

Cálculo rápido de vigas continuas

Por HUMBERTO LOPEZ VILALTA

Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos.

El presente trabajo presenta un método sencillo para el cálculo de vigas continuas con infinitos tramos, y con cualquier distribución de cargas.

Permite eliminar la hiperestaticidad de la estructura transformándola en una viga simplemente apoyada.

El método no desprecia la colaboración de ninguno de los tramos e implica únicamente que en todos los tramos, EI debe ser constante permitiendo la existencia de $n-2$ apoyos elásticos. Permite el cálculo manual con un número limitado de tramos o su implantación en ordenadores personales o calculadoras programables del tipo Hewlett-Packard 41 CV.

1. ANTECEDENTES

Existen en la práctica numerosos casos en los que se presenta la necesidad de resolver una estructura definida como viga continua, bien sea directamente o como resultado de una simplificación o idealización de estructuras más complejas.

Existen varios métodos más o menos complicados que tienen en cuenta la influencia de un número de tramos finito sobre un tramo determinado. Entre los más conocidos podemos citar:

a) Método de Clapeyron o de los tres momentos.

Tienen en cuenta la influencia de los momentos adyacentes a un apoyo dado, considerando la influencia de dos tramos de viga para cada apoyo, su expresión es:

$$\left(\frac{1}{EI}\right)_i M_{i-1} + \left\{ \left(\frac{1}{EI}\right)_i + \left(\frac{1}{EI}\right)_{i+1} \right\} M_i + \left(\frac{1}{EI}\right)_{i+1} M_{i+1} + 6 \{ \bar{\omega}_{i,i} - \bar{\omega}_{i,i+1} \} = 0$$

siendo

$$\bar{\omega}_{i,i} = \int_0^{l_i} \frac{\bar{M}_i(x) x dx}{(EI)_i}$$

$$\bar{\omega}_{i,i+1} = - \int_0^{l_{i+1}} \frac{M_{i+1}(x) (l_{i+1} - x)}{(EI)_{i+1}} dx$$

Este método presenta el inconveniente de que desprecia la influencia de algunos tramos y se complica cuando contemplamos la posibilidad de que todos o algunos de los apoyos intermedios sean elásticos.

En este método tenemos que resolver un sistema de ecuaciones igual que en el método que proponemos, con la única ventaja de obtenerse matrices tridiagonales y con los inconvenientes anteriormente citados.

Asimismo, para el cálculo de esfuerzos y deformaciones debemos acabar resolviendo una viga simple con unos ciertos momentos en sus extremos.

b) Extensión del método de Clapeyron

Se han desarrollado algunos métodos con la misma filosofía que el de Clapeyron contemplando mayor número de momentos, presentando los mismos inconvenientes del anterior agravados por el aumento del ancho de banda y presentando como mejora una mayor precisión que creemos injustificada por la mayor complejidad.

(*) Se admiten comentarios sobre el presente artículo, que podrán remitirse a la Redacción de esta Revista hasta el 30 de noviembre de 1986.

b) Método de M. Caquot.

Solamente considera la influencia de los dos tramos adyacentes a un apoyo, considerando unas longitudes ficticias para cada tramo dependiendo de su grado de coacción.

La solución de su método se presenta en forma gráfica, para diferentes esquemas estructurales y diferentes trenes de cargas.

d) Método de Reimbert

Este método es una mejora del método de M. Caquot, presentando los resultados en forma de tablas que proporcionan coeficientes adimensionales función del empotramiento relativo de cada tramo.

Como todos los métodos presentados de forma discreta, implican la necesidad de interpolaciones sobre los datos que se presentan en las tablas.

2. DESCRIPCION DEL METODO PROPUESTO

El método que se propone, no implica ninguna simplificación ni hipótesis previa, salvo la necesidad de que en los apoyos extremos esté coaccionado el desplazamiento vertical y de que el producto $\delta_i R_i$ sea constante en todos los tramos.

El fundamento es el siguiente:

Consideremos una viga simple de longitud igual a la suma de longitudes de todos los tramos, cargada con m cargas, tipificadas en 7 grupos, que son las cargas exteriores, y con $n-1$ cargas del valor desconocido $R_1 - R_{n-1}$ siendo el número de tramos de la viga original, que son las reacciones.

