

OPTIMIZACIÓN DEL DISEÑO DE UNA ESTRUCTURA FRENTE A LA INESTABILIDAD MEDIANTE CÁLCULO EN PRIMER ORDEN

Enrique Hernández Montes.

Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos.

Dpto. de Estructuras. Prointec S.A. e-mail: emontes@goliat.ugr.es

Edelmiro Rúa Álvarez.

Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos.

Dpto. De Mecánica de los Medios Cont. y T.E. ETSI de Caminos. UPM.

L.M. Gil Martín.

Ingeniera de Caminos, Canales y Puertos.

Dpto. De Ingeniería Civil. ETSI de Caminos. Universidad de Granada.

e-mail: mlgil.@goliat.ugr.es

RESUMEN

En este artículo se presenta un método para evaluar y mejorar el comportamiento de una estructura frente a la inestabilidad. Apoyándose en los datos obtenidos mediante primer orden, sobre todo en los desplazamientos obtenidos por el procedimiento de cálculo en primer orden, podremos saber cuál va a ser el primer elemento o planta de edificio donde inicialmente se produzca la inestabilidad y cuánto debemos mejorarla, o sea la mejoraremos hasta que la inestabilidad se produzca porque sea inestable otro elemento o planta.

ABSTRACT

This article presents a method of evaluating and improving the behaviour of a structure against instability. On the basis of results obtained by first order analysis it is possible to identify which element of a structure might first undergo instability and how much should be done to improve this; that is, improve it to the point where any instability would be due to an instability of another element or level.

Se admiten
comentarios a este
artículo, que deberán
ser remitidos a la
Redacción de la ROP
antes del 30 de
Octubre de 1996.

Recibido en ROP:
mayo de 1996

1. DEFINICIÓN DE ANÁLISIS EN SEGUNDO ORDEN

La diferencia fundamental entre análisis en primer orden y en segundo orden parte de la imposibilidad que existe en el último tipo de aplicar el principio de superposición, ya que fuerzas y desplazamientos no son proporcionales.

Así en primer orden, cuando usamos análisis matricial, planteamos que:

$$\{P\} = [K]\{\delta\} \quad (1)$$

P Vector de cargas
K Matriz de rigidez de la estructura
 δ vector de desplazamientos

de donde observamos que P es proporcional a δ , en el sentido de que $k_1 P$ le corresponden movimientos $k_1 \delta$, por simple cálculo matricial.

En segundo orden aparece la matriz K_G , matriz de rigidez geométrica y la ecuación fuerzas- desplazamientos toma la forma:

$$[K - K_G]\{\delta\} = \{P\} \quad (2)$$

donde la forma de resolver dicha ecuación es mediante procesos iterativos, ya que K_G depende de los esfuerzos existentes en las barras. Un método fácil de resolver este problema y algunos ejemplos al respecto los podemos ver en publicaciones realizadas por Galéa (1984) y (1989) y por Hdz Montes (tesis doctoral).

No obstante la resolución de la ecuación (2) tiene dos puntos de vista:

- ▼ 1. La búsqueda de los desplazamientos
- ▼ 2. La búsqueda de un valor α_{CR} , escalar, que multiplicado por todas las cargas exteriores que actúan inicialmente sobre la estructura, la hacen inestable.

Para este segundo punto hemos supuesto un estado inicial de cargas cualquiera, y un estado final de cargas (donde se produce la inestabilidad) producido por multiplicar las cargas del estado inicial por un valor escalar α_{CR} .

En el estado inicial los axiles se denominan N y en el estado final los axiles los denominamos N_{CR} . Así en el momento de la inestabilidad para un va-

lor de las cargas dado no existe solución única de los desplazamientos, y la ecuación 2 cumple:

$$\det[K - K_G^f] = 0$$

siendo K_G^f la matriz de rigidez geométrica en el estado final de cargas, y que la podemos poner en función de K_G puesto que

$$K_G^f = \alpha_{CR} K_G$$

Así el determinante anterior se puede expresar como

$$\det[K - \alpha_{CR} K_G] = 0$$

de esta forma el problema de cálculo en segundo orden se ha convertido en un problema de autovectores y autovalores con tantos valores de α_{CR} como grados de libertad tenga la estructura considerada.

