

CÁLCULO DE FLUJOS EN UNA RED MULTI-TERMINAL DE DISTRIBUCIÓN

A. Recuero

Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos.

P. Gutiérrez

Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos.

Instituto Eduardo Torroja, Madrid.

RESUMEN

Se presenta un algoritmo para el análisis de los flujos a través de una red multi-terminal de distribución de cantidades conocidas de un producto homogéneo, y se discute la aplicación de una variante del mismo para productos heterogéneos. Al no ser, en general, un problema definido, la solución trata de minimizar la longitud de los caminos recorridos por el producto. El algoritmo es fácilmente programable en lenguajes sencillos, tanto por su organización como por la estructura propuesta para almacenar la información que maneja.

ABSTRACT

This paper presents an algorithm for the analysis of the flow of know quantities of a homogeneous product, and proposes the use of a variant of the algorithm for heterogeneous products. Since it is not generally a definite problem, the solution aims at reducing the distance of transit of the product. The algorithm is easily programmable in simple languages by virtue of its formulation and of the proposed form of storing the data.

1. INTRODUCCIÓN

El análisis del flujo de productos heterogéneos en una red multi-terminal estudia el caso de distribuir distintos productos procedentes de distintas fuentes y dirigidos a distintos sumideros. En la literatura especializada se abordan habitualmente dos clases de problema: el primero es hallar el máximo de la suma de los flujos y se conoce como el problema del máximo flujo en redes

multi-servicio (maximum multi-commodity flow problem); el segundo es el de fijar unos límites inferiores de los valores de los flujos y comprobar si son compatibles denominado problema de factibilidad (feasibility problem). En el presente trabajo se aborda un problema distinto, pues en él se suponen conocidas las cantidades producidas y consumidas en cada uno de los vértices de la red. Este problema está relacionado con el denominado "trans-shipment problem", si bien en este caso

no se consideran los costes, dado que se piensa en el análisis de redes establecidas y no en el establecimiento de nuevas redes. El algoritmo que se presenta tiene algún aspecto similar al conocido algoritmo húngaro, para resolver el problema del transporte, pero es totalmente diferente de éste.

Considérese, en primer lugar, una red de distribución de un producto homogéneo (agua, gas, electricidad), es decir, que cualquier centro de producción (fuente) puede servir a cualquier centro de consumo (sumidero), que supondremos representada por un digrafo formado por N vértices y W arcos. Los vértices pueden representar centros de producción o de consumo, asignándoles un valor que representa bien su máxima producción (valores positivos) o su consumo (valores negativos). Los arcos, que representan la vía de transporte (conducción, tendido eléctrico), son direccionales, y a cada uno de ellos se le asigna un peso que representa la máxima capacidad de transporte. Puede, además, asociarse a cada arco un valor mínimo del flujo que debe recorrerle, que puede venir impuesto por condiciones de explotación.

Esta descripción debe ser consistente, esto es:

- ▼ Los flujos mínimos de cada arco no pueden superar su capacidad.
- ▼ La suma de las capacidades de los arcos de entrada a un vértice menos la suma de los flujos mínimos de los arcos de salida del mismo no debe superar la demanda del vértice.
- ▼ La suma de las capacidades de los arcos de salida de un vértice menos la suma de los flujos mínimos de los de entrada no debe superar la producción del vértice.

Se trata de encontrar una distribución de flujos a lo largo de los arcos, iguales o menores que su capacidad máxima y mayores o iguales al mínimo, que permita suministrar la cantidad de producto requerida en los centros de consumo. En general, el problema será indeterminado, debiendo introducirse criterios heurísticos de optimización al objeto de seleccionar una solución conveniente.

El segundo problema es el de distribuir, a través de la red, productos heterogéneos, generados en un vértice y destinados a otros. Puede ser, por ejemplo, el caso de distribución de contenedores a través de una red ferroviaria, o de llamadas en una red telefónica. Estos podrán reagruparse en

los vértices intermedios del recorrido, para tratar de optimizar el uso de las líneas.

