

Un estudio sobre las oscilaciones en las cámaras de aire (*)

Por MARTI LLORENS I MORRAJA

Licenciado en Ciencias Físicas.
Facultad de Física. Universidad de Barcelona.

JAUME MASSONS I BOSCH

Licenciado en Ciencias Físicas.
Facultad de Química de Tarragona.
Universidad de Barcelona.

En el presente trabajo se aborda la integración de la ecuación diferencial que rige las oscilaciones en una cámara de aire, problema que, como propone Swanson (1), podrá resolverse como el de una oscilación de masas, despreciando los efectos de la elasticidad de la tubería y la compresibilidad del líquido.

Adoptando un tratamiento adimensional para el estudio de la cámara de aire se caracterizan las oscilaciones de masas que en ella se producen en base a cuatro parámetros adimensionales. Se centra especial atención en el estudio de las cámaras de aire ya que con los parámetros característicos definidos será posible tratar las chimeneas de equilibrio como caso límite de aquellas.

A fin de confrontar la simulación numérica introducida con los resultados experimentales, se ha puesto a punto un montaje experimental que permite obtener un registro de las oscilaciones de presión del aire y del nivel de líquido que aparecen en la cámara después de un cierre o una apertura instantánea de una válvula situada aguas abajo de la cámara.

INTRODUCCION

De entre los numerosos métodos empleados en las instalaciones hidráulicas para la reducción de los efectos del golpe de ariete, destaca por su importancia el de ubicar aguas arriba de la válvula que gobierna el flujo una chimenea de equilibrio o una cámara de aire. Si de forma súbita se cierra la válvula, la chimenea de equilibrio o la cámara de aire permitirán que la energía cinética inicial del fluido se disipe en sucesivas oscilaciones en lugar de transformarse en energía de flujo, dando lugar así al fenómeno del golpe de ariete (2).

Además del atractivo económico que representa el que el tramo de tubería situado aguas arriba de la chimenea pueda diseñarse como una tubería de conducción, si la válvula gobier-

na la entrada a una turbina, puede añadirse aún una segunda ventaja al hecho de diseñar una planta incluyendo una chimenea de equilibrio, y es que puede conseguirse una mejor salida de potencia en el transitorio que provoca una demanda súbita, ya que se dispone de un volumen importante de agua «almacenada» en la chimenea y que permite obtener una respuesta más rápida del sistema.

Al no haber variaciones rápidas de la velocidad, el problema del estudio de las oscilaciones en una cámara de aire o en una chimenea podrá resolverse como el de una oscilación de masas, despreciando la compresibilidad del fluido. Asimismo, los diferentes órdenes de magnitud del período típico del golpe de ariete (algunos milisegundos) y del período propio de la oscilación de masas (algunos segundos) permiten, afortunadamente, que en la mayoría de los casos, el fenómeno del golpe de ariete y de las

(*) Se admiten comentarios sobre el presente artículo, que podrán remitirse a la Redacción de esta Revista hasta el 31 de enero de 1986.

oscilaciones de masas puedan ser tratados por separado (1), (3).

Se aborda directamente el estudio de las oscilaciones en una cámara de aire, por cuanto siempre será posible tratar las chimeneas como casos límites de las cámaras, adoptando un valor infinito para la altura de la columna de aire atrapada inicialmente y una presión inicial en la misma igual a la presión atmosférica.

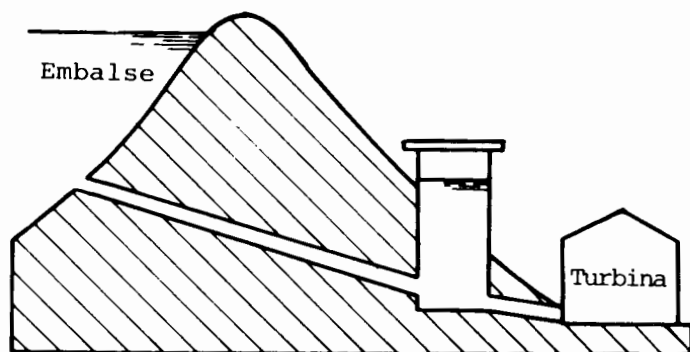


Figura 1.—Instalación hidráulica con cámara de aire.

ECUACIONES QUE RIGEN LAS OSCILACIONES EN UNA CAMARA DE AIRE. RESOLUCION

Consideremos una tubería de longitud L y diámetro D_t por la cual circula un fluido líquido con una velocidad v_{to} . Supongamos que aguas abajo de la misma (y aguas arriba de la válvula de retención), se encuentra una cámara de aire de sección A_2 . Supongamos que en el instante inicial el nivel del líquido en la cámara es tal que la altura de aire atrapado es L_0 y que se encuentra sometido a una presión p_0 (Fig. 2). Supongamos que en el instante inicial, y de manera súbita, se cierra la válvula situada aguas abajo de la cámara. Con el criterio de signos que aparece en la figura 2 y suponiendo que el área del depósito (A_1) es muy superior a la de la cámara y que ésta es muy superior a la de la tubería, la ecuación de Bernoulli combinada con la ecuación de continuidad permiten establecer

$$\ddot{z} + \frac{f L_e A_2}{2 D_t L A_t} \dot{z} |\dot{z}| + \frac{g A_t}{L A_2} (z - z'_0) + \frac{p_{atm} A_t}{L \rho A_2} \left[\frac{x}{(1 - z/L_0)^\gamma} - 1 \right] = 0 \quad [1]$$

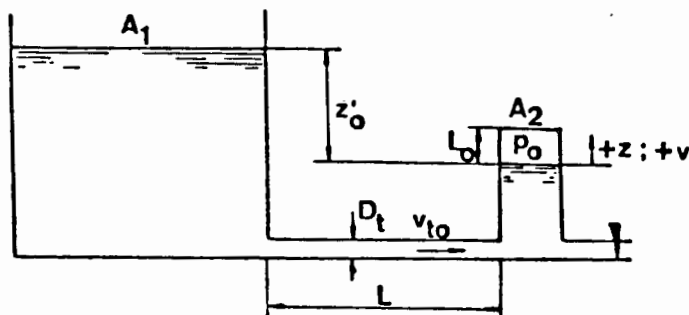


Figura 2.—Esquema de una instalación con cámara de aire.

con las condiciones iniciales siguientes

$$\begin{aligned} z(t=0) &= 0 \\ \dot{z}(t=0) &= v_{to} \frac{A_t}{A_2} \end{aligned} \quad [2]$$

donde f es el factor de fricción (que consideramos constante a lo largo del transitorio), P es la densidad del fluido, L_e es la longitud equivalente del circuito hidráulico, A_t es el área de la sección transversal de la tubería, γ es el coeficiente de las adiabáticas (c_p/c_v para el aire) y representamos por x el cociente entre la presión inicial del aire en la cámara y la presión atmosférica (p_0/p_{atm}).

