

La renovación de los equipos industriales^(*)

Por ANGEL URIARTE

Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos.

La obsolescencia de maquinaria y equipo puede deberse a distintas causas, que se exponen en el artículo, estudiándose desde un enfoque económico su renovación e incluyéndose el caso de que aparezcan en el mercado equipos mejorados que realicen la misma función de manera más económica.

En un trabajo anterior (1) se determinaba la vida económica de un activo que era reemplazado un número infinito de veces por otro equipo idéntico en el supuesto que los ingresos y costes producidos por la utilización de dicho equipo, que variaban a lo largo de la vida de éste como consecuencia de la pérdida de calidad de los productos obtenidos y de la caída de los rendimientos que siguen al envejecimiento del equipo, se repetían a lo largo de las sucesivas sustituciones.

En estas condiciones, la vida económica del equipo venía determinada, conforme se demuestra en dicho trabajo, por el período de tiempo que maximizaba el beneficio anual neto equivalente producido por el mismo o, cuando los ingresos generados eran constantes o no existentes, por el período de tiempo que hacía mínimo su coste total anual equivalente.

Ahora bien, la determinación de la vida económica de un equipo se hace en base a unas previsiones sobre la evolución futura de los distintos factores que influyen tanto en los ingresos generados como en los costes incurridos. De aquí que cualquier desviación que se produzca en tales previsiones pueda dar lugar a un alargamiento o un acortamiento de la vida económica del equipo e, incluso, a su sustitución, antes de agotar su vida económica, por otro equipo distinto más ajustado a la nueva realidad. Este fenómeno por el cual, como consecuencia en una modificación en las condiciones del entorno económico, la utilidad de un equipo disminuye más rápidamente que el des-

gaste físico que sufre, se denomina **obsolescencia** y puede ser debido a varias causas.

Así, una causa de obsolescencia de un equipo industrial es la variación en la demanda de los productos obtenidos con su utilización, variación que puede afectar a las cantidades demandadas de aquellos, a su calidad o a sus características físicas o geométricas, o en la naturaleza de los trabajos a realizar con el equipo en cuestión. En ocasiones, la inadecuación o la falta de capacidad del equipo existente para hacer frente a la nueva situación puede **superarse** complementando el equipo con otro semejante, lo que constituirá una alternativa que habría de compararse con la de adquisición de un equipo nuevo que realizara la misma función de una forma distinta.

Otra causa de obsolescencia es la variación relativa en la retribución de los factores de producción. Así, una subida en el coste de la mano de obra puede aconsejar la sustitución de un equipo industrial por otro equipo que reduzca comparativamente la participación de dicho factor en el proceso productivo.

Pero la causa más corriente de obsolescencia industrial es el progreso tecnológico, que provoca la denominada **obsolescencia técnica**, o retirada de los equipos existentes como consecuencia de la aparición en el mercado de equipos que realizan la misma función de forma más eficiente. Esta superioridad en la prestación de servicios por los equipos nuevos se manifiesta fundamentalmente en una mejor calidad en los bienes y servicios producidos o en unas mejores condiciones en el suministro de tales bienes y servicios, como pueden ser, por ejemplo, unos precios más bajos o unos plazos más cortos.

(*) Se admiten comentarios sobre el presente artículo que podrán remitirse a la Redacción de esta Revista hasta el 30 de julio de 1989.

(1) Véase el trabajo = «Vida óptima de servicio de un equipo industrial».

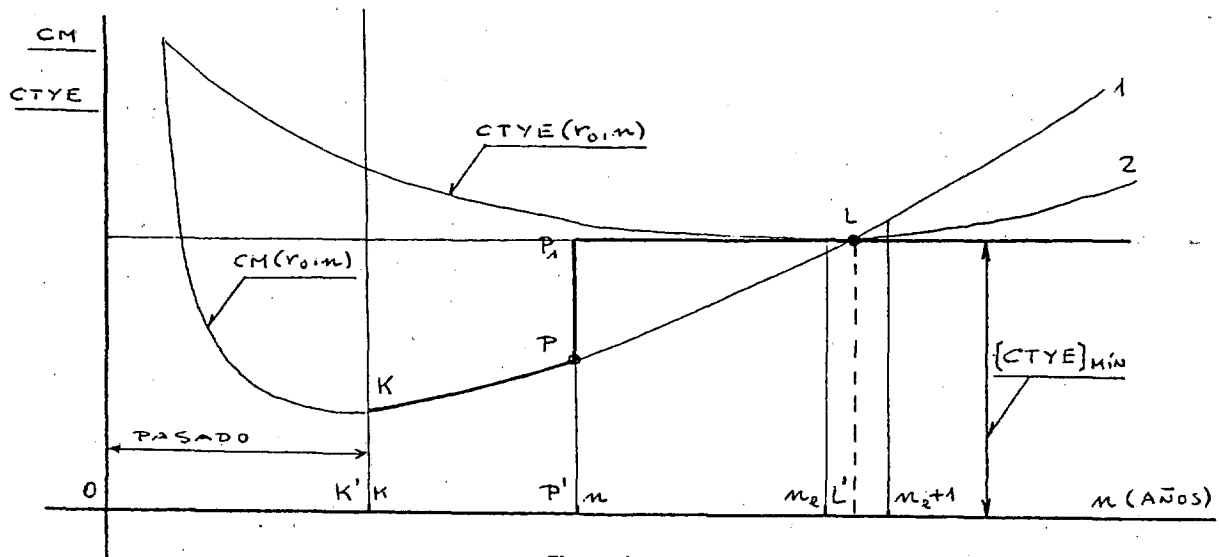


Figura 1

Ahora bien, sea cual fuere la causa que motiva la sustitución de un activo por otro de características diferentes, el equipo retirado tiene un valor de reventa en el mercado de bienes usados, ya que puede ser adquirido por otra empresa que, por ser menos sensible a las circunstancias que motivaron su sustitución, considere de interés su utilización. Este precio de reventa, que constituye un ingreso para la empresa que decide su sustitución y que, por ello, debe tenerse en cuenta al hacer el estudio de renovación, no tiene por qué coincidir con el valor que figura en los libros contables ni, tampoco, con las previsiones originales del valor residual, basadas en unas premisas que pueden resultar alteradas como consecuencia de la aparición en el mercado de equipos mejorados.

Visto esto, vamos a proceder al estudio de la renovación de un equipo ya adquirido y que desarrolla una función que no genera ingresos para la empresa propietaria del mismo en los dos supuestos en que no se produzcan variaciones en las previsiones originales y de que se presenten desviaciones en tales previsiones, incluyendo entre éstas la posible aparición de un equipo mejorado que realice la función en cuestión de una forma más económica. El trabajo se cierra con un apartado final en el que se expone la forma simplificada de abordar el problema de la renovación de equipos industriales en la práctica.

a) Duración de la vida económica de un

equipo industrial ya adquirido que desarrolla su función de acuerdo con las previsiones originales.

