

MICROGEODESIA EN LA INGENIERÍA CIVIL

APLICACIÓN A LA AUSCULTACIÓN DE PRESAS

Rafael Ferrer Torio*

Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

Benjamin Piña Paton**

Ingeniero Geógrafo

Carmen Castillo Sanchez***

Las auscultaciones geodésicas permiten la determinación de movimientos pequeños que son de gran utilidad en el control deformacional de presas en particular y suelos y restantes estructuras en general. Estas metodologías se incluyen en el contexto de las actuaciones de élite en el amplio panorama de la Ingeniería Cartográfica y Geodésica.

En el marco de la Ingeniería Civil tienen su claro sentido y en la actualidad se está en condiciones de participar con instrumental y metodologías que hace tan sólo unos años eran impensables. Nuevas formas otorgan una mayor posibilidad de actuación en este restringido campo.

El artículo expresa la realidad de los métodos basados en la intersección de observaciones angulares y deja el paso abierto para tratar, en una próxima ocasión, la nueva forma de determinar los movimientos a partir de la captura de distancias, con instrumental que ya está consolidado como de plena operatividad.

The geodesical auscultations allow to determine slight motions which are very useful in the deformation control of dams and, in general, soils and other structures. These methodologies are included among the highest activities in the wide scope of the Cartographical and Geodesical Engineering.

Their evident sense is found in the civil engineering field, and people are now able to participate with tools and methods unexpected a few years ago. New methods enlarge the possibility of acting in this restricted field.

This paper states the actualness of the methods based on the intersection of angular observations, at the same time allowing to expose, in a next occasion, the new practice to determine the motions through the capture of distances with instruments already consolidated as fully operative.

1. Elementos participantes en la determinación de movimientos pequeños

1.1.- Aspectos fundamentales del control deformacional

La Topografía de los Proyectos y de las Obras ocupa un espacio en el panorama de la Ingeniería.

* Catedrático de Universidad de Ingeniería Cartográfica, Geodésica y Fotogrametría. ETS Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Santander.

**Director del Servicio Territorial del IGN en Cantabria y País Vasco. Profesor Asociado ETS Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Santander.

***Alumna 3er Curso ETS Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Santander.

Recibido en ROP: mayo 93

Pero es sin duda en la diaria explotación de una obra, en el sometimiento a una conservación que garantice su seguridad y eficacia, donde la Topografía y la Geodesia ocupan un lugar privilegiado, estableciendo metodologías que permiten detectar las deformaciones inherentes a toda estructura.

Las obra más caracterizadas que permiten estos controles periódicos de deformabilidad son las presas, los muros rígidos o de escollera y los suelos, ya sean en desmonte o en terraplén.

Una estructura convencional está caracterizada por constituir un conjunto elástico que se deforma frente a una sollicitación exterior o interior y

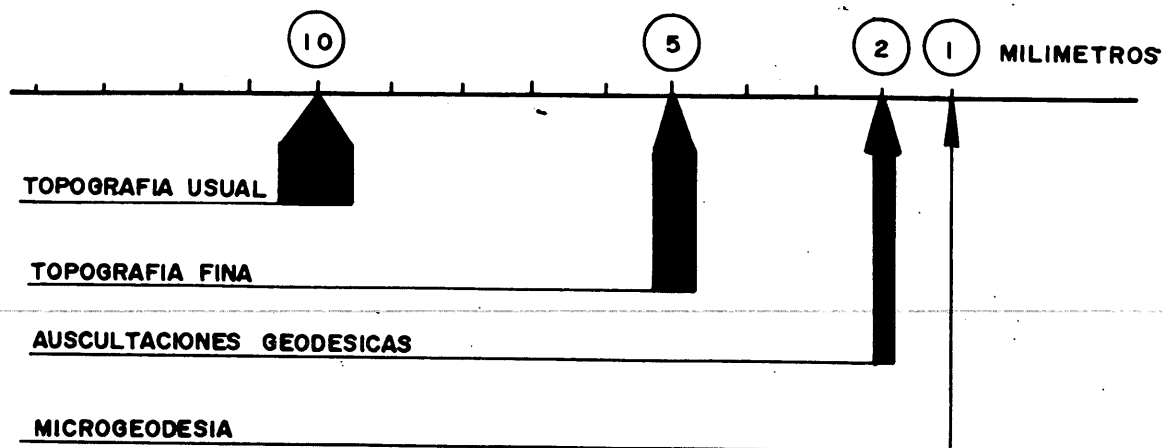


Figura nº 1. Rangos de deformación.

confiere al conjunto una carga tensional que se debe mantener bajo unos valores previamente establecidos.

La tensión y la deformación están relacionadas y analizando las conductas deformacionales se pueden establecer conclusiones definitivas, teniendo bajo control la resistencia del conjunto.

Es muy usual que las solicitudes a considerar sean externas (presión hidráulica, empuje del terreno ...) e internas que son las motivadas por acciones térmicas o por fenómenos de retracción.

En los suelos, el panorama es muy diferente dada la falta de elasticidad conjunta en muchas de las actuaciones, precisando, casi con exclusividad, tener un conocimiento deformacional en sentido de movimiento global. El ritmo del movimiento ayuda a un mejor conocimiento del terraplén o del talud inestable en desmonte.

1.2.- Objetivos y elementos participantes

El objetivo terminal es el establecimiento del movimiento de una determinada estructura o suelo a partir de observaciones realizadas desde el exterior. Según los rangos de las magnitudes a evaluar o de las precisiones que se desean obtener, existen metodologías muy diferenciadas. [Figura nº1].

El espacio comprendido entre las últimas divisiones configura una zona muy bien caracterizada

de profundo sentir topográfico que guarda el apellido geodésico por tradición y cariño ante un instrumental, unas metodologías y unos operadores de marcada cualificación, dado que los trabajos geodésicos, exigían esta triple consideración.

Es necesario aunar esfuerzos en la instrumentación, los métodos, las técnicas y calidad de las observaciones para lograr las precisiones establecidas y dotar al milímetro de consistencia real en el momento de definir el valor de un determinado movimiento.

Los elementos intrínsecos que participan en un proceso de auscultación son los siguientes:

- la red de pilares de auscultación
- la malla de dianas de puntería
- la red de puntos de seguridad

Después de diseñar los elementos permanentes de la auscultación y dejar preparado el conjunto para las sucesivas campañas, se establece la instrumentación a utilizar. Hasta hace unos años la evaluación de los movimientos se hacía exclusivamente por teodolitos de apreciación próxima a la décima de segundo sexagesimal. En la actualidad también interviene distanciómetros de gran precisión, creando una nueva posibilidad a un espacio hasta el momento acotado tan sólo para las observaciones angulares.

Ambas formas de captar la información inicial necesaria para establecer las deformaciones relativas o absolutas, tienen sus ventajas y desventa-

jas y ambas deben ser tenidas en consideración en el momento de establecer un proyecto de auscultación geodésica.

1.3.- Importancia del diseño de las diferentes redes

Existen dos diseños de gran importancia en el panorama de una auscultación: la red de Pilares y la red de Dianas.

Es en la red de pilares donde el Ingeniero ha de plasmar todos sus conocimientos, dando valor a todo aquello que con posterioridad tendrá influencia en las observaciones: número de pilares, proximidad a las dianas, ángulo de intersección entre visuales, inclinación de las mismas, ... En muchas ocasiones no es sencillo diseñar la red óptima, pues, aunque existe en la teoría, no se puede construir en la práctica por simples consideraciones de la realidad física del territorio.

