

Reflexión y transmisión de ondas en diques verticales de escollera^(*)

Por MIGUEL A. LOSADA,
RAUL MEDINA
y IÑIGO J. LOSADA

E.T.S.I.C.C.P. de Santander. Universidad de Cantabria

En este artículo se presenta una solución lineal al problema de la transmisión y reflexión de ondas que inciden normal u oblicuamente sobre un dique vertical de escollera. En ella se considera que el dique está construido con una sola capa de material, no obstante su extensión a diques de más capas no es complicada. La misma teoría es aplicable al caso de otras obras de abrigo porosas, tales como grupos de pilotes o diques perforados. Las limitaciones de la solución provienen de su carácter lineal y de no tener en cuenta la rotura de la onda. Por ello su principal ámbito de aplicación está en el campo de las ondas largas y en el control de la agitación de dársenas y áreas interiores.

Las principales conclusiones de este artículo son que el coeficiente de reflexión tiene una gran dependencia del ángulo, Θ , de incidencia del oleaje sobre el dique, mientras que el coeficiente de transmisión, para $\Theta < 80^\circ$, apenas varía con dicho ángulo. Por el contrario este coeficiente muestra cambios importantes con la anchura del dique, b , mientras que el coeficiente de reflexión se mantiene prácticamente constante para $b/L > 0.25$, donde L es la longitud de onda.

INTRODUCCION

El problema de la transmisión de la energía del oleaje a través de un dique poroso ha sido estudiado desde hace mucho tiempo por diversos investigadores y siempre en teoría lineal. Son particularmente conocidas las soluciones debidas a Madsen, 1974 y Sollitt y Cross, 1972 y 1976. Además recientemente se han publicado otras soluciones para ondas largas, Madsen, 1983 y, para ondas cortas, Sulisz, 1985. En todas ellas se estudia solamente el caso de incidencia normal de la onda al dique. Losada y Dalrymple, 1989, han extendido esta solución al caso más general de incidencia oblicua de la onda sobre el dique.

En este artículo se presentan soluciones para el caso de ondas incidiendo normal y oblicuamente sobre un dique poroso vertical, con o sin núcleo impermeable, así como algunas aplicaciones. Al objeto de hacer la lectura más fluida, las ecuaciones que gobiernan el problema

se incluyen en el Apéndice I, mientras que las soluciones y su aplicación a algunos casos prácticos se presentan en los apartados siguientes.

DESCRIPCIÓN FÍSICA Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Cuando un tren de ondas propagándose por un fluido de fondo horizontal (región I, ver fig. 1) se encuentra una estructura porosa (región

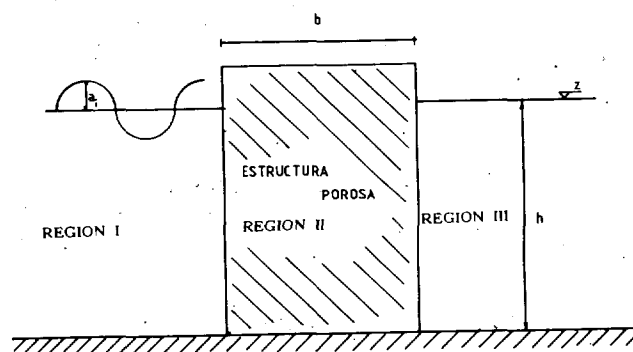


Fig. 1.—Definición del problema.

(*) Se admiten comentarios sobre el presente artículo que podrán remitirse a la Redacción de esta Revista hasta el 31 de mayo de 1990.

II) es parcialmente reflejado hacia el exterior y parcialmente transmitido a su interior. El movimiento de la onda en el interior de la estructura porosa va amortiguándose a medida que se produce la propagación a través de los poros o huecos.

Una vez que el tren transmitido alcanza la superficie de separación entre las regiones II y III, a sotavento del dique, se produce su reflexión, en este caso hacia el interior del medio poroso, y su transmisión o propagación hacia la región III. Esta onda transmitida es la que provoca la agitación tras el dique y puede ser origen de problemas en la zona protegida por la obra. La parte reflejada se propaga hacia el interior del medio poroso hasta alcanzar de nuevo la superficie de separación entre las regiones I y II. Allí la onda se transmite parcialmente hacia la región I mientras que la otra parte es reflejada de nuevo, en este caso hacia el interior del dique. De esta forma cada onda que alcanza el medio poroso es reflejada y transmitida, una y otra vez, en las superficies que limitan la estructura porosa con las dos regiones del medio fluido. Es claro que cada vez que la onda es reflejada y transmitida en una de las dos caras del dique la amplitud de estas ondas es menor que la amplitud de las ondas reflejada y transmitida en la cara anterior. De esta manera las ondas «internas al dique» van perdiendo amplitud.

La solución del problema se obtiene definiendo las ondas en cada una de las regiones en que se puede dividir el problema (fig. 1): región I, a barlovento del dique, donde la oscilación es debida a las ondas incidente y reflejada; región II, en el interior del medio poroso, en la cual la oscilación está originada por las ondas reflejadas y transmitidas sucesivamente en las dos caras del dique, es decir, la cara de barlovento y la de sotavento; y región III a sotavento del dique, donde la oscilación es provocada por la onda transmitida.

Una vez especificado el movimiento, es necesario compatibilizar la oscilación en el interior del dique con las oscilaciones en cada una de las caras exteriores. Para ello se igualan las velocidades y los niveles de la superficie del agua a ambos lados de cada cara del medio poroso. Estas son las «condiciones de acuerdo».

La resolución del sistema de ecuaciones, resultante de las condiciones de acuerdo en este trabajo, se ha realizado en el campo de las ondas planas despreciando los denominados modos evanescentes. Con ello se consigue una notable simplificación de su solución y consiguiente aplicación sin pérdida significativa de precisión.

Los modos evanescentes son oscilaciones que se establecen en las proximidades de cada cara del dique como consecuencia de la diferente variación, con la profundidad, de las oscilaciones exterior e interior al mismo. Afortunadamente estos modos se amortiguan rápidamente con la distancia al dique, de tal forma, que a menos de un cuarto de la longitud de onda su efecto es despreciable. Losada y Dalrymple, 1989, han resuelto el problema completo, es decir, incluyendo los modos evanescentes en la solución. El lector interesado puede dirigirse a ese trabajo para una comparación de las soluciones completa y de onda plana.

