

Optimización de una red de estaciones depuradoras (*)

Por M. RIGOLA LAPEÑA

CIDA-Hidroquímica, S. A. (Barcelona)

M. POCH ESPALLARGAS y C. SOLA FERRANDO

UAB. Dto. Química Técnica Bellaterra (Barcelona)

La planificación de las inversiones en una red de estaciones depuradoras en una cuenca hidrográfica puede realizarse con la ayuda de la programación (0,1). La depuración en plantas de tratamiento de los vertidos se combina con la autodepuración propia del río, para conseguir los objetivos deseados con la inversión mínima. Para poder programar los estudios de optimización se han desarrollado una serie de fórmulas generales de la calidad de un río, de aplicación directa en un algoritmo de computación.

Cualquier planificación del futuro introduce unas hipótesis de evolución. La incertidumbre de una hipótesis determinada se soslaya analizando distintos escenarios potenciales. Se ha realizado un estudio concreto de aplicación al río Llobregat y se indica la conveniencia de aplicar el método a un estudio general de los principales ríos españoles.

INTRODUCCION

El objetivo de lograr unos efectos óptimos en la utilización de los medios económicos forma parte del procedimiento operativo de cualquier sistema moderno de gestión. La aplicación de las técnicas de optimización en la gestión de los recursos hidráulicos y la calidad de las aguas ha tenido una evolución especialmente importante en la década de los setenta. Como consecuencia de esta evolución la planificación y gestión del agua en los países industrializados no se concibe sin un soporte adecuado de análisis técnico-económico basado en dicha aplicación.

En España nos encontramos en los inicios de la gestión destinada a recuperar la calidad de las aguas. Las decisiones primarias han sido tomadas con criterios de urgencia atendiendo a degradaciones preocupantes del medio ambiente ocurridas en puntos específicos de la geografía. Sin embargo, éste no es un criterio suficiente para una planificación general en donde se requieren métodos objetivos para seleccionar entre las alternativas nada evidentes de actua-

ción. Existe, por tanto, la necesidad y es el momento adecuado para determinar el mejor modo de aplicación de las modernas técnicas de gestión y de llevarla a cabo con una metodología superior a la que han tenido otros países más industrializados.

La recuperación de la calidad pasa por la elaboración de un plan que tenga en cuenta los distintos usos del agua, la disponibilidad de información o la necesidad de recurrir a campañas de muestreo y análisis, localización y evaluación de los vertidos, el estado y la evolución socioeconómica y las características hidrológicas y climáticas del área en estudio (Rigola, 1983).

La cuenca hidrográfica constituye una unidad natural de planificación y como tal un objetivo preferente de la aplicación de las técnicas de optimización.

La planificación de situaciones dinámicas siempre lleva implícito un factor de incertidumbre de las situaciones futuras, mientras que un óptimo se obtiene para una situación determinada. Sin embargo, las facilidades actuales de computación permiten el estudio de escenarios alternativos y la evaluación de la sensibilidad del sistema a las distintas situaciones previsibles.

(*) Se admiten comentarios sobre el presente artículo, que podrán remitirse a la Redacción de esta Revista hasta el 31 de diciembre de 1984.

LA PROGRAMACION (0,1)

La programación cero-uno (PCU) es un caso particular de la programación lineal entera en el cual las variables solamente pueden tomar los valores 0 ó 1. El interés de este método de optimización está en que las variables lógicas NO/SI (Allen, 1976) de manera que una situación negativa (en nuestro caso ausencia de planta depuradora) tiene valor 0, y una situación positiva (presencia de planta depuradora) tiene valor 1.

El problema de la selección idónea de plantas de proceso maximizando el beneficio ha sido ampliamente investigado a partir de los años sesenta. Numerosos autores trataron el problema heurísticamente hasta que las técnicas PCU tuvieron el soporte operativo necesario, momento en que la flexibilidad aportada para crear nuevos modelos específicos la impuso en sustitución de anteriores planteamientos matemáticos (Escudero, 1976).