En cualquier caso, siempre hay posibilidad, antes de construir los elementos fijos que consolidan el pilar, de tantear ya sea gráficamente o por medio analíticos, la mejor ubicación con el objetivo de obtener el mayor provecho a las observaciones angulares o de distancias posteriores. [Foto nº1].

La malla de dianas tiene una configuración más simple, pues depende de la propia estructura a auscultar o del espacio susceptible de presentar movimientos en los taludes inestables. En lo posible se tratará de llenar la zona que protagoniza la medición de la forma más coherente posible. [Figura nº2].

Además de la red de pilares y la malla de dianas, es necesario disponer de una red complementaria de testigos, fuera del área de influencia del movimiento que se desea detectar, que permitan garantizar la inicialidad de las diversas obser-

Foto nº 1.- Pilar de sustentación de auscultación en construcción. Presa de Alsa (Cantabria)

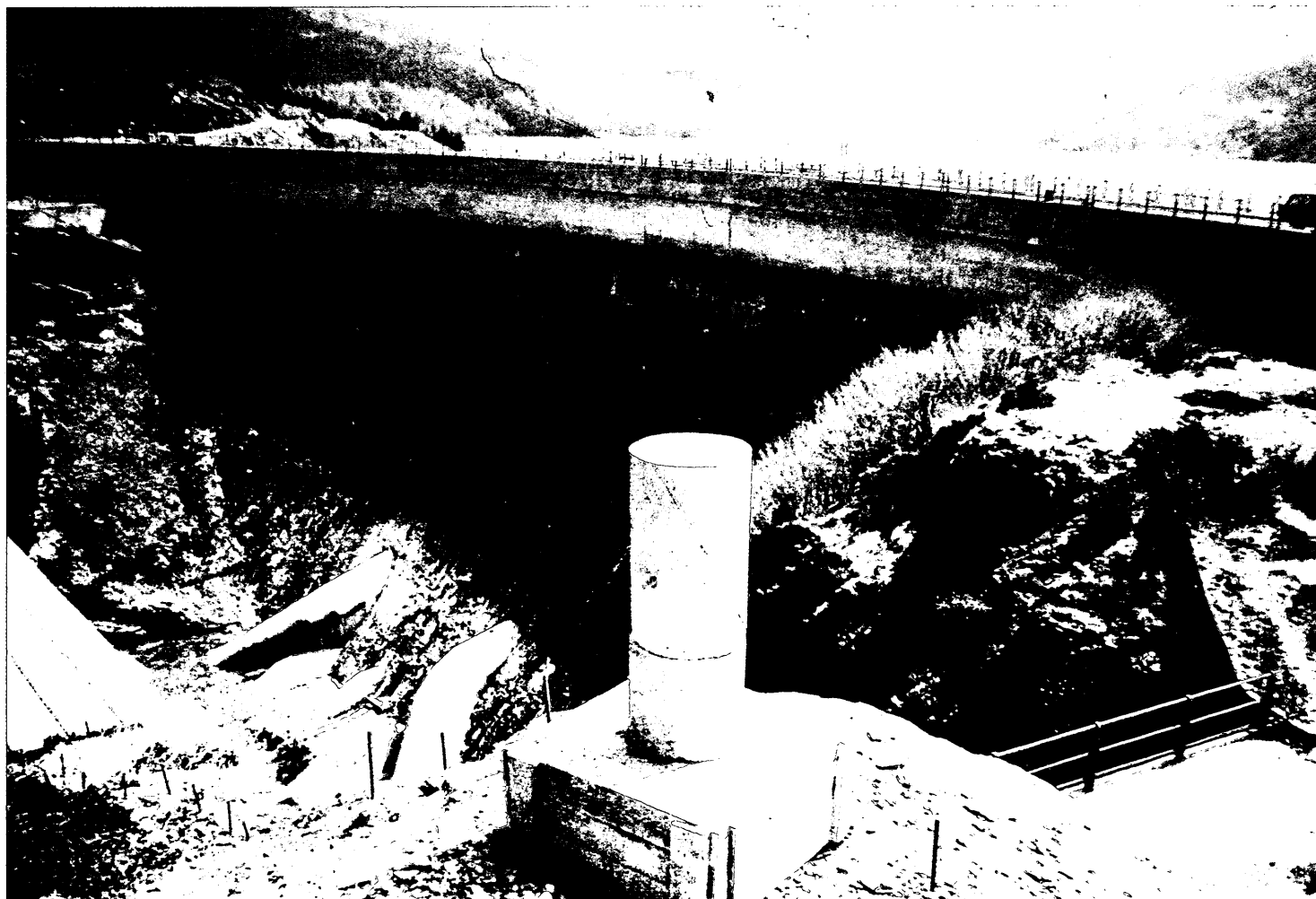


Figura nº 2.- Malla de di-
nas de puntería. Presa de
La Cohilla. (Cantabria)

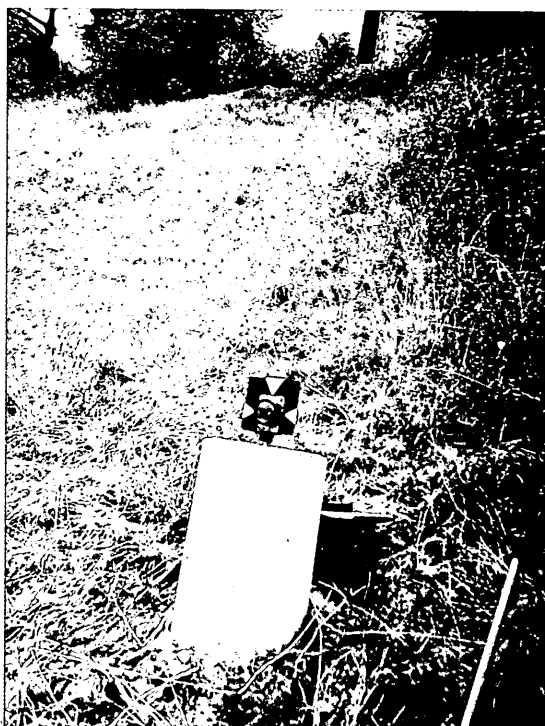
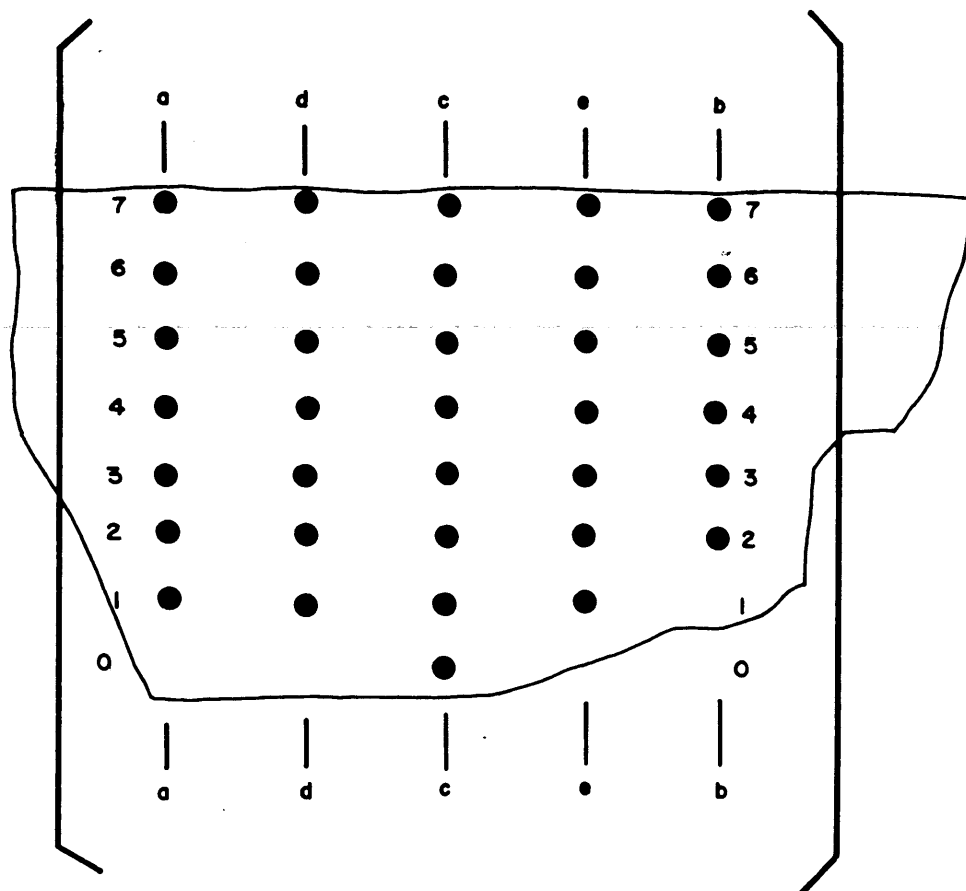