Supongamos un equipo de k años de vida y que, según las estimaciones que se hicieron en el momento de su adquisición, tiene una vida económica de n_o años. Esto significa que si, conforme se representa en la figura 1, $CM(r_o, n)$ y $CTYE(r_o, n)$ representan el coste marginal y el coste anual equivalente de dicho equipo en el momento n , $CTYE(r_o, n)$ presenta un mínimo para un valor de n comprendido entre n_o y $n_o + 1$ o, también, que:

$$CM(r_o, n_o) < CTYE(r_o, n_o) \quad y$$

$$CM(r_o, n_o + 1) > CTYE(r_o, n_o + 1)$$

Por otra parte, si, conforme se indica en el título del apartado, el equipo ha venido funcionando durante los k años pasados de acuerdo con las previsiones originales y no se esperan modificaciones en éstas, los costes de operación $C_{k+1}, C_{k+2}, \dots, C_n, \dots$ y los valores residuales $S_{k+1}, S_{k+2}, \dots, S_n, \dots$ previstos para los sucesivos años $k+1, k+2, \dots, n, \dots$ se mantendrán de acuerdo a las citadas previsiones.

Con esta base, si el propietario del equipo decide iniciar en el momento actual k la cadena infinita de sustituciones por equipos idénticos al existente, esto implicará unos costes totales

anuales equivalentes en el futuro iguales a $CTYE(r_o, n_e)$ y unos ingresos en el año k , obtenidos por la venta en el mercado del equipo viejo, iguales a S_k . Por lo tanto, y recordando la expresión (15) del apéndice anterior, el coste total actualizado al año k podrá escribirse en la forma:

$$CTA(r_o, k) = \frac{CTYE(r_o, n_e)}{r_o} - S_k$$

Si el propietario decide esperar un año más para hacer la sustitución del equipo, incurrirá en dicho año en unos costes de operación C_{k+1} y en los años siguientes en unos costes totales anuales equivalentes que, actualizados a dicho año $k + 1$, ascenderán a $CTYE(r_o, n_e)/r_o$ obteniendo en dicho año, por otra parte, unos ingresos por la venta del equipo igual a S_{k+1} . En consecuencia, el coste total actualizado al año k de esta política vendrá expresado en la forma

$$CTA(r_o, k + 1) = \frac{C_{k+1}}{1+r_o} - \frac{S_{k+1}}{1+r_o} + \frac{CTYE(r_o, n_e)}{r_o(1+r_o)}$$

que, en el caso que la sustitución se produzca en el año $k + 2$, se convertirá en

$$CTA(r_o, K + 2) = \sum_{t=k+1}^{k+2} \frac{C_t}{(1+r_o)^{t-k}} - \frac{S_{k+2}}{(1+r_o)^2} + \frac{CTYE(r_o, n_e)}{r_o(1+r_o)^2}$$

y, en el caso general que la sustitución se produzca en el año n , en

$$CTA(r_o, n) = \sum_{t=k+1}^n \frac{C_t}{(1+r_o)^{t-k}} - \frac{S_n}{(1+r_o)^{n-k}} + \frac{CTYE(r_o, n_e)}{r_o(1+r_o)^{n-k}} \quad [1]$$

De acuerdo con la expresión anterior, el momento de sustitución del equipo vendrá determinado por aquel valor n que minimiza la expresión (1), esto es, por el valor de n que veri-

fica la condición

$$CTA(r_o, n) < CTA(r_o, n+1),$$

es decir,

$$\sum_{t=k+1}^n \frac{C_t}{(1+r_o)^{t-k}} - \frac{S_n}{(1+r_o)^{n-k}} + \frac{CTYE(r_o, n_e)}{r_o(1+r_o)^{n-k}} < \sum_{t=k+1}^{n+1} \frac{C_t}{(1+r_o)^{t-k}} - \frac{S_{n+1}}{(1+r_o)^{n-k+1}} + \frac{CTYE(r_o, n_e)}{r_o(1+r_o)^{n-k+1}}$$

que, transponiendo los términos, conduce a la desigualdad

$$\frac{C_{n+1}}{(1+r_o)^{n-k+1}} + \frac{S_n}{(1+r_o)^{n-k}} - \frac{S_{n+1}}{(1+r_o)^{n-k+1}} > \frac{CTYE(r_o, n_e)}{r_o(1+r_o)^{n-k}} \left[1 - \frac{1}{1+r_o}\right]$$

con lo que, multiplicando los dos miembros de la anterior desigualdad por $(1+r_o)^{n-k+1}$, se obtiene la condición

$$C_{n+1} + r_o S_n + [S_n - S_{n+1}] > CTYE(r_o, n_e) \quad [2]$$

que, tal como se observa en la figura 1, se cumple para $n = n_e$. Esto pone de manifiesto que, para proceder a la sustitución del equipo por otro idéntico, deberá esperarse a que aquél haya agotado su vida económica con lo que, en consecuencia, dicha sustitución deberá efectuarse dentro de $n_e - k$ años.

En la ecuación (1), que expresa el coste total actualizado al momento k de la corriente de gastos del equipo viejo y de sus sucesivas sustituciones, no se ha recogido el importe pendiente de amortización de dicho equipo, lo que equivale a suponer que éste se encuentra totalmente amortizado.

Es de señalar que, en el supuesto que en el momento k quedara pendiente de amortizar un importe igual al valor residual del equipo en dicho instante, S_k , la ecuación (1) se convertiría en

$$CTA(r_o, n) = \sum_{t=k+1}^n \frac{C_t}{(1+r_o)^{t-k}} + S_k - \frac{S_n}{(1+r_o)^{n-k}} +$$

$$+ \frac{CTYE(r_o, n_o)}{r_o(1+r_o)^{n-k}}$$

que representa el enfoque del problema desde el punto de vista de un extraño que piensa adquirir un equipo usado por un importe S_k para emplearlo un número de años y sustituirlo en el momento que considere oportuno por una cadena infinita de equipos nuevos e idénticos al sustituido. Es claro que, al no influir el valor no amortizado del equipo existente en la expresión de los costes marginales, uno y otro planteamiento conducen al mismo resultado.

b) Determinación del momento de sustitución de un equipo industrial ya adquirido por otro equipo idéntico cuando se producen cambios en las previsiones originales.

Un cambio en las previsiones originales, que puede tener su origen, entre otras cosas, en una variación del precio de la mano de obra, de las materias primas y energía o del tipo de interés, o en una alteración del coste del propio equipo, de sus rendimientos o de sus valores residuales, afecta a los costes marginales y totales anuales equivalentes del equipo, lo que motiva un desplazamiento de las gráficas representativas de dichos costes que, tal como se representa en la figura 2, pasan de las posicio-

nes 1 y 2 a las nuevas posiciones 1R y 2R. Esto da lugar a que dichas gráficas se corten en un nuevo punto M que determina una nueva vida económica, n_{eR} , y un nuevo coste total anual equivalente mínimo, $CTYE(r_o, n_{eR})$, para nuestro equipo.