En el Apéndice I se recogen las ecuaciones que gobiernan el problema de la propagación de ondas planas por un medio poroso. Una vez introducidas las condiciones de contorno y realizadas las manipulaciones algebraicas necesarias, se ha resuelto el sistema de ecuaciones cuyas soluciones son los coeficientes de transmisión y reflexión utilizados para resolver las diversas aplicaciones prácticas presentadas en este trabajo.

En el apartado siguiente se presenta la estructura matemática de la solución que ha sido obtenida a partir de las ecuaciones recogidas en dicho apéndice.

ESTRUCTURA MATEMATICA DE LA SOLUCION

Considérese una estructura porosa de porosidad, ϵ , de anchura b , construida sobre un fondo impermeable horizontal o suavemente inclinado de profundidad h . Sobre ella incide con un ángulo, θ , con respecto a la normal al dique un tren de ondas caracterizado por una amplitud a_i y período T . La ecuación de la dispersión relaciona el período, la profundidad, h

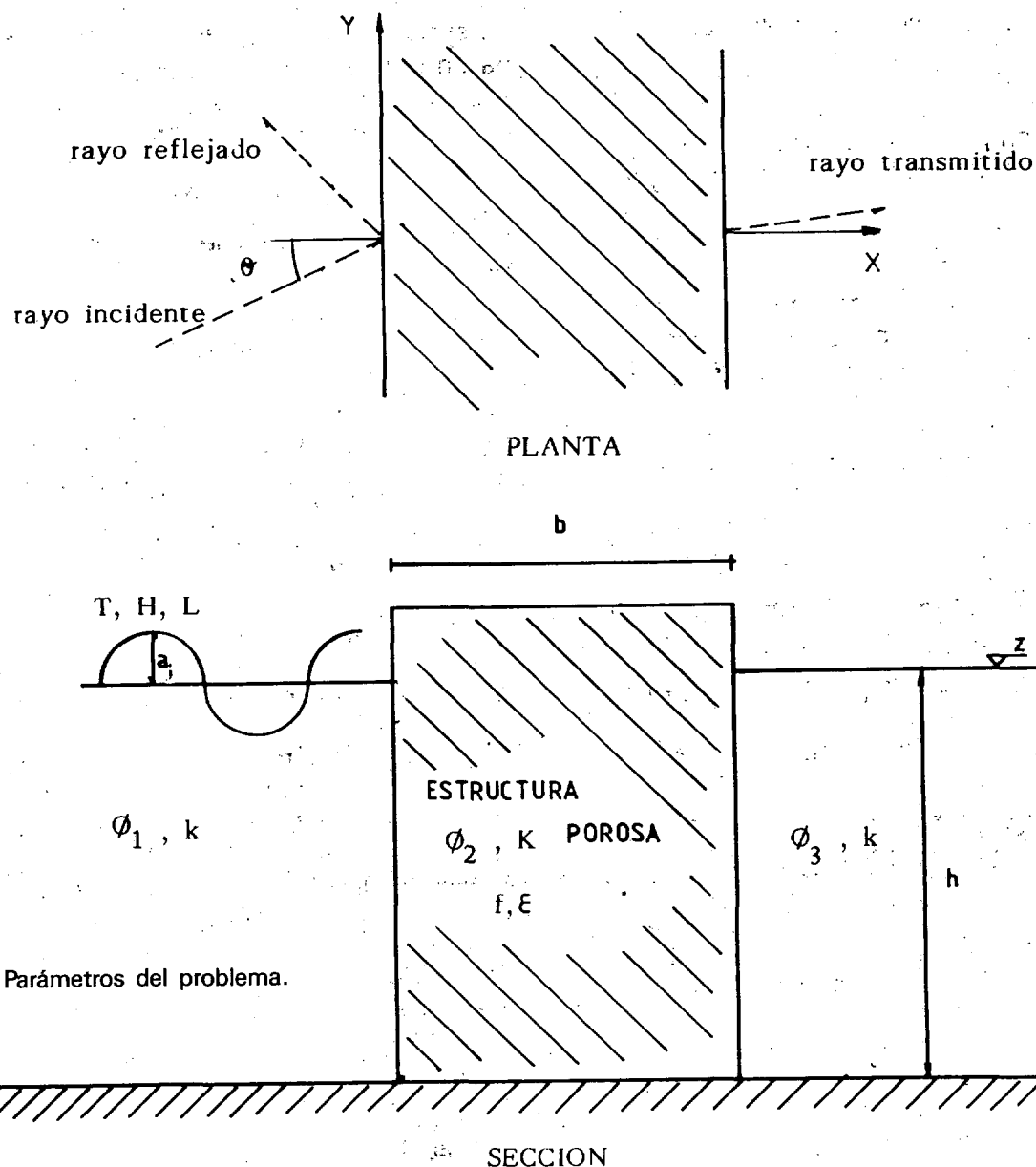


Fig. 2.—Parámetros del problema.

y la longitud de onda, L :

$$\sigma^2 = g k \tanh(kh) \quad [1]$$

donde,

$\sigma = 2\pi / T$, es la frecuencia angular

$k = 2\pi / L$, es el número de onda

Este vector, número de onda, k , tiene dos componentes, una según el eje x , k_x y otra según el eje, y , $\lambda = k_y$ definidas por:

$$\begin{aligned} k_x &= |k| \cos \theta \\ \lambda &= |k| \sin \theta \\ |k| &= (k_x^2 + \lambda^2)^{1/2} \end{aligned} \quad [2]$$

Por continuidad, λ , es igual en la tres regiones, lo que simplifica la expresión matemática de la solución.

La onda incidente se puede expresar mediante la siguiente ecuación,

$$n_1 = \text{Re} \left[a_1 \exp \left(-i \left(\sqrt{k^2 - \lambda^2} x + \lambda y - \sigma t \right) \right) \right] \quad [3]$$

donde se ha utilizado la notación compleja por su brevedad. Re indica parte real; consecuentemente, la interpretación de la ecuación solamente debe realizarse considerando su parte real. De aquí y en lo sucesivo se omitirá Re . El tiempo viene definido por la variable t .