Foto nº 2.- Diana de
puntería para
observación de ángulos
y distancias: talud
de Correpoco
(Cantabria)

vaciones que desde los pilares hay que ir realizando campaña tras campaña.

Esta red, también debe ser diseñada con criterios lógicos para hacer óptima la captura de los datos necesarios para determinar el posible movimiento de los pilares de auscultación. [Foto nº2].

2.- Auscultación por métodos de intersección con observaciones angulares: Presa de Cohilla

2.1.- La oportunidad del contraste a escala real

2.1.1.- La Presa de La Cohilla

El embalse de La Cohilla está situado en la Cuenca Hidrográfica del río Nansa, aproximadamente entre las poblaciones de La Lastra y Puen-te Pumar, totalmente encuadrado en el término



Foto nº 3. Casetas protectoras de los pilares de auscultación. Presa de la Cohilla (Cantabria).

municipal de Polaciones. Se accede a ella a partir de Puentenansa, por la carretera S-224, ramal de la C-627 a Puentenansa y tiene una capacidad de agua embalsada de doce millones de metros cúbicos.

La presa es de tipo bóveda de doble curvatura, con arcos circulares de espesor constante, con excepción de los veinte metros de la coronación. Tiene una altura sobre el cauce de 116 m., y para lograr la simetría fue preciso construir un estribo de gravedad de 44 m. de alto en la margen derecha y un pequeño estribo de 8 m. en la margen izquierda.

Los diferentes tipos de redes están implantados desde la construcción de la obra, entre los años 1.944 y 1.951. El Ingeniero de Caminos D. José María García González y el Ingeniero Geógrafo D. Antonio José Soriano, visitaron Suiza para estudiar los métodos que allí se aplicaban en este tipo de obras. Hasta 1.985 se habían realiza-

do 39 auscultaciones. En la actualidad ya se han ejecutado 50 observaciones completas.

2.1.2.- Esquema de la auscultación

La auscultación se realiza desde cuatro pilares. Son cuatro soportes de hormigón, perfectamente empotrados en la solera de la propia caseta protectora. Se denominan Pilar I, Pilar II, Pilar III y Pilar IV y sobre ellos se ubica el aparato topográfico para realizar la observación. Las casetas protectoras están dotadas de unas pequeñas ventanas para permitir la visibilidad no sólo de las señales y referencias, sino también del resto de los pilares. [Foto nº3].

Son treinta y cinco las dianas o puntos testigo, situados en el paramento aguas abajo de la presa. Están repartidos en siete filas y cinco columnas. Los otros puntos constituyen los puntos testigo del estribo. La denominación está configurada por un número y una letra, correspondientes a la fila y

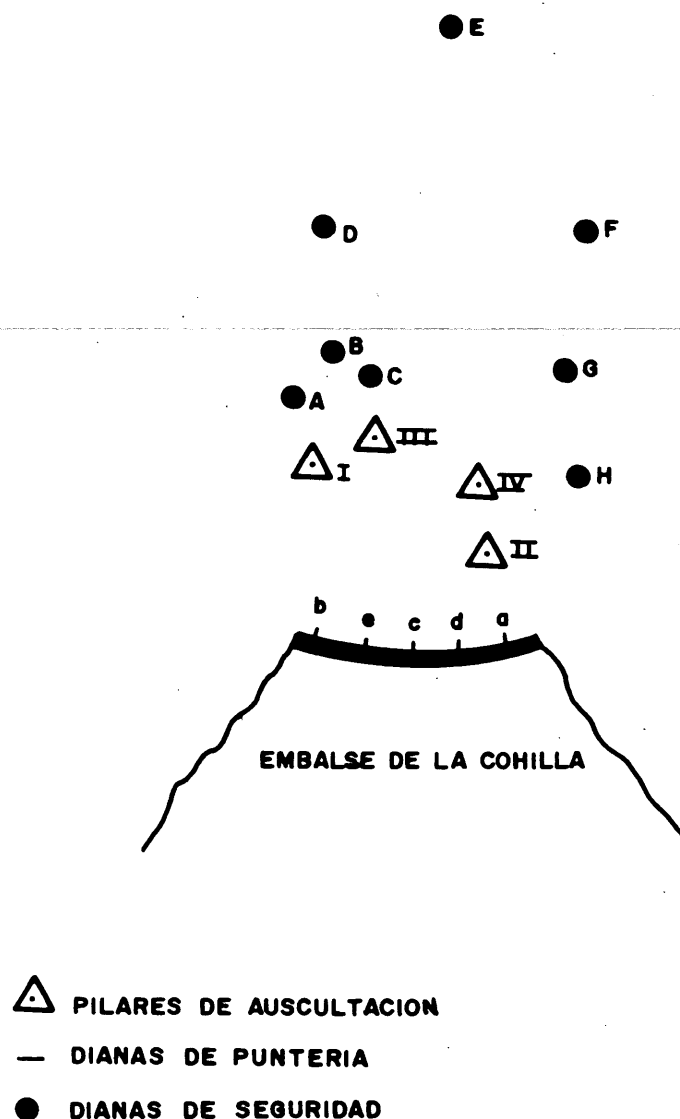


Figura n° 3. Planta de la ubicación de las diferentes redes.

a la columna representativa en el muro, y a una letra griega en el estribo.

Estas dianas están formando parte solidaria con la estructura y se acondiciona su paramento exterior previamente a la realización de cada auscultación.

Los pilares de auscultación y las dianas de puntería, configuran la red fundamental, conjuntamente con los puntos cero, polares, o iniciales de la observación angular. Son dos puntos distantes unos 600 m. de la presa y fuera de su zona de influencia. Se les denomina PA y PB.

También forma parte del entorno general de la red los denominados puntos de seguridad. Los puntos de seguridad son ocho señales situadas fuera de la zona de influencia del embalse. Se denominan A, B, C, D, E, F, G y H y tienen la misión de configurar un soporte estable para analizar el posible movimiento de los pilares de auscultación, ya sea por desplazamientos propios o provocados por absorber parte del error de dirección. [Figura n3].

2.2.- Instrumentación y metodología de la observación

Desde cada uno de los pilares se hacen observaciones a las referencias (puntos cero), a los puntos de seguridad y a todos los puntos testigo, tanto del estribo izquierdo como de la presa, que eran visibles desde él. Se hacen series con las dos referencias de partida, realizándose punterías en círculo directo (CD) y punterías en círculo inverso (CI) para cada una de las visuales. Posteriormente se calculan los promedios de las series realizadas.