De acuerdo con esto, y siguiendo un razonamiento análogo al del apartado anterior, el momento de sustitución del equipo ya adquirido por otro idéntico vendrá determinado por el valor de n que minimiza el coste total actualizado al momento k de la cadena constituida por el equipo existente y sus sucesivas sustituciones y que, en el supuesto que no varíe el tipo de interés, vendrá expresado por

$$CTA_R(r_o, n) = \sum_{t=k+1}^n \frac{C_{Rt}}{(1+r_o)^{t-k}} - \frac{S_{Rn}}{(1+r_o)^{t-k}} + \frac{CTYE_R(r_o, n_{eR})}{r_o(1+r_o)^{t-k}} \quad [3]$$

donde, C_{Rt} , S_{Rn} y $CTYE_R(r_o, n_{eR})$ representan, respectivamente los costes de operación y el valor residual revisados correspondientes a los momentos t y n y el coste total anual equivalente mínimo del equipo de acuerdo con las nuevas previsiones.

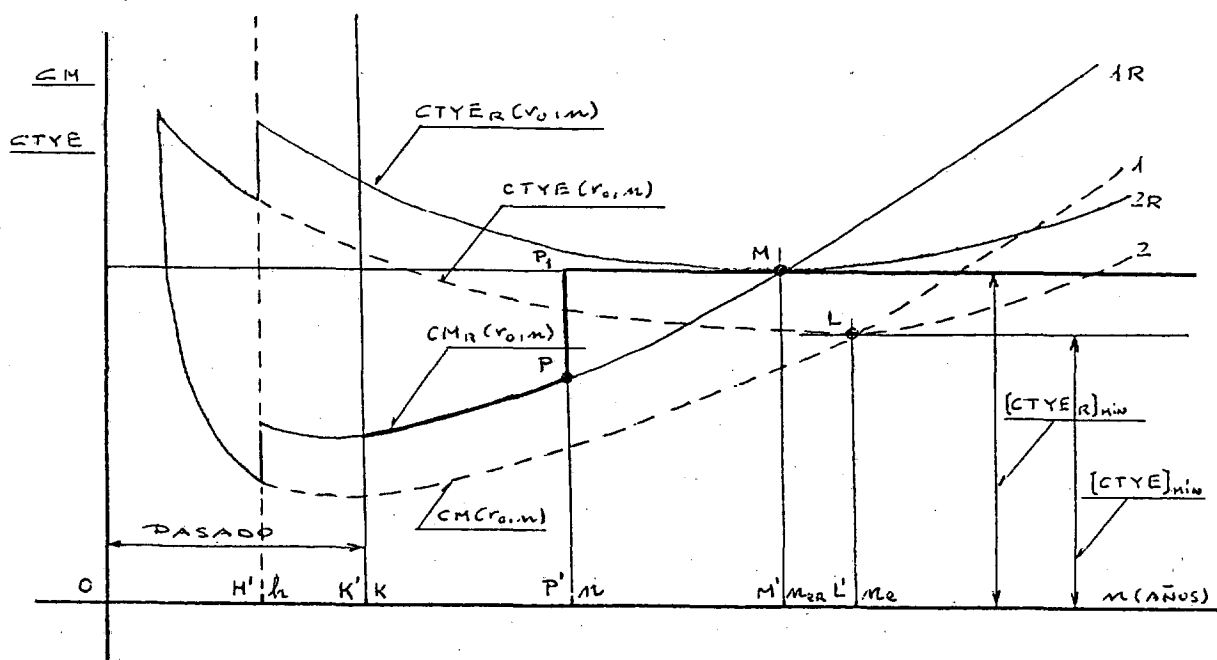


Figura 2

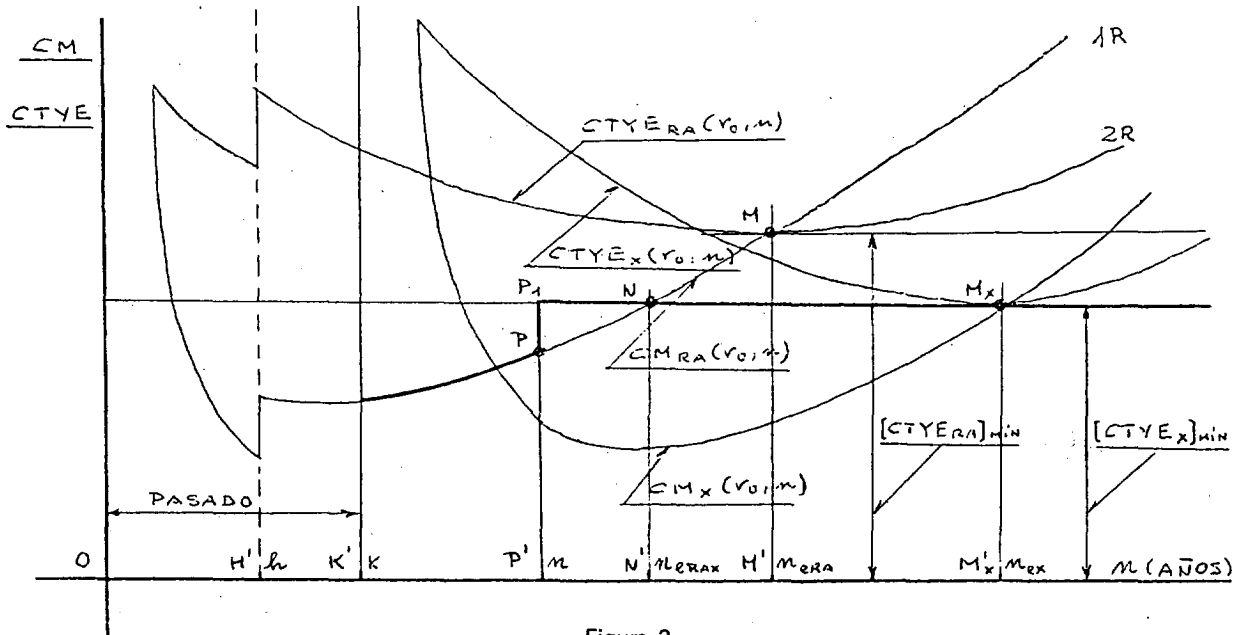


Figura 3

De aquí, y procediendo de forma análoga al supuesto del apartado anterior, se deduce que el momento de sustitución interesado vendrá determinado por el valor de n que verifica la condición

$$C_{Rn+1} + r_o S_{Rn} + [S_{Rn} - S_{Rn+1}] > CTYE_R(r_o, n_{eR}) \quad [4]$$

lo que, conforme se observa en la figura 2, se cumple para $n = n_{eR}$, esto es, para un valor de n igual a la vida económica revisada del equipo.

c) Determinación del momento de sustitución de un equipo industrial ya adquirido por otro distinto más eficiente.