Para la resolución sistemática de la ecuación diferencial (1) procedemos a hacer un cambio de variables para trabajar en forma adimensional, con las ventajas que ello conlleva.

Los cambios de variables propuestos (5), (6).

$$\begin{aligned} \theta &= z/z'_0 \\ \tau &= \sqrt{\frac{g A_t}{L A_2}} t \end{aligned} \quad [3]$$

En función de las nuevas variables, la ecuación (1) quedará en la forma

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} + K_1 \dot{\theta} |\dot{\theta}| + (\theta - 1) + \\ + K_2 \left[\frac{x}{(1 - \alpha \theta)^\gamma} - 1 \right] &= 0 \end{aligned} \quad [4]$$

con las condiciones iniciales siguientes:

$$\theta_0 = \theta(\tau=0) = 0$$

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_0 &= \left[\frac{d\theta}{d\tau} \right]_{\tau=0} = \sqrt{\frac{v_{to}^2 A_t L}{A_2 z_o'^2 g}} = \\ &= \sqrt{\frac{1 - (x-1)K_2}{K_1}} \end{aligned} \quad [5]$$

donde los diferentes parámetros adimensionales introducidos son

$$\begin{aligned} x &= \frac{p_o}{p_{atm}} \\ K_1 &= \frac{z_o' f A_2 L_e}{2 A_t D_t L} \\ \alpha &= \frac{z_o'}{L_o} \\ K_2 &= \frac{p_{atm}}{\rho g z_o'} \end{aligned} \quad [6]$$

Nótese que la expresión subradical de (5) en ningún caso puede ser negativa, ya que esto conllevaría

$$p_{atm} + \rho g z_o' < p_o \quad [7]$$

con el absurdo que esto supone.

Desafortunadamente, la ecuación diferencial (4) no es integrable analíticamente. A pesar de ello, si admitimos una hipótesis de pequeña oscilación (pequeña en el sentido de que el producto $\alpha\theta$ se mantenga muy inferior a la unidad), es posible hacer un desarrollo en serie de Taylor del término $(1-\alpha\theta)^{-\gamma}$ de la expresión (4), cortando el desarrollo a partir del tercer término y, a pesar de que la ecuación diferencial resultante no es lineal, puede procederse a una integración analítica de la misma. La integración debe hacerse semioscilación a semioscilación,

para mantener en todo el intervalo de integración el signo de $\dot{\theta}$.

Una vez resuelta la ecuación diferencial (6), podemos encontrar el valor del primer máximo adimensional de la oscilación, θ_1 como solución de la ecuación trascendente

$$\begin{aligned} (\dot{\theta}_0^2 + A) e^{-2K_1\theta_1} &= \frac{K_2 \alpha^2 \gamma (\gamma+1) x}{2 K_1} \theta_1^2 + \\ &+ \left[\frac{1+K_2 \alpha \gamma x}{K_1} - \frac{x \alpha^2 \gamma (\gamma+1) K_2}{2 K_1^2} \right] \theta_1 + A \end{aligned} \quad [8]$$

donde

$$\begin{aligned} A &= \frac{x K_2 \alpha^2 \gamma (\gamma+1)}{4 K_1^3} - \frac{x \alpha \gamma K_2 + 1}{2 K_1^2} - \\ &- \frac{1+K_2 (1-x)}{K_1} \end{aligned} \quad [9]$$

Análogamente, el primer mínimo adimensional de la oscilación, θ_2 , sería la solución de la ecuación trascendente.

$$\begin{aligned} &\left[\frac{1+K_2 \alpha \gamma x}{K_1^2} + \frac{x K_2 \theta \alpha^2 \gamma (\gamma+1)}{K_1^2} + \right. \\ &\left. + (\theta_0^2 + A) e^{-2K_1\theta_1} \right] e^{2K_1(\theta_2 - \theta_1)} = \\ &= \frac{x K_2 \alpha^2 \gamma (\gamma+1)}{2 K_1} \theta_2^2 + \left[\frac{1+x \alpha \gamma K_2}{K_1} + \right. \\ &\left. + \frac{x K_2 \alpha^2 \gamma (\gamma+1)}{2 K_1^2} \right] \theta_2 + A + \frac{1+K_2 \alpha \gamma x}{K_1^2} \end{aligned} \quad [10]$$

De forma análoga podrían determinarse los sucesivos extremos de la oscilación, de todas formas, y en la mayoría de casos de interés, el conocimiento del primer máximo y primer mínimo caracterizan suficientemente bien la oscilación.