La onda reflejada se representa por:

$$n_r = a_r \exp \left(-i \left(-\sqrt{k^2 - \lambda^2} x + \lambda y - \sigma t \right) \right) \quad [4]$$

donde a_r = amplitud de la onda reflejada. Se define el coeficiente de reflexión de la siguiente forma:

$$C_R = a_r / a_i \quad [5]$$

Entonces, la oscilación resultante de la acción simultánea de la onda incidente y reflejada en la región I, dado el carácter lineal del problema planteado, viene dada por:

$$n_i = a_i \left[\exp \left(-i \left(\sqrt{k^2 - \lambda^2} x + \lambda y - \sigma t \right) \right) + C_R \exp \left(-i \left(-\sqrt{k^2 - \lambda^2} x + \lambda y - \sigma t \right) \right) \right] \quad [6]$$

La oscilación a sotavento del dique se expresa por:

$$n_{III} = a_T \exp \left[-i \left(\sqrt{k^2 - \lambda^2} (x - b) + \lambda y - \sigma t \right) \right] \quad [7]$$

donde a_T representa la amplitud de la onda transmitida.

El coeficiente de transmisión, C_T , se define por:

$$C_T = a_T / a_i \quad [8]$$

Es de mencionar que puesto que se ha considerado el fondo horizontal la profundidad a sotavento del dique es la misma que a barlovento y por tanto la ecuación de la dispersión [1] proporciona el mismo valor de k . La única diferencia entre las ecuaciones [3] y [8] está en el término espacial de la fase. Para la onda transmitida es, $(x-b)$, puesto que la onda se propaga desde el trasdós del dique donde $x = b$, mientras que para la onda incidente es simplemente x .

La oscilación en el interior del dique poroso se puede expresar como la superficie lineal del tren transmitido en la cara frontal del dique y la onda reflejada en la cara posterior del mismo:

$$n_{II} = A \exp \left[-i \left(\sqrt{K^2 - \lambda^2} x + \lambda y - \sigma t \right) \right] + B \exp \left[-i \left(-\sqrt{K^2 - \lambda^2} (x - b) + \lambda y - \sigma t \right) \right] \quad [9]$$

Nótese, al igual que en la ecuación [7], que el término espacial de la onda reflejada contiene

el término $(x-b)$. Además el número de onda en la ecuación, definido por k , satisface la ecuación de la dispersión en el medio poroso que es, (ver Anejo I):

$$\sigma^2 (s - if) = g K \tanh (Kh) \quad [10]$$

donde, s , es un coeficiente inercial y f , el coeficiente de fricción o disipación en el medio poroso.

Esta ecuación, a diferencia de la anterior, tiene el número de onda, k , complejo. Es ésta una característica de todos los medios disipativos en los cuales la onda al propagarse reduce su amplitud. En consecuencia, al expresar la parte espacial de la fase de la onda con un número de onda complejo, se obtiene lo siguiente (por brevedad se omite la componente y):

$$K = K_r + i K_i \quad [11]$$

$$\exp (-i K x) = \exp (-i K_r x) \exp (K_i x)$$

Es decir, un término, K_r , parte real del número de onda y que es equivalente a k , número de onda en el agua, y otro término, que no es complejo y cuyo valor depende del signo y de la magnitud de la parte imaginaria, K_i , del número de onda. Puesto que este término afecta multiplicando a la amplitud, es claro que ésta, [1] decrece exponencialmente si K_i es negativo o [2] crece exponencialmente si K_i es positivo. Dado que el medio poroso es disipativo concluimos que K_i debe ser negativo.

Nótese, que por el procedimiento seguido en la resolución del problema, también los cuatro coeficientes, C_R , C_T , A y B son, al igual que K , complejos.

APLICACIONES

En el apartado siguiente se aplica la teoría anterior a diversos problemas habituales en la ingeniería portuaria. Se presentan, para diferentes tipologías, las ecuaciones de los coeficientes de reflexión, C_R y transmisión, C_T . Sustituyendo dichos valores en las ecuaciones (6) y (7) se obtiene la oscilación en las regiones I y III, barlovento y sotavento del dique respectivamente. La oscilación en el interior de la estruc-

tura porosa es función de los coeficientes A y B cuyas expresiones también se presentan. Sustituyendo estos valores en la ecuación (9) se obtiene la oscilación en el interior del dique.

Pared vertical con incidencia normal u oblicua

En el interior de algunas dársenas existe oleaje, bien procedente del exterior, bien generado en la propia dársena por el viento o por las embarcaciones. En algunas circunstancias es conveniente reducir esta oscilación mediante obras que ocupen poco espacio, por lo que no es aconsejable construir diques en talud. Sin embargo, tampoco es conveniente construir un dique vertical impermeable, por cuanto éste refleja toda la energía que le llega sin absorción alguna, provocando estados de agitación incompatibles con la funcionalidad de la dársena.

En otras ocasiones el espacio disponible para proteger un puerto es reducido. Si el oleaje incidente no es muy alto, aquel puede protegerse mediante un dique poroso vertical. Para diseñar el abrigo convenientemente, es necesario determinar la anchura del dique necesaria para garantizar una transmisión de energía inferior a un cierto valor admisible.

Estos diques verticales porosos, pueden construirse, bien de escollera, bloques cúbicos, tetrapodos u otras piezas artificiales, bien con pared perforada, o «dique Jarlan», bien con un grupo de pilotes. Todas estas tipologías trabajan de la forma descrita en el apartado anterior, reflejando, disipando y transmitiendo parcialmente la energía incidente.

Eligiendo convenientemente la orientación, anchura y porosidad del dique se definen la magnitud de la energía, reflejada, transmitida y disipada con esa obra de abrigo.

En consecuencia, conocidas las:

(1) Características del oleaje incidente: amplitud, a , período, T , y ángulo de incidencia del tren de ondas, θ .

