

Cálculo de caudales en alcantarillas (parte segunda: la escorrentía) (*)

Por Ramón VAZQUEZ GARCIA

Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos
Sociedad General de Aguas de Barcelona, S.A.

En la primera parte de este artículo, publicada en el número anterior de esta revista, se realizaba una descripción general del fenómeno que constituye la solicitud de las redes de drenaje, tanto artificiales como naturales, que es la lluvia. En esta segunda parte se describe el proceso de transformación de lluvia en caudales, así como la forma de simularlo a efectos de cálculo de redes. El interés esencial de esta segunda parte es destacar la relevancia de este proceso de transformación, conocido como escorrentía, cuyo papel es fundamental en la comprensión del funcionamiento de los sistemas hidrológicos, tanto como para no poder resumirlo en muchos casos en un simple coeficiente de escorrentía.

2. ESCORRENTIA

Comenzamos este apartado por la definición de sistema hidrológico. Se escoge esta vía formal, dado que la profusión de métodos y técnicas existentes para la evaluación de la escorrentía recomienda que su descripción se haga en base a una estructura racional que permite delimitar campos de aplicación e idoneidad de procedimientos.

2.1 Sistemas hidrológicos

Un sistema hidrológico es una estructura o volumen en el espacio que está rodeada por una frontera, que acepta agua y otros inputs, y que opera internamente sobre éstos para producir unas salidas o outputs. La estructura o volumen en el espacio queda definida por la totalidad de los caminos posibles a través de los cuales el agua puede pasar, desde el punto de entrada en el sistema hasta el punto de salida. La frontera es una superficie continua definida en tres dimensiones, y encierra la estructura o volumen.

Prácticamente los procedimientos de desarrollo de ecuaciones y modelos son similares a los de la hidrodinámica, si bien con mayores márgenes de aproximación debido a la magnitud y complejidad de los sistemas hidrológicos. Además, debido

a que el principal input es la precipitación, los sistemas hidrológicos son inherentemente aleatorios, y es frecuente el uso de análisis estadístico.

El ciclo hidrológico puede ser tratado como un sistema cuyos componentes esenciales son la precipitación, la evaporación, la escorrentía y la propagación. Estos componentes pueden agruparse en subsistemas del ciclo global cuyo análisis permite, combinando los resultados de acuerdo a las interacciones entre subsistemas, analizar el sistema total.

En el cálculo de redes de alcantarillado, actividad enmarcada en la subdisciplina denominada hidrología urbana, se realiza una división en tres subsistemas básicos: el sistema de agua atmosférica que contiene los procesos de precipitación, evaporación, intercepción y transpiración; el sistema de escorrentía, que contiene los procesos de escorrentía superficial y escorrentía subterránea, con todos los subprocesos de almacenamiento, infiltración y recarga de acuíferos; y el sistema de propagación que es el conjunto de procesos que tienen lugar dentro del subsistema constituido por lo que se define como red de drenaje. Así como entre el primer y el segundo subsistema la frontera parece fácil de establecer, siendo la misma que existe entre lo que no es atmósfera y lo que si lo es, la frontera entre los siguientes subsistemas es de difícil definición. Un hidrólogo puede decir que la red de drenaje, para el estudio que él quiere realizar, es el conjunto de conducciones de diámetro superior a 600 mm. mientras

(*) Se admiten comentarios sobre el presente artículo que podrán remitirse a la Redacción de esta Revista hasta el 31 de julio de 1991.

que otro puede estimar que para su estudio es necesario considerar hasta las bajantes de los tejados como red de drenaje. Así vemos que hay planes de desarrollo de redes primarias y secundarias sin que sea posible acordar cual es el criterio de clasificación, y lo que es red secundaria para algunas ciudades es red primaria para otras. Un reto para la hidrología es la definición de una metodología científica para la elección de esta frontera, la cual se escoge según criterio ingenieril. Falta el desarrollo matemático que dé soporte a esta metodología, que en definitiva es un desarrollo matemático que tiene que ver con la definición de métricas y errores o el ajuste de escalas según el fenómeno que se quiera estudiar.

2.1.1 Conceptos básicos

El objetivo de un sistema hidrológico es estudiar la operación del sistema y predecir su output. Un modelo de un sistema hidrológico es una aproximación del sistema real, siendo sus inputs y outputs variables hidrológicas mensurables y la "estructura" una serie de ecuaciones que ligan los inputs a los outputs. Un elemento crucial en la estructura del modelo es el concepto de "transformación".

Si expresamos el input y el output como funciones del tiempo, $I(t)$ y $Q(t)$ respectivamente, el sistema opera una transformación del input en output representado por

$$Q(t) = \Omega I(t) \quad (2.1)$$

que se denomina ecuación de transformación del sistema. El símbolo Ω es una "función de transformación" entre el input y el output. Si esta relación puede expresarse por una relación algebraica, entonces Ω es un operador algebraico, y si la relación se establece en términos de ecuación diferencial, entonces Ω es un operador diferencial.

Avanzamos un ejemplo para mejorar la comprensión del concepto de Ω :

Una transformación muy empleada en hidrología es la correspondiente a lo que se denomina "depósito lineal". Un depósito lineal es aquel en el que su almacenamiento, S , es proporcional al caudal que libera o output Q , que se expresa así:

$$S = k Q \quad (2.2)$$

siendo k una constante con dimensiones de tiempo. Aplicando la ecuación de continuidad, la variación de almacenamiento a lo largo del tiempo, dS/dt , tiene que ser igual a la diferencia entre input y output:

$$dS/dt = I(t) - Q(t) \quad (2.3)$$

si eliminamos S entre las dos ecuaciones y reordenamos, tendremos,

$$k(dQ/dt) + Q(t) = I(t) \quad (2.4)$$

de forma que

$$\Omega = Q(t)/I(t) = 1/(1 + kD) \quad (2.5)$$

donde D es el operador diferencial d/dt . Si la ecuación de transformación ha sido determinada y puede ser resuelta, permite poner el output como función del input. Si k es una constante, la última ecuación describe un sistema lineal, siendo un sistema no lineal si k depende de I o de Q .

Si junto a la ecuación (2.3) de continuidad, consideramos una ecuación más general que relacione el almacenamiento en un instante con I y Q y sus variaciones a lo largo del tiempo

$$S = f(Q, DQ, D^2Q, D^3Q, D^4Q, \dots, I, DI, D^2I, D^3I, D^4I, \dots) \quad (2.6)$$

donde D^n significa d^n/dt^n

ambas ecuaciones pueden ser resueltas simultáneamente de modo que el output, Q , pueda expresarse en función del input, I . La formulación de un modelo hidrológico general reside por tanto en la resolución de las ecuaciones 2.3 y 2.6.