En un artículo de Hdz. Montes y Rúa Álvarez (1996) se proponía que el cálculo del menor valor positivo de α_{CR} es de gran ayuda, sobre todo en estructuras metálicas puesto que su comportamiento real es muy aplicable al cálculo elástico en segundo orden. Esta ayuda se refiere al conocimiento de qué proximidad tiene una estructura frente al estado de inestabilidad y cómo mediante éste valor podemos comprobar las mejoras que introduzcamos en una estructura y así poder incrementar su estabilidad.

Hjemstad, K.D., y Pezeshk, S. (1991) usan el cálculo en segundo orden para optimizar el dimensionamiento de estructuras metálicas y mediante varios ejemplos se pueden observar los siguientes puntos:

- ▼ 1. Que dimensionamientos antiguos de pórticos, propuestos por Galombos en varios manuales, son muy mejorables desde el punto de vista de la optimización frente a la inestabilidad. O sea que dichos pórticos cuando llegan, mediante un incremento de sus cargas, al estado de la inestabilidad lo hacen claramente en una planta determinada. Un dimensionamiento óptimo desde el punto de vista de la inestabilidad requeriría que el pandeo se produjera en todos los pilares a la vez.

▼ 2. Que dicha metodología da buenos resultados para el óptimo dimensionamiento de pórticos y estructuras, tanto en el comportamiento frente a la inestabilidad como en el comportamiento a solicitaciones sísmicas.

2. LOCALIZACIÓN DE LOS ELEMENTOS QUE PRODUCEN LA INESTABILIDAD

Hasta aquí se ha visto cómo el cálculo de α_{CR} ayuda a calificar cuantitativamente la resistencia frente a la inestabilidad, tanto de una estructura como de las mejoras que en ella se introducen.

En este artículo se pretende buscar un método de fácil aplicación para saber en qué planta debemos de actuar para incrementar el valor de α_{CR} de una estructura.

Cuando una estructura llega al estado de inestabilidad es debido a que alguno de sus miembros es inestable, dado que si todos resistieran la estructura permanecería siendo estable. En el estudio de estructuras, de tipo vigas y pilares, lo habitual es que la inestabilidad se presente por plantas, aunque el planteamiento que se desarrollará también es aplicable a barras de una estructura.

Las fuerzas de segundo orden (Hdz. Montes y Rúa Álvarez 1994) aparecen cuando se producen desplazamientos diferenciales entre los puntos extremos de una barra, y como consecuencia, estas fuerzas serán mayores cuando los desplazamientos diferenciales también lo sean, de aquí se puede ver que existe una estrecha relación entre fuerzas de segundo orden y desplazamientos.

Así la inestabilidad se producirá en aquella planta donde las fuerzas de segundo orden sean mayores, o lo que es lo mismo, donde los desplazamientos relativos de esa planta sean mayores que los de otras plantas. Debido a que la primera iteración del cálculo en segundo orden se hace con un análisis en primer orden, podemos usar como desplazamientos relativos los obtenidos del análisis en primer orden.

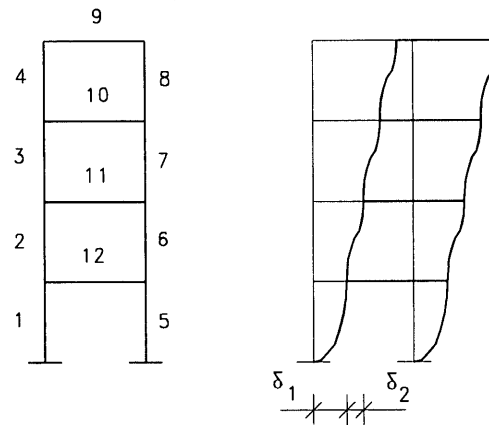
Un buen dimensionamiento frente al estado de inestabilidad lo lograremos cuando mediante un cálculo en primer orden tengamos desplazamientos relativos similares en todas las plantas.