2. DESCRIPCIÓN DEL ALGORITMO PARA PRODUCTO HOMOGÉNEO

Se describe un algoritmo que permite generar todas las posibles conexiones entre centros de producción y de consumo, en tanto que no se haya satisfecho toda la demanda y quede capacidad libre en las conexiones. Se trata de suministrar la demanda por los caminos más cortos posible (menor número de arcos) entre centros de producción y de consumo. Al tratarse, en general, de un problema indeterminado, la solución que proporciona dependerá de la forma de describir la red. Así, habrá preferencia en consumir producción de los centros según el orden en que son descritos, así como de transportar a través de los arcos en el orden en que se relacionan en cada vértice, siendo conveniente ordenarlos, por ejemplo, por valores crecientes de pérdidas en su recorrido.

La parte fundamental del algoritmo se basa en la generación de un bosque que se desarrolla en amplitud, hasta que se ha cubierto toda la demanda, o servido toda la producción, o hasta que el bosque no puede progresar. En el primer nivel se sitúan todos los centros de producción. En los niveles sucesivos se sitúan vértices conectados con los del nivel anterior en tanto que sea posible hacerles llegar producto. Un vértice puede estar en varios árboles, pero en cada uno de ellos está unido a un único centro de producción.

A cada vértice se asocia un valor que refleja la demanda pendiente de servir o la producción no empleada. A cada arco se asocia el flujo circulante. Estos valores van siendo modificados incrementalmente a medida que se hace llegar la producción a los centros de consumo. A cada nudo de los árboles se le asocian tres valores: el número del vértice situado en el nudo; el número de orden del arco con el que se ha llegado al nudo; y el número de orden del nudo del que procede. Estos dos últimos valores se hacen 0 para los nudos del primer nivel.

Una vez generados los nudos del primer nivel, el algoritmo procede a recorrer ordenadamente, según han sido generados, los nudos del bosque hasta que se haya satisfecho la demanda, servido toda la producción, o se hayan recorrido todos los nudos. En cada nudo se hacen las siguientes comprobaciones.

Comprobar si tiene demanda pendiente. En caso afirmativo el árbol no progresa a partir de este nudo, pues la vía que le une al centro de producción es insuficiente aún para ese nudo.

En caso negativo, se debe ver si puede fluir producto a través del vértice hacia otros centros de consumo. Si esto es posible, se revisarán ordenadamente todos los arcos de salida con origen en dicho vértice, que no tengan agotada su capacidad de transporte ni conduzcan a un vértice que ya esté en el camino desde el nudo actual al de nivel 1. El vértice destino de cada uno de estos arcos dará lugar a un nuevo nudo del bosque. Se determina entonces el más pequeño de los tres siguientes valores: la demanda pendiente del nuevo nudo; la menor capacidad restante de los arcos que unen el nuevo nudo con el de nivel 1; la producción pendiente de servir del nudo de nivel 1. Este valor es la demanda que puede servirse por este camino. Se restará este valor de la producción del nudo de nivel 1 y de la demanda del nuevo nudo, y se sumará el flujo al de todos los arcos que unen ambos vértices.

Este proceso produce una distribución óptima del producto, pero no garantiza la solución total del problema, que puede no existir. Cuando un centro de producción suministre a uno de consumo, se cancelará la demanda servida. El problema estará resuelto cuando la demanda pendiente sea nula, o cuando se hayan agotado los centros de producción. Este procedimiento permite generar todas las conexiones viables entre los centros de producción y de consumo, tratando de satisfacer la demanda por los caminos más cortos posible. Cada nudo del árbol está unido a un único centro de producción, por lo que el árbol no progresará a partir de un nudo cuando se haya agotado la producción del centro de origen o cuando se haya saturado algún arco del camino de conexión.

Antes de aplicar el algoritmo descrito, es conveniente efectuar una serie de verificaciones previas de coherencia de los datos actuales de la red, tales como:

▼ c1) Puede darse salida a la producción pendiente de servir. Para ello ha de comprobarse que la suma de las capacidades libres de los arcos de salida de cada centro de producción iguala o supera dicha producción. En caso contrario, se reducirá la misma.

▼ c2) Es posible suministrar la demanda pendiente de los centros de consumo. Para ello, la suma de las capacidades libres de los arcos

de entrada en cada centro de consumo debe ser igual o mayor que dicho consumo. En caso contrario, se reducirá el mismo.