2.1.2 Teoría lineal

Si la función f de la ecuación 2.6 comporta una falta de linealidad, la resolución de las ecuaciones planteadas se complica bastante, de modo que una hipótesis frecuente en hidrología, que permite resultados prácticos bastante aceptables, es la de que " f " es una función lineal. Es la hipóte-

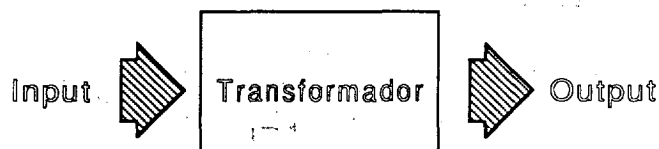


Figura 10: Concepto de transformación en un sistema

sis del depósito lineal que hemos introducido en el punto anterior, pero generalizada. La ecuación (2.6) se transforma en:

$$S = a_1 Q + a_2 DQ + a_3 D^2 Q + \dots + a_{n-1} D^{n-1} Q + b_1 I + b_2 DI + b_3 D^2 I + \dots + b_m D^{m-1} I \quad (2.7)$$

en la cual los coeficientes son constantes y las derivadas de orden superior al expresado son despreciadas. La constancia de los coeficientes hace también que el sistema sea invariante en el tiempo, de modo que la forma en que el sistema transforma el input no varía con el tiempo.

Diferenciando (2.7) y substituyendo en (2.3), reordenando términos tenemos que:

$$N(D)Q = M(D)I \quad (2.8)$$

donde $N(D)$ y $M(D)$ son los operadores diferenciales polinómicos:

$$N(D) = a_n D^n + a_{n-1} D^{n-1} + \dots + a_1 D + 1$$

$$M(D) = -b_m D^m - b_{m-1} D^{m-1} - \dots - b_1 D + 1$$

La función $M(D) / N(D)$ es la función de transferencia Ω , ya que describe la respuesta de outputs a una determinada secuencia de inputs. Puede comprobarse que el depósito lineal que atiende a la ecuación (2.4) expresada anteriormente, deriva de una función de almacenamiento en la que $a_1 = K$ y el resto de coeficientes nulos.

La solución de la ecuación (2.8) sigue dos principios básicos de acuerdo a los métodos de solución de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes: si una solución del sistema, $f_1(Q)$, se multiplica por una constante, la función resultante, $cf_1(Q)$, es también solución del sistema (principio de proporcionalidad); el segundo principio es que la suma de dos soluciones, $f_1(Q) + f_2(Q)$, es también solución de la ecuación (principio de superposición). La solución particular del sistema se deduce, por tanto, a partir de la función de entrada o input, $N(D)I$, y de las condiciones iniciales especificadas para las variables de salida o output en el instante inicial, $t=0$.

Estas asunciones básicas de la teoría lineal no coinciden obviamente con la intuición que tenemos del funcionamiento de un sistema hidrológico. Se nos ocurre rápidamente un contraejemplo, como puede ser el siguiente: la asunción de linealidad implica que a entrada doble, salida doble; sin embargo, si tomamos como input la precipitación suficiente estrictamente para satu-

rar el suelo, el output en términos de caudal superficial es nulo, ya que, agotada la capacidad de saturación del suelo, el agua comenzará a escurrir. Estas incongruencias se sortean mediante ajustes que permiten adaptar los resultados de la aproximación lineal a los resultados reales.

Puesto que la teoría lineal es ampliamente utilizada en hidrología, introduciremos un concepto que consideramos central en este artículo: la función de respuesta impulsional. Si un sistema recibe un input de cantidad unidad aplicado instantáneamente (impulso unitario) en el tiempo t , la respuesta del sistema en un instante posterior t está definida por la función de respuesta impulsional $u(t - \tau)$, siendo $(t - \tau)$ el tiempo transcurrido, o "lag time", desde que el impulso fue aplicado. La respuesta de un sistema lineal está unívocamente caracterizada por esta respuesta impulsional.

Si en un sistema hidrológico de superficie unitaria precipita una cantidad $I(\tau) d\tau$ durante un intervalo temporal $d\tau$, donde $I(\tau)$ es la intensidad de precipitación, el caudal generado por esta precipitación $t - \tau$ unidades de tiempo después es $I(\tau) u(t - \tau) d\tau$.

La respuesta a una función completa de input, $I(\tau)$ se puede encontrar por integración de las respuestas impulsionales:

$$Q(t) = \int_0^t I(\tau) u(t - \tau) d\tau \quad (2.9)$$

expresión conocida como integral de "convolución". Esta expresión es básica para la derivación de hidrogramas de salida de cuencas como veremos más adelante, y está presente en muchos métodos aunque no sea manifiesta su existencia. Habiendo aprehendido los conceptos básicos de la teoría de sistemas, estamos en disposición de pasar revista a los distintos métodos de estimación de la escorrentía.

2.2 Concepto de escorrentía

La escorrentía es el resultado de la suma de flujos superficiales y diferentes pérdidas que tienen lugar en el terreno. Se suelen distinguir las pérdidas iniciales, que se producen antes de que el flujo comience y las pérdidas continuas que persisten durante todo el suceso de precipitación. Hacemos a continuación una distinción de los distintos tipos de "pérdidas" que se dan en hidro-

logía urbana, empleando una aproximación grosera de la realidad. Habitualmente se suma el efecto de estas pérdidas con el fin de calcular finalmente el flujo que se puede movilizar en superficie, cuando en realidad no son aditivas por estar interrelacionadas. Posteriormente se deberían calcular los tiempos de tránsito de los excedentes de lluvia, que es aquella parte de la precipitación no perdida, hasta la salida de la cuenca o sistema hidrológico. Dividimos por tanto el proceso de escorrentía en dos funciones: la de producción y la de transporte, en el sentido de que la función de producción es la que "produce" un volumen de agua listo para escurrir, debido al agotamiento de las vías de pérdida del agua precipitada, y la de transporte la que hace detectar un caudal en un punto distinto al que ha producido la escorrentía.

2.2.1 Función de producción

Supongamos una cuenca de límites conocidos. La lluvia bruta que cae sobre la cuenca tendrá una distribución espacial y temporal que podemos definir mediante una función $i_b(t,x,y)$. Esta lluvia sufre un cierto número de pérdidas, $p(t,x,y)$, transformándose en lluvia neta $i_n(t,x,y)$, que puede considerarse como la señal local de lluvia disponible para el resto de procesos de escorrentía.