Se realizará una mejora para incrementar el valor de α_{CR} en aquella planta de mayor desplazamiento relativo hasta aproximarla al comportamiento de las otras plantas.

Un análisis elástico en primer orden puede detectar, por desplazamientos diferenciales, qué

Pórticos: P1, P02, P03
P04, P05, P06 y P07

Deformada



planta (o elemento) va a ser aquel que produzca mayor inestabilidad en una estructura.

Figura 1.

3. EJEMPLO

Al pórtico **P1** de la figura 1 se le han ido colocando perfiles de mayor sección Ω y mayor momento de inercia I , en los pilares y viga de la planta baja. De esta forma se han creado los pórticos **P02, P03, .., P07**.

P1, P02, P03, .., P07 tienen las características que se indican en la tabla 1, siguiendo la notación de la figura 1.

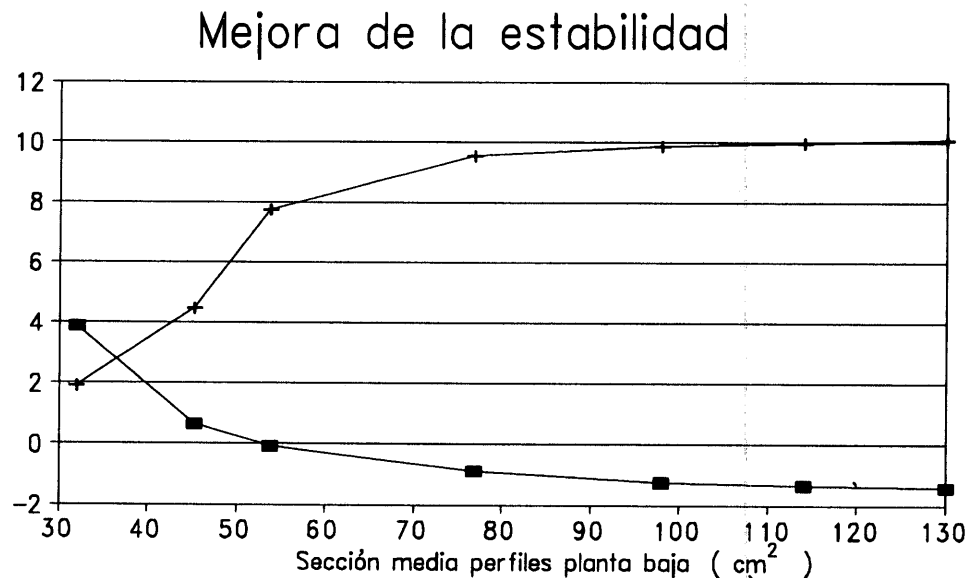
Las cargas sobre cada viga son de 2 t/m, y en el punto superior izquierdo se le ha colocado una fuerza horizontal de 1 tonelada. Las vigas y los pilares tienen longitudes de 4 metros.

En los pórticos **P1, P02, P03, .., P07** se ha analizado:

TABLA 1

	Pilares 2, 3 4, 6, 7 y 8	Vigas 9, 10 y 11	Pilares 1 y 5	Viga 12
P1	HEA 140	IPE 220	HEA 140	IPE 220
P02	HEA 140	IPE 220	HEA 180	IPE 270
P03	HEA 140	IPE 220	HEA 200	IPE 300
P04	HEA 140	IPE 220	HEA 240	IPE 360
P05	HEA 140	IPE 220	HEA 280	IPE 450
P06	HEA 140	IPE 220	HEA 300	IPE 500
P07	HEA 140	IPE 220	HEA 320	IPE 550

Figura 2.



▼ 1. El valor del Factor Crítico de Inestabilidad General (α_{CR}) para cada pórtico.