(2) Características geométricas de la obra: anchura, b , porosidad, ϵ , y profundidad, h .

(3) Características hidráulicas del medio poroso: permeabilidad, p , y coeficiente de fricción, f , los coeficientes de reflexión, C_R y de trans-

misión, C_T de un dique vertical poroso y finito, son:

$$C_R = \frac{i(1 - m^2) \sin \sqrt{K^2 - \lambda^2} b}{2m \cos(\sqrt{K^2 - \lambda^2} b) + i(1 + m^2) \sin(\sqrt{K^2 - \lambda^2} b)} \quad [12]$$

$$C_T = \frac{2m}{2m \cos(\sqrt{K^2 - \lambda^2} b) + i(1 + m^2) \sin(\sqrt{K^2 - \lambda^2} b)}$$

donde,

$$m = \frac{\epsilon}{s - if} \frac{\sqrt{K^2 - \lambda^2}}{\sqrt{K^2 - \lambda^2}}$$

$$\lambda = k \sin \theta$$

Los coeficientes en el interior del medio poroso son:

$$A = \frac{C_T}{2 E_b (s - if)} \frac{\Gamma}{X} \left[1 + \frac{1}{m} \right]$$

$$B = \frac{C_T}{2 (s - if)} \frac{\Gamma}{X} \left[1 - \frac{1}{m} \right] \quad [13]$$

$$\Gamma = \frac{(i\sigma)^2}{2 K^2} \frac{1}{\sinh Kh} \left[\frac{\sinh sKh}{2K} + h \right]$$

$$X = \frac{(i\sigma)^2}{2 Kk} \frac{1}{\sinh kh \sinh K} \left[\frac{1}{k + K} \sinh(h(k + K)) + \frac{1}{k - K} \sinh(h(k - K)) \right]$$

$$E_b = \exp(-i \sqrt{K^2 - \lambda^2} b)$$

$$i = \sqrt{-1}$$

Finalmente la agitación a barlovento, región I y sotavento, región III, del dique se pueden calcular sustituyendo la ec. [12] en las ec. [6] y [7] y tomado la parte real, se obtiene

$$\eta_i = a_i [\cos(-\sqrt{K^2 - \lambda^2} x + \lambda y - \sigma t) +$$

$$C_{Rr} \cos(-\sqrt{k^2 - \lambda^2} x + \lambda y - \sigma t) +$$

$$C_{Ri} \sin (-\sqrt{k^2 - \lambda^2} x + \lambda y - \sigma t) \quad [14]$$

$$n_{III} = a_i [C_{Tr} \cos (\sqrt{k^2 - \lambda^2} (x - b) + \lambda y - \sigma t) + C_{Ti} \sin (\sqrt{k^2 - \lambda^2} (x - b) + \lambda y - \sigma t)]$$

Procediendo de manera análoga, es decir, sustituyendo la ec. [13] en la ec. [9], se obtiene:

$$\begin{aligned} n_{II} = & A_r \cos (\sqrt{K^2 - \lambda^2} x + \lambda y - \sigma t) + \\ & A_i \sin (\sqrt{K^2 - \lambda^2} x + \lambda y - \sigma t) + \\ & B_r \cos (-\sqrt{k^2 - \lambda^2} (x - b) + \lambda y - \sigma t) + \\ & B_i \sin (-\sqrt{k^2 - \lambda^2} (x - b) + \lambda y - \sigma t) \end{aligned}$$

donde,

$$A = A_r + A_i$$

$$B = B_r + B_i$$

Una vez obtenidos los distintos coeficientes es interesante conocer cual es el comportamiento de los mismos frente a la variación de algunos parámetros importantes del problema.

En primer lugar se ha estudiado la variación de C_R y C_T con el ángulo de incidencia. En la fig. 3 se ha representado $|C_R|$, módulo de C_R , frente a θ , para un dique dado. Se aprecia que para ángulos próximos a 70° el coeficiente de reflexión es mínimo, mientras que el de transmisión tiene un máximo.

La anchura, b , del dique es un factor impor-

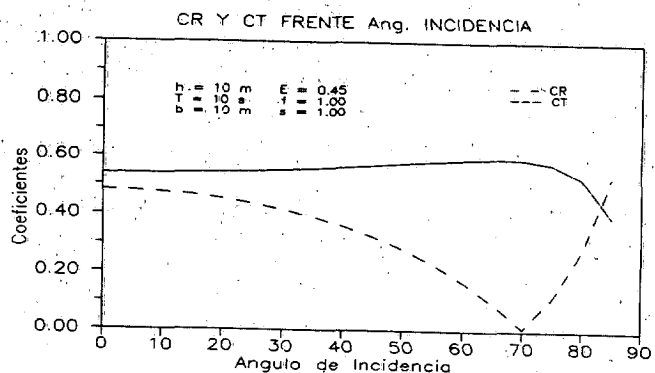


Fig. 3.—Variación de $|C_R|$ y $|C_T|$ con el ángulo, θ , de incidencia.

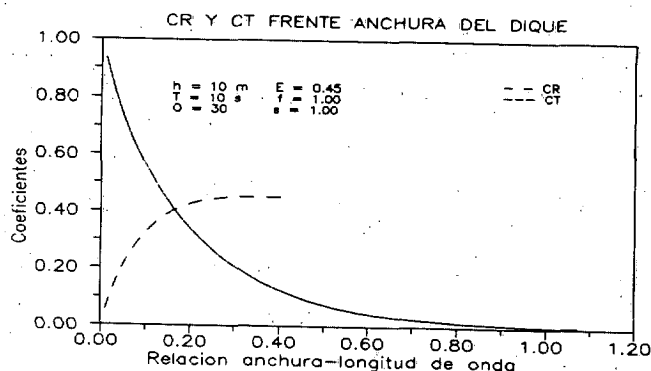


Fig. 4.—Variación de $|C_R|$ y $|C_T|$ con la anchura, b , del dique.

tante del diseño, por razones económicas y funcionales. En la fig. 4 se representan la variación de $|C_R|$ y $|C_T|$ con b . Para el caso estudiado se comprueba que para $b/L > 0.8$, la transmisión es prácticamente despreciable. Nótese que el resultado de la influencia del dique se proporciona en función del parámetro b/L , anchura relativa con relación a la longitud de onda. Para ondas de período largo, L grande b/L es pequeño aunque b sea muy grande, la transmisión es muy difícil de controlar. Extrapolando, se puede concluir que la onda de marea pasa a través de un dique poroso sin apenas reflexión, ni disipación.