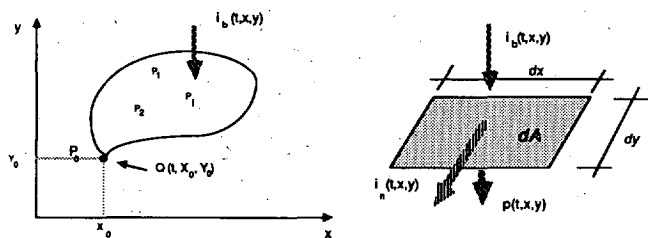


Figura 11: Esquema global y en detalle del proceso de escorrentía. $Q(t, x_0, y_0)$ (figura izquierda) es el resultado combinado de la función de producción (figura derecha) y la de transporte

La transformación de lluvia bruta en lluvia neta se rige por lo que se denomina función de producción. Veamos a continuación las componentes del término de pérdidas.

2.2.1.1 Pérdidas por evaporación

La evaporación tiene importancia en hidrología rural donde, junto a la evapotranspiración, representa el déficit de tributación de una cuenca con relación al agua precipitada. Sin embargo en hidrología urbana no tiene prácticamente importancia. La capacidad de evaporación de la atmósfera se cifra entre 1 y 3 mm de columna de agua por día en verano. Las tormentas que solicitan al máximo nuestras redes de alcantarillado no superan las dos horas, y durante ese tiempo el aire está tan saturado que la evaporación se reduce drásticamente, siendo los valores despreciables frente a la precipitación sobre el suelo, ya que se sitúan en la práctica alrededor de algunas décimas de milímetro.

2.2.1.2 Intercepción por la vegetación

Las cantidades de agua retenidas por la vegetación pueden ser importantes, tomando valores que pueden oscilar entre los 0.2 y los 1.5 mm de precipitación, y el efecto que juega la vegetación retardando el flujo en superficie puede incidir en la función de transporte, incidiendo por tanto doblemente en el proceso de escorrentía. No obstante, la urbanización intensiva de las ciudades permite que se pueda despreciar la influencia de la vegetación en hidrología urbana, ya que esta queda prácticamente relegada a escasos espacios verdes.

2.2.1.3 Infiltración

La infiltración es un fenómeno que sólo tiene lugar, como es lógico, en las superficies permeables. Está gobernada por las leyes de equilibrio entre tres medios: el suelo, el agua y el aire. Las ecuaciones son de difícil solución, excepción hecha de algunos casos particulares. Por ello es habitual el uso de fórmulas empíricas como la de Horton:

$$f = f_c + (f_0 - f_c) e^{-kt} \quad (2.10)$$

donde,

- f_0 es la capacidad de infiltración máxima al inicio de la precipitación
- f_c el límite asintótico hacia el que decrece f_0 a lo largo de la lluvia
- k es una constante positiva

Esta fórmula da una buena aproximación de las curvas de infiltración para suelos parcialmente saturados, comportándose peor en el caso de suelos secos o suelos desnudos de vegetación.

En general la curva de infiltración teórica es superior a la intensidad de la precipitación al inicio de la lluvia, siendo luego inferior. Es por ello que se la suele desplazar en el tiempo a efectos de que el flujo superficial no comience hasta que la masa de agua infiltrada equivalga a la masa de agua precipitada.

Los valores de los parámetros son de difícil estimación: para f_c se pueden tomar valores del orden de 15 mm/hr para terrenos de tránsito, 3 mm/hr para suelos arcillosos y 25 mm/hr para suelos arenosos, siendo f_0 un valor que depende mucho del valor de humedad inicial, de la cobertura vegetal, e incluso de la dimensión de las gotas de lluvia o la temperatura del suelo. En USA se suele tomar para zonas con césped $f_0=76$ mm/hr, y $f_c=16$ mm/hr (7.6 mm/hr si hay condiciones antecedentes húmedas), tomando para k un valor de 0.083 min^{-1} .

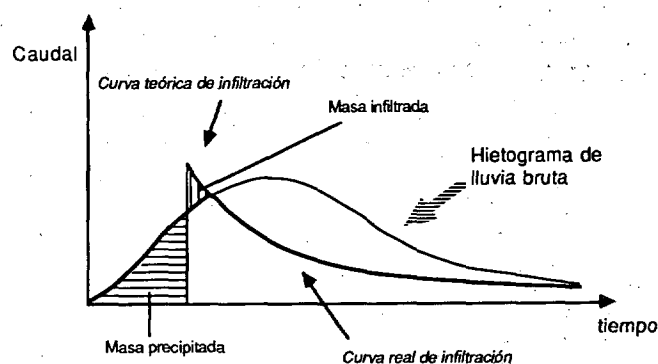


Figura 12: Diagrama del subproceso de infiltración

2.2.1.4 Almacenamiento superficial

El almacenamiento superficial consiste en una retención permanente del agua en las depresiones del suelo. Estas pérdidas se suelen estimar en base a la experiencia y se definen usualmente en términos de altura de agua por unidad de superficie. Los investigadores las cifran en 6.5 mm para terrenos permeables y 1.5 mm para terrenos impermeables. Desbordes, apoyándose en un estudio del Laboratoire Central des Ponts et Chaussées francés, recomienda no tenerlas en

cuenta cuando la pendiente del terreno sobrepasa el 2%, dando valores entre 3 y 15 mm para superficies permeables y entre 0.2 y 3 mm para superficies impermeables. Puede emplearse la siguiente fórmula práctica:

$$r_s = a + b(3-j) \quad \text{si } j < 3\% \quad r_s = a \quad \text{si } j > 3\% \quad (2.11)$$

donde,

r_s = retención superficial

j = pendiente del terreno en tanto por ciento

a = 2 mm para terrenos permeables y 0.5 mm para impermeables

b = 4 mm para terrenos permeables y 1 mm para impermeables

Teóricamente hay que hacer una distinción entre lo que estrictamente se denomina "retención", almacenamiento permanente que sólo desaparece por evaporación tras la tormenta, y "detención", que es un almacenamiento a corto plazo arrastrado de su lugar por el flujo superficial.

2.2.2 Función de transporte

Tal como hemos planteado al inicio del apartado 2.2; la función de transporte es la que permite que la lluvia neta sea trasladada a través de los caminos que constituyen el volumen o estructura del sistema hidrológico hasta el punto de salida o punto de tributación. De hecho el subsistema de propagación es un sistema en que la función exclusiva es la de transporte: de ahí que muchas de las teorías aplicadas para el subsistema de escorrentía sirvan para el subsistema de propagación en algunos casos (teoría de la onda cinemática, por ejemplo, que se describe en la tercera parte).

En los sistemas urbanos fuertemente impermeabilizados, dado que las pérdidas son mucho más pequeñas en las superficies revestidas que en las naturales, el cálculo de los caudales punta viene determinado básicamente por la parte impermeable de la ciudad y no por la permeable, ya que la primera incide mayoritariamente en la función de producción y parcialmente en la de transporte, al presentar menor rugosidad ante el flujo superficial.