Vamos a suponer ahora que dentro de la vida económica de un equipo industrial **A**, junto a una variación de las previsiones originales, aparece un equipo nuevo **X**, de características distintas al existente y más eficiente, lo que, tal como se observa en la figura 3, se traduce en un coste total anual equivalente mínimo para el equipo nuevo **X** inferior al correspondiente al equipo viejo **A**.

En este caso, al verificarse que

$$[CTYE_X(r_o, n)]_{\text{mínimo}} < [CTYE_{RA}(r_o, n)]_{\text{mínimo}}$$

esto es, que el coste total anual equivalente del

equipo nuevo es inferior al coste total anual equivalente del equipo existente, aquel pasa a constituirse en la mejor sustitución del equipo actual. Por tanto, de acuerdo con los apartados anteriores, el momento de sustitución vendrá determinado por el valor de n que minimiza el coste total actualizado al momento k de la cadena infinita de sustituciones constituida por el equipo viejo **A** y sus sucesivas sustituciones por equipos nuevos **X** y que, en el supuesto que no varíe el tipo de interés, vendrá expresado por

$$CTA_{RA,X}(r_o, n) = \sum_{t=k+1}^n \frac{C_{Rt,A}}{(1+r_o)^{t-k}} - \frac{S_{Rn,A}}{(1+r_o)^{n-k}} + \frac{CTYE_X(r_o, n_{ex})}{r_o (1+r_o)^{n-k}} \quad [5]$$

Por tanto, y al igual que sucedía en los casos anteriores, el momento de sustitución del equipo **A** por el nuevo equipo **X** vendrá determinado por el valor de n que cumple la condición

$$C_{Rn+1,A} + r_o S_{Rn,A} + [S_{Rn,A} - S_{Rn+1,A}] > CTYE_X(r_o, n_{ex}) \quad [6]$$

con lo que, tal como se observa en la figura 3, el momento de sustitución del equipo viejo por

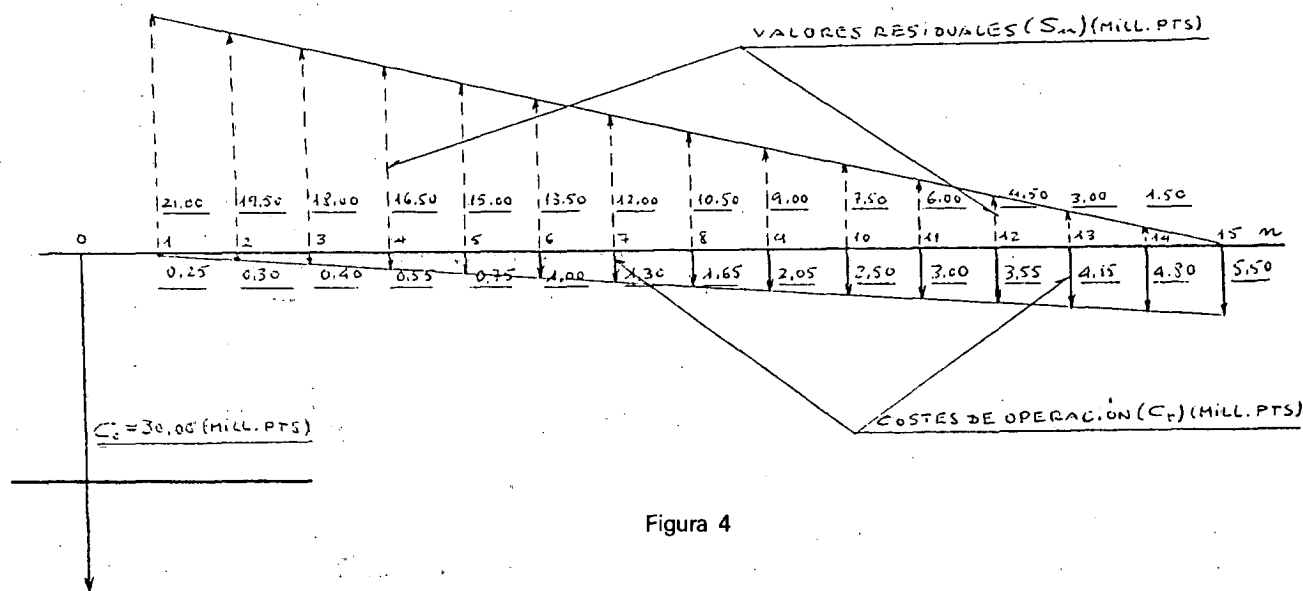


Figura 4

el equipo nuevo vendrá determinado por la abscisa del punto **N** de intersección de la gráfica de los costes marginales revisados del equipo viejo y la paralela al eje de abscisas a una distancia igual al coste total anual equivalente mínimo, $CTYE_x(r_o, n)_{\min} = CTYE_x(r_o, n_{ex})$, del equipo nuevo.

Como aplicación de lo expuesto se estudia a continuación la sustitución de un equipo industrial de **3 años de vida** análogo al presentado en el apartado c) del trabajo anterior (*) por un nuevo equipo, **X**, que presenta los flujos de costes y valores residuales que se ofrecen en la figura 4.

Para poder decidir sobre la conveniencia o no de sustituir el equipo **A** por el equipo **X** es preciso conocer el coste total anual equivalente mínimo del nuevo equipo para lo que, conforme se dedujo en el apartado anterior, es preciso determinar el mínimo de la expresión

$$CTYE_x(r_o, n) = a \frac{-1}{n!} r_o \sum_{t=1}^n C_{tx} (1+r_o)^{-t} + a \frac{-1}{n!} r_o [C_{ox} - S_{nx}] + r_o S_{nx}$$

A tal fin, en los cuadros 1 y 2, expuestos a continuación, se ofrecen los valores de los costes de operación, de recuperación del capital e

intereses y totales anuales equivalentes del equipo **X** para diferentes valores de **n**.

En el cuadro puede observarse que el equipo **X** tiene una vida económica $n_{ex} = 11$ años y un coste total equivalente mínimo igual a

$$CTYE_x(r_o, n)_{\min} = CTYE_x(r_o, n_{ex}) = 5,720 \text{ mill. p.}$$

que al ser inferior al coste total anual equivalente del equipo **A** igual, conforme se vio en el apartado anterior, a **6,003 millones de pesetas**, pone de manifiesto la conveniencia de sustituir el equipo **A** por el nuevo equipo **X**.

Para determinar el momento más oportuno de efectuar la sustitución vamos a considerar, en primer lugar, que la aparición del equipo nuevo no afecta a los valores de desecho del equipo viejo y, en segundo lugar, que dicha aparición motiva una baja en los citados valores residuales, que se reducen a **12 millones de pesetas** al final del tercer año de servicio y van disminuyendo en los años sucesivos a razón de **2 millones de pesetas** por año.

De acuerdo con esto, en el cuadro 3, expuesto a continuación, se ofrecen los costes marginales del equipo viejo en las dos hipótesis de que se mantengan las previsiones originales y se revisen éstas de acuerdo con las modificaciones sufridas por los valores residuales.