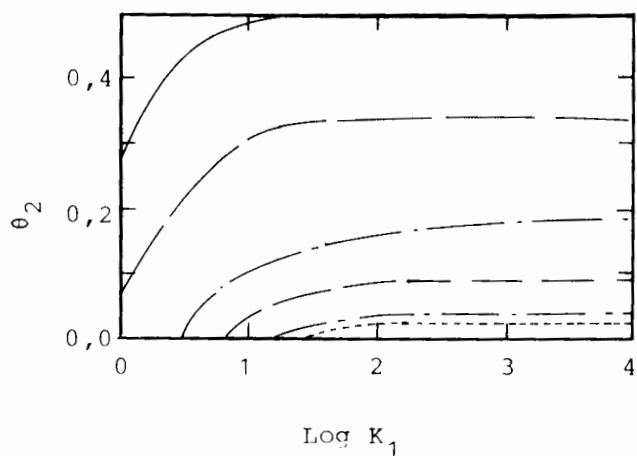
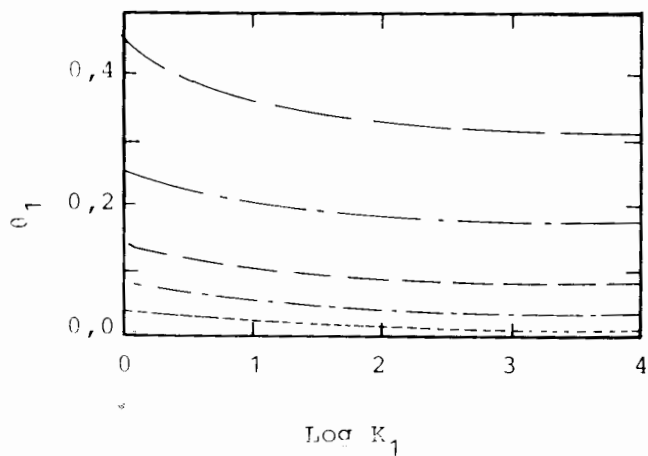
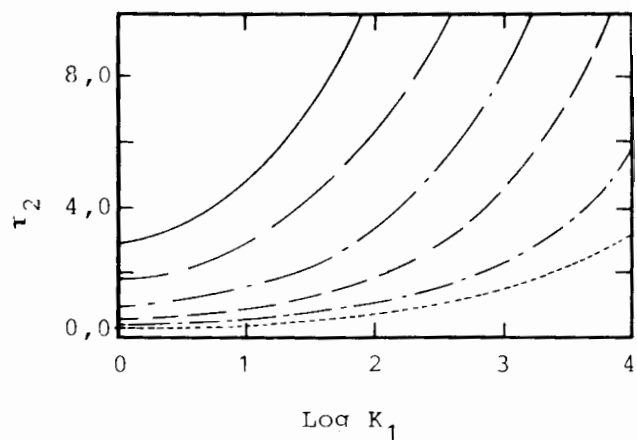
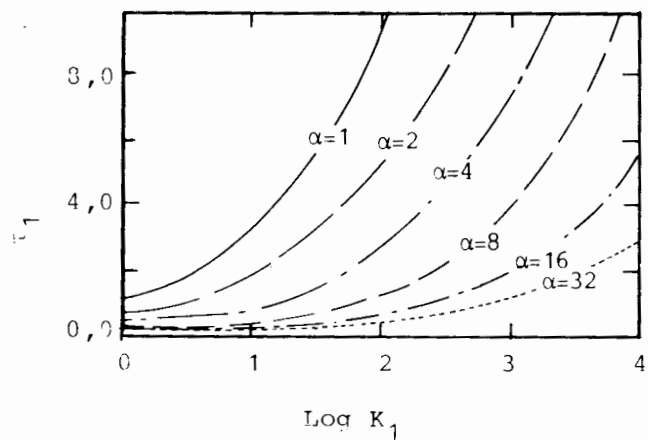


Figura 3.—Determinación del primer máximo y primer mínimo para $K_2 = 0, 2$ y $x = 1, 0$

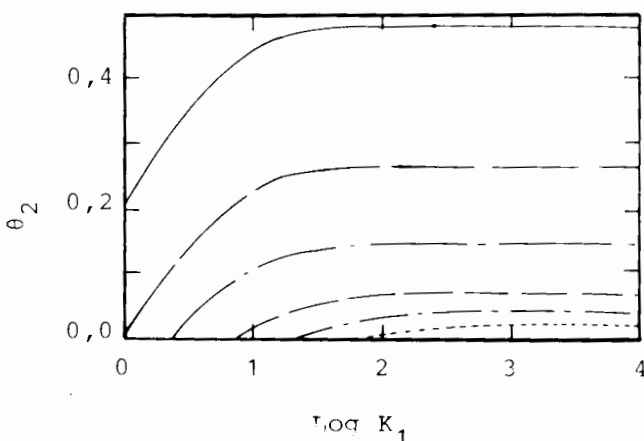
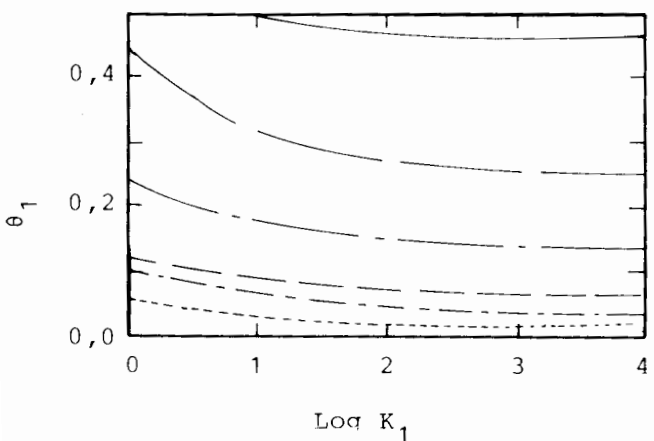
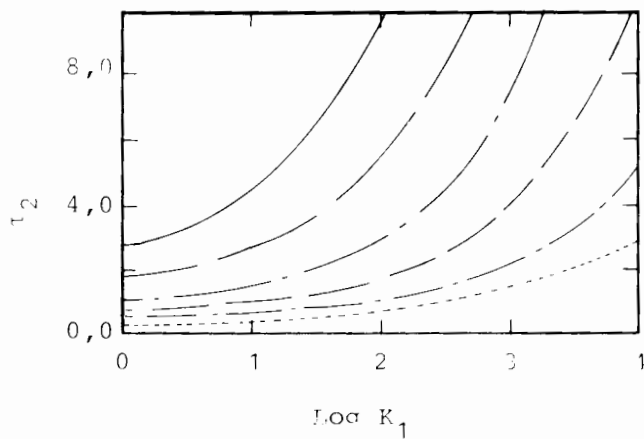
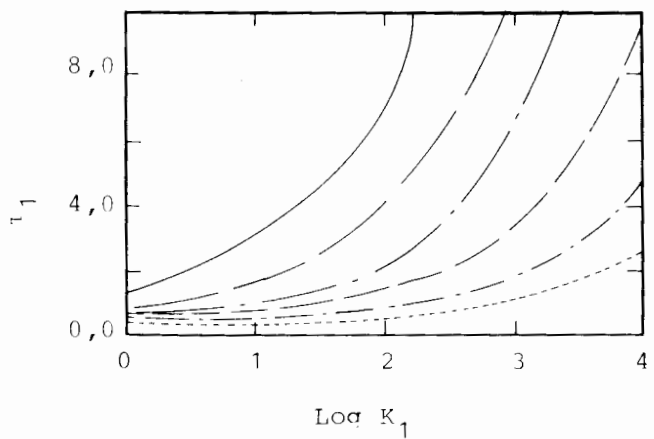


Figura 4.—Determinación del primer máximo y mínimo para $K_2 = 0, 4$ y $x = 1, 0$