2.2.2.1 Tiempo de recorrido

El factor esencial en la función de transporte

es el tiempo que tarda la lluvia neta en causar efecto en la salida de una cuenca. El tiempo de transporte (también denominado de tránsito o de recorrido) decrece con el caudal transportado, pues aumenta la velocidad del flujo, de modo que esta función va variando a lo largo del proceso. Los diferentes tipos de recorrido de un sistema hidrológico forman un conjunto de elementos cuya cota superior se denomina "tiempo de concentración". Una forma tradicional de calcular los tiempos de recorrido es analizando la velocidad de una partícula a través de su camino de llegada a la salida de la cuenca. No obstante, el efecto hidráulico se deja sentir, no por la presencia física de las partículas, sino por el movimiento de una onda que la teoría cinemática nos dice que viaja más rápidamente que las partículas (5/3 más rápido si el flujo es turbulento y 3 veces más si es laminar). Siendo así, los tiempos de concentración calculados mediante la estimación de la velocidad de las partículas (aplicando Manning, por ejemplo), son superiores a los reales, los cuales son entre un 60 y un 33% de los teóricos (turbulento y laminar respectivamente). El método racional, que expondremos en los puntos siguientes, toma el tiempo de concentración usualmente a partir de la velocidad del flujo en superficie: ello implica que no es conservador en cuanto que considerará lluvias excesivamente largas, y por tanto de menor intensidad promediada.

2.2.2.2 Doble convolución

Podemos considerar que cada elemento infinitesimal de superficie produce un output $q(t,x,y)$, de acuerdo a la ecuación (2.4), siendo el input la lluvia neta.

$$\delta s(t,x,y)/\delta t = i_n(t,x,y) - q(t,x,y) \quad (2.12)$$

$$s(t,x,y) = k(x,y) \cdot q(t,x,y) \quad (2.13)$$

donde,

$s(t,x,y)$ = almacenamiento sobre un diferencial de área $dx \cdot dy$

$i_n(t,x,y)$ = intensidad en el instante t sobre un diferencial de superficie

$k(x,y)$ = parámetro local de transformación de lluvia neta en caudal elemental

$q(t,x,y)$ = caudal elemental producido por el diferencial de área $dx \cdot dy$

La solución de (2.12) y (2.13) conduce a la expresión general:

$$q(t,x,y) = q(0,x,y) e^{-(t/k)} + 1/k \int_0^t i_n(u,x,y) e^{-(t-u)/k} du \quad (2.14)$$

que incluye la integral de Duhamel o función de convolución citada anteriormente, siendo la respuesta impulsional una función exponencial decreciente.

Donde surge el gran problema, aunque se emplea la aproximación de teoría lineal como estamos haciendo, es modelar el efecto de tránsito hasta la salida de la cuenca de $q(t,x,y)$. Podemos entrar en la hipótesis de que un caudal elemental unitario e instantáneo producirá en la salida de la cuenca una respuesta $w(\theta-t)$, siendo $(\theta-t)$ el tiempo transcurrido desde que el impulso fue aplicado.

Ello nos lleva a la expresión del output producido por $q(t,x,y)$ en el punto (x_0,y_0) que es el punto de salida de la cuenca:

$$q(\theta,x_0,y_0) = \int_0^\theta \{ q(0,x,y) e^{-t/k} + 1/k \int_0^t i_n(u,x,y) e^{-(t-u)/k} du \} w(\theta-t,x,y) dt \quad (2.15)$$

expresión que podemos bautizar como "doble convolución", donde w es la respuesta impulsional que comprende el efecto de retraso y de amortiguamiento ocasionado por el proceso de transporte.

2.2.2.3 Simplificaciones de la función de transporte.

Habitualmente, en la hidrología tradicional, se considera que $w(\theta-t) = \delta(\theta-t)$, es decir, que w es una delta de Dirac, de modo que la respuesta es instantánea en la salida: dicho de otro modo: no hay función de transporte.

Otra asunción típica es que la lluvia es homogénea sobre toda la cuenca y que la constante k es la misma para todas las superficies elementales, con lo cual la expresión final del caudal de salida de una cuenca según la teoría de depósito lineal es:

$$Q(t,x_0,y_0) = \int_A q(t,x_0,y_0) = A/k \int_0^t i_n(\tau,A) e^{-(t-\tau)/k} d\tau + Q(0,x_0,y_0) e^{-t/k} \quad (2.16)$$

donde,

A = superficie de la cuenca

k = constante media de respuesta

$i_n(t, A)$ = lluvia promedio sobre la cuenca en el instante t

Reconocemos en (2.16) el hidrograma unitario instantáneo (o respuesta impulsional)

$$u(t) = 1/k e^{-t/k} \quad (2.17)$$

cuya forma podemos ver en la figura 13.

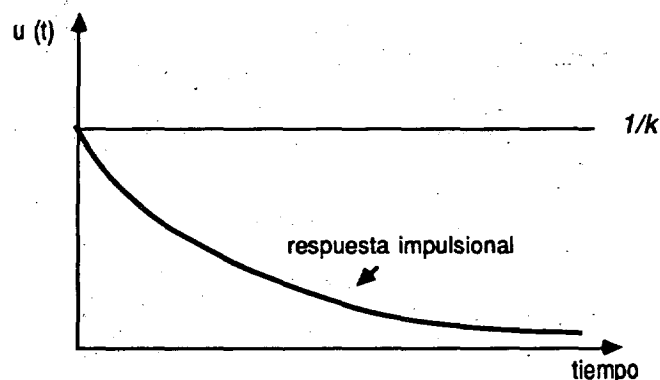


Figura 13: Hidrograma unitario instantáneo

Esta función, $u(t)$, tiende a cero cuando t crece. Como veremos en la teoría del hidrograma unitario, el tiempo de concentración de una cuenca es igual al tiempo de base del hidrograma unitario, de modo que en esta simplificación desarrollada el tiempo de concentración sería infinito. Como se ve, hay que ser extremadamente cuidadoso al interpretar el significado de los valores empleados en la modelación hidrológica, pues en algunos casos están desprovistos de relación con la realidad física, siendo estrictamente entes abstractos de ayuda al cálculo.

El valor de k promediado para toda la cuenca equivale a la distancia entre los centros de gravedad del hietograma neto y el hidrograma de salida.

De una forma indirecta, completamente conceptual, nos encontramos con un parámetro que nos indica el tiempo de respuesta de una cuenca y por tanto sirve como caracterizador de la función de transporte. Esta simplificación, resumida en la ecuación (2.16), de amplio uso en hidrología urbana, y conocida como modelo conceptual de depósito lineal para el cálculo de escorrentía, no será válida en tanto que la función de transporte implique efectos de traslación importantes, que es el caso de cuencas muy alargadas, ocupación heterogénea de suelos y cuencas rurales. En

zonas muy impermeabilizadas esta simplificación es aceptable, y éste es el caso de nuestras ciudades.