▼ c3) La producción total pendiente de servir debe ser igual o mayor que el consumo total pendiente de satisfacer, teniendo para ello en cuenta los valores corregidos. De no ser así, el objetivo de servir toda la demanda debe sustituirse por el de servir toda la producción.

Supuestos unos datos coherentes, una segunda fase previa que puede denominarse de condensación, consiste en eliminar del problema todos los flujos que han de tomar valores determinados. Existen dos situaciones que permiten eliminar centros de consumo, junto con todos los arcos que concurren en él:

▼ s1) Existe un solo arco de entrada y ninguno de salida. El flujo a través de dicho arco ha de ser incrementado en el consumo del centro. Pueden eliminarse el arco en cuestión y su vértice destino, pasando el consumo al vértice origen.

▼ s2) La suma de las capacidades libres de los arcos de entrada coincide con el consumo del centro. El flujo a través de los arcos de entrada será su capacidad máxima, y el de los arcos de salida no se modificará. Podrán eliminarse todos los arcos, trasladando la demanda a los vértices origen de los arcos de entrada, y podrá eliminarse el vértice. Puede, también, fijarse exteriormente el flujo a través de cualquier arco, debido a averías, limitaciones, u otras circunstancias. En tal caso, se restará dicho flujo de la producción del vértice origen y de la demanda del vértice destino, y se eliminará el arco.

Este proceso de condensación ha de hacerse de modo iterativo, hasta que no pueda eliminarse ningún nuevo elemento. Así mismo, si se ha eliminado algún arco o vértice, deben repetirse las comprobaciones de coherencia y la eliminación de arcos con flujo determinado.

3. INFORMACIÓN UTILIZADA POR EL ALGORITMO

La información que utiliza el algoritmo puede almacenarse en un conjunto de matrices unidimensionales, tales como:

▼ NINI, NFIN, FLUMIN y CAP, que contienen respectivamente el vértice inicial, el vértice final, el flujo mínimo, y la capacidad de cada uno de los arcos.

▼ PRO, que contiene la producción o demanda de cada vértice.

▼ ARIN y AROUT, son listas de adyacencia que contienen respectivamente los números de orden de los arcos de entrada y de salida de cada uno de los vértices.

▼ POSIN y POSOUT, son vectores auxiliares para manejar ARIN y AROUT. Los arcos de entrada al vértice I están entre las posiciones POSIN(I) y POSIN($I+1$)-1 de ARIN. Análogamente ocurre con POSOUT y AROUT.

▼ FLU, contiene el flujo circulante por cada arco en cada momento del proceso.

▼ SUMI, contiene los valores de producción o demanda pendientes para cada vértice, en cada momento del proceso.

▼ STAR y STVER, indican, respectivamente para arcos y vértices, si han sido eliminados por tomar valores determinados. Pueden contener sólo ceros y unos.

▼ T, FA y ARCO, contienen, para cada uno de los nudos de los árboles, el vértice asociado al nudo, el número de orden del nudo del que procede, y el número de orden del arco con el que se ha llegado.

NINI, NFIN, FLUMIN, CAP y PRO describen la topología, las demandas, y la capacidad de la red, y junto con PRO definen el problema. ARIN, AROUT, POSIN y POSOUT transforman la descripción topológica de la red para facilitar su manejo por el algoritmo.

La descripción del bosque mediante T, FA y ARCO proporciona un acceso fácil a los datos manejados por el algoritmo, esto es a los vértices asociados a cada nudo, a los arcos que forman el camino que une cada nudo con la raíz del árbol al que pertenece, a los vértices de dicho camino, y al vértice situado en dicha raíz. STVER y STAR marcan los elementos de la red que no han de ser considerados al generar los nudos de los árboles. Pueden también utilizarse para marcar elementos fuera de servicio, por averías u otras causas.

FLU contiene toda la información del resultado del algoritmo. De ella puede deducirse la producción tomada de cada centro así como la suministrada, diferenciando entre la consumida y la transferida a otros puntos. La comparación de los resultados con los datos de partida permite analizar

el grado de cumplimiento de los objetivos, el grado de saturación de las líneas, etc.