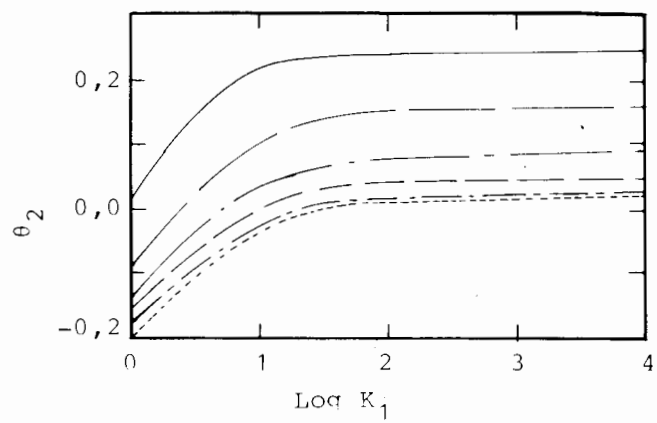
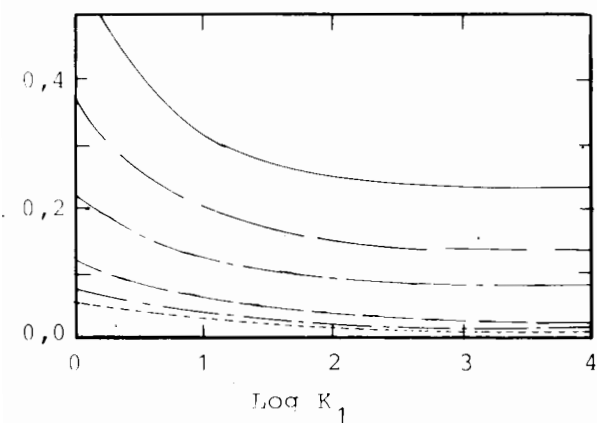
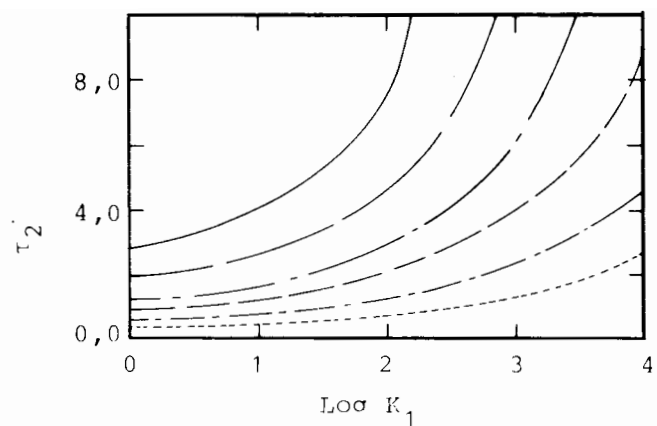
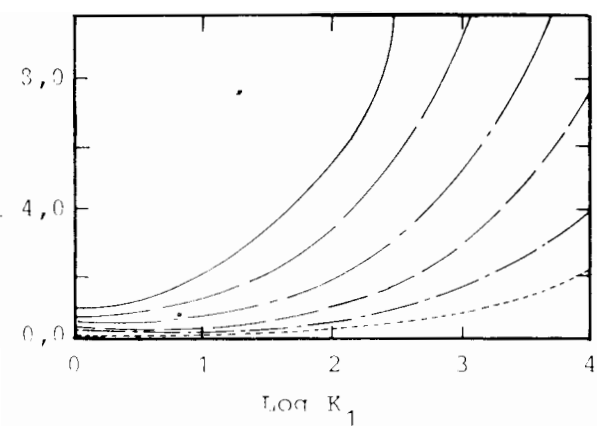


Figura 5.—Determinación del primer máximo y mínimo para $K_2 = 0, 4$ y $x = 2, 0$

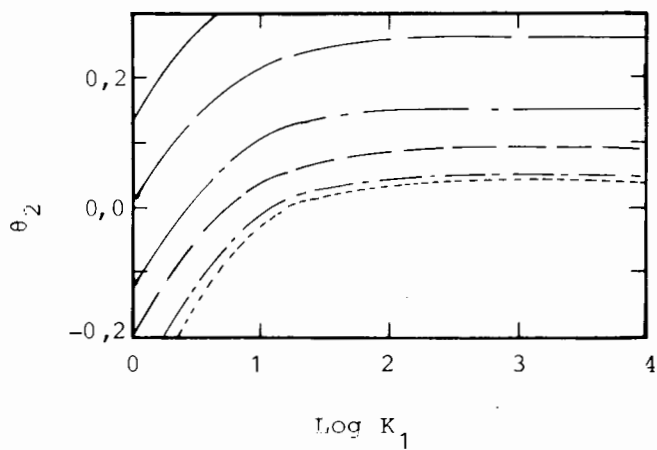
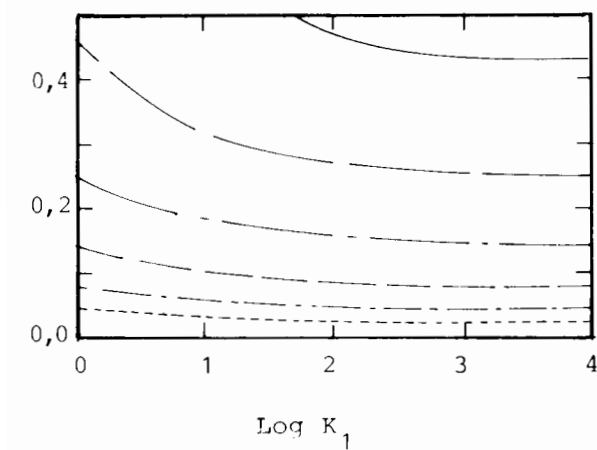
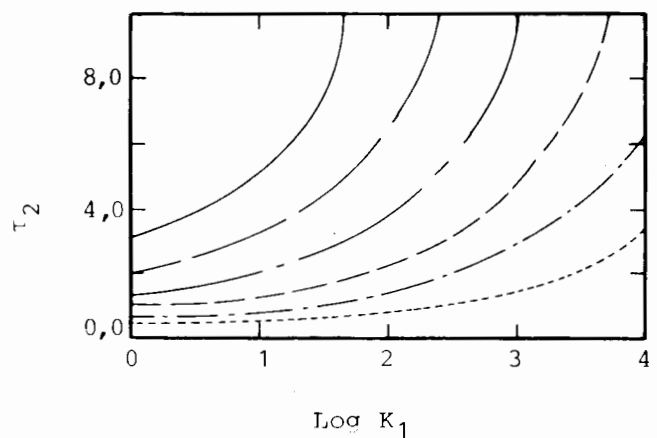
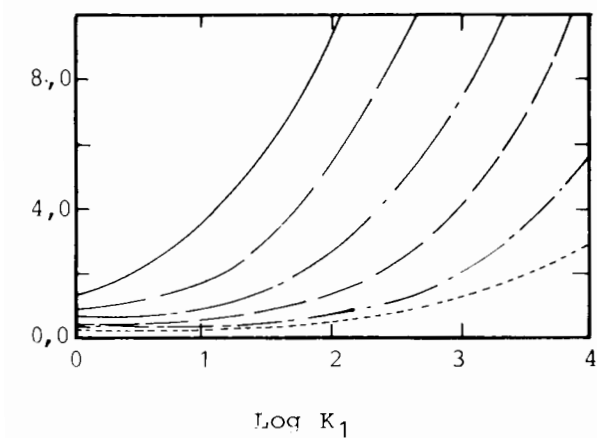