En el cuadro anterior se observa que

$$CM_A(0,12; 8) > CTYE_x(0,12; 11)$$

(1) Véase el trabajo: «Vida óptima de servicio de un equipo industrial».

LA RENOVACION DE LOS EQUIPOS INDUSTRIALES

Y $CM_{RA} (0,12; 7) > CTYE_x (0,12; 11)$,

lo que permite concluir que la sustitución del equipo A por el equipo X, cuando no varían las previsiones originales, deberá realizarse una

vez que aquél haya cumplido los 7 años de vida, esto es, dentro de 4 años. En el caso que varíen los valores residuales del equipo nuevo, dicha sustitución debería adelantarse un año, esto es, debería acometerse dentro de 3 años.

CUADRO 1
COSTES DE OPERACION ANUALES EQUIVALENTES DEL EQUIPO X

t, n años	C_t (1)	$(1+r_o)^{-t}$ (2)	$C_t (1+r)^{-t}$ (3) = (1) . (2)	$\sum_{t=1}^n C_t (1+r_o)^{-t}$ (4)	$a \frac{-1}{n} r_o$ (5)	$COYE_x (r_o, n)$ (6) = (4) (5)
0		—	—	—	—	—
1	0,250	0,89286	0,22321	0,22321	1,12000	0,250
2	0,300	0,79719	0,23916	0,46237	0,59170	0,274
3	0,400	0,71178	0,28471	0,74708	0,41635	0,311
4	0,550	0,63552	0,34954	1,09662	0,32923	0,361
5	0,750	0,56743	0,42557	1,52219	0,27741	0,422
6	1,000	0,50663	0,50663	2,02882	0,24322	0,493
7	1,300	0,45235	0,58805	2,61687	0,21912	0,573
8	1,650	0,40388	0,66640	3,28327	0,20130	0,661
9	2,050	0,36061	0,73925	4,02252	0,18768	0,755
10	2,500	0,32197	0,80492	4,82744	0,17698	0,854
11	3,000	0,28748	0,86244	5,68988	0,16841	0,958
12	3,550	0,25667	0,91118	6,60106	0,16144	1,066
13	4,150	0,22917	0,95105	7,55211	0,15568	1,176
14	4,800	0,20462	0,98218	8,53429	0,15087	1,288
15	5,500	0,18270	1,00485	9,53914	0,14682	1,400