En resumen, el ángulo de incidencia influye notablemente en el coeficiente de reflexión, mientras que el coeficiente de transmisión tiene una débil dependencia para $\theta < 80^\circ$. Por el contrario la variación del coeficiente de reflexión con la anchura, es pequeña, mientras que ésta influye significativamente en el coeficiente de transmisión.

Si el objetivo buscado es reducir la reflexión, se debe trabajar con la orientación del dique; si, por el contrario, el objetivo es la transmisión, será necesario actuar sobre la anchura del dique.

Dique de anchura finita limitado por pared impermeable

En algunas aplicaciones, particularmente en las dársenas, el dique perimetral tiene su parte interior impermeable, bien porque limita con el terreno natural, bien porque limita con otra dársena, etc. En estos casos las ecuaciones pro-

puestas en la sección anterior ya no son válidas puesto que ahora debe ser $C_T = 0$, ya que la energía que alcanza el final o el núcleo impermeable del dique es reflejada íntegramente y devuelta hacia el exterior del dique hasta alcanzar nuevamente la cara de barlovento por donde es transmitida de nuevo hacia la dársena. Es interesante conocer la anchura necesaria de dique para que la energía total reflejada por la obra, suma de la reflejada en la cara de sotavento y de la reflejada en la cara de barlovento, no sobrepase un cierto valor. La ecuación del coeficiente de reflexión para este caso viene dada por:

$$C_R = \frac{\cos(\sqrt{K^2 - \lambda^2} b) - i m \sin(\sqrt{K^2 - \lambda^2} b)}{\cos(\sqrt{K^2 - \lambda^2} b) + i m \sin(\sqrt{K^2 - \lambda^2} b)}$$

$$m = \frac{\epsilon}{(s - i f)} \frac{\sqrt{K^2 - \lambda^2}}{\sqrt{k^2 - \lambda^2}} \quad [15]$$

donde en este caso b representa la anchura de la parte permeable del dique. La agitación a barlovento del dique se calcula de manera análoga como se ha descrito en el caso anterior.

En la fig. 5 se representan la variación de $|C_R|$ con el ancho del dique, b , para este caso, conjuntamente con el caso de sección permeable. Nótese que el coeficiente de reflexión para el caso estudiado disminuye desde $|C_R| = 1$ ($b/L = 0$, dique impermeable) hasta alcanzar asintóticamente el coeficiente de reflexión de dique permeable. A la vista de este resultado, desde el punto de vista de diseño, no es necesario mantener la permeabilidad del dique más allá de $b/L = 0.25$.

El caso de ondas largas

Es conocido que las ondas al propagarse por profundidades decrecientes reducen su longitud y su celeridad, mientras que conservan el período. La ecuación que relaciona la profundidad, el período y la longitud de onda es la ecuación de la dispersión, (1). Esta ecuación puede simplificarse para el caso en que la profundidad relativa h/L sea o muy grande ($\geq 1/2$) o muy pequeña ($\leq 1/20$). En este último caso, se dice que la onda se encuentra en profundidades reducidas o que la onda es larga. La ventaja de esta aproximación es que la onda larga lineal deja de ser dispersiva, es decir, la velocidad o celeridad de propagación de la onda no depende del período. Todas las ondas se propagan a la misma celeridad y por tanto no se dispersan unas de otras durante la propagación.

Aplicando la aproximación de onda larga a las ecuaciones dadas en las secciones anteriores, se obtienen expresiones simplificadas de los coeficientes de reflexión y transmisión, y que se dan a continuación:

Dique permeable finito:

$$C_R = \frac{1 - m}{1 + m} \quad [16]$$

$$C_T = \frac{2 \frac{\Gamma}{X}}{(s - i f) (1 + m)}$$

Γ y X vienen definidas en la ec. [13]

CONCLUSIONES

En este artículo se ha presentado una solución lineal al problema de la transmisión y reflexión de ondas que inciden normal u oblicuamente sobre un dique poroso vertical. Esta solución se ha obtenido considerando que el dique está construido con una sola capa de material. Las expresiones de los coeficientes pueden aplicarse a otras obras de abrigo porosas, tales como grupos de pilotes o diques perforados. Las limitaciones de la solución provienen de su carácter lineal y de no tener en cuenta la rotura de la onda, por lo que se han realiza-

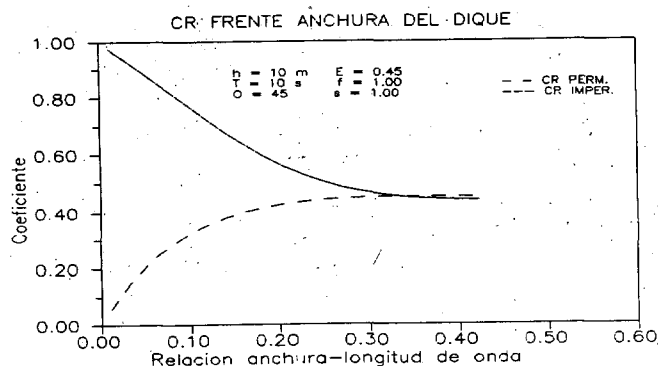


Fig. 5.—Variación de $|C_R|$ y $|C_T|$ con la anchura, b . Caso de dique con pared impermeable.

do aplicaciones en el campo de las ondas largas y en el control de la agitación en dársenas y áreas litorales.

Se ha demostrado que el coeficiente de reflexión, tiene una gran dependencia del ángulo de incidencia, mientras que el coeficiente de transmisión, apenas varía con dicho ángulo. Por el contrario este coeficiente muestra cambios importantes con la anchura del dique, manteniéndose el coeficiente de reflexión prácticamente constante para $b/L > 0.25$.