4. EJEMPLO 1

El algoritmo puede utilizarse para analizar el comportamiento de una red en distintas situaciones de demanda, o ante posibles averías. Considere la red de la figura 1, con 10 vértices, 3 centros de producción y 7 de consumo, unidos por conducciones, uni o bi-direccionales. En cada vértice se indican su número de orden y su máxima producción o su consumo, y en cada arco se indican su máxima capacidad y, mediante flechas, la dirección en que puede ir.

En la figura 2 se indica la solución obtenida por el algoritmo, para el orden en que se han descrito los arcos. Sobre cada arco se indican el flujo que conduce y su dirección, y en los vértices se indican las producciones y consumos resultantes.

Si se supone una avería en la conducción 1-5, el algoritmo proporciona la solución que se muestra en la figura 3. Sigue pudiendo servirse toda la demanda, pero entran en funcionamiento conducciones de trasvase entre centros de demanda, lo que da lugar a transportes más largos. Una forma de valorar la calidad de la solución es comparar el valor de la suma del producto del flujo por la longitud del arco que recorre. Suponiendo que todos los arcos son de longitud 1, este parámetro toma el valor 3600 para la solución de la figura 2 y 3800 para la de la figura 3.

5. ALGORITMO PARA PRODUCTOS HETEROGÉNEOS

En este segundo caso, se propone utilizar un algoritmo igual al descrito, utilizando sólo la parte de resolución del problema indeterminado. No cabe hacer las comprobaciones de coherencia, ni la eliminación de arcos con valor del flujo determinado. A diferencia con aquél, la generación de los árboles ha de ser sucesiva, y no simultánea, tomando ordenadamente como raíz cada uno de los centros de producción, y aplicando la misma metodología para progresar en la generación.

La producción se obtiene como suma de las demandas a servir. Evidentemente, el orden en que se tomen los centros de producción condiciona la solución propuesta, pues se da preferencia a servir la producción a los vértices según se consi-

De arriba a abajo, figuras 1, 2 y 3

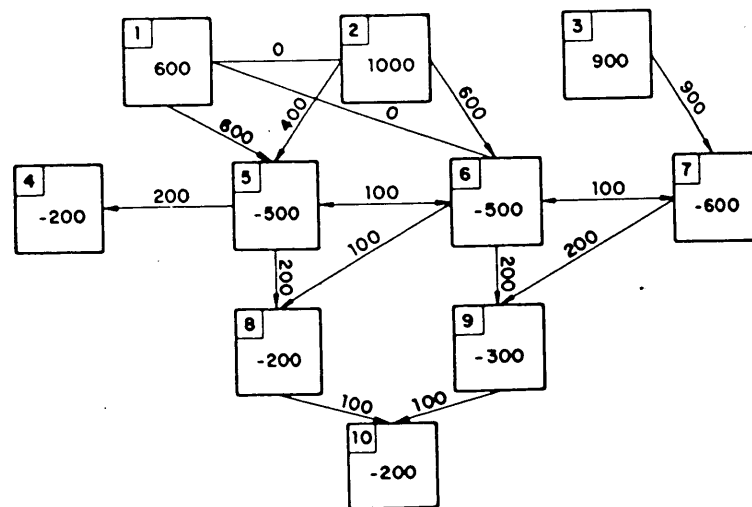
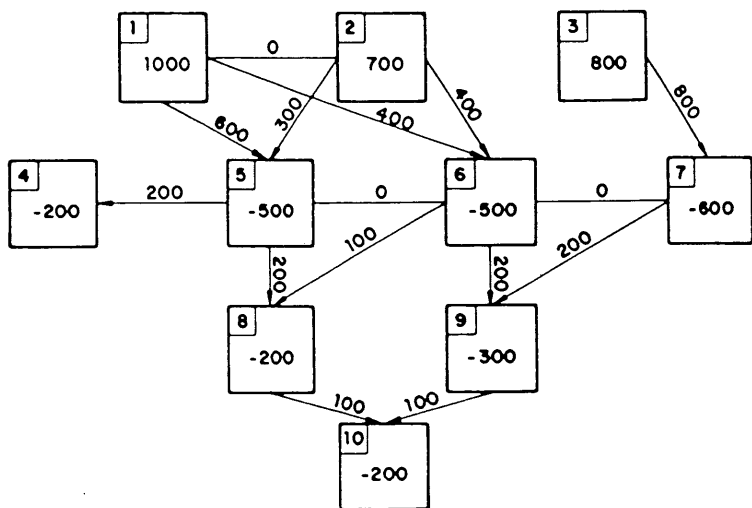
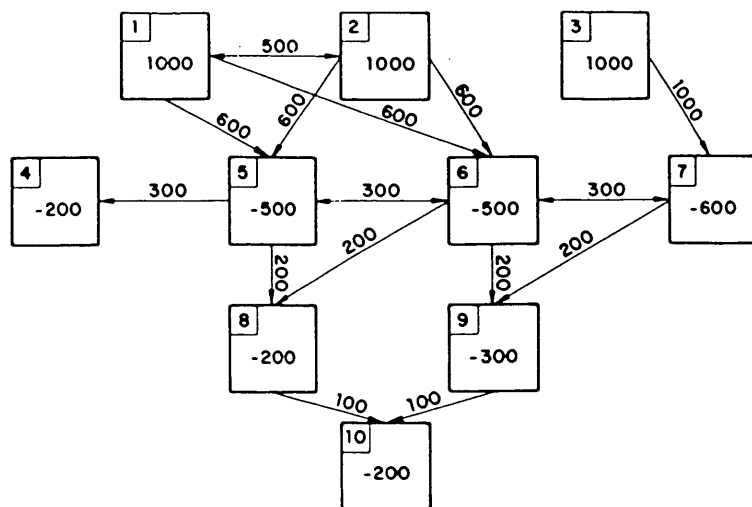