El primero en proponer un algoritmo específico para la PCU fue Balas. El algoritmo original era estrictamente aditivo con las ventajas inherentes de simplicidad algebraica y evitar el redondeo de cifras (Balas, 1965). Posteriormente se perfeccionó mediante alternativas de búsqueda enumerativa (Salkin, 1975) tendentes a mejorar la eficacia del algoritmo. Existen distin-

tos programas de computadora preparados para el uso del método en su forma más general (Baldisera, 1981).

La formulación general de la programación (0,1) es la siguiente:

Hallar un vector $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ que minimice la función objetivo lineal

$$\min Z = \sum cx$$

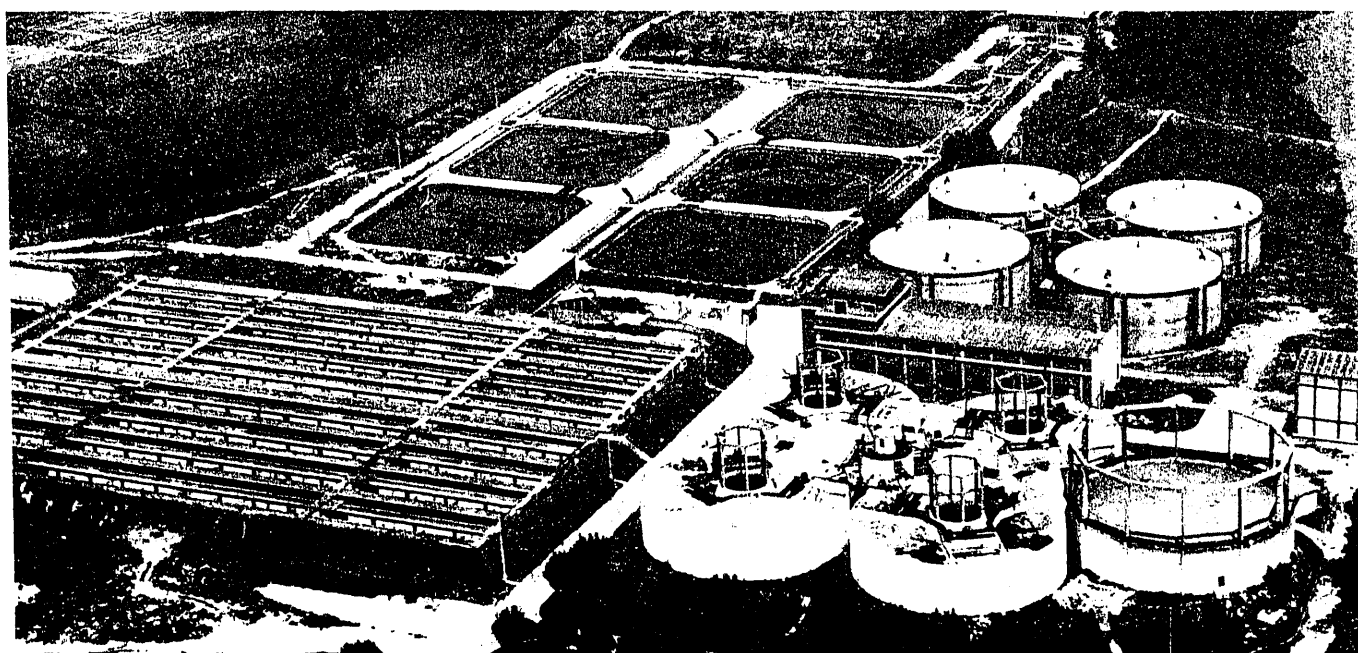
sujeto a las restricciones

$$Ax \leq B$$

y para cualquier variable $x_i \in (0,1)$.

La PCU ha sido aplicada eficientemente a la resolución de problemas de selección de inversiones con gran número de alternativas y últimamente en la selección de emplazamientos de plantas de tratamiento de agua (Phillips, 1982).