Las observaciones angulares se realizan con el teodolito WILD T-3, N°18602, propiedad de la empresa Saltos del Nansa, que tiene una apreciación de 0,1".

Hay dos metodologías implicadas en el tratamiento de los datos captados:

- Intersección directa: la determinación de los desplazamientos de las dianas se realiza resolviendo las diferentes intersecciones directas que se crean desde los pilares de auscultación.
- Intersección inversa: la determinación de los posibles movimientos de los propios pilares se consigue mediante la observación a los puntos de seguridad, que están ubicados fuera del área de influencia del embalse.

Si ha existido desplazamiento de los pilares, mediante la resolución de la excéntrica se consigue poner la observación en circunstancia de medición y así conseguir en carácter comparativo con la observación anterior. Comprobado el cambio relativo de posición de los pilares de auscultación, se corrigen las lecturas anteriores reduciéndolas al centro, es decir, a la posición que ocupaban los pilares en la observación anterior. [Foto n°4].

3. Métodos para determinar los desplazamientos

3.1.- Método gráfico

3.1.1.- Introducción teórica

Sean (1), (2), ... (n) las sucesivas observaciones. Es decir, en un instante t_1 se hizo la observación (1), en otro instante posterior t_2 la observación (2), y así sucesivamente. Se pretende determinar la variación en la posición de un punto testigo (diana de puntería) en un intervalo de tiempo entre dos observaciones, por ejemplo, la (n-1) (observación origen) y la (n) (observación siguiente).

Cada pilar y cada diana tienen una posición determinada en el plano, en virtud de una geometría original. [Figura nº4]

Se conoce en todo momento el acimut de la recta:

$$\theta_i^j = \arctg \frac{x_j - x_i}{y_j - y_i}$$

y la distancia del pilar a la diana:

$$D_i^j = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}$$

Estos valores, obtenidos al inicio de las observaciones y basados en el conocimiento de las coordenadas de dj y Pi se suponen permanentes a lo largo de todo el proceso, dado que la variación de posición de una observación respecto de la anterior no supone cambio sustancial para el proceso que se pretende acometer.

La base operacional consiste en evaluar en el doblete (i,j) el valor del desplazamiento l_{ij} para un incremento angular detectado $\Delta\alpha_{ij}$, entre dos observaciones sucesivas. [Figura nº5].

Como el ángulo $\Delta\alpha_{ij}$ para este tipo de observaciones es muy pequeño, el arco se sustituye por la tangente y, por lo tanto, son aplicables las relaciones definidas para dos infinitésimos:

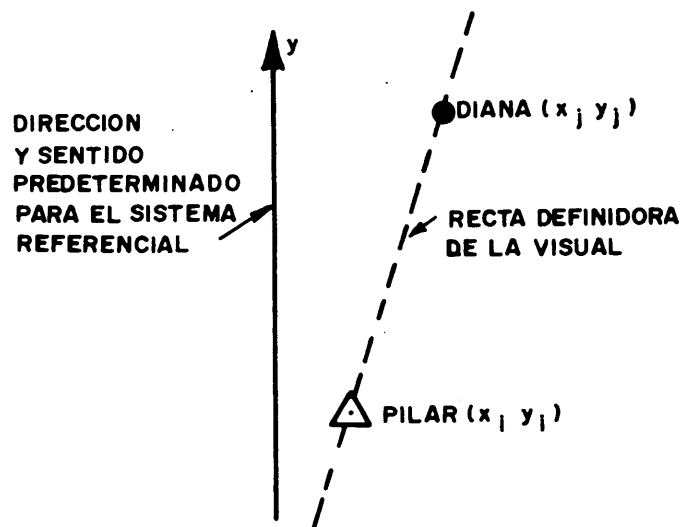


Foto nº 4. Teodolito sobre pilar de auscultación.

$$l_{ij} = D_i^j \cdot \Delta\alpha_{ij} = D_i^j \cdot \frac{\Delta\alpha_{ij} (^{\circ})}{206265''} = \frac{\Delta\alpha_{ij} (^{\circ})}{636620''} D_i^j$$

Por lo tanto, si los incrementos angulares están definidos en graduación sexagesimal o cente-

Figura nº 4. Conocimiento de las coordenadas para el cálculo.



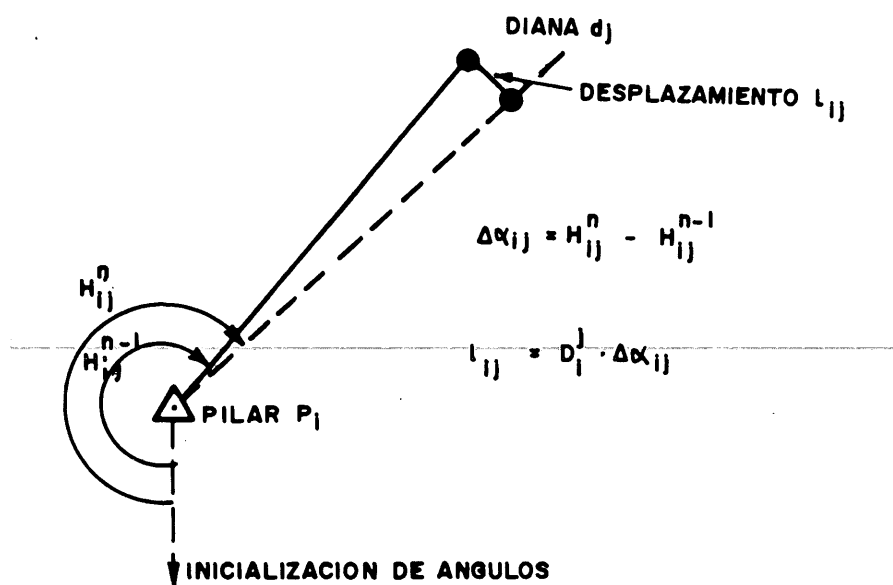


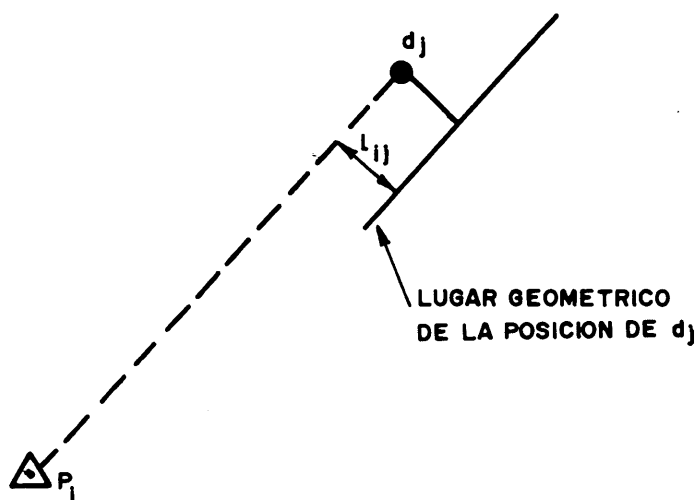
Figura n° 5. Fundamento del cálculo de los desplazamientos.

simil, las expresiones del desplazamiento quedarán:

$$l_{ij} = \frac{D_i^j}{206265} \Delta \alpha_{ij}$$

Figura n° 6. Determinación del movimiento de una diana.

expresando el incremento angular en segundos sexagesimales:



$$l_{ij} = \frac{D_i^j}{636620} \Delta \alpha_{ij}$$

expresando el incremento angular en segundos centesimales

Trabajando en un sistema o en otro, se denomina *sensibilidad de la visual* (i,j) al valor:

$$S_i^j = \frac{D_i^j}{206265}$$

para aplicarlo a incrementos en segundos sexagesimales

$$S_i^j = \frac{D_i^j}{636620}$$

para aplicarlo a incrementos en segundos centesimales

De esta forma:

$$l_{ij} = S_i^j \cdot \Delta \alpha_{ij}$$

Sobre un plano a gran escala (5/1 ó 10/1) se sitúa la posición inicial de la diana j . A partir de él se marcan sobre el plano todas las direcciones de las visuales desde los pilares desde las cuales se vea esta señal.