TABLA 1

PULSO 1: PRODUCCION INICIAL

1750 DESDE 1: 300 A 2; 400 A 3; 300 A 6; 350 A 8; 250 A 9;
150 A 10
1250 DESDE 3: 300 A 1; 300 A 4; 500 A 7; 150 A 10
350 DESDE 4: 100 A 1; 100 A 2; 150 A 3
1350 DESDE 6: 800 A 1; 400 A 5; 150 A 8
500 DESDE 10: 150 A 1; 150 A 2; 200 A 3

PULSO 1: FLUJOS

300 / 500 DE 1 A 2; 300 PARA 2
200 / 600 DE 1 A 5; 200 PARA 8
600 / 600 DE 1 A 6; 300 PARA 6; 150 PARA 8; 150 PARA 9
600 / 600 DE 6 A 1; 600 PARA 1
500 / 1000 DE 3 A 7; 500 PARA 7
200 / 300 DE 4 A 5; 100 PARA 1; 100 PARA 2
300 / 300 DE 6 A 5; 300 PARA 5
150 / 200 DE 6 A 8; 150 PARA 8

PULSO 2: PRODUCCION INICIAL

650 DESDE 1: 400 A 3; 100 A 9; 150 A 10
750 DESDE 3: 300 A 1; 300 A 4; 150 A 10
150 DESDE 4: 150 A 3
400 DESDE 5: 100 A 1; 100 A 2; 200 A 8
600 DESDE 6: 200 A 1; 100 A 5; 150 A 8; 150 A 9
500 DESDE 10: 150 A 1; 150 A 2; 200 A 3

PULSO 2: FLUJOS

100 / 600 DE 1 A 5; 100 PARA 10
100 / 600 DE 5 A 1; 100 PARA 1
450 / 600 DE 1 A 6; 300 PARA 3; 100 PARA 9; 50 PARA 10
200 / 600 DE 6 A 1; 200 PARA 1
100 / 600 DE 5 A 2; 100 PARA 2
350 / 1000 DE 3 A 7; 300 PARA 1; 50 PARA 10
100 / 300 DE 6 A 5; 100 PARA 5
200 / 200 DE 5 A 8; 200 PARA 8
150 / 200 DE 6 A 8; 150 PARA 8
150 / 200 DE 6 A 9; 150 PARA 9
100 / 100 DE 10 A 8; 100 PARA 1
100 / 100 DE 10 A 9; 50 PARA 1; 50 PARA 2