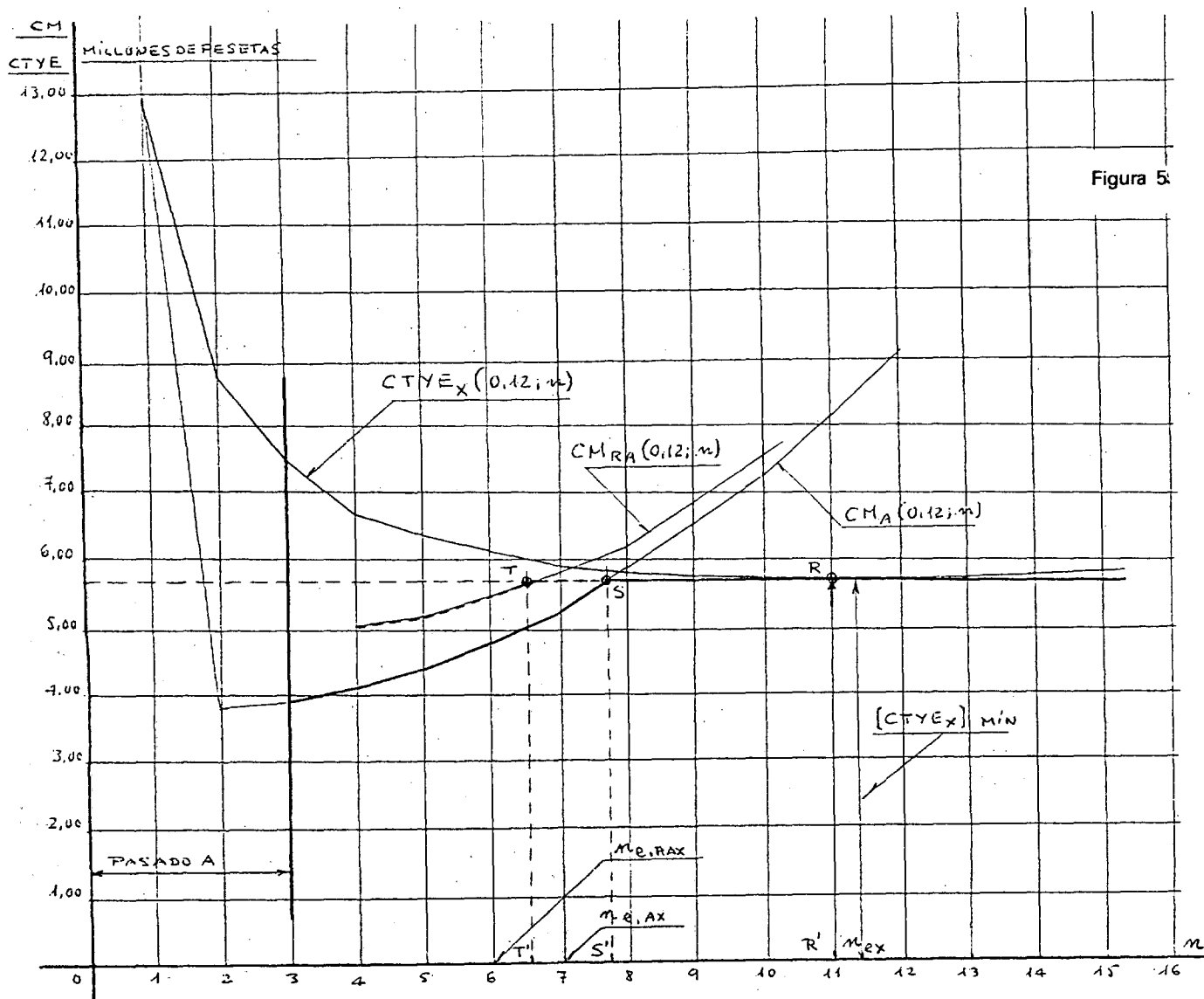
CUADRO 2
COSTES DE RECUPERACION Y TOTALES ANUALES EQUIVALENTES DEL EQUIPO X

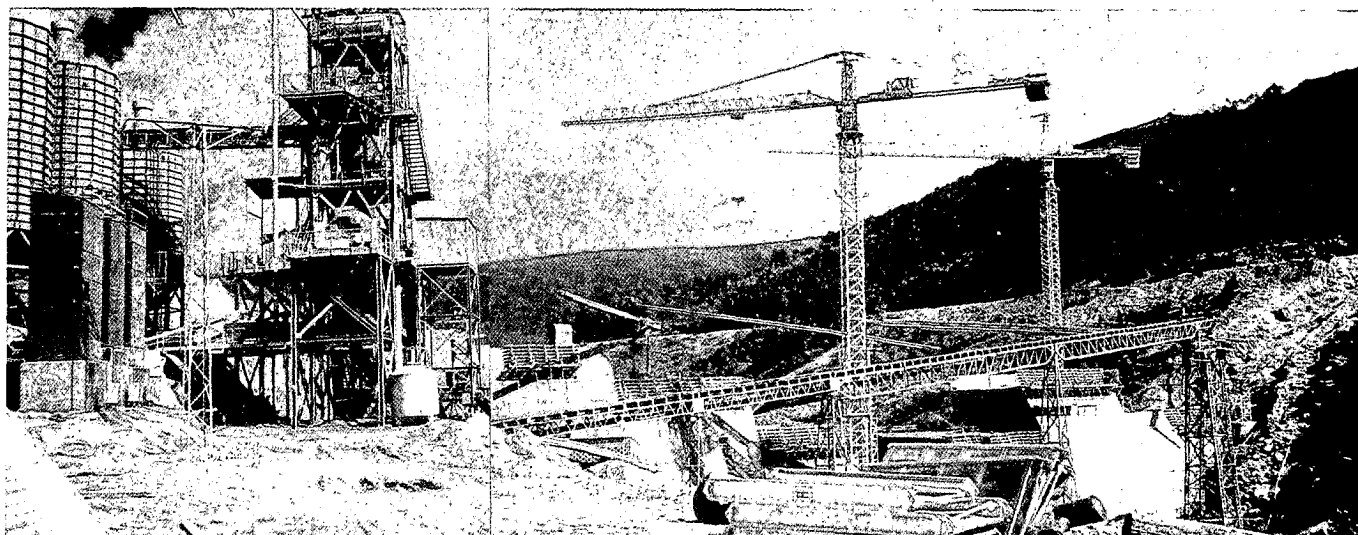
t, n años	C_o, S_n (7)	$a \frac{-1}{n} r_o (C_o - S_n)$ (8)	$r_o \cdot S_n$ (9)	$CRYE (r_o, n)$ (10) = (8) + (9)	$CTYE (r_o, n)$ (11) = (6) + (10)
0	30,000	—	—	—	—
1	21,000	10,080	2,520	12,600	12,850
2	19,500	6,213	2,340	8,553	8,827
3	18,000	4,996	2,160	7,156	7,467
4	16,500	4,445	1,980	6,425	6,786
5	15,000	4,161	1,800	5,961	6,383
6	13,500	4,013	1,620	5,633	6,126
7	12,000	3,944	1,440	5,384	5,957
8	10,500	3,925	1,260	5,185	5,846
9	9,000	3,941	1,080	5,021	5,776
10	7,500	3,982	0,900	4,882	5,736
11	6,000	4,042	0,720	4,762	5,720
12	4,500	4,117	0,540	4,657	5,723
13	3,000	4,203	0,360	4,563	5,739
14	1,500	4,300	0,180	4,480	5,768
15	—	4,405	—	4,405	5,805

CUADRO 3
COSTES MARGINALES ORIGINALES Y REVISADOS DEL EQUIPO A

t, n años	C_t^* (12)	CM (r_o, n)* (13)	S_{Rn} (14)	$r_o S_{Rn-1}$ (15)	$S_{Rn-1} - S_{Rn}$ (16)	CM _R (r_o, n) (17) = (12) + (15) + (16)
3	1,300	3,980	12,000	—	—	—
4	1,600	4,160	10,000	1,440	2,000	5,040
5	2,000	4,440	8,000	1,200	2,000	5,200
6	2,500	4,820	6,000	0,960	2,000	5,560
7	3,100	5,300	4,000	0,720	2,000	5,820
8	3,800	5,880	2,000	0,840	2,000	6,280
9	4,600	6,560	—	0,240	2,000	6,840
10	5,500	7,340	—	—	2,000	7,500

(*) Tomados de los cuadros (1) y (5) del trabajo «Vida óptima del servicio de un equipo industrial».





En la figura 5, expuesta a continuación, se representa la determinación gráfica del momento de sustitución del equipo **A** por el equipo **X** en los dos casos considerados.

d) Resolución simplificada del problema de la sustitución de equipos industriales.

La determinación del momento de la sustitución de un equipo industrial por otro nuevo de características distintas estudiada en el apartado anterior requiere, conforme se ha visto, el conocimiento de los costes de operación y de los valores residuales de ambos equipos a lo largo del tiempo.

Dado que la mayor parte de las veces no es fácil estimar la variación en el tiempo de las citadas variables, es interesante recurrir en tales ocasiones al método simplificado que se ofrece a continuación.

Así, una primera simplificación que se introduce en el problema es considerar que los costes de operación de uno y otro equipo tienen un valor constante, esto es, no varían en el tiempo.

Otra simplificación consiste en considerar que el momento de la sustitución ya no es una variable del problema, como sucedía en el caso general, sino que se fija de antemano dentro de la vida del equipo viejo. Esto reduce el problema a determinar si la sustitución de los equipos debe hacerse en el momento prefijado o, por el contrario, debe esperarse a agotar la vida de servicio del equipo antiguo.

La resolución del problema exige conocer, en lo que se refiere al equipo nuevo, su coste de adquisición, sus costes anuales de operación, su vida de servicio, estimada teniendo en cuenta todas las circunstancias que pueden incidir en la misma, en especial el futuro progreso tecnológico, y su valor residual al final de dicha vida de servicio. En lo que respecta al equipo a sustituir, es preciso conocer también su vida de servicio y sus valores residuales en el momento de la sustitución y al final de su vida de servicio. Conviene recordar que, conforme se indicó con anterioridad, los citados valores residuales del equipo viejo no tienen por qué coincidir con los que figuran en los libros contables sino que deben de reflejar los valores de reventa alcanzados, si la sustitución se hace en el momento actual, o que se espera alcance en el futuro dicho equipo en el mercado de segunda mano.

De acuerdo con esto, si C_A y S_{oA} representan los costes de operación y el valor residual del equipo **A**, también denominado **defensor** o **retado**, en el momento previsto de sustitución; n_A y $S_{nA,A}$, su duración a partir del momento elegido de sustitución y su valor residual al final de su vida de servicio; C_{oX} y C_X , los costes de adquisición y operación del equipo nuevo **X**, también denominado **desafiante** o **retador** y, finalmente, n_X y $S_{nX,X}$, la vida de servicio del equipo **X** y su valor residual al final de dicha vida de servicio, las dos alternativas **X**, consistente en sustituir al equipo **A** por el

X en aquel momento de la vida de **A** previamente elegido, y **AX**, consistente en efectuar la sustitución al final de la vida del equipo **A**, consideradas, una y otra, desde el punto de vista de un extraño, ofrecerán los flujos de costes y valores residuales que se representan en las figuras 6, a) y 6, b) expuestas a continuación

A la vista de las figuras, y teniendo en cuenta que los costes totales anuales equivalentes de las dos alternativas **X** y **AX** son coincidentes a partir del instante n_A , cuando

$$CTYE_X(r_o, n_x) < CTYE_A(r_o, n_A)$$

deberá elegirse la alternativa **x**, esto es, efectuar la sustitución del equipo **A** por el equipo **X** en el momento prefijado o .