Puesto que los movimientos a detectar son muy pequeños respecto a la distancia [Pilar (i)]-[Diana (j)], puede suponerse sin error que en el entorno de las dianas, la visual ($n-1$) y la (n) son paralelas y por ello, se supone que la visual se desplaza paralelamente en cada observación, siendo el sentido indicado por el signo de

$$H_{ij}^n - H_{ij}^{n-1} = \Delta \alpha_{ij}$$

[Figura n°6].

De esta forma se procede con el resto de pilares y para cada diana. En el caso usual de dispo-

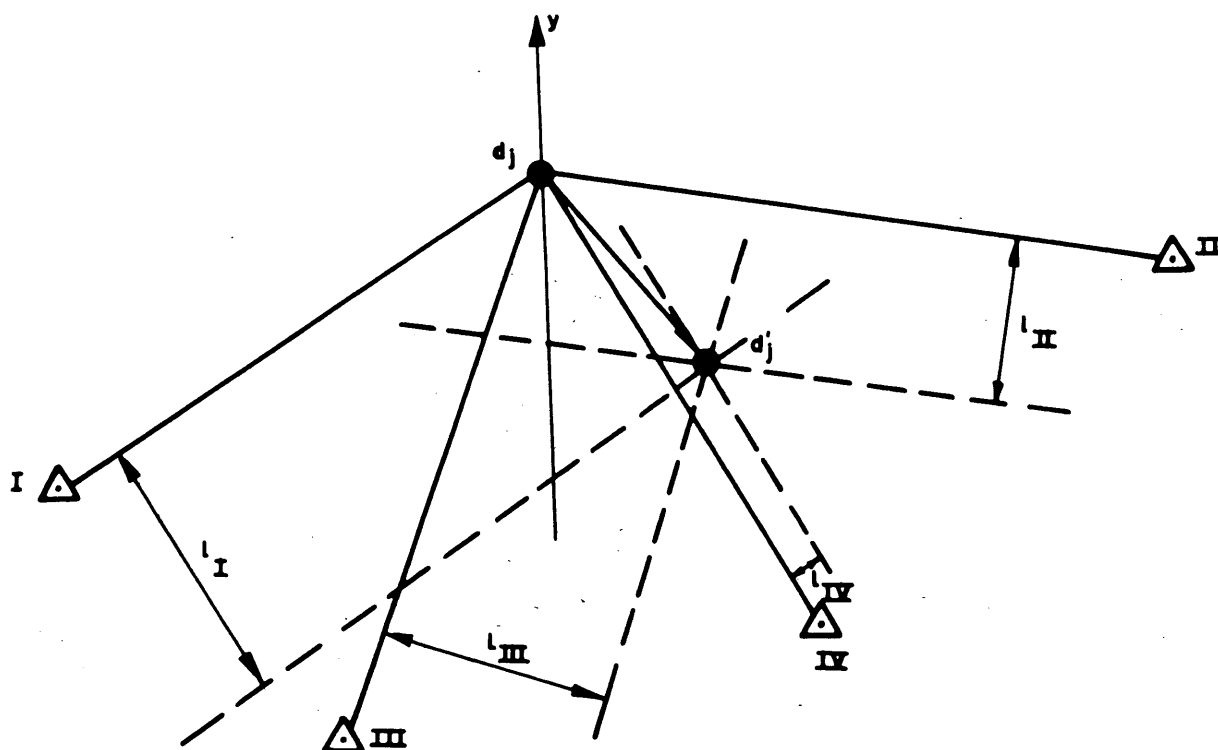


Figura n° 7. Composición ideal del movimiento de una diana.

ner de cuatro pilares, queda el punto d_j totalmente caracterizado, con un comportamiento ideal. [Figura n°7].

La concurrencia no suele ser puntual en el caso real por los errores inevitables del instrumental utilizado, debiendo obtener el punto representativo de forma aproximada o de una forma más precisa, obteniendo la posición del punto que logra cumplir una condición compatible con los requisitos establecidos. El punto representativo d_j' se aproximará más a las visuales con mayor peso, ya sea preestablecido por consideraciones de la propia observación o por consideraciones de la sensibilidad de cada visual (el punto se aproximará más a las visuales de menor sensibilidad), y por consideración del ángulo propio de la intersección.

3.1.2.- Aplicación caracterizada

Intervienen los cuatro pilares de auscultación y una diana del paramento de la presa, definidos por sus coordenadas originales (6d). (Cuadro 1)

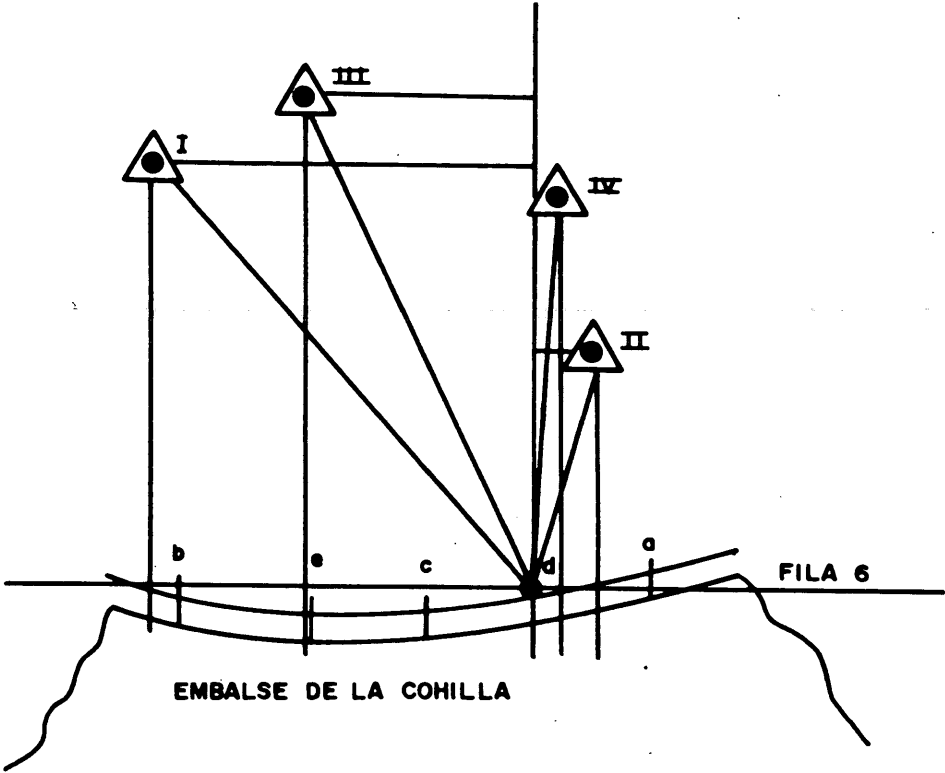
Datos observacionales comparativos entre dos auscultaciones seguidas: (n-1) y (n). [Figura n°8]. (Cuadro 2)

Llevando los resultados del Cuadro 2 a un gráfico a escala 10/1, en torno a la posición primitiva de la diana (6d), con participación de las cuatro direcciones intervinientes, se obtiene el recinto donde se ubica la posición de la diana (6d). [Figura n°9].

