	h	$l_{2,h}$	$l_{2,h} - l_{2,0}$	$t_{2,h}$	$t_{2,0} - t_{2,h}$	$q_{2,h}$
$A_{2,0}$	0	20	0	240	0	
$A_{2,1}$	1	24,9	4,9	205	35	0,14
$A_{2,2}$	2	29	9	190	50	0,18
por ser $q_{2,1} < q_{2,2}$ son válidas las tres alternativas						
TRAMO CD						
Alternativa de tramo	h	$l_{3,h}$	$l_{3,h} - l_{3,0}$	$t_{3,h}$	$t_{3,0} - t_{3,h}$	$q_{3,h}$
$A_{3,0}$	0	25	0	215	0	
$A_{3,1}$	1	29,48	4,48	187	28	0,16
$A_{3,2}$	2	47,4	22,4	145	70	0,32
$A_{3,3}$	3	49	24	135	80	0,30
por ser $q_{3,2} > q_{3,3}$ queda eliminada la alternativa $A_{3,2}$						

CONCLUSIONES

La aplicación de la metodología expuesta en el proyecto de trazado de una vía de transporte terrestre, cuando es parámetro fundamental el tiempo a invertir en su recorrido, ofrece las siguientes importantes ventajas:

- ▼ a) Por no plantearse el estudio con un planteamiento uniforme a toda la línea, se consigue una aceptable adaptación del trazado a la morfología del terreno proyectándose los tramos en zonas muy accidentadas con menores exigencias técnicas de trazado que las adoptadas en zonas de orografía suave, consiguiéndose armonizar las exi-

ALTERNATIVAS DE LÍNEA	TIEMPO DE RECORRIDO	INVERSIÓN
$L_0 = A_{1,0} + A_{2,0} + A_{3,0}$	$t_0 = 250 + 240 + 215 = 750$	$I_0 = 30 + 20 + 25 = 75$
$L_1 = A_{1,0} + A_{2,1} + A_{3,0}$	$t_1 = 250 + 205 + 215 = 670$	$I_1 = 30 + 24,9 + 25 = 79,9$
$L_2 = A_{1,0} + A_{2,1} + A_{3,1}$	$t_2 = 250 + 205 + 187 = 642$	$I_2 = 30 + 24,9 + 29,48 = 84,38$
$L_3 = A_{1,0} + A_{2,2} + A_{3,1}$	$t_3 = 250 + 190 + 187 = 627$	$I_3 = 30 + 29 + 29,48 = 88,48$
$L_4 = A_{1,3} + A_{2,2} + A_{3,1}$	$t_4 = 200 + 190 + 187 = 577$	$I_4 = 42,5 + 29 + 29,48 = 100,98$
$L_5 = A_{1,3} + A_{2,2} + A_{3,3}$	$t_5 = 200 + 190 + 135 = 525$	$I_5 = 42,5 + 29 + 49 = 120,5$
$L_6 = A_{1,4} + A_{2,2} + A_{3,3}$	$t_6 = 190 + 190 + 135 = 515$	$I_6 = 54 + 29 + 49 = 132$

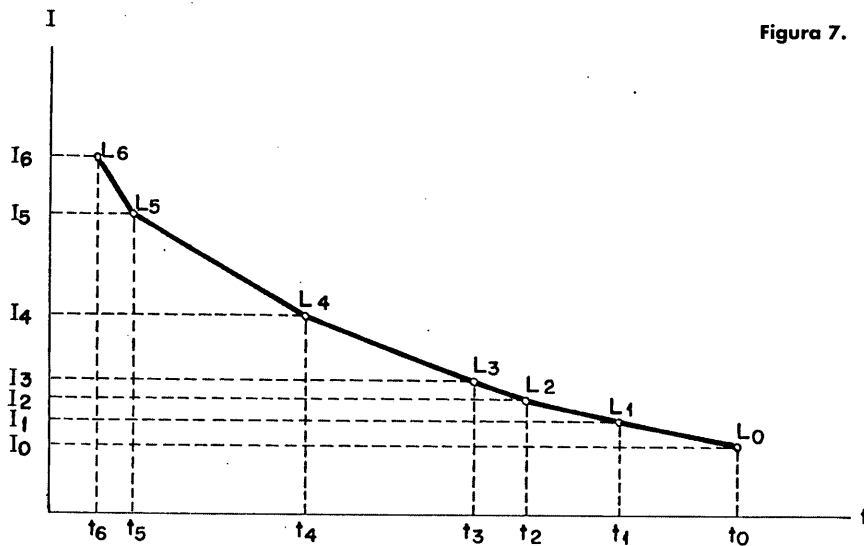


Figura 7.

gencias de minimizar el tiempo de recorrido con la mayor economicidad en las inversiones a aplicar.

▼ b) La ordenación y selección de las alternativas de trazado responden a criterios de máximo rendimiento de los recursos disponibles y de exclusión de cualquier proceso de tanteo.

▼ c) Por el contrario, las alternativas de trazado a considerar se obtienen, ordenadamente y de forma sistemática, por tiempos de recorrido decrecientes e inversiones crecientes, aportando todas tiempos de recorrido al coste mínimo posible.

▼ d) Esta ordenada elaboración de alternativas de trazado permite seleccionar automáticamente, para cada volumen de inversión disponible, la que proporciona el mínimo tiempo de recorrido posible. Y a la inversa, para cada tiempo de recorrido pretendido

será inmediata la determinación de la alternativa que responde a esta exigencia con la menor inversión a aplicar. ■