▼ 2. Los desplazamientos δ_1 y δ_2 (representados en la figura 1) obtenidos mediante cálculo elástico en primer orden.

Comparando se pretende observar la relación existente entre ambos puntos. De un análisis conjunto de α_{CR} y de los desplazamientos puede saberse en una estructura: mediante α_{CR} cuál es su situación ante una posible inestabilidad, y mediante los desplazamientos en primer orden dónde se debe de actuar.

Del resultado se ha obtenido la tabla 2.

TABLA 2

	α_{CR}	δ_1 (cm)	δ_2 (cm)
P1	1.88	6.306	2.439
P02	4.47	2.723	2.062
P03	7.75	1.866	1.946
P04	9.54	0.913	1.821
P05	9.87	0.504	1.755
P06	9.99	0.374	1.734
P07	10.08	0.293	1.719

Para una mejor interpretación de los resultados se ha realizado una representación gráfica en la figura 2.

En el eje de abscisas se han colocado los valores en cm² del área de los perfiles de la planta baja, dado que los IPE y los HEA son de áreas muy parecidas, y en el caso de que para un pórtico difieran (sólo difieren ligeramente) se ha optado por colocar el valor medio.

En el eje de ordenadas se ha colocado el valor de α_{CR} para una gráfica y en la otra la diferencia ($\delta_1 - \delta_2$).

Se observa:

▼ a. Ambas gráficas tienen una asíntota, cuando A (sección media de los perfiles que componen la planta baja) tiende a infinito, paralela al eje de las x, esto indica que existe un punto a partir del cual aumentar el valor de A no mejora el valor de α_{CR} ya que la inestabilidad no se produciría en la planta donde estamos actuando. Este punto coincide con el punto donde ya no se produce una mejora en la diferencia de desplazamientos entre la planta baja y la primera, o sea, que ambos desplazamientos son muy parecidos.

▼ b. Cuando hay una gran diferencia entre δ_1 y δ_2 , porque δ_1 es mucho mayor que δ_2 , pequeños incrementos de A dan lugar a grandes mejoras en la estabilidad (aumenta α_{CR}).

▼ c. A debe de aumentar hasta que δ_1 sea ligeramente menor que δ_2 , dado que es el punto

a partir del cual obtener pequeñas mejoras frente a la inestabilidad llevaría a aumentar desmesuradamente los valores de A en esta planta. Para este caso, α_{CR} se encuentra limitado por la posible inestabilidad de otra planta y no por la inestabilidad de la planta en la que estamos actuando.

BIBLIOGRAFÍA

–**Galéa Y.** (1984). “Flambement des structures planes á barres”. Revue Construction Métallique, n.3. 1984. ISSN 0045-8198/84.

–**Galéa Y.** (1989): “Flambement des structures á barres: utilisation du calcul linéaire”. Revue Construction Métallique. n.3. 1.989. ISSN 0045-8198/89.

–**Hernández Montes E.** “Contribución del cálculo en segundo orden a la optimización del diseño de estructuras metálicas”. (Tesis doctoral). Granada Junio de 1995.

–**Hernández Montes E. y Rúa Álvarez E.** (1994). “Cálculo en segundo orden en la normativa europea”. Revista de Obras Públicas. Octubre 1.994. Páginas 43-48. ISSN 0034-8619/94.

–**Hernández Montes E., Rúa Álvarez E., y Gil Martín L.M.,** (1996). “Contribución del cálculo en segundo orden a la optimización del diseño de estructuras metálicas”. Ingeniería Civil /101.CEDEX, Volumen 101, Marzo, 1996. ISSN 0213-8468.

–**Hjemstad, K.D., y Pezeshk, S.** (1991). “Optimal Design of frames of resist buckling under multiple load cases”. Journal of Structural Engineering., ASCE, Volumen 117, nº 3, Marzo, 1991. ISSN 0733-9445/91/0003-0914. ●