APENDICE 1

Formulación teórica del Problema

Consideramos la interacción de un tren de ondas sobre un talud vertical de una sección de una estructura porosa formada por una sola capa, homogénea e isotrópica entre dos regiones semiinfinitas de fluido. En el análisis consideramos las siguientes condiciones de partida:

A. Fluido.

1. No viscoso e incompresible.
2. ν viscosidad cinemática y τ_w = peso específico.

B. Estructura geométrica

1. Dique de longitud infinita (en la dirección del eje y).
2. Sección porosa, vertical y homogénea de ancho b (en la dirección del eje $x > 0$).
3. Sección no rebasable.

C. Contorno

1. Fondo horizontal e impermeable de profundidad, h
2. x e y definidas en $\pm \infty$.

D. Parámetros del medio

1. Porosidad, ϵ .
2. Propiedades hidráulicas:
 C_F = coeficientes de resistencia turbulenta.
 R_p = permeabilidad intrínseca.

E. Tren de ondas incidente

1. Amplitud de onda unidad $a_i = 1$.
2. Periodo de la onda $T = 2\pi / \sigma$.
3. Ángulo de incidencia del oleaje, Θ , medido con respecto a la normal a la estructura porosa.

En estas condiciones, puede definirse el campo ondulatorio a barlovento y sotavento de la estructura porosa mediante un potencial de velocidades: ϕ_1 en la región I de incidencia y ϕ_3 en la región, III, de transmisión. Con el fin de descubrir el oleaje en el interior del medio poroso es necesario definir el movimiento del fluido a través de los poros en función del vector que representa la velocidad de filtración, q , y de la presión, p . Estas magnitudes se obtienen promediando en un volumen finito que contiene la fase sólida del medio poroso conjuntamente con los poros, (Medina, 1988). Como resultado de ello se puede deducir que el campo de las velocidades de filtración es irrotacional, por lo que puede definirse un potencial de velocidades ϕ_2 en el interior del medio poroso, región II. Por otro lado, la ecuación del movimiento incluye las fuerzas de resistencia descritas por el modelo Forchheimer y un término adicional que incluye la resistencia causada por la masa crítica de los granos en el interior del medio poroso (Sollitt y Cross, 1972; y Hannoura y McCorquodale, 1978). Dicha ecuación se expresa como sigue,

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{1-\epsilon}{\epsilon} C_M \frac{\partial q}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_w} \nabla (p + \tau_w z) - \left[\frac{\nu \epsilon}{R_p} q + \frac{C_F \epsilon^2}{R_p^{1/2}} |q| q \right] \quad (A-1)$$

donde t es el tiempo, ρ_w la densidad del fluido, C_M coeficiente de masa virtual, ∇ representa el operador gradiente y z es la coordenada vertical, tomada positiva hacia abajo.

Basándonos en la hipótesis de equivalencia de Lorentz podemos linealizar la ecuación (A-1) reemplazando el término disipativo no lineal por un término lineal equivalente, $f \sigma q$, donde f es un coeficiente de fricción adimensional. Posteriormente podemos definir un coe-

ficiente inercial, s , dado por,

$$s = 1 + \frac{1 - \epsilon}{\epsilon} C_M \quad (A-2)$$

El movimiento oscilatorio queda, por tanto, completamente especificado por $\phi_1 = \text{Re} (\phi_1(x, y, z) * e^{i\sigma t})$ en las tres Regiones definidas, $i = I, II, III$. (fig. 1).

La expresión de las condiciones de contorno correspondientes al problema es para cada una de las regiones como sigue:

$$\phi_1 = \text{Re} (\phi_1(x, y, z) * e^{i\sigma t}) \quad i = I, II, III \quad (A-3)$$

Región 1:

$$\nabla^2 \phi_1 = \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z^2} = 0 \quad -\infty \leq x \leq 0,$$

$$-h \leq z \leq 0$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial z} = 0 \quad z = -h \quad (A-4)$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial z} + \frac{\sigma^2}{g} \phi_1 = 0 \quad z = 0$$

Región 2:

$$\nabla^2 \phi_2 = \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial z^2} = 0$$

$$0 \leq x \leq b, \quad -h \leq z \leq 0$$

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial z} = 0 \quad z = -h \quad (A-5)$$

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial z} - (s - if) \frac{\sigma^2}{g} \phi_2 = 0 \quad z = 0$$

Región 3:

$$\nabla^2 \phi_3 = \frac{\partial^2 \phi_3}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_3}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi_3}{\partial z^2} = 0$$

$$b \leq x \leq \infty, \quad -h \leq z \leq 0$$

$$\frac{\partial \phi_3}{\partial z} = 0 \quad z = -h \quad (A-6)$$

$$\frac{\partial \phi_3}{\partial z} - \frac{\sigma^2}{g} \phi_3 = 0 \quad z = 0$$

Dado que las soluciones deben ser continuas en las superficies de separación entre las regiones contiguas, deberá cumplirse la continuidad de la presión y el flujo de masa en $x = 0$ (Regiones I y II) y en $x = b$ (Regiones II y III), esto es:

para $x = 0$:

$$\phi_{1x} = \epsilon \phi_{2x} \quad (A-7)$$

$$\phi_1 = (s - if) \phi_2$$

para $x = b$:

$$\epsilon \phi_{2x} = \phi_{3x} \quad (A-8)$$

$$(s - if) \phi_2 = \phi_3$$

el subíndice x indica derivación respecto a esta variable.

La solución a este problema viene dado por las siguientes expresiones del potencial:

$$\phi_1 = I \left[\exp(-i(\sqrt{k^2 - \lambda^2} x + \lambda y) + C_R \exp(-i(-i\sqrt{k^2 - \lambda^2} x + \lambda y)) \right]$$

$$\phi_2 = P \left[A \exp(-i(\sqrt{K^2 - \lambda^2} x + y) + B \exp(-i(-i\sqrt{k^2 - \lambda^2} (x - b) + y)) \right]$$

$$\phi_3 = I \left[C_T \exp(-i(\sqrt{k^2 - \lambda^2} (x - b) + \lambda y)) \right] \quad (A-9)$$

donde,

$$I = \frac{i\sigma \cosh k(h+z)}{k \sinh(kh)}$$

$$P = \frac{i\sigma \cosh K(h+z)}{K \sinh(Kh)} \quad (A-10)$$

$\lambda = k \sin \theta$, número de onda longitudinal, que por continuidad es igual en las tres regiones I, II y III. Ello permite simplificar las ecuaciones de los potenciales tal y como se ha hecho en la ec. (A-9).