Figura 6.—Determinación del primer máximo y mínimo para $K_2 = 0, 1$ y $x = 3, 0$

Destacar que los parámetros adimensionales definidos por (6) han sido elegidos de forma tal que permiten el estudio de las chimeneas de equilibrio sin más que hacer un paso al límite, adoptando un valor nulo para el parámetro α y un valor unitario para el parámetro x . Destacar también que en este caso, la hipótesis de pequeña oscilación es supérflua, por cuanto el producto $\alpha\theta$ será en cualquier caso, nulo.

Desafortunadamente el método analítico introducido no puede darnos información sobre la variable temporal, por lo que, si precisamos saber en que instante se alcanzan los sucesivos extremos de la oscilación, tendremos que proceder a una integración numérica de la ecuación diferencial (4). A fin de sistematizar las resoluciones, se ha preparado un programa de cálculo capaz de dar, para diferentes valores de los parámetros, los valores, de θ_1 , θ_2 , τ_1 , y τ_2 , donde τ_1 y τ_2 representan respectivamente los instantes en que la oscilación alcanza el primer máximo y el primer mínimo, ambos expresados en forma adimensional. En la figuras 3 a 6 se reproducen algunas de estas familias de gráficas, pudiéndose obtener una información más completa en (6). Como puede verse, cada gráfica queda parametrizada por α y cada una de ellas es representativa de un único valor de k_2 y de x .

RESULTADOS EXPERIMENTALES OBTENIDOS

A fin de comprobar si los resultados simulados numericamente están en concordancia con los experimentales se dispone de un montaje (Fig. 7) que en esencia consta de una tubería

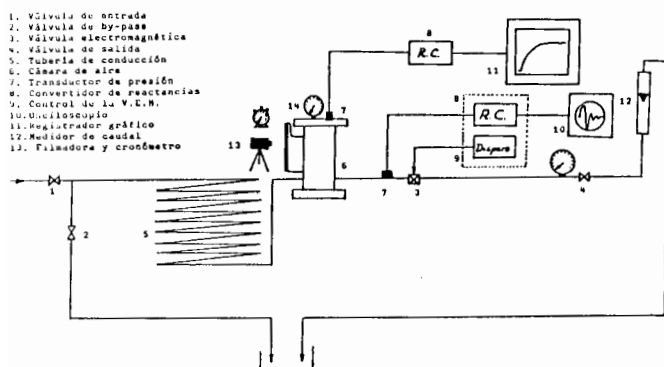


Figura 7.—Esquema del montaje experimental utilizado.

de cobre de 62 m de longitud, 1,27 cm de diámetro interior y 1 mm de espesor de pared, aguas abajo de la cual situamos una cámara de aire. Aguas abajo de esta se encuentran dos válvulas, una manual y otra electromagnética de cierre prácticamente instantáneo «todo o nada». Un medidor de caudal, flotámetro, situado aguas abajo de la válvula electromagnética para evitar someterlo a sobrepresiones excesivas, nos da, para cada experiencia, el caudal de régimen con el que trabajamos. La velocidad de régimen puede regularse con la ayuda de la válvula «bypass» situada en la entrada del circuito hidráulico. El valor del factor de fricción para una velocidad de régimen de 0,4 m/s es, en base al diagrama de Moody, 0,056. Con todo hay que destacar el elevado valor que adopta el coeficiente de pérdidas menores, debido en gran parte a la presencia de la válvula electromagnética y que se traduce en un incremento de la longitud equivalente asociada al circuito hidráulico.

La cámara de aire, de diseño y construcción propias, es de 10,9 cm de diámetro interior y 34,5 cm de altura. En la brida ciega que cierra la cámara (Fig 8), existe una entrada de aire, un manómetro metálico que permite obtener una apreciación visual de la presión instantánea reinante en el interior de la cámara y un transductor de presión capacitivo la señal del cual se envía a un registrador gráfico que permite obtener el registro de la oscilación de presión. Previamente la señal pasa por un convertidor de

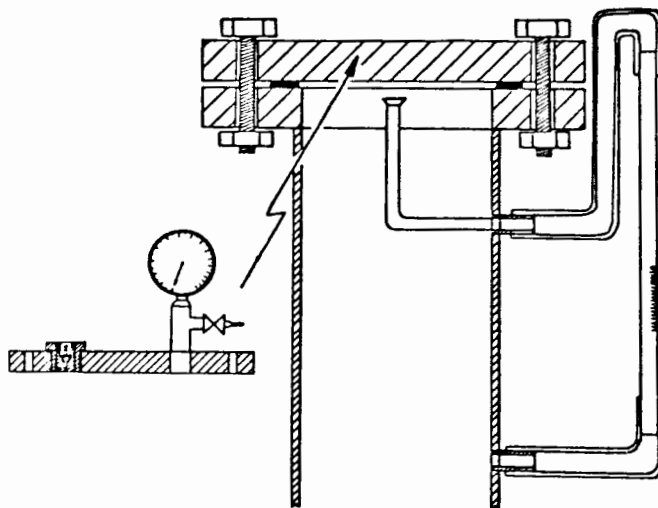


Figura 8.—Esquema de la parte superior de la cámara de aire.

reactancias (se utiliza uno de los módulos del osciloscopio UNIVERSAL INDICATOR HB-500) que transforma las señales de variación de capacidad en señales de tensión continua que guardan una relación quasi-lineal con las variaciones de presión. La presión del aire en el régimen permanente inicial puede ajustarse con la ayuda de la válvula manual situada a la salida del circuito hidráulico. El nivel del aire en la cámara viene regulado en función de la cantidad de aire que en ella introduzcamos.

Cada experiencia consta de un cierre instantáneo y total de la válvula electromagnética a partir de unas condiciones prefijadas de flujo y unas características de la cámara (presión inicial del aire y nivel del agua), para proceder, una vez alcanzado el estado estacionario, a estudiar el problema de una apertura instantánea y parcial de la válvula hasta unas determinadas condiciones finales.