La forma normal de aplicación de la PCU se realiza sobre un conjunto explícito de alternativas. En el método que se presenta se desarrolla la aplicación sobre un sistema lineal representado por los posibles emplazamientos de estaciones depuradoras de aguas residuales urbanas en disposición longitudinal a lo largo de un río y en donde la selección de emplazamientos se realiza teniendo en cuenta su influencia conjuntamente con la capacidad autodepuradora del río.



Depuradora de Castellón de la Plana.

MODELOS DE CALIDAD DE RIOS

El modelo es una abstracción de la situación real. Un modelo de calidad de un río es una descripción matemática, más o menos simplificada, de los fenómenos físicos, químicos o biológicos que tienen lugar en él. La naturaleza del modelo utilizado dependerá del objetivo perseguido y será de la complejidad suficiente, compatible con la información disponible.

En el modelo de Streeter y Phelps ampliamente utilizado por las ventajas que aporta su simplicidad, se describe la evolución del oxígeno disuelto, OD, y la materia orgánica biodegradable, expresada como DBO, a lo largo del río (Streeter, 1925). El oxígeno es necesario en el proceso autodepurativo mediante el cual los microorganismos transforman la materia orgánica biodegradable introduciéndolo en el ciclo biológico. Además es necesario un nivel conveniente de oxígeno para la vida de los organismos superiores que completan el ciclo biológico. Por esta razón el OD constituye un índice primario de la calidad de los ríos. La DBO es, en general, el principal responsable del consumo de oxígeno y debido a la interacción entre ambos componentes es habitual hablar de modelos OD-DBO.

Las ecuaciones integradas de Streeter y Phelps son:

— Para el proceso de autodepuración:

$$DBO(t) = DBO(O) \cdot e^{-K_1 t}$$

— Para la concentración de oxígeno disuelto:

$$OD(t) = OSAT + [OD(O) - OSAT] e^{-K_2 t} - DBO(O) \frac{K_1}{K_2 - K_1} (e^{-K_1 t} - e^{-K_2 t})$$

donde,

DBO = Concentración de materia orgánica biodegradable.

OD = Concentración de oxígeno disuelto.

OSAT = Concentración de oxígeno disuelto a saturación a la temperatura existente.

K1, K2 = Constantes cinéticas de biodegradación y reaireación, respectivamente.

ECUACIONES DE CONTINUIDAD

Para establecer las ecuaciones fundamentales el río se considera dividido en tramos. Cada tramo está limitado por dos nudos, y cada nudo se identifica con una discontinuidad importante, tal como el emplazamiento potencial de una depuradora o la llegada de un afluente (fig. 1).

Las ecuaciones de continuidad se establecen mediante el balance de materias para el caudal, Q, la demanda biológica, DBO, y el oxígeno disuelto, OD, en el nudo J y en la depuradora potencialmente situada en el camino del vertido hacia el río (fig. 2).

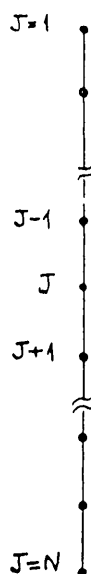


Fig. 1.—División del río en tramos.