CUADRO 1

	X	Y
Pilar I	1000.000	1000.000
Pilar II	1092.055	961.153
Pilar III	1033.480	1014.112
Pilar IV	1086.299	992.664
Diana 6d	1067.585	911.128

Figura nº 8. Croquis
indicativo de las
posiciones.



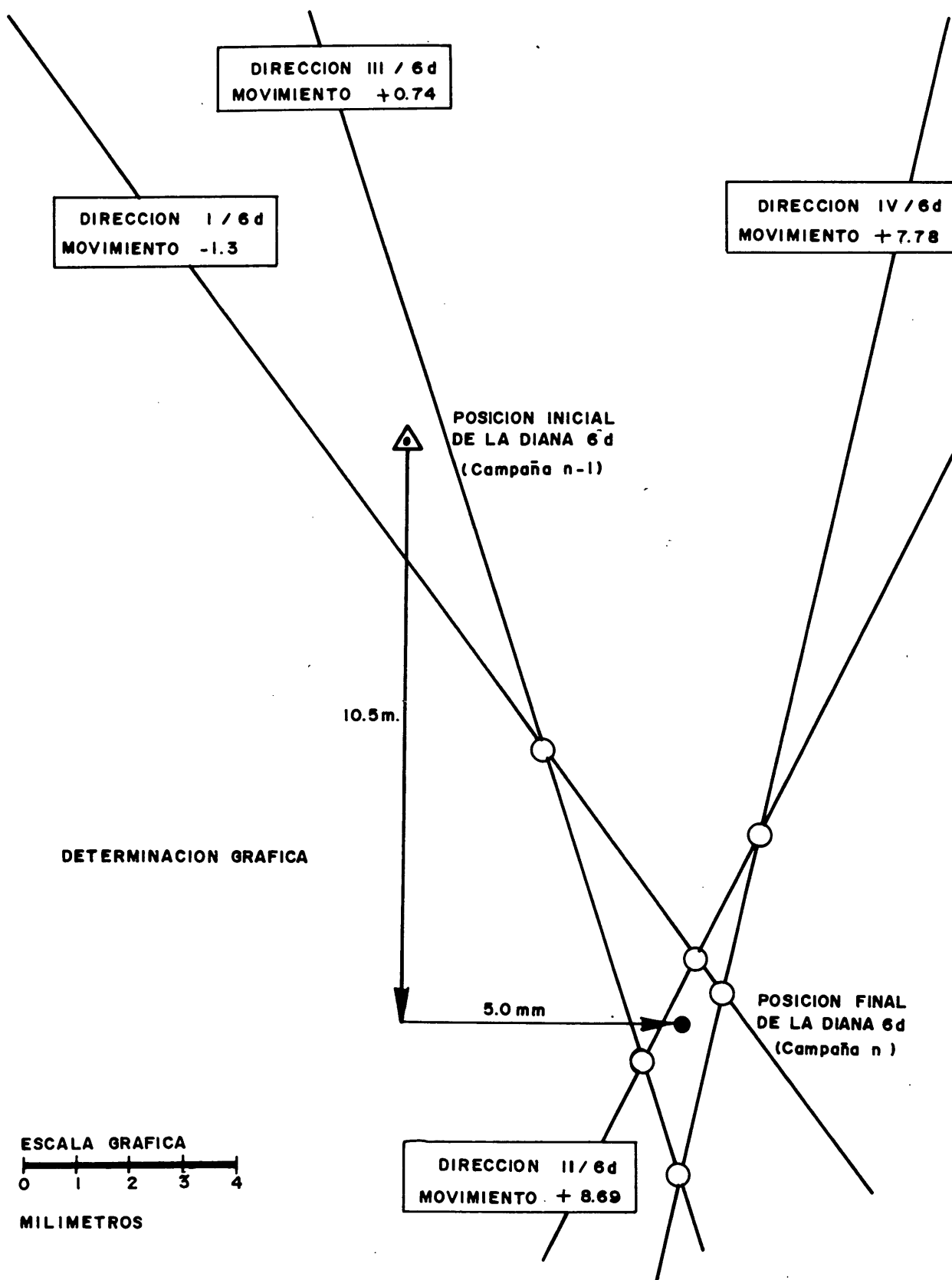
CUADRO 2

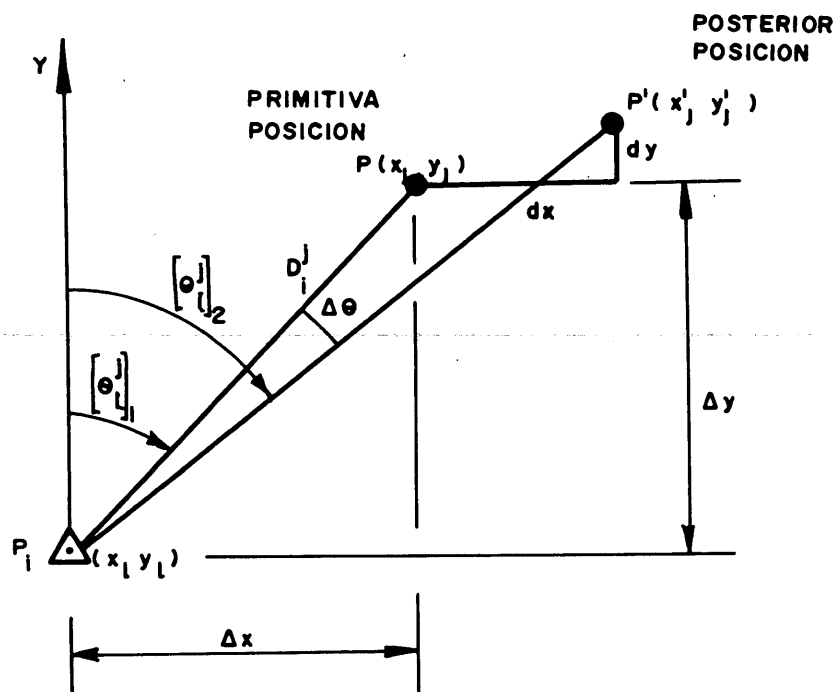
	PILAR I		PILAR II		PILAR III		PILAR IV	
	n	n-1	n	n-1	n	n-1	n	n-1
REFERENCIA	23,4	24,1	21,8	29,8	32,3	25,7	14,9	25,3
DIANA	11,5	14,6	60,3	35,6	27,0	19,0	61,1	52,5
INCREMENTO ANGULAR	-2,4"=-7,4 ^{cc}		32,7"=100,9 ^{cc}		1,4"=4,3 ^{cc}		19"=58,6 ^{cc}	

Las distancias intervinientes son las siguientes:

	PILAR I	PILAR II	PILAR III	PILAR IV
Diana 6d	$\Delta x = 67,585$ $\Delta y = -88,872$	-22,470 -50,025	34,105 -102,984	-18,714 -81,536
Distancia reducida	111,651	55,689	108,484	83,656
Desplazamiento	I/6d	$\frac{111,651}{636620} \cdot (-7,4) = -1,3 \text{ mm.}$		
Desplazamiento	II/6d	$\frac{55,689}{636620} \cdot (+100,9) = +8,8 \text{ mm.}$		
Desplazamiento	III/6d	$\frac{108,484}{636620} \cdot (+4,3) = +0,7 \text{ mm.}$		
Desplazamiento	IV/6d	$\frac{83,656}{636620} \cdot (+58,6) = +7,7 \text{ mm.}$		

Figura n° 9.
Movimiento de
la diana 6d.