La ecuación de compatibilidad para cada apoyo nos permite relacionar las fuerzas R_i con las cargas exteriores a través de la siguiente expresión:

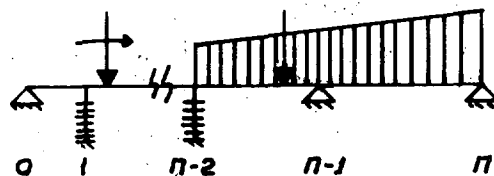
$$\delta_i^{Fe} - R_i/k_i = \delta_i^{R_i} \quad [1.]$$

siendo δ_i^{Fe} el desplazamiento vertical en el nudo i producido por las cargas exteriores.

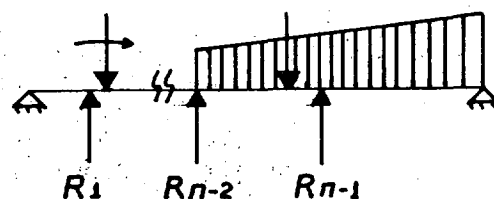
$\delta_i R_i$ el desplazamiento vertical en el nudo i producido por el conjunto de cargas interiores-reacciones.

K_i la constante elástica de cada apoyo.

El método propuesto transforma la estructura original



en la siguiente estructura

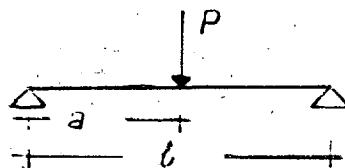


La condición de compatibilidad descrita en (1), permite la formación de un sistema de ecuaciones, en el que para el cálculo de los coeficientes de la matriz solamente es necesaria la línea de influencia de las flechas producidas en una viga simple por una carga puntual.

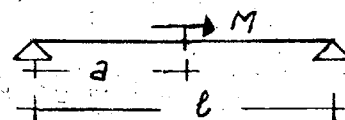
Asimismo para el cálculo del término δ_i^{Fe} , solamente es necesaria la utilización de las expresiones que proporcionan la flecha en cualquier punto de una viga continua para las cargas tipificadas.

Dichas cargas son:

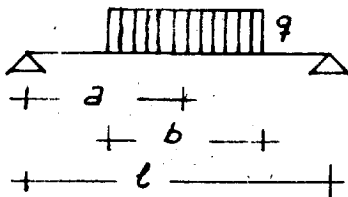
Tipo 1.



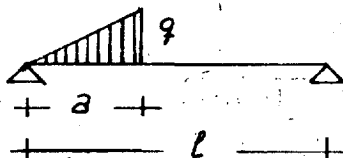
Tipo 2.



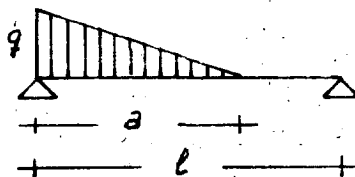
Tipo 3.



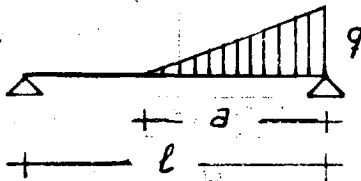
Tipo 4.



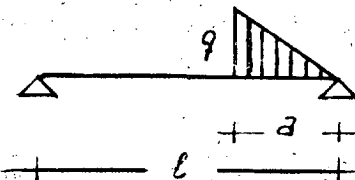
Tipo 5.



Tipo 6.



Tipo 7.



Las expresiones correspondientes a la deformada pueden encontrarse en multitud de publicaciones, por ejemplo «Prontuario de Ensidessa. Tomo I».

3. DESARROLLO DEL METODO

Desarrollando los términos de (1) podemos escribir:

$$\delta_i^{F_e} = \sum_{j=1}^m \delta_i^{F_j} \quad \delta_i^{R_i} = \sum_{j=1}^{n-1} R_j \delta_{ij}$$

sustituyendo en (1) llegamos a:

$$\sum_{j=1}^m \delta_i^{F_j} - R_i/K_i = \sum_{j=1}^{n-1} R_j \delta_{ij}$$

en la que δ_{ij} representa el desplazamiento vertical producido en el apoyo i por una carga unitaria colocada en el apoyo j .