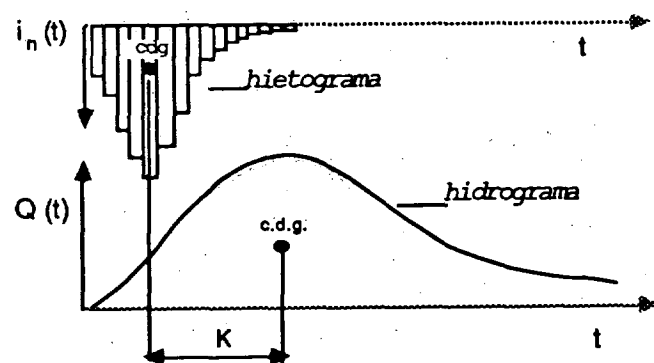


Figura 14: La constante de respuesta k , o lag time, puede definirse como la distancia temporal entre los centros de gravedad de la señal de entrada y la señal de salida

2.3 Modelación

Hasta ahora hemos definido un sistema hidrológico y el subsistema de escorrentía. La señal de entrada en este último es la lluvia y la función de transformación la hemos resumido mediante una serie de simplificaciones a la ecuación (2.16). Obviamente se podía haber encontrado otra expresión de la función de transformación asumiendo otras hipótesis, pero consideramos que la realizada es la de uso más común y de más fácil comprensión para poder luego establecer analogías con metodologías más complejas.

Ingenierilmente se ha venido dando solución al cálculo de la escorrentía mediante métodos menos rigurosos y más expeditivos desde hace más de un siglo. Los modelos de escorrentía sirven para suministrar un caudal de diseño en forma de valor punta, o bien un hidrograma que sirva, tanto de entrada para el siguiente subsistema, el de propagación, como para elegir su valor punta para el diseño.

Puede considerarse que existen dos aproximaciones para representar la escorrentía: la aproximación reduccionista que estudia en detalle las subtransformaciones sucesivas reconociendo los elementos constitutivos del sistema y sus interrelaciones, y la aproximación global que permite la medición del efecto global de todos los microfenómenos sin distinguirlos. Los modelos detallados exigen un conocimiento afinado de la com-

plejidad estructural de la cuenca, y derivan de la hidrodinámica; se conocen también como "modelos distribuidos".

2.3.1 Modelos globales

En los modelos globales, la cuenca vertiente se considera como un todo que realiza la transformación de un hietograma en hidrograma en la salida de la cuenca. De acuerdo a lo explicado anteriormente, en los modelos globales no se tiene en cuenta que existe subsistema de propagación, estando este proceso disfrazado en la simulación global de escorrentía. Los modelos globales se aplican a sistemas de los cuales nada más interesa su caudal de salida, como puede ser el caso de subcuencas integradas en cuencas mediante elementos de conexión o colectores. Estos elementos de conexión o red constituyen el subsistema de propagación, al cual hay que suministrar señales de entrada que son los hidrogramas salientes de las subcuencas.

Las cuencas simuladas mediante modelos globales suelen contener partes de red que no figuran explícitamente en la parametrización de la cuenca a efectos de modelación. Es por eso que con los modelos globales no es que solamente se simule la escorrentía, sino que la parametrización permite simular tanto la función de producción como la de transporte del subsistema escorrentía, y también el transporte en red o propagación.

Dividimos los modelos globales en dos grupos: el primero en el que, mediante el uso de fórmulas empíricas, se procede al cálculo de un caudal punta, y el segundo en el que mediante determinada metodología se termina disponiendo de un hidrograma.

2.3.1.1 Fórmulas empíricas

Mostramos diversos ejemplos de fórmulas empíricas denominadas métodos: el método racional, que tiene origen sajón, y el método de Caquot, de origen francés, así como otros métodos de uso común.

Método Racional

El ingeniero Mulvaney ideó este método en

1851, siendo Lloyd-Davies quien lo popularizó en Gran Bretaña en 1906. El fundamento del método es el siguiente: para cada cuenca vertiente existe un período, conocido como tiempo de concentración t_c , que es el tiempo requerido por una partícula de agua para llegar desde el punto más lejano de la cuenca hasta la salida de la misma (recuérdese el comentario hecho en el punto referente a la función de transporte). El caudal punta ocurre cuando toda la cuenca contribuye por completo a formar ese caudal, es decir, después de un período t_c desde que comenzó la lluvia, y es igual a la integración de la intensidad media de la lluvia neta durante ese período en toda la cuenca. La fórmula es:

$$Q = CiA \quad (2.18)$$

donde C es el coeficiente de escorrentía, A el área e i la intensidad bruta media de precipitación. Esta intensidad media de precipitación se deriva de las curvas IDF, entrando como abscisa la duración t_c . La asunción implícita en el método racional es que el caudal punta que puede salir de una cuenca es proporcional al volumen total precipitado durante el tiempo de concentración, y esto es erróneo. Otra suposición es que sobre la precipitación es una lluvia bloque de duración igual al tiempo de concentración.

La instrucción técnica francesa para el cálculo de redes de alcantarillado de 1949 estableció los siguientes valores para el coeficiente de escorrentía C:

Zonas muy densamente habitadas	0.9
Zonas densamente habitadas	de 0.6 a 0.7
Zonas menos densas	de 0.4 a 0.5
Zonas residenciales	de 0.2 a 0.3

SOGREAH propone en Francia el uso de la fórmula siguiente para las cuencas urbanas francesas:

$$C = 0.10 + 0.65 \text{ IMP} + 0.015 j \quad (2.19)$$

donde IMP es el porcentaje (en tanto por uno) de área considerable como totalmente impermeable y j la pendiente media de la cuenca; la fórmula es válida para $\text{IMP} > 0.08$ y pendientes comprendidas entre el 5 por mil y el 6 por ciento.

Existen también multitud de fórmulas para estimar el tiempo de concentración. Suele descomponerse en dos sumandos:

$$t_c = t_s + t_r \quad (2.20)$$

donde t_s es el tiempo de escorrentía y t_r el tiempo de recorrido ya en canalización. Este último se estima tradicionalmente por la fórmula de Manning y el de escorrentía mediante fórmulas empíricas como puede ser la de Terstreip:

$$t_s = 1.92 L^{0.32} i^{-0.64} j^{-0.45} \quad (2.21)$$

donde L es la longitud en metros, i la intensidad media en mm/hr y j la pendiente media.

Métodos Volumétricos

Estos métodos, entre los que destacan el de Palladini-Fantoli, el de Supino y los denominados en general métodos italianos, provienen de la primera mitad de este siglo.