En la bibliografía (1), (4), (7), (8), aparece la tendencia generalizada de considerar como adiabáticas las oscilaciones que tienen lugar en la cámara, por lo que, si asumimos esta hipótesis, bastaría con registrar la oscilación de presión para caracterizar completamente la oscilación del fluido. A fin de comprobar la bondad de esta hipótesis, se ha preferido registrar las dos variables, presión y nivel, para encontrar el índice de politropía de la oscilación que, si bien estará comprendido entre 1,0 y 1,4, no tiene porque ser constante a lo largo de la oscilación. Piénsese que, especialmente en su última fase, esta es lo suficientemente lenta como para que pueda alejarse sensiblemente del comportamiento adiabático. Otro punto que hemos intentado analizar es el problema de la disolución del aire en el agua, disolución que podría llegar a ser importante ya que estamos en presencia de pequeñas masas de aire sometidas a presiones relativamente importantes y en presencia de un flujo de agua.

Para obtener el registro de nivel se dispone (Fig. 8) de un tubo de vidrio vertical que permite una visualización del nivel del agua en la cámara. El registro se obtiene con la ayuda de una filmadora y un cronómetro.

En la figura 9 aparecen los registros de presión y nivel obtenidos en una experiencia en concreto. Hay que tener presente que la osci-

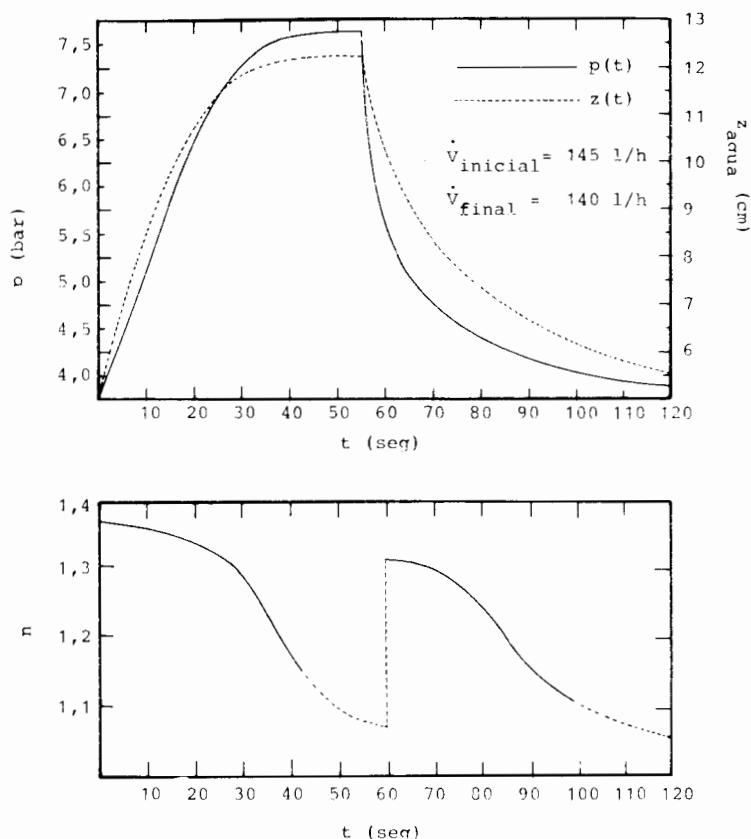


Figura 9.—Registros de presión y nivel obtenidos en una experiencia en concreto y representación del índice de politropía.

lación de nivel ha sido corregida para tener en cuenta los efectos del ascenso capilar en el tubo de nivel. A partir de estos registros se ha evaluado, para cada instante de la oscilación, el valor del índice de politropía de la oscilación, constatándose que no es constante a lo largo de la misma, es decir que la oscilación es tan solo politrópica a tramos y, empezando como oscilación quasi-adiabática, va evolucionando hacia la isoterma. Este resultado, que es válido tanto para el caso de cierre de válvula como para el caso de apertura, es remarcable por cuanto, como ya se ha dicho, la integración de las ecuaciones se hace aceptando la hipótesis de oscilación adiabática y en la presente experiencia hemos tenido ocasión de comprobar que, al menos para oscilaciones sobrearmortiguadas, para un cálculo riguroso hay que suprimir la hipótesis de oscilación adiabática. El sentido decreciente del índice de politropía queda explicado si pensamos que en su última fase la oscilación se hace muy lenta y el gas tiene más facilidad para intercambiar calor con el exterior.

La tendencia decreciente del índice de politropía podría venir agravada por el efecto de la miscibilidad del aire en el agua, especialmente en la maniobra de cierre. Con todo, nos inclinamos a pensar que sus efectos serán poco notables, teniendo en cuenta que al final de la oscilación, una vez estabilizada la presión se observaba una casi total inalterabilidad del nivel del agua, debido, en parte a la corta duración de la oscilación (~ 1 minuto).

COMPARACION NUMERICA-EXPERIMENTAL

Se ha preparado un programa de cálculo para ajustar las oscilaciones de presión y nivel obtenidas experimentalmente a las simuladas numericamente. El ajuste se hace en función de la longitud equivalente y del índice de politropía, η , tanto para el caso de cierre del válvula como para el caso de apertura. Puede comprobarse fácilmente que la ecuación diferencial que rige para el caso de apertura instantánea de válvula es

$$\ddot{z} + \frac{f L_e A_2}{2 D_t L A_t} \left[\frac{v_{to} A_t}{A_2} + \dot{z} \right] \left| \frac{v_{to} A_t}{A_2} + \dot{z} \right| + \frac{g A_t}{L A_2} (z - z'_0) + \frac{p_{atm} A_t}{L \rho A_2} \left[\frac{x}{(1 - z/L_0)} - 1 \right] = 0 \quad [11]$$

con las condiciones iniciales siguientes:

$$\begin{aligned} z(t=0) &= 0 \\ \dot{z}(t=0) &= -v_{to} \frac{A_t}{A_2} \end{aligned} \quad [12]$$

La variable longitud equivalente va tomando valores discretos de cien en cien metros y el criterio que hemos adoptado para la elección del valor óptimo de L_e ha sido adoptar aquel valor