Sin embargo, cuando se cumpla

$$CTYE_X(r_o, n_x) > CTYE_A(r_o, n_A)$$

deberá elegirse la alternativa **AX**, esto es, aguardar al final de la vida del equipo **A** para sustituirle por el equipo **X**.

Finalmente cuando

$$CTYE_X(r_o, n_x) = CTYE_A(r_o, n_A),$$

será indiferente efectuar la sustitución de un equipo por otro en el momento o o al final de la vida del equipo **A**.

Por lo tanto, y recordando las expresiones de $CTYE_X(r_o, n_x)$ y de $CTYE_A(r_o, n_A)$, según se cumpla que

$$C_x + a \frac{-1}{n_x} [C_{ox} - S_{nx,x}] + r_o S_{nx,x} \geq C_A + a \frac{-1}{n_A} [S_{oA} - S_{nA,A}] + r_o S_{nA,A} \quad [7]$$

la alternativa **X** será más ventajosa, indiferente, o menos ventajosa que la alternativa **AX**.

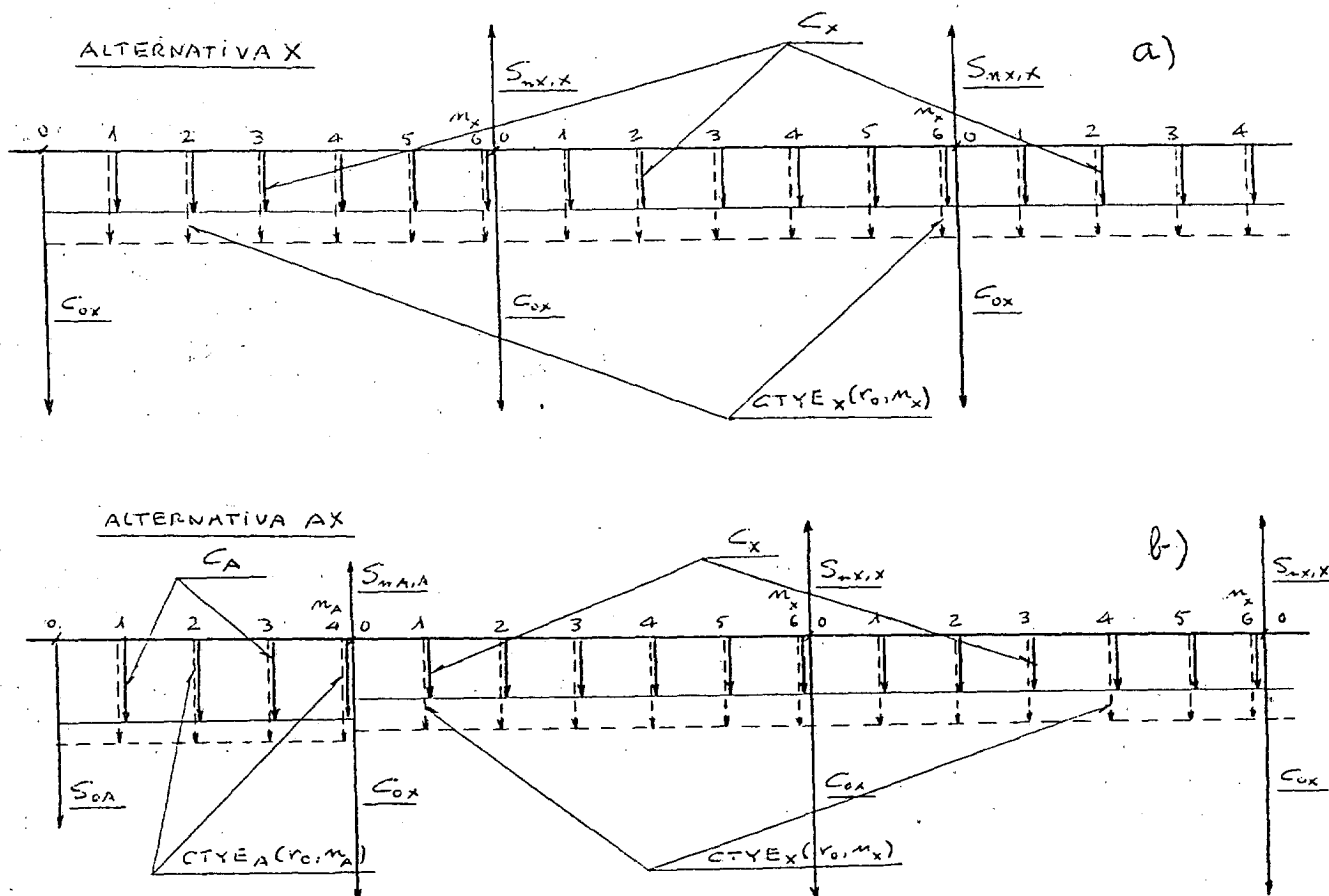
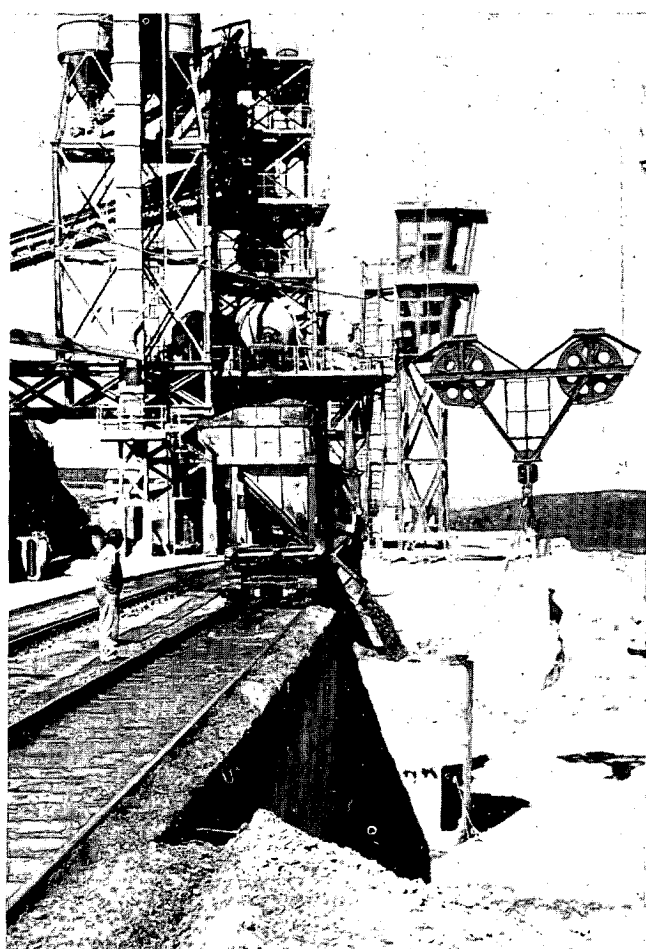