La asunción básica es la misma que la del modelo de depósito lineal. La formulación consiste en adjudicar una capacidad de almacenamiento a la red de alcantarillado, s , la cual es proporcional linealmente al caudal circulante Q (ver ecuación 2.2). Se aplica la ecuación de continuidad (2.3), llegando a la ecuación que liga el caudal de entrada en la red de alcantarillado, I , con el caudal que por ella circula (ec. 2.4). Se despeja de esa ecuación el tiempo, y se obtiene la expresión:

$$t = k \ln ((V_r/k - I)/(V_i/k - I)) \quad (2.22)$$

la cual proporciona el tiempo transcurrido desde el momento que el volumen que ocupa la red V_i hasta el momento en que es V_r . El valor de I es, en definitiva, el volumen de agua precipitado en promedio por unidad de tiempo sobre toda la superficie drenada y escurrida. Las distintas variantes citadas al inicio de este apartado responden a diferentes matizaciones y mejoras en la aplicación de esta formulación, que en esencia se puede definir del siguiente modo: supongamos que en el instante inicial el volumen de agua presente en la red es nulo, es decir, $V_i = 0$, lo cual lleva a

$$t = k \ln (1 - V_r/kI) \quad (2.23)$$

A partir de esta ecuación sabremos el tiempo que tarda en acumularse un volumen V_r en la red. Si V_r es la capacidad máxima de almacenamiento de la red calculable a partir de la sección y longitud de los colectores, sabremos el tiempo que una intensidad de precipitación determinada, supuesta constante, tarda en llenar la red, sin más que traducir esa intensidad en el valor I , que

es un caudal aportado, y entrar con él en 2.23. Si el tiempo resultante de llenado es inferior a la duración de la lluvia que produjo la intensidad media considerada, quiere decir que habrá desbordamiento. Se tantean nuevos V_r aumentando diámetros de colectores y repitiendo el proceso.

Estos métodos se siguen utilizando en Italia con múltiples variantes y con el apoyo de múltiples tablas sobre coeficientes correctores y coeficientes de ajuste a las experiencias contrastadas.

Método de Caquot

El método de Caquot deriva directamente del método racional y es el que se propone en la "Instrucción technique relative aux réseaux d'assainissement des agglomérations" (1977), que es la normativa existente en Francia para el diseño de redes de alcantarillado, si bien se limita su aplicación a cuencas no mayores de 200 Ha.

En el método racional se calcula t_r según la fórmula de Manning, en tanto que en los métodos de la escuela italiana este tiempo se deduce a partir del volumen almacenado en red.

Los métodos italianos son tediosos, pues obligan a un cálculo iterativo para el dimensionamiento de una red.

Caquot propuso un modelo que no necesitase de cálculos iterativos pero que sí tuviese en cuenta el efecto de almacenamiento en red, cosa que no contempla el método racional y derivados, construyendo una formulación a medio camino entre ambos. Llega a la siguiente expresión:

$$Q_p(T) = k (T)^j u^{(T)} c^{(T)} A^{w(T)} \quad (2.24)$$

donde:

j : pendiente del mayor recorrido del agua

c : porcentaje de impermeabilidad

A : superficie

k, u, v, w : coeficientes

T : período de retorno

El valor de estos coeficientes está tabulado en la instrucción citada anteriormente para todo el territorio francés. Como se puede observar, no es necesario entrar el valor de intensidad de lluvia pues, una vez definidos el período de retorno, la pendiente, la impermeabilidad y la superficie, así como la ubicación geográfica, la fórmula ya proporciona automáticamente el caudal punta previsible. Existe un factor de atenuación espacial (el

exponente de A) para recoger el efecto de distribución espacial de la lluvia.

Los límites que dicta la instrucción francesa para la aplicación de este modelo son los siguientes:

- Superficies totales inferiores a 200 Ha.
- Cuencas preferentemente homogéneas
- Impermeabilidad superior a 0.2
- Razón de alargamiento $E \geq 0,8$ (relación entre longitud y anchura)
- Pendiente entre 0,2% y 5%

2.3.1.2 Métodos de generación de hidrogramas

La alternativa a la aplicación de fórmulas empíricas es el uso de métodos que permiten la generación de hidrogramas, es decir, la descripción de la evolución del caudal a lo largo del tiempo. Se resumen aquí tres modos básicos de hacerlo que son el método de isocronas, el del hidrograma unitario y los modelos de depósito.

Isocronas

La base de este método consiste en la división de la cuenca en subcuencas según las líneas isocronas y en aplicar el concepto básico del método racional. Una línea isocrona es el lugar geométrico de los puntos de una cuenca cuyo tiempo de tránsito hasta la salida o punto de tributación es el mismo. Es el conjunto de los puntos que presentan igual tiempo de escorrentía más recorrido, por emplear la terminología del método racional.

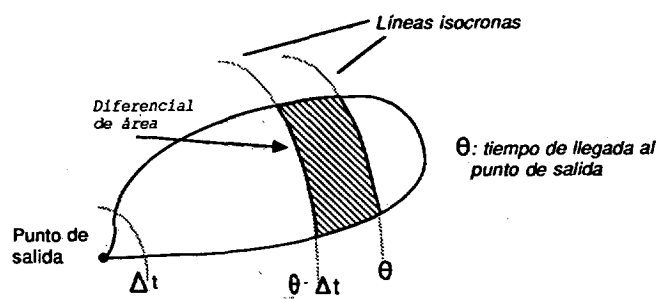


Figura 15: Esquema de aplicación del método de las isocronas, dividiendo una cuenca en subcuencas de distinto tiempo de concentración

El tiempo de concentración de una cuenca será el correspondiente a su isocrona máxima que, forzosamente, tiene que pasar por la frontera o contorno de la cuenca. Supuesta una lluvia bloque de duración igual al tiempo de concentración, y una división de esa lluvia en intervalos Δt , tendremos que el caudal que se presenta al final del intervalo es como máximo el originado en aquella parte de la cuenca aguas abajo de la isocrona Δt . En el instante θ , el caudal corresponderá al escurrido desde la isocrona θ aguas abajo pues al agua precipitada aguas arriba de la isocrona θ no le ha dado tiempo de llegar a la salida. El caudal, por tanto, va aumentando hasta que θ equivale al tiempo de concentración.

Siendo $A\theta$ el área existente entre las isocronas θ y $(\theta + \Delta t)$, esta superficie aporta un caudal:

$$q\theta = c\theta \text{ i } A\theta \quad (2.25)$$

Siendo $c\theta$ el coeficiente de escorrentía de $A\theta$ e i la intensidad de la lluvia bloque de duración igual a la isocrona máxima. En el instante θ después del inicio de la lluvia, el caudal presente en la salida de la cuenca será el siguiente sumatorio:

$$Q\theta = \sum q\theta \quad (2.26)$$

Remenieras matematizó esta relación, haciendo tender Δt a cero, siendo por tanto las áreas interisocronas elementos diferenciales ($dA(\theta)$) y permitiendo a la lluvia una variación a lo largo del tiempo ($i(\tau)$). La fórmula 2.26 adopta la forma integral siguiente:

$$Q_t = \int_0^t c(\theta) dA(\theta) i(t-\theta) \quad (2.27)$$

lo cual significa que el diferencial de cuenca $dA(\theta)$ aportará en la salida el caudal en el instante t correspondiente a la lluvia que cayó sobre ella en el instante $(t-\theta)$, pues θ es el tiempo que le lleva el llegar al punto de tributación.