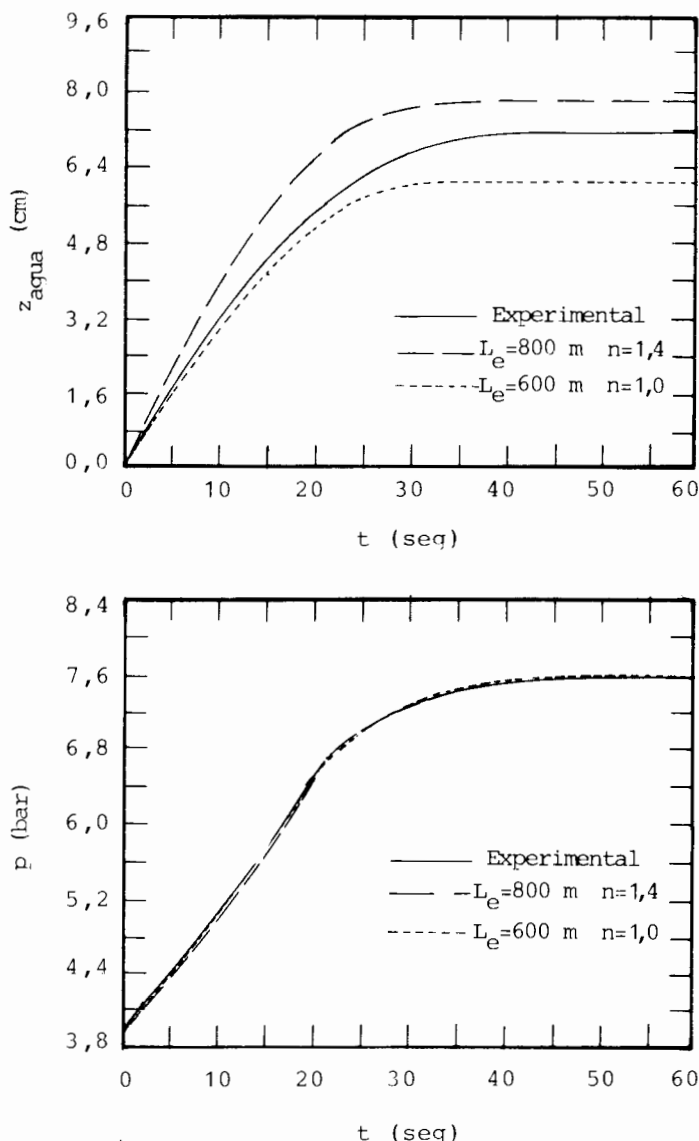


Figura 10. — Ajustes de nivel y de presión obtenidos para una maniobra de cierre de válvula.

que minimice la suma de los cuadrados de las diferencias entre los valores numéricos y los obtenidos experimentalmente para la oscilación de presión. Para cada valor particular de L_e , la integración de las ecuaciones y la posterior comparación se efectúa dos veces, en un caso admitiendo una hipótesis de oscilación adiabática y en el otro caso, admitiendo que la oscilación es isoterma.

En las figuras 10 y 11 aparecen los resultados del ajuste para la experiencia que se refleja en la figura 9 y, como puede observarse, si bien pueden conseguirse ajustes excelentes para la oscilación de presión, los correspondientes a la

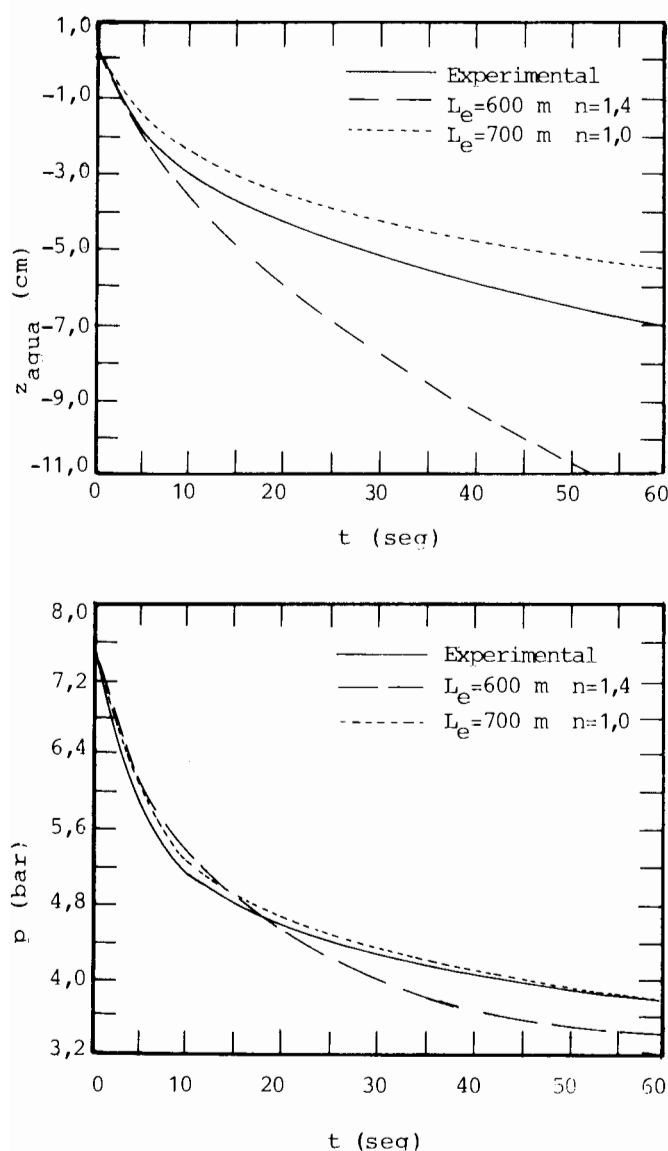
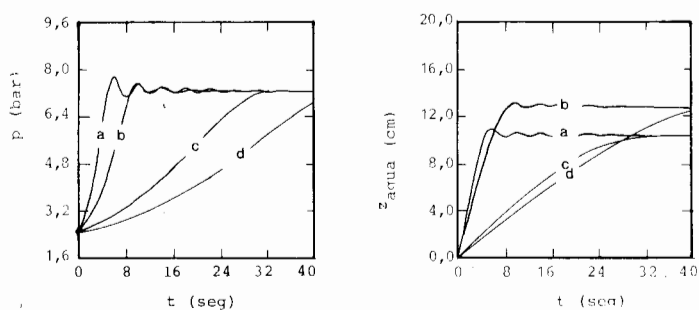


Figura 11.—Ajustes de nivel de presión obtenidos para una maniobra de apertura de válvula.