Figura 6



Recordando la expresión (29) del apéndice anterior, las condiciones (7) pueden ponerse en la forma

$$C_x + \frac{C_{ox} - S_{nx,x}}{n_x} + \frac{r_o}{2} \frac{n_x + 1}{n_x} [C_{ox} - S_{nx,x}] + r_o S_{nx,x} \geq C_A + \frac{S_{oA} - S_{nA,A}}{n_A} + \frac{r_o}{2} \frac{n_A + 1}{n_A} [S_{oA} - S_{nA,A}] + r_o S_{nA,A} \quad [8]$$

En el caso particular que los valores residuales de los equipos A y X al final del tiempo de vida restante sean iguales a cero, esto es, $S_{nA,A} = S_{nx,x} = 0$, las condiciones (7) y (8) se reducen a

$$C_x + a \frac{-1}{nx|r_o} C_{ox} \geq C_A + a \frac{-1}{nA|r_o} S_{oA} \quad [9]$$

y

$$C_x + \frac{C_{ox}}{n_x} + \frac{r_o}{2} \frac{n_x + 1}{n_x} C_{ox} \geq C_A + \frac{S_{oA}}{n_A} + \frac{r_o}{2} \frac{n_A + 1}{n_A} S_{oA} \quad [10]$$

que, en el caso de que también el valor residual del equipo A en el momento o sea igual a cero, esto es, cuando $S_{oA} = 0$, se convierten

$$C_x + a \frac{-1}{nx|r_o} C_{ox} \geq C_A \quad [11]$$

y

$$C_x + \frac{C_{ox}}{n_x} + \frac{r_o}{2} \frac{n_x + 1}{n_x} C_{ox} \geq C_A \quad [12]$$

Como ejemplo de lo expuesto vamos a considerar el caso de una máquina A, adquirida hace dos años por **8 millones de pesetas** y que tiene unos costes anuales de producción y conservación de **3,60 millones de pesetas**. El plan de amortización de la máquina se estableció sobre una base de una vida de servicio de **6 años** y un valor residual al final de dicha vida de **0,80 millones de pesetas**.

Habiendo aparecido en el mercado una máquina nueva X, con un coste de adquisición de **20 millones de pesetas**, unos costes anuales de operación de **1,70 millones de pesetas**, una vida útil estimada de **10 años** y un valor residual al cabo de dicha vida útil de **2 millones de pesetas**, se trata de investigar si debe procederse ya a la sustitución de la máquina antigua o debe aguardarse hasta el final de su vida sabiendo que su valor actual de reventa es de **5 millones de pesetas** y el valor residual esperado al final de dicha vida es de **0,50 millones de pesetas**. El tipo de interés es del 12 por 100.

La máquina A, en el caso de una amortización lineal, tendría al final del segundo año de su vida un valor contable igual a

$$[8,00 - 2x (8,00 - 0,80)/6] \text{ mill. pts.} = 5,60 \text{ mill. pts.}$$

Sin embargo, en lugar de este valor y del va-

lor residual de **0,8 millones de pesetas** previsto para el fnal de la vida de la máquina, los valores residuales a introducir en los cálculos son el valor actual de reventa de **5 millones de pesetas** y el valor final revisado de **0,5 millones de pesetas**.

De acuerdo con esto, el coste total anual equivalente de la máquina **A**, el **retado**, vendrá dado por

$$CTYEA(0,12; 4) = 3,600 + a \frac{-1}{4} 0,12$$

$$(5,000 - 0,500) + 0,500 \times 0,12 = 3,600 + 0,32923 \times 4,500 + 0,060 = 5,142 \text{ mill. pts.}$$

mientras que el coste total anual equivalente de la máquina **X**, el **retador**, será igual a

$$CTYEX(0,12; 10) = 1,700 + a \frac{-1}{10} 0,12$$

$$(20,000 - 2,000) + 2,000 \times 0,12 = 1,700 + 0,17698 \times 18,000 + 0,240 = 5,126 \text{ mill. ptas.}$$

La comparación de los valores obtenidos muestra que debe procederse a la sustitución del equipo **A** por el equipo **X** en el momento calculatorio **o**.

La utilización de las expresiones simplificadas de los costes totales anuales equivalentes de uno y otro equipo arroja los siguientes valores:

$$CTYA_A(0, 12; 4) = 3,600 + \frac{5,000 - 0,500}{4} + \frac{0,12}{2} \frac{5}{4} (5,000 - 0,500) + 0,500 \times 0,12 = 3,600 + 1,125 + 0,338 + 0,060 = 5,123 \text{ mill. p.}$$

$$\text{y } CTYEX(0, 12; 10) = 1,700 + \frac{20,000 - 2,000}{10} + \frac{0,12}{2} \frac{11}{10} (20,000 - 2,000) + 2,000 \times 0,12 = 1,700 + 1,800 + 1,188 + 0,240 = 4,928 \text{ mill. p.}$$

En el supuesto que los valores residuales de los dos equipos al final de sus respectivas vi-

das de servicio fueran iguales a cero, los costes totales anuales equivalentes serían iguales a:

$$CTYEA(0, 12; 4) = 3,600 + a \frac{-1}{4} 0,12 \cdot 5,000 = 3,600 + 0,32923 \times 5,000 = 5,246 \text{ mill. pts.}$$

y

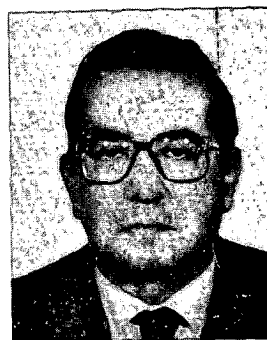
$$CTYEX(0, 12; 10) = 1,700 + a \frac{-1}{10} 0,12 \cdot 20,000 = 1,700 + 0,17698 \times 20,000 = 5,240 \text{ mill. pts.}$$

lo que muestra que, también en este supuesto, deberá procederse a la sustitución de la máquina vieja por la máquina nueva en el momento **o**.

Sin embargo, cuando, además, el valor residual de la máquina vieja en el momento calculatorio **o** es igual a cero, deberá aguardarse al final de la vida de esta máquina para proceder a su sustitución ya que, en este caso, se tiene que

$$CTYEA(0, 12; 4) = 3,600 \text{ mill. pts. y } CTYEX(0, 12; 10) = 5,240 \text{ mill. pts. } \blacksquare$$

Angel Uriarte González



Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos, (Promoción 1957), y Licenciado en Ciencias Económicas. Ha trabajado en la empresa privada y en los servicios periféricos y centrales del Ministerio de Obras Públicas. Desde 1977 es Catedrático Numerario de Economía de E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Santander. Ha publicado diversos trabajos sobre temas económicos de carácter general y relacionados con la planificación y la explotación de las Obras Públicas.