Así pues, formamos el siguiente sistema de ecuaciones en el que los coeficientes δ_{ij} incorporan el término $(+1/K_i)$, en el caso de apoyos elásticos.

$$\begin{bmatrix} \delta_{1,1} + 1/K_1 & \delta_{1,2} & \dots & \delta_{1,n-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{n-1,1} & \delta_{n-1,2} & \dots & \delta_{n-1,n-1} + 1/K_{n-1} \end{bmatrix} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} R_1 \\ \vdots \\ R_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^m \delta_i^{F_j} \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^m \delta_{n-1}^{F_j} \end{bmatrix}$$

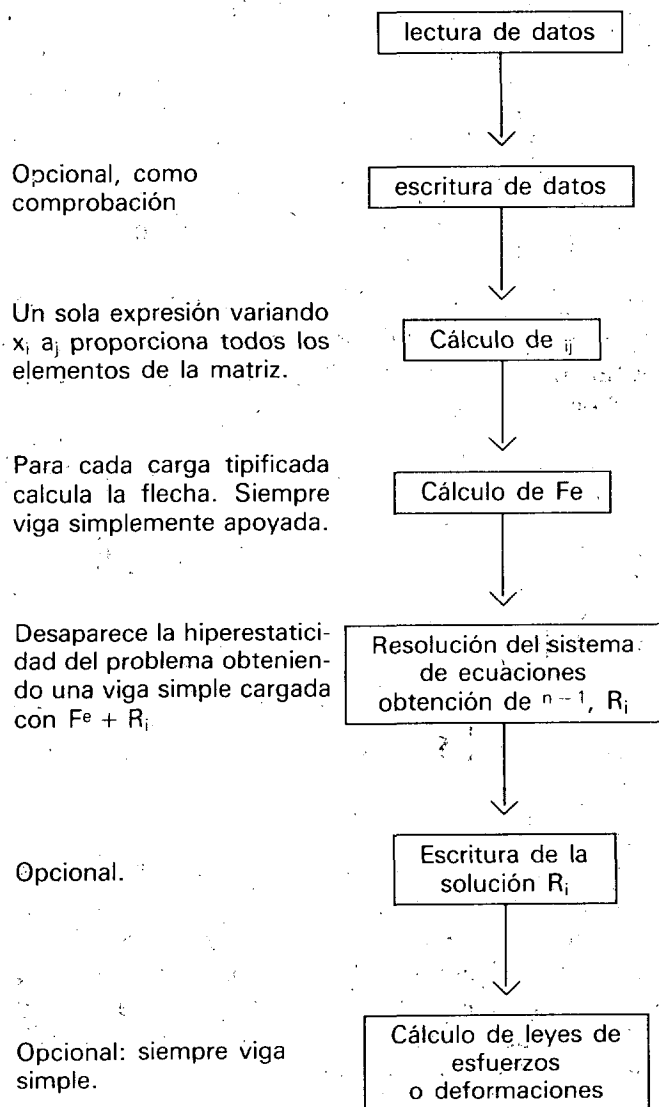
resolviendo el sistema de ecuaciones obtenemos el conjunto de reacciones, R_i que nos permiten calcular las leyes de esfuerzos y de desplazamientos en cualquier punto considerando una viga simple cargada con las cargas exteriores y con las reacciones, como cargas puntuales aplicadas en los diferentes apoyos.