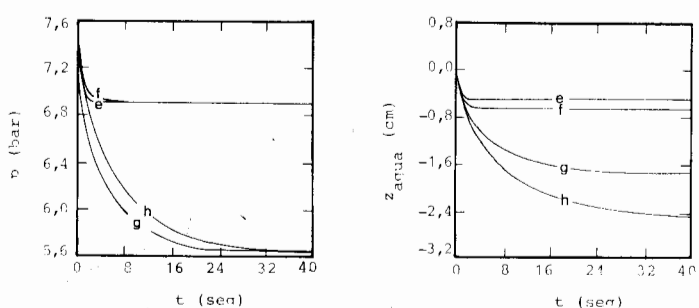
oscilación de nivel resulta menos aceptable. Este resultado era ya de esperar, por cuanto la integración de las ecuaciones se hace en base a una hipótesis de oscilación politrópica, sea adiabática, sea isoterma, cuando en realidad la oscilación es politrópica únicamente a tramos. En cualquier caso, puede comprobarse que la oscilación experimental se encuentra entre la adiabática y la isoterma.

En la figura 12 puede verse como influyen los parámetros longitud equivalente e índice de politropía en la forma de las oscilaciones de pre-

CIERRE DE VALVULA



APERTURA DE VALVULA



- a ... $L_e = 60 \text{ m}$ $n = 1,4$
- b ... $L_e = 60 \text{ m}$ $n = 1,0$
- c ... $L_e = 1.000 \text{ m}$ $n = 1,4$
- d ... $L_e = 1.060 \text{ m}$ $n = 1,0$

- e ... $L_e = 250 \text{ m}$ $n = 1,4$
- f ... $L_e = 250 \text{ m}$ $n = 1,0$
- g ... $L_e = 1.000 \text{ m}$ $n = 1,4$
- h ... $L_e = 1.000 \text{ m}$ $n = 1,0$

Figura 12.—Oscilaciones de presión y nivel para distintos valores de L_e y n

sión y nivel, tanto para el caso de cierre de válvula, como para el caso de apertura.

RESUMEN DE LOS DIVERSOS METODOS DE RESOLUCION PROPUESTOS

En la figura 13 aparece el resumen de los diferentes métodos de resolución propuestos, según quiera trabajarse en forma adimensional o dimensional y, dentro del primer caso, según sea válida o no la hipótesis de pequeña oscilación.

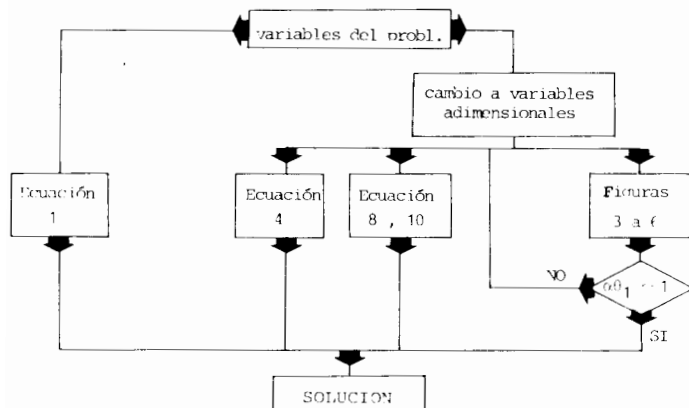


Figura 13. — Esquema de los diversos métodos de resolución.

CONCLUSIONES

En este trabajo se han analizado las oscilaciones de presión y nivel en una cámara de aire debidas a un cierre o una apertura instantánea de válvula.

Se ha llegado a realizar una integración analítica en variables adimensionales de la ecuación diferencial que rige el proceso, que ha permitido, aceptando determinadas hipótesis, determinar la amplitud de los sucesivos extremos de la oscilación. Con todo, este método no puede darnos información sobre la variable temporal, por lo que se ha procedido a efectuar una integración numérica de la ecuación diferencial, presentándose los resultados en forma gráfica.

Se ha puesto a punto un montaje experimental para comprobar la correlación entre los resultados numéricos y experimentales, constándose como hecho remarcable que el índice de politropía no se mantiene constante a lo largo de la oscilación, sino que presenta una clara tendencia decreciente a medida que avanza esta.

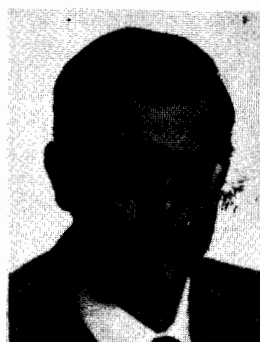
BIBLIOGRAFIA

1. MENDILUCE, E.: «Una protección eficaz contra el hart & Winston. New York, 1970.
2. MENDILUCHE, E.: «Una protección eficaz contra el golpe de ariete en las instalaciones industriales». Revista de Ingeniería Química. 112, 141-145, 1978.
3. FULLANA, V. E. CABRERA.: «Análisis simultáneo de las chimeneas de equilibrio y del golpe de ariete

por el método de las características». Revista de Obras Públicas, 3142, 71-78. 1977.

4. KAUFFMANN, W.: «Fluid Mechanics». Mc Graw Hill. New York. 1965.
5. LLORENS, M.: «Transitorios hidráulicos. Aplicación del cálculo digital». Tesis Doctoral. Universidad de Barcelona, 1973.
6. MASSONS, J.: «Contribución al estudio del golpe de ariete y a su atenuación mediante cámara de aire». Tesina. Universidad de Barcelona, 1983.
7. PICKFORD, J. A.: «Analysis of surge». Mc Millan. New York, 1969.
8. RICH, G. R.: «Hydraulic transients». Dover Publications Inc. New York.

Marti Llorens Morraja



Nació en Barcelona. Se licenció en Ciencias Físicas por la Universidad de Barcelona y se doctoró en la misma Universidad en 1973. Poco después de su licenciatura se integró en las tareas docentes e investigadoras de la Cátedra de Física Industrial. Desde 1969 ha explicado varios cursos de Física Industrial, impartiendo enseñanzas de Mecánica Aplicada, Termotecnia,

Electrotecnia y Control Automático. Ha realizado trabajos experimentales sobre Electrotecnia y otras investigaciones sobre Mecánica de Fluidos, habiendo prestado especial atención, en este último campo, al tema de los fenómenos transitorios.

Jaume Massons Bosch



Nació en Guissona (Lérida). Se licenció en Ciencias Físicas por la Universidad de Barcelona en 1981. Un año después de su licenciatura se integró en las labores docentes e investigadoras del Departamento de Física y Matemáticas de la Facultad de Química de Tarragona, desarrollando su investigación en el campo de la Mecánica de Fluidos y centrandose un interés especial en el estudio de los transitorios hidráulicos. Actualmente se encuentra integrado en el grupo de Mecánica de Fluidos y Turbulencia de dicha Facultad.