Puede establecerse una función que exprese la evolución del área en función del aumento de isocrona. Esta curva se denomina "área-tiempo", y permite expresar la ecuación 2.27 de la siguiente forma:

$$Q_t = \int_0^t c(\theta) f'(\theta) i(t-\theta) d\theta \quad (2.28)$$

siendo que:

$$f'(\theta) = dA(\theta)/d(\theta) \quad (2.29)$$

Podemos, por tanto, a partir de un hietograma, $i(t)$, y de la curva área tiempo, definir un hidrograma continuo $Q(t)$.

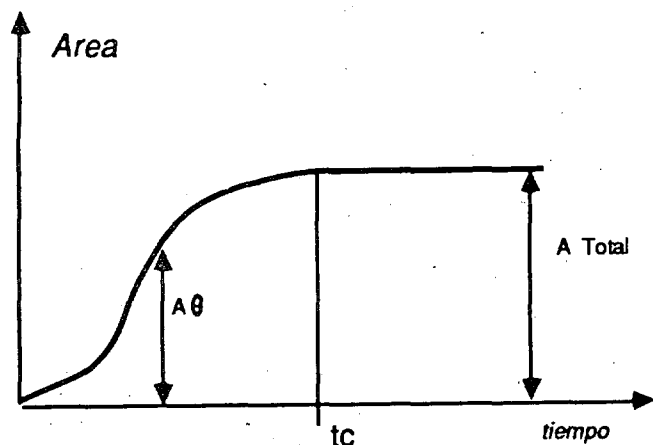


Figura 16: Curva área tiempo derivable del método de las isocronas

Hidrograma unitario

Sherman propuso en 1932 el sistema del hidrograma unitario como forma práctica de analizar el funcionamiento de las cuencas. El hidrograma unitario es la función de respuesta de un sistema hidrológico lineal a una entrada unitaria de tipo impulsional (ver 2.1.2). Siguiendo el proceso de convolución explicado anteriormente, seremos capaces de determinar el hidrograma de salida de una cuenca una vez definido este hidrograma unitario, el cual se considera único para cada cuenca e invariable en el tiempo. Es la función que caracteriza unívocamente la transformación que opera una cuenca sobre una señal de entrada que es la lluvia. La respuesta a la señal de escalón unidad (step response function), que significaría una lluvia bloque de duración infinita, se denomina hidrológicamente "hidrograma S". La teoría del hidrograma unitario no propone otra cosa que convolucionar la lluvia con el hidrograma $u(\tau)$, tal como se expresó anteriormente mediante la ecuación:

$$Q(t) = \int_0^t I(\tau) u(t-\tau) d\tau \quad (2.29)$$

y habida cuenta que la operación de convolución es simétrica.

$$Q(t) = \int_0^t u(\tau) I(t-\tau) d\tau \quad (2.30)$$

veremos la similitud de las fórmulas 2.28 del apartado anterior dedicado a las isocronas y 2.30, habida cuenta de que $\tau = \theta$ pues no son más que variables de integración y que $I(t-\tau)$ es la lluvia neta, es decir, que:

$$c(\theta) i(t-\theta) = I(t-\tau) \quad (2.31)$$

Ello significa que el hidrograma unitario no es más que la derivada de la curva área-tiempo, y que la curva área-tiempo no es otra cosa que el hidrograma S.

Hemos transitado, pues, del concepto del método racional al de las curvas isocronas y hemos visto la coincidencia de este último con la teoría del hidrograma unitario, que no es más que la particularización hidrológica de los principios generales de la teoría de sistemas, explicada en 2.1.2.

Métodos de depósito

Si consideramos las cuencas tributarias como sistemas complejos que realizan transferencias de flujo, estos sistemas son abiertos, pues intercambian "información" con el exterior.

Los sistemas abiertos son como depósitos que se llenan y se vacían. Esta concepción de las cuencas como sistemas abiertos en términos sistémicos facilita la imagen del proceso de escorrentía mediante el paradigma de un operador característico que vincula una señal de entrada (lluvia) con una señal de salida (caudal tributado en un punto).

Las diferentes partes del suelo se comportan como depósitos de agua que se llenan y vacían dependiendo de las condiciones aguas arriba y/o aguas abajo y de la entrada actuante sobre ellos.

Supongamos que H es la altura almacenada de agua sobre el terreno (sea H_0 la mínima necesaria para que se inicie la escorrentía). Si vinculamos diferencialmente entradas y salidas en el sistema con una variable de estado que puede ser H , tendremos

$$dH(t)/dt = F(i(t,x,y), H(t),t) \quad (2.32)$$

$$Q_s(t) = G(H(t)) \quad (2.33)$$

donde:

$i(t,x,y)$: entrada espacialmente distribuida (lluvia)

$Q_s(t)$: caudal de salida

$H(t)$: variable de estado = altura de agua

La función G puede tomar distintas formas; así podemos tener

$G = kH$ sería una ley de salida por un orificio poroso

$G = kH^2$ ley de salida por orificio en régimen turbulento

$G = k(H-H_0)^{3/2}$ ley de alivio por encima de un umbral equivalente a H_0

Si tenemos en cuenta que el volumen almacenado es directamente proporcional a la altura almacenada, y suponemos una ley de salida de tipo capilar en orificio poroso, llegamos a que las ecuaciones 2.32 y 2.33 se transforman en un sistema que, finalmente, lleva de nuevo a la solución analítica:

$$Q_s(t) = 1/k \int_0^t e^{-(t-\tau)/k} i(\tau) d\tau \quad (2.34)$$

ecuación que vincula las señales de entrada y salida mediante una operación de convolución caracterizada por la constante k del depósito, y que se conoce como modelo de depósito lineal.

Si recordamos la ecuación 2.29, vemos que

$$u(t) = 1/k e^{-t/k} \quad (2.35)$$

lo cual nos revela la forma del hidrograma unitario del depósito lineal.