PULSO 3: PRODUCCION INICIAL

100 DESDE 1: 100 A 3
400 DESDE 3: 300 A 4; 100 A 10
150 DESDE 4: 150 A 3
100 DESDE 5: 100 A 10
450 DESDE 6: 300 A 3; 100 A 9; 50 A 10
350 DESDE 7: 300 A 1; 50 A 10
100 DESDE 8: 100 A 1
100 DESDE 9: 50 A 1; 50 A 2
300 DESDE 10: 100 A 2; 200 A 3

deran, y, al mantener la descripción de los arcos, se tiende a saturar los primeros arcos de salida de cada vértice, por lo que deben priorizarse adecuadamente.

Pueden considerarse dos casos distintos. El primero es cuando el transporte del producto es prácticamente inmediato, como es el de llamadas en una red telefónica. El segundo es cuando el recorrido de cada arco toma un tiempo importante, como en el envío de contenedores por una red ferroviaria. En el primer caso, todos los flujos son simultáneos, en tanto que en el segundo, considerando que cada arco se recorre en un pulso, sólo deben superponerse los flujos que tienen lugar durante el mismo pulso.

El algoritmo proporciona un desglose detallado de los flujos parciales, pudiendo saber su origen, su destino, el número de arcos recorridos previamente, el pulso en que tiene lugar y su origen y destino inmediatos. La información detallada de los flujos parciales puede almacenarse en una base de datos y, mediante los adecuados procesos de recuperación y reordenación (SORT), obtener cualquier información integrada. Así, puede organizarse un proceso de pulsos, en el que, tras cada pulso, se conozca la demanda ya servida y los flujos pendientes para los próximos pulsos; puede entonces darse entrada a las demandas generadas durante el pulso, y darles salida, teniendo en cuenta la carga ya prevista.

De lo expuesto, se deduce que el algoritmo puede ser el núcleo central de numerosas aplicaciones, en campos muy diversos. La concreción de tales aplicaciones depende de las características particulares de cada caso. Lo importante es que sea posible obtener el desglose de la información, y facilitar el acceso a la misma, que permita su reagrupación en la forma conveniente, así como que el algoritmo sea eficiente y que el criterio heurístico adoptado esté de acuerdo con los criterios de explotación.

6. EJEMPLO 2

Considérese de nuevo la red de la figura 1, pero en este caso, con todos los arcos bidireccionales, y con las mismas capacidades indicadas. Supondremos que es una red ferroviaria, y que cada arco se recorre en un pulso. Supondremos, también, que la red está inicialmente libre de flujos previos, y que existe una producción inicial reflejada en la tabla 1.

En la misma tabla, se muestran parte de los resultados de un análisis, indicando las producciones al comienzo de cada pulso, obtenidas como consecuencia de la inicial, en tránsito o retenidas, y los flujos en cada línea, desglosados según su destino final en cada pulso. La producción tarda 7 pulsos en ser totalmente distribuida, pues se ha impuesto que cada envío parcial de origen a destino final se haga en pulsos sucesivos, esto es, sin estacionamientos intermedios. Se ha impuesto, además, la condición de preferir retener parte de la producción en origen durante un pulso a utilizar un camino un arco más largo. Una situación real de explotación supondría que, al final de cada pulso, se introdujese la producción generada en su transcurso. Esta producción se distribuiría del mismo modo, teniendo en cuenta la ocupación de las líneas consecuencia de la distribución de las producciones anteriores. En la tabla 2 se muestra parte del informe donde se detalla como se distribuye la producción de cada vértice, indicando cantidad, arco y pulso.

Si se cambiase la estrategia de evitar los almacenamientos intermedios por la de dar salida a la máxima cantidad posible de producto en cada pulso, la producción se distribuiría en 5 pulsos en lugar de en 7, aunque el valor de la suma de flujos por el camino recorrido sería el mismo, en el ejemplo citado. Esta estrategia no compromete los flujos de los pulsos posteriores al considerado en cada momento, por lo que más fácil incorporar la producción generada a lo largo del pulso, así como responder a posibles anomalías en la red. Un informe de interés, en este caso, sería el del detalle de los almacenamientos intermedios. En la tabla 3 puede verse el seguimiento de la producción, suponiendo que sólo existe la inicial, como en el ejemplo anterior. La introducción de estas estrategias puede hacerse actuando sobre los criterios de generación de nuevos nudos y sobre la forma de acumular los flujos parciales.