3.2.- Variación de coordenadas

3.2.1.- Introducción teórica

Se sabe que al variar un ángulo evaluado desde un punto fijo i , varían de una forma concreta las coordenadas del punto extremo j . [Figura n° 10].

$$\operatorname{tg} \theta_i^j = \frac{x_j - x_i}{y_j - y_i}$$

$$\frac{1}{\cos^2 \theta_i^j} d\theta_i^j = \frac{y_j - y_i}{(y_j - y_i)^2} dx - \frac{x_j - x_i}{(y_j - y_i)^2} dy$$

y como:

$$\cos^2 \theta_i^j = \frac{(y_j - y_i)^2}{(D_i^j)^2}$$

Se tiene de una forma compacta:

Figura n° 10.
Desplazamientos lineales
por variaciones angulares.

$$d\theta_i^j = \frac{y_j - y_i}{(D_i^j)^2} dx - \frac{x_j - x_i}{(D_i^j)^2} dy$$

Dadas las circunstancias de evaluación y los condicionantes descritos, se llega, finalmente, a la siguiente relación:

$$\Delta\theta = \frac{1}{D_i^2} [\Delta y \cdot dx_i - \Delta x \cdot dy_i] + r$$

siendo r el residuo de la relación de observación. Aplicando las teorías incluídas en el tratamiento de los ajustes de modelos estocásticos se tiene otro método de obtener desplazamientos de las dianas.

3.2.2.- Aplicación caracterizada

Aplicando el método descrito al caso resuelto gráficamente se obtiene:

	PILAR I	PILAR II	PILAR III	PILAR IV
Diferencia angular	(-7,4) ^{cc}	(100,9) ^{cc}	(4,3) ^{cc}	(58,6) ^{cc}
Incrementos de coordenadas	+67,585 -88,872	-24,470 -50,025	+34,105 -102,984	-18,714 -81,536

Aplicando estos valores a la ecuación obtenida, resulta:

$$\frac{7,4^{cc}}{636620} = \frac{1}{(111,651)^2} (-88,872 dx - 67,585 dy)$$

$$\frac{100,9^{cc}}{636620} = \frac{1}{(55,689)^2} (-50,025 dx + 24,470 dy)$$

$$\frac{4,3^{cc}}{636620} = \frac{1}{(108,484)^2} (-102,984 dx - 34,105 dy)$$

$$\frac{58,6^{cc}}{636620} = \frac{1}{(83,656)^2} (-81,536 dx + 18,714 dy)$$

Participando las siguientes matrices:

$$\theta = A \cdot x$$

θ. Matriz de observación

A. Matriz de diseño (matriz de configuración)

x. Matriz desplazamiento

siendo:

$$\theta = \frac{1}{636620} \begin{bmatrix} -7,4 \\ 100,9 \\ 4,3 \\ 58,6 \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} -0,007129182 & -0,005421570 \\ -0,016130516 & 0,007890329 \\ -0,008750611 & -0,002897922 \\ -0,011650786 & 0,002674068 \end{bmatrix}; x = \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} -0,007129182 & -0,005421570 \\ -0,016130516 & 0,007890329 \\ -0,008750611 & -0,002897922 \\ -0,011650786 & 0,002674068 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0,0051 \\ 0,0099 \end{bmatrix} - \frac{1}{636620} \begin{bmatrix} -7,4 \\ 100,9 \\ 4,3 \\ 58,6 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} -0,000005691 \\ 0,000001887 \\ 0,000009184 \\ -0,000006156 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3,6^{cc} \\ 1,2^{cc} \\ 5,8^{cc} \\ -3,9^{cc} \end{bmatrix}$$

Se verifica:

$$A^t \cdot \theta = A^t \cdot A \cdot x = N \cdot x$$

$$N = A^t \cdot A = \begin{bmatrix} 0,000523333 & -0,000094420 \\ 0,000094420 & 0,000107199 \end{bmatrix}$$

856541

$$N^{-1} = \begin{bmatrix} 2271,856541 & 2001,032608 \\ 2001,032608 & 11090,93834 \end{bmatrix}$$

$$p = A^t \theta = \begin{bmatrix} -3,6053 \cdot 10^{-6} \\ 1,5402 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}$$

$$x = N^{-1} \cdot p = \begin{bmatrix} -0,0051 \\ +0,0099 \end{bmatrix}$$

Resultando, por lo tanto:

$$dx = -5,1 \text{ mm.} \\ dy = 9,9 \text{ mm.}$$

Este método permite introducir condiciones de "peso" en las diferentes visuales motivadas por realidades en la toma de datos (visibilidad, sol de frente, etc.), o simplemente consideraciones propias de la metodología.

También permite el cálculo de la elipse de incertidumbre.

La matriz de residuos será: $R = Ax - \theta$

Los estadísticos que evalúan la bondad del ajuste dependen de la matriz de varianza-covarianza (C):

$$C = \sigma_{\alpha}^2 \cdot N^{-1}$$

$$\sigma_{\alpha}^2 = \frac{R^t W R}{m - n}$$

Para esta aplicación se ha supuesto $W = I$ (visuales sin consideración de peso).

$$\sigma_{\alpha}^2 = \frac{1}{4 - 2} \left\{ \begin{bmatrix} -0,000005961 & 0,000001887 & 0,000009184 & -0,000006156 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0,000005961 \\ 0,000001887 \\ 0,000009184 \\ -0,000006156 \end{bmatrix} \right\} = 8,0668241 \cdot 10^{-11}$$

Por lo tanto:

$$C = 8,0668241 \cdot 10^{-11} \cdot \begin{bmatrix} 2271,856541 & 2001,032608 \\ 2001,032608 & 11090,93834 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1,83 \cdot 10^{-7} & 1,61 \cdot 10^{-7} \\ 1,61 \cdot 10^{-7} & 8,95 \cdot 10^{-7} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{matrix} \sigma_x^2 = 1,83 \cdot 10^{-7}; & \sigma_x = 0,43 \text{ mm.} \\ \sigma_y^2 = 8,95 \cdot 10^{-7}; & \sigma_y = 0,95 \text{ mm.} \\ \sigma_{xy} = 1,61 \cdot 10^{-7} \end{matrix}$$

Con estos valores se puede determinar la elipse de error:

Los errores en las direcciones de los ejes serán $s_x = 0,43 \text{ mm.}$; $s_y = 0,95 \text{ mm.}$ La inclinación de los ejes locales vendrá definida por la expresión:

$$\operatorname{tg} 2\beta = \frac{2\sigma_{xy}}{(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)}$$

y el valor de los semiejes mayor y menor será:

$$a = \sqrt{K} \cdot \sqrt{\frac{(\sigma_x^2 + \sigma_y^2) + \sqrt{(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2 + 4(\sigma_{xy})^2}}{2}}$$

$$b = \sqrt{K} \cdot \sqrt{\frac{(\sigma_x^2 + \sigma_y^2) - \sqrt{(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2 + 4(\sigma_{xy})^2}}{2}}$$

$$\beta = -12^\circ,1674 = -13^\circ,5193$$

$$a = \sqrt{K} \cdot 0,96 \text{ mm.}$$

$$b = 0,38 \text{ mm.}$$

considerando los valores de K que corresponden a diferentes porcentajes de probabilidad de que el punto caiga dentro de la elipse de error, se obtiene:

K	Prob.	a (mm.)	b (mm.)
1	38%	0,96	0,38
4,6	90%	2,05	0,81
9,2	99%	2,91	1,15

4. Consideraciones finales

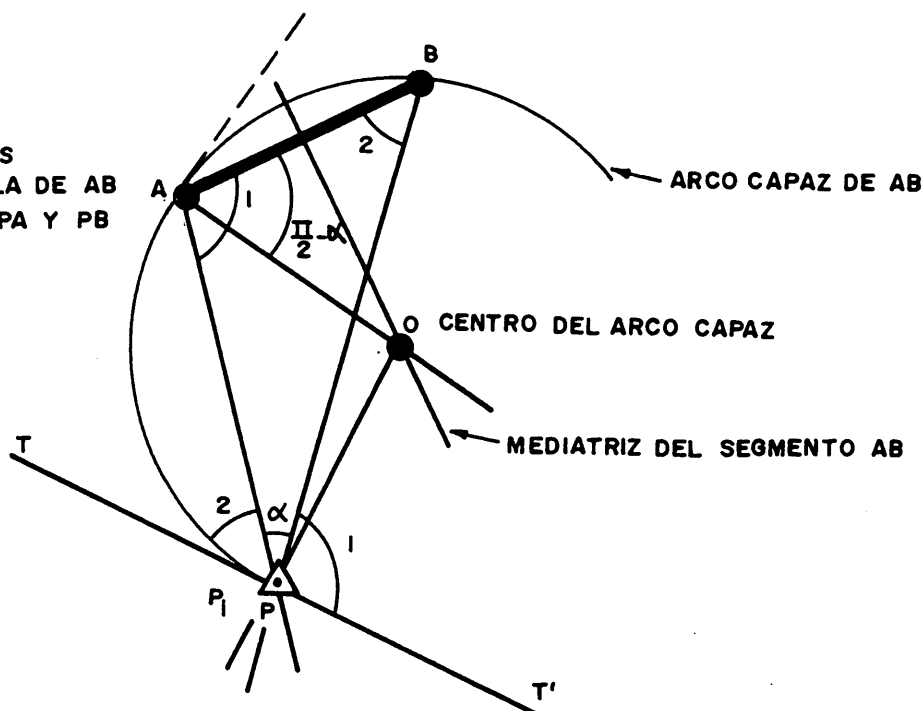
Aunque en la mayor parte de las observaciones no se detecta desplazamiento de los pilares (propio+posicional), es conveniente comprobar la estabilidad con el fin de garantizar los resultados.

Figura n° 11. propiedades del Arco Capáz.

Operando:

NOTA:

TANGENTE ES ANTIPARALELA DE AB RESPECTO A PA Y PB



Para ello se aprovechan las propiedades que se desprenden de la correcta aplicación de las propiedades geométricas implicadas. [Figura nº11].

Si hay ausencia de movimiento de los puntos de seguridad A y B, la observación desde Pi siempre será la misma (a), salvo la incertidumbre propia ligada a la tolerancia instrumental.

Si existe una variación angular $\Delta\alpha$ existirá un desplazamiento de Pi. Como queda patentizado, el lugar geométrico de la nueva posición de Pi (Pi') es la recta paralela a la anterior desplazada una cantidad, fácilmente evaluable:

$$L_i^{jk} = \frac{D_{Pi}^A \cdot D_{Pi}^B}{D_A^B} \cdot \Delta\alpha_i = F_i^{jk} \cdot \Delta\alpha_i$$

siendo F_i^{jk} la denominada distancia ficticia.

De esta forma, evaluando todos los desplazamientos de las tangentes se crea un espacio de probabilidad que adecuadamente tratado permite conocer la nueva posición del pilar. También se puede calcular de forma analítica.

Hasta el momento actual las mediciones en la Presa de la Cohilla se han realizado con un teodolito óptico convencional, tipo T-3 de WILD propiedad de la Empresa, no existiendo otra alternativa metodológica, a pesar de ser un instrumento de medidas angulares preciso y apropiado. El resultado final es configurar un sistema deformacional de las diferentes dianas, para otorgar el modelo de desplazamiento de una campaña con relación a la anterior. [Foto nº5].

El Departamento de Ingeniería Geográfica y Técnicas de Expresión Gráfica de la Universidad de Cantabria, posee una estación total TC-2.000 de WILD que tiene una sensibilidad del nivel de alidada de $20''/2 \text{ mm.}$ y 32 aumentos. La medición de ángulos se realiza con codificador absoluto y captación diametral, siendo la apreciación de 0,1cc, haciendo independiente la medición de la destreza del observador al realizar la lectura.

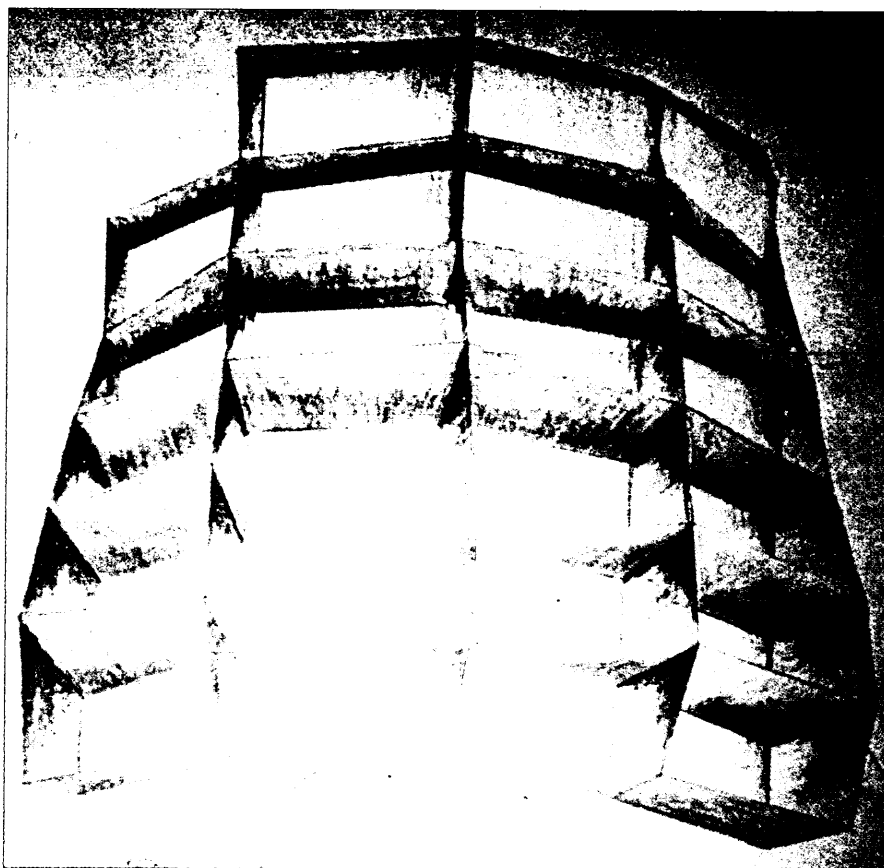


Foto nº 5. Perspectiva axonométrica de una determinación.

En el marco del Proyecto de Investigación: "Nueva metodología de auscultación geodésica de estructuras rígidas. Aplicación a la presa de La Cohilla (Cantabria)", que tiene la referencia PTR91-0031 y una vigencia hasta el 31 de Diciembre de 1.993, se han realizado contrastes para conocer las diferencias al emplear el mismo método con dos aparatos diferentes, que se utilizaron de forma simultánea. Los resultados han sido totalmente concordantes y puede ser afirmativa la respuesta de reciprocidad instrumental. También destacar de forma muy relevante la comodidad en la toma de información, ya que utilizando la libreta electrónica, se hace más rentable el proceso global de la captación de los datos necesarios.

El paso siguiente es contrastar la metodología alternativa a la expuesta: medir distancias con relativa precisión para, resolviendo las diferentes intersecciones (trilateraciones), obtener los desplazamientos. El método y los resultados se dejan para un próximo artículo en esta misma Revista. ■