Sustituyendo ϕ_1 , ϕ_2 , ϕ_3 en las ecuaciones [7] y [8], con el fin de satisfacer las condiciones de contorno en $x = 0$ y $x = b$, obtenemos un sistema de ecuaciones en C_R , C_T , A y B . Para simplificar la solución del sistema es necesario realizar algunas manipulaciones algebraicas. En primer lugar consideramos la ortogonalidad de las funciones P e I en el dominio $(-h, 0)$, resultando un nuevo sistema de ecuaciones en A y B .

A continuación procedemos eliminando A y B del sistema de ecuaciones, obteniendo un nuevo sistema de dos ecuaciones en C_R , C_T .

Operando de esta manera obtenemos las siguientes expresiones:

$$C_R = \frac{i(1-m^2) \sin(\sqrt{K^2 - \lambda^2} b)}{2m \cos(\sqrt{K^2 - \lambda^2} b) + i(1+m^2) \sin(\sqrt{K^2 - \lambda^2} b)} \quad (A-11)$$

$$C_T = \frac{2m}{2m \cos(\sqrt{K^2 - \lambda^2} b) + i(1+m^2) \sin(\sqrt{K^2 - \lambda^2} b)}$$

$$A = \frac{C_T}{2 E_b (s - if)} \frac{\Gamma}{X} \left[1 + \frac{1}{m} \right] \quad (A-12)$$

$$B = \frac{C_T}{2 (s - if)} \frac{\Gamma}{X} \left[1 - \frac{1}{m} \right]$$

$$\sigma^2 = g k \tanh(kh)$$

$$\sigma (s - if) = g K \tanh(kh)$$

donde,

$$\Gamma = \frac{(i\sigma)^2}{2 K^2} \frac{1}{\sinh Kh} \left[\frac{\sinh 2Kh}{2K} + h \right] = \int_{-h}^0 P P dz$$

$$X = \frac{(i\sigma)^2}{2 K k} \frac{1}{\sinh kh \sinh Kh} \left[\frac{1}{k+K} \sinh(h(k+K)) + \right]$$

$$\frac{1}{k-K} \sinh(h(k-K)) = \int_{-h}^0 I P dz$$

$$i = \sqrt{-1} \quad (A-13)$$

$$E_b = \exp(-i \sqrt{K^2 - \lambda^2} b)$$

$$m = \frac{\epsilon}{s - if} \frac{\sqrt{K^2 - \lambda^2}}{\sqrt{k^2 - \lambda^2}}$$

C_R y T se definen como funciones de únicamente dos parámetros, m , que nos da una medida de las características hidráulicas de la estructura y $\sqrt{K^2 - \lambda^2} b$, parámetro adimensional que da el ancho de la estructura. Cuando el valor absoluto de m se aproxima a la unidad, el valor de la reflexión tiene un mínimo.

Dique de anchura finita limitado por pared impermeable

Consideramos que el dique se encuentra limitado por una pared impermeable en $x = b$. Este caso ya ha sido estudiado por P. Madsen (1983) para ondas largas con incidencia normal y es equivalente al estudio de la incidencia sobre la mitad de la sección de un dique con núcleo impermeable.

Suponiendo la aproximación de ondas planas el problema se formula como sigue:

Región I:

$$\phi_1 = I \left[\exp(-i \sqrt{k^2 - \lambda^2} x) + C_R \exp(i \sqrt{k^2 - \lambda^2} x) \right]$$

Región II:

$$\phi_2 = P \left[A \exp(-i(\sqrt{k^2 - \lambda^2} x)) + B \exp(i \sqrt{k^2 - \lambda^2} (x-b)) \right]$$

$$\text{Región III:} \quad (A-14)$$

$$\phi_3 = 0$$

con las siguientes condiciones de contorno:

$$\begin{aligned} \phi_{1x} &= \epsilon \phi_{2x} & \text{para } x = 0 \\ \phi_1 &= (s - if) \phi_2 & (A-15) \\ \phi_{2x} &= 0 & \text{para } x = b \end{aligned}$$

Sustituyendo las expresiones de los potenciales en las condiciones de contorno llegamos al sistema siguiente:

$$(1 + C_R) I = (s - if) P (A + B \exp(-i \sqrt{K^2 - \lambda^2} b))$$

$$\sqrt{K^2 - \lambda^2} I (-1 + C_R) = \epsilon P \sqrt{K^2 - \lambda^2}$$

$$(-A + B \exp(i \sqrt{K^2 - \lambda^2} b))$$

$$\sqrt{K^2 - \lambda^2} P (-A \exp(-i \sqrt{K^2 - \lambda^2} b) + B) = 0 \quad (A-16)$$

Aplicando las condiciones de ortogonalidad y despejando C_R se obtienen la siguiente expresión:

$$C_R = \frac{\cos(\sqrt{K^2 - \lambda^2} b) - im \sin(\sqrt{K^2 - \lambda^2} b)}{\cos(\sqrt{K^2 - \lambda^2} b) + im \sin(\sqrt{K^2 - \lambda^2} b)}$$

$$m = \frac{\epsilon}{(s - if)} \frac{\sqrt{K^2 - \lambda^2}}{\sqrt{K^2 - \lambda^2}} \quad (A-17)$$

$$\sigma^2 = g k \tanh(kh)$$

$$\sigma^2 (s - if) = g K \tanh(kh)$$

que puede transformarse en,

$$C_R = \frac{1 - m \frac{(1 - E_b^2)}{(1 + E_b^2)}}{1 + m \frac{(1 - E_b^2)}{(1 + E_b^2)}} \quad (A-18)$$

donde,

$$E_b = \exp(-i \sqrt{K^2 - \lambda^2} b)$$

Con el fin de comparar esta solución con la obtenida por Madsen, hacemos $x = 0$ y los números de onda, K y k , se calculan a partir de la relación lineal de dispersión para el caso de onda larga (31). Sustituyendo estos valores en la expresión de m , obtenemos una nueva definición

$$m = \frac{\epsilon}{s - if} \frac{K}{k} = \frac{\epsilon}{(s - if)^{1/2}} \quad (A-19)$$

que coincide con las ecuación (4) de Madsen. Finalmente la expresión de C_R es,

$$C_R = \frac{1 - m + (1 + m) \exp(-2ikb)}{1 + m + (1 - m) \exp(-2ikb)} \quad (A-20)$$

que es el mismo resultado obtenido por Madsen, 1983 (su ecuación [13]).