7. CONCLUSIONES

Se presenta un algoritmo, para el análisis de flujos en la distribución de cantidades conocidas de producto a través de una red multi-terminal de distribución de un producto homogéneo, que consta de tres fases: la primera de análisis de la coherencia de los datos, y corrección de incohe-

TABLA 2

SEGUIMIENTO DE LA PRODUCCION DE 1

300 A 2; P1, 300 POR 1-2

400 A 3; P2, 300 POR 1-6; P3, 300 POR 6-7, 100 POR 1-6; P4, 300 POR 7-3, 100 POR 6-7; P5, 100 POR 7-3

300 A 6; P1, 300 POR 1-6

350 A 8; P1, 200 POR 1-5, 150 POR 1-6; P2, 200 POR 5-8, 150 POR 6-8

250 A 9; P1, 150 POR 1-6; P2, 150 POR 6-9, 100 POR 1-6; P3, 100 POR 6-9

150 A 10; P2, 100 POR 1-5, 50 POR 1-6; P3, 100 POR 5-8, 50 POR 6-9; P4, 100 POR 8-10, 50 POR 9-10

SEGUIMIENTO DE LA PRODUCCION DE 3

300 A 1; P2, 300 POR 3-7; P3, 300 POR 7-6; P4, 300 POR 6-1

300 A 4; P4, 300 POR 3-7; P5, 300 POR 7-6; P6, 300 POR 6-5; P7, 300 POR 5-4

500 A 7; P1, 500 POR 3-7

150 A 10; P2, 50 POR 3-7; P3, 50 POR 7-9, 100 POR 3-7; P4, 50 POR 9-10, 100 POR 7-9; P5, 100 POR 9-10

SEGUIMIENTO DE LA PRODUCCION DE 4

100 A 1; P1, 100 POR 4-5; P2, 100 POR 5-1

100 A 2; P1, 100 POR 4-5; P2, 100 POR 5-2

150 A 3; P3, 150 POR 4-5; P4, 150 POR 5-6; P5, 150 POR 6-7; P6, 150 POR 7-3

SEGUIMIENTO DE LA PRODUCCION DE 6

800 A 1; P1, 600 POR 6-1; P2, 200 POR 6-1

400 A 5; P1, 300 POR 6-5; P2, 100 POR 6-5
150 A 8; P1, 150 POR 6-8

SEGUIMIENTO DE LA PRODUCCION DE 10

150 A 1; P2, 100 POR 10-8, 50 POR 10-9; P3, 100 POR 8-5, 50 POR 9-6; P4, 100 POR 5-1, 50 POR 6-1

150 A 2; P2, 50 POR 10-9; P3, 50 POR 9-6, 100 POR 10-8; P4, 50 POR 6-2, 100 POR 8-5; P5, 100 POR 5-2

200 A 3; P3, 100 POR 10-9; P4, 100 POR 9-7, 100 POR 10-9; P5, 100 POR 7-3, 100 POR 9-7; P6, 100 POR 7-3

TABLA 3

SEGUIMIENTO DE LA PRODUCCION DE 1

300 A 2; P1, 300 POR 1-2

400 A 3; P1, 50 POR 1-6; P2, 350 POR 1-6, 50 POR 6-7;
P3, 300 POR 6-7, 50 POR 7-3; P4, 50 POR 6-7, 300 POR 7-3;
P5, 50 POR 7-3

300 A 6; P1, 300 POR 1-6

350 A 8; P1, 350 POR 1-5; P2, 200 POR 5-8; P3, 150 POR 5-8

250 A 9; P1, 250 POR 1-6; P2, 200 POR 6-9; P3, 50 POR 6-9

150 A 10; P1, 150 POR 1-5; P3, 50 POR 5-8; P4, 100 POR 5-8,
50 POR 8-10; P5, 100 POR 8-10

SEGUIMIENTO DE LA PRODUCCION DE 3

300 A 1; P1, 300 POR 3-7; P2, 300 POR 7-6; P3, 300 POR 6-1

300 A 4; P1, 50 POR 3-7; P2, 250 POR 3-7; P3, 50 POR 7-6,
250 POR 7-6; P4, 50 POR 6-5, 250 POR 6-5; P5, 50 POR 5-4,
250 POR 5-4