Este es uno de los modelos más simples y extendidos utilizados en hidrología urbana para simular el proceso de escorrentía, siendo atribuida su primera aplicación a Zoch (1934). Asumido el concepto de depósito lineal, la prác-

tica exige la definición del parámetro k en función de las características de las cuencas vertientes. Desbordes propone en Francia la siguiente fórmula:

$$k = 0.494.A^{-0.0076} IMP^{-0.512} j^{-0.401} L^{0.608} \quad (2.36)$$

donde:

- A: superficie en Ha
- IMP: impermeabilidad
- j: pendiente
- L: longitud media de recorrido en Km
- k: constante o "lag time" en minutos.

A partir del concepto de depósito lineal, cabe simular una cuenca mediante combinaciones en serie o en paralelo de varios depósitos.

Una de las combinaciones más habituales es la propuesta por Nash (1957) que consiste en el acoplamiento en serie de n depósitos. Supuesto que el primero de ellos recibe una entrada impulsional, conocemos su salida mediante la operación de convolución (ecuación 2.9). Si esa salida se convierte en entrada en el segundo depósito, y procedemos del mismo modo hasta el n -ésimo, encontramos la formulación siguiente para el hidrograma unitario:

$$u(t) = q_n(t) = (1/k\Gamma(n)) (t/k)^{n-1} e^{-t/k} \quad (2.37)$$

donde $\Gamma(n)$ es la función gamma, que en el caso de que n sea entero equivale al factorial de $(n-1)$.

Este modelo es especialmente apropiado para cuencas urbanas poco impermeabilizadas o bien netamente rurales; estas cuencas son de respuesta lenta, es decir, producen mucha amortiguación y retraso sobre la señal de entrada. Eso dicho en otros términos, no es más que la influencia del efecto de almacenamiento y de velocidades de

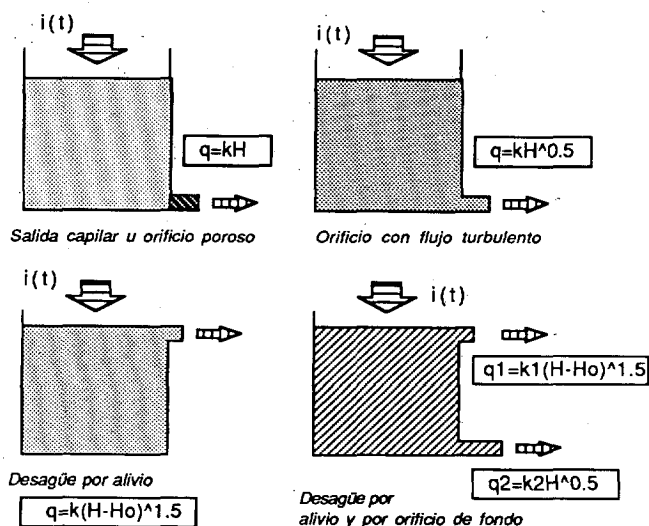


Figura 17: Distintos esquemas conceptuales de depósito

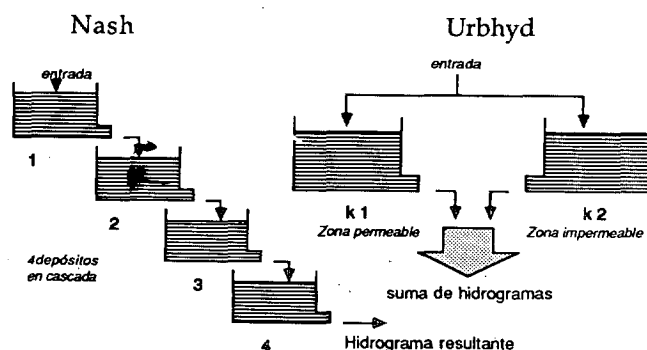


Figura 18: Depósitos en serie (Nash) y depósitos en paralelo

transporte inferiores, en los aspectos debidos a la macrorrugosidad de las cuencas. Este modelo de Nash viene a cubrir de algún modo el efecto de doble convolución que mencionábamos en apartados anteriores.

Otra combinación habitual es la de dos depósitos en paralelo, simulando la respuesta de la parte permeable y la parte impermeable de una cuenca urbana. Mediante un depósito de respuesta lenta (valor alto de k) y otro de respuesta rápida (valores bajos de k) se logra modelar la respuesta híbrida de una cuenca en la que puede coexistir, por ejemplo, una zona verde con una zona residencial semidensa respectivamente.

En las simulaciones de la red de Barcelona que sirvieron para desarrollar el Plan Especial de Alcantarillado (1988) se usó el modelo canadiense OTTHYMO, en el cual la modelación de escorrentía urbana se ejecuta mediante las rutinas NASHYD (depósitos en serie) y URBHYD (depósitos en paralelo). El valor de n adoptado en Nash fue de 4.75.

2.3.2 Modelos distribuidos

En los modelos distribuidos, en lugar de establecer una relación entre la entrada y la subida sin simular lo que sucede en el interior del sistema, se desciende al detalle de la hidronámica constitutiva del proceso.

Básicamente podemos decir que modelo distribuido es aquel en que la frontera entre proceso de escorrentía y proceso de propagación se pone bastante lejos del punto en el cual se calcula el hidrograma, obligando por tanto a una simulación de propagación, en tanto que en los globales el proceso de propagación no se estudia y su efecto se integra en la parametrización global. Desarrollamos el tema de propagación en la tercera parte de este artículo.

2.4 Conclusiones

A lo largo de esta segunda parte hemos realizado una revisión general del proceso de escorrentía y de las formas de modelarlo. Probablemente dos son las conclusiones básicas más provechosas: la primera es que la concepción de las cuencas tributarias como sistemas abiertos, cuya entrada es la lluvia y cuya salida es un caudal tributado, resulta especialmente fecunda si sobre ella se aplican los más elementales principios de la teoría general de sistemas. Con el hecho de admitir una aproximación lineal, la comprensión del funcionamiento de una cuenca puede venir potenciada enormemente dada la cantidad de desarrollos y aplicaciones de la teoría lineal de sistemas, que permiten fáciles analogías.

La segunda conclusión básica es que la sencilla fórmula de convolución que rige el comportamiento de un depósito lineal (ec. 2.9) es el esqueleto sobre el que han girado gran parte de las formulaciones prácticas de la escorrentía, desde el método racional (que puede entenderse como simplificación del método de las isocronas) hasta el modelo de cascada de Nash, aunque esas formulaciones se hayan realizado partiendo de hipótesis y estados de conocimiento hidrológico bien dispares.

El corolario a estas conclusiones es que parece conveniente aprehender bien los rudimentos de la teoría de sistemas, punto 2.1, para un buen entendimiento de los fenómenos hidrológicos y también porque ello significa una perfecta plataforma para aplicaciones avanzadas en la línea del control de procesos (telegestión de sistemas hidráulicos).

BIBLIOGRAFIA

La Bibliografía de las tres partes se ofrece al final de la tercera y última parte de este artículo dedicada a "La propagación".