4. APLICACION DEL METODO

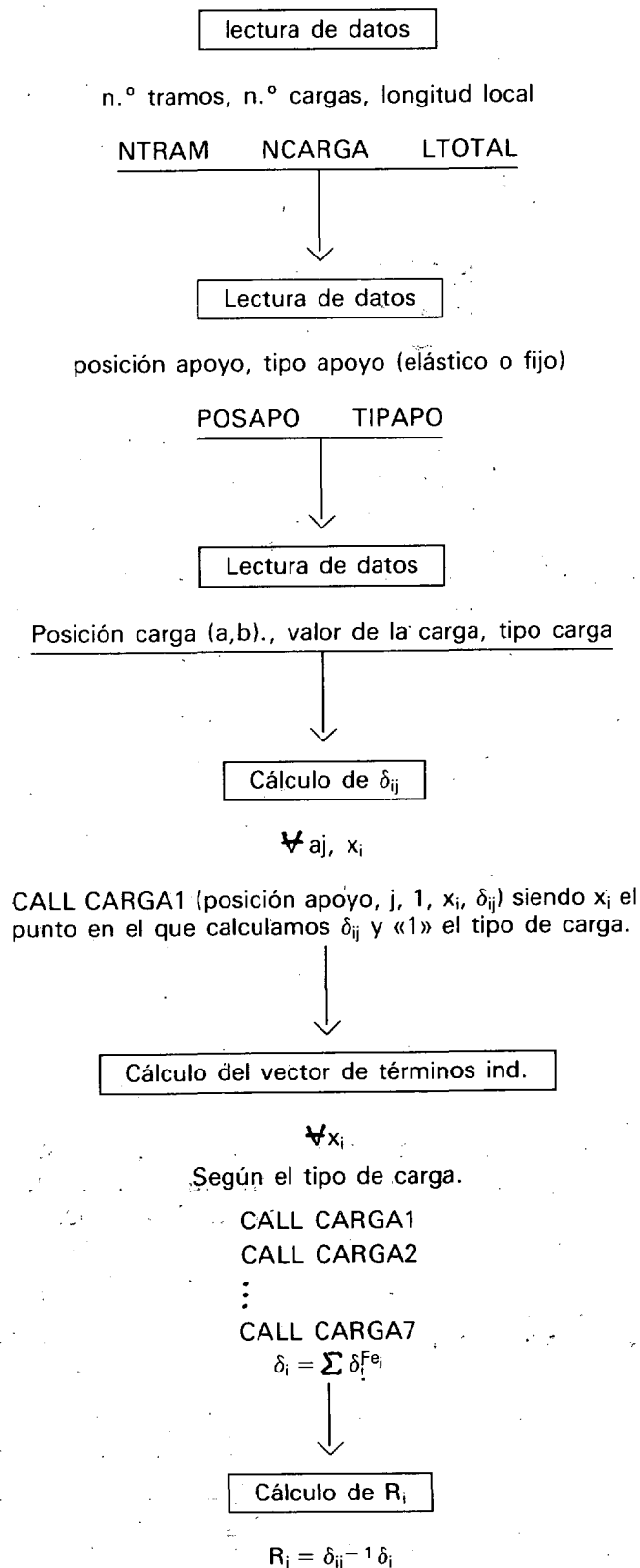
Consideramos que la facilidad del método viene dada por la inexistencia de expresiones complejas, y por la facilidad de programar en cualquier lenguaje las expresiones de las flechas producidas por las cargas tipificadas.

Teniendo en cuenta la facilidad de disponer hoy en día de calculadoras programables y ordenadores personales, y quedando limitados únicamente el número de tramos por las capacidad de memoria —una HP41CV puede resolver una viga de 14 tramos— exponemos al esquema del procedimiento a realizar que puede ir desde el simple estadillo al tratamiento refinado de resultados.

CALCULO RAPIDO DE VIGAS CONTINUAS



5. ANALISIS DEL PROGRAMA DE ORDENADOR



6. CONCLUSION

El método que se expone, conceptualmente es muy sencillo e implica para su desarrollo la formación de 7 rutinas —o menos— que calculan flechas en vigas simples para diferentes cargas, y la creación de un pequeño programa que las llama ordenadamente.

Consideramos que su implantación en cualquier máquina programable es muy sencilla, proporcionando resultados exactos con muy poco tiempo de proceso.

BIBLIOGRAFIA

1. REIMBERT: «Cálculo Rápido de vigas continuas». URMO, S. A. de Ediciones. Bilbao 1976.
2. HAHN, J.: «Vigas continuas, pórticos, placas y vigas flotantes sobre terreno elástico». Ed. Gustavo Gili. Barcelona 1982.
3. Prontuario de Ensidesa. Tomo I.

Humberto López Vilalta



Es Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos por la Universidad Politécnica de Catalunya.

Está Diplomado en Hidrología Subterránea por el Curso Internacional de Hidrología Subterránea por el Curso Internacional de Hidrología Subterránea de la Universidad de Barcelona.

Como jefe de la Sección de Obras de la Dirección General de Obras Hidráulicas de la Generalitat de Catalunya, ha participado

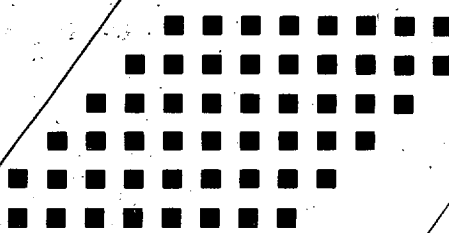
en numerosos estudios de Recursos-Demandas, así como en la realización de modelos matemáticos de simulación, tanto para acuíferos como para cuencas hidrográficas; dirigiendo asimismo de totalidad de las obras realizadas por el citado organismo en su zona correspondiente.

Actualmente está desarrollando su tesis doctoral con el título de «Modelo hidrológicos en acuíferos no porosos».



**INGENIERIA
Y CONTROL
TECNICO S.A.**

EXPONGA SU IDEA ?



 **δ ? = SU PROYECTO**

C/ Gascó Oliag, 12 - 2. 46010-VALENCIA
Tel: 362.07.11 - 50