500 A 7; P1, 500 POR 3-7

150 A 10; P1, 150 POR 3-7; P2, 150 POR 7-9; P3, 100 POR 9-10;
P4, 50 POR 9-10

SEGUIMIENTO DE LA PRODUCCION DE 4

100 A 1; P1, 100 POR 4-5; P2, 100 POR 5-1

100 A 2; P1, 100 POR 4-5; P2, 100 POR 5-2

150 A 3; P1, 100 POR 4-5; P2, 50 POR 4-5, 100 POR 5-6; P3, 50 POR
5-6; P4, 100 POR 6-7, 50 POR 6-7; P5, 100 POR 7-3, 50 POR 7-3

SEGUIMIENTO DE LA PRODUCCION DE 6

800 A 1; P1, 600 POR 6-1; P2, 200 POR 6-1

400 A 5; P1, 300 POR 6-5; P2, 100 POR 6-5

150 A 8; P1, 150 POR 6-8

SEGUIMIENTO DE LA PRODUCCION DE 10

150 A 1; P1, 100 POR 10-8, 50 POR 10-9; P2, 100 POR 8-5,
50 POR 9-6; P3, 100 POR 5-1, 50 POR 6-1

150 A 2; P1, 50 POR 10-9; P2, 50 POR 9-6, 100 POR 10-8;
P3, 50 POR 6-2, 100 POR 8-5; P4, 100 POR 5-2

200 A 3; P2, 100 POR 10-9; P3, 100 POR 9-7, 100 POR 10-9;
P4, 100 POR 7-3, 100 POR 9-7; P5, 100 POR 7-3

rencias; la segunda, de eliminación de los flujos determinados; y la tercera, de propuesta de una solución optimizada de la parte indeterminada del problema.

El criterio de optimización es el de reducir la suma de los flujos en todos los arcos, empleándose un procedimiento heurístico consistente en tratar de servir las demandas desde los centros de producción más próximos.

Se propone un esquema de almacenamiento de la información utilizada muy compacto y fácil de manejar a base de matrices unidimensionales, sin punteros, lo que permite su implementación con lenguajes de programación simples. De hecho, para su prueba, se ha utilizado el lenguaje QB, y se ha utilizado un computador IBM-pc compatible.

Se discute la aplicación de la tercera fase del algoritmo al problema de distribución de productos heterogéneos, tanto para el caso de flujos instantáneos como para el de tiempos de recorrido largos, que deben resolverse mediante pulsos sucesivos.

REFERENCIAS

1. Dantzig, G. B. and Fulkerson, D. R., "On the Max-Flow Min-Cut Theorem of Networks, Linear Inequalities and Related Systems". Annals of Math., Study 38, Princeton University Press, 1956, 215-221.
2. Edmonds, J. and Karp, R. M., "Theoretical Improvements in Algorithm Efficiency for Network Flow Problems". J. ACM, 19, 1972, 248-264.
3. Ford, L. R. Jr. and Fulkerson, D. R., "Flows in Networks". Princeton University Press, 1962.
4. Karzanov, A. V., "Determining the Maximal Flow in a Network by the Method of Preflows". Soviet Math. Dokl., 15, 1974, 434-437.
5. Fulkerson, D. R., "An Out-of-Kilter Method for Minimal Cost Flow Problems". Jour. of SIAM, Vol. 9, No. 1, 1961.
6. Gomory, R. E. and T. C. Hu, "Multi-Terminal Network Flows". Jour. of SIAM, Vol. 9, No. 4, 1961.
7. Dolan, A. & Aldous, S., "Networks and algorithms: An introductory approach". Ed. J. Wiley and Sons, England, 1993.
8. Elmaghrabi, S., "Some network models in management Science". Springer-Verlag, New York, 1970. ●