AGRADECIMIENTOS

Los autores de este artículo quieren agradecer públicamente al CENTER FOR APPLIED COASTAL RESEARCH de la Universidad de Delaware (E.E.U.U.) la colaboración prestado durante la estancia de los mismos en dicho Centro para la realización de parte de la investigación que se presenta.

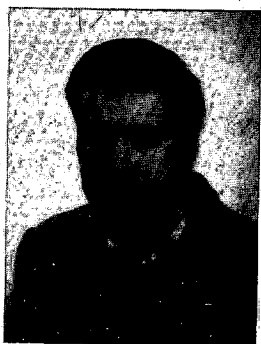
NOTA: Una copia del programa de cálculo está a disposición de todo lector interesado que lo solicite.

BIBLIOGRAFIA

1. Dean, R. G. and Dalrymple, R. A., 1985 Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists, Englewood Cliffs: Prentice Hall.
2. Englund, F., 1953. On laminar and turbulent flows of ground water through homogeneous sand. Trans. Danish Acad. Tech. Sci., 3 (3).
3. Hannoura, A. A. and McCorquodale, I. A., 1978. Virtual mass of coarse granular media. J. Waterways, Ports, Coastal and Ocean Eng. ASCE, 104 (WW2), 191-200.
4. Iwasaki, T. and Numata, A., 1970 Experimental studies on wave transmission of a permeable breakwater constructed by artificial blocks. Coastal eng. in Japan, vol. XIII, 25-29.
5. Madsen, O.S. 1974. Wave Transmission through porous structures. J. Waterways, Ports, Coastal and Ocean Eng. ASCE, 100 (WW3), 169-188.
6. Madsen, O. S. and White, S.M., 1976 Wave transmission through trapezoidal breakwaters. Proc. 15th Coastal Engrg. Conf., ASCE, Honolulu, 2662-2676.
7. Madsen, P. A., 1983. Wave reflection from a vertical wave absorber. J. Coastal Engrg. 7, 381-396.
8. Medina, R., 1988. Sobre la transformación de ondas solitarias. Propagación en un escalón y en medio poroso. (Tesis Doctoral. Universidad de Cantabria).

9. Sollitt, C.K. and Cross, R. H., 1972 Wave transmission through permeable breakwaters. Proc. 13th Coastal Eng. Conf., ASCE, Vancouver, 1827-1846.
10. Sollitt, C.K. and Cross, R. H., 1976 Wave reflection and transmission at permeable breakwaters. U.S. Army Corps of Engineers, CERC, Tech. Paper 76-8, 172 pp.
11. Sulisz, W., 1985 Wave reflection and transmission at permeable breakwaters of arbitrary section. Coastal Eng., 9, 371-386.
12. Vidal, C., Losada, M. A., Medina, R. and Rubio, J., 1988 Solitary wave transmission through porous structure. Proc. 22nd Coastal Engrg. Conf., ASCE, Torremolinos, 1073-1083.

Raúl Medina Santamaría



Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos de la Universidad de Cantabria. Profesor Ayudante de dicha Universidad, adscrito al Departamento de Ciencias y Técnicas del Agua y del Medio Ambiente. Su labor investigadora está centrada en el campo de la Ingeniería Oceanográfica y Costera, habiendo realizado numerosos trabajos en ese campo, tales como:

emisarios submarinos, emplazamiento de puertos en el litoral cantábrico, estudio de desembocaduras, estudio de instalación de arrecifes artificiales en el Mar Cantábrico, etc.

Ha publicado numerosos artículos, tanto en España como en revistas extranjeras: American Society of Civil Engineers, Journal of Coastal Research, Journal of Geophysical Research, etc.

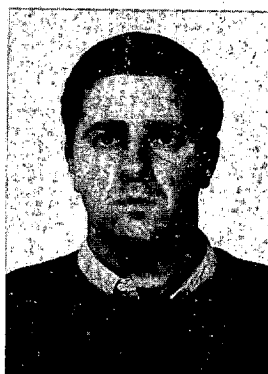
Miguel A. Losada Rodríguez

Ingeniero de Caminos de la Universidad Politécnica de Madrid (1970). Doctor I. C. C. P. de la Universidad Politécnica de Madrid (1976). Catedrático de Ingeniería Oceanográfica y Costera del Departamento de Ciencias y Técnicas del Agua y del Medio Ambiente de la Universidad de Cantabria (1978). Ha desempeñado los cargos de Director de la E.T.S. de Ingenieros de Caminos de Santander (1982-85) y Gerente de la Fundación Leonardo Torres Quevedo para la Promoción de la Investigación en la Universidad de Cantabria (1985-88).

Ha realizado numerosos estudios en Ingeniería Oceanográfica y de Costas en España y el extranjero.

Ha publicado numerosos artículos científicos, tanto en España como en revistas extranjeras. Asimismo, ha sido coautor de varios libros.

Iñigo J. Losada Rodríguez



Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos de la Universidad de Cantabria. Como Becario de Formación del Personal Investigador (M.E.C.), adscrito al Departamento de Ciencias y Técnicas del Agua y del Medio Ambiente de la Universidad de Cantabria, ha desarrollado varios trabajos de investigación dentro del campo de la Ingeniería Oceanográfica y Costera: Estudio para la instalación de arrecifes artificiales en el Mar Cantábrico, análisis numérico y experimental de la morfodinámica de los sistemas de playa (CICYT) estudio de desembocaduras de ríos, etc.