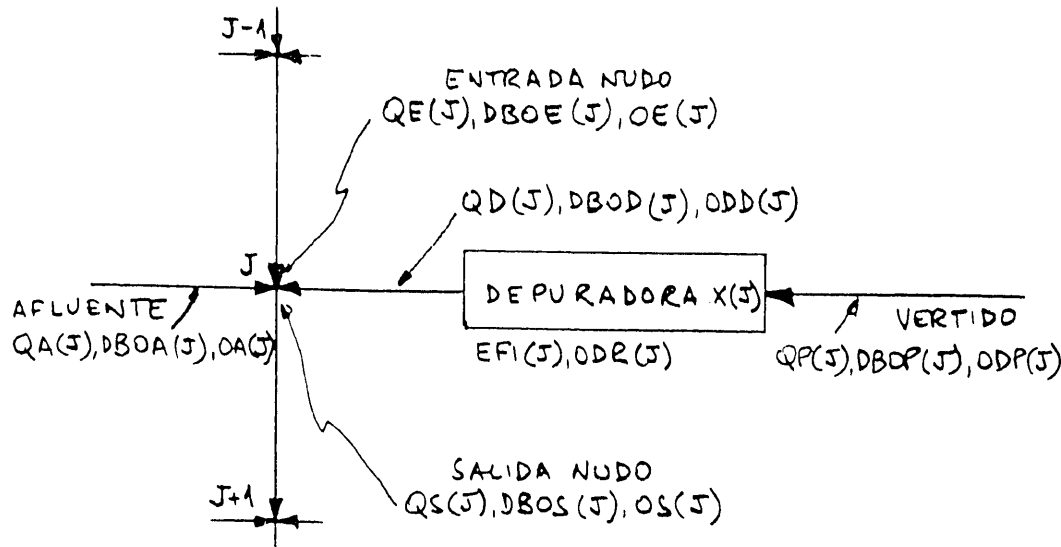


Fig. 2.—Componentes del balance en el nudo (J).

De esta forma establecemos las siguientes ecuaciones:

(1) Balance en el nudo J:

— Caudal

$$QS(J) = QE(J) + QA(J) + QD(J)$$

— Materia biodegradable

$$DBOS(J) \cdot QS(J) = DBOE(J) \cdot QE(J) + DBOA(J) \cdot QA(J) + DBOD(J) \cdot QD(J)$$

— Oxígeno disuelto

$$ODS(J) \cdot QS(J) = ODE(J) \cdot QE(J) + ODA(J) \cdot QA(J) + ODD(J) \cdot QD(J)$$

(2) Balance en la depuradora del vertido al nudo J:

— Caudal

$$QD(J) = QP(J)$$

— Materia biodegradable

$$DBOD(J) = [1 - EFl(J) \cdot X(J)] \cdot DBOP(J)$$

— Oxígeno disuelto

$$ODD(J) = ODR(J) \cdot X(J) + ODP(J) \cdot [1 - X(J)]$$

$$= X(J) \cdot [ODR(J) - ODP(J)] + ODP(J)$$

El valor de la variable $X(J)$ determina la existencia o no de la depuradora de forma que:

$$X(J) = 1 \text{ si hay depuradora.}$$

$$X(J) = 0 \text{ si no hay depuradora.}$$

Los valores de $X(J)$ serán determinados mediante el resultado de la programación matemática.

Los términos $ODR(J)$ y $ODP(J)$ son mutuamente excluyentes. El valor del oxígeno disuelto del vertido que llega al río, $ODD(J)$, en el caso de existir depuradora [$X(J) = 1$], será el valor legalmente establecido (en general $ODR(J) = 5$ ppm), o bien de no existir depuradora [$X(J) = 0$], será el valor propio del vertido sin depurar, $ODD(J) = ODP(J)$.

ECUACIONES DE AUTODEPURACION

El tercer grupo de ecuaciones fundamentalmente necesarias para establecer el sistema general representando el balance global que tiene lugar en el río, es el determinado por los balances de materia aplicados a la evolución de los componentes clave, debido a la autodepuración. Aplicando el modelo OD-DBO de Streeter

y Phelps, las ecuaciones integradas de autodepuración se escriben:

(3) Balance en el tramo del río (J-1) a (J):

— Caudal

$$QE(J) = QS(J - 1)$$

— Materia orgánica

$$DBOE(J) = DBOS(J-1) \cdot e^{-K1(J) \cdot T(J)}$$

— Oxígeno disuelto

$$ODE(J) = OSAT(J) + [ODS(J-1) - OSAT(J)] \cdot e^{-K2(J) \cdot T(J)} -$$

$$- DBOS(J-1) \frac{K1(J)}{K2(J) - K1(J)} (e^{-K1(J) \cdot T(J)} - e^{-K2(J) \cdot T(J)})$$

donde $T(J)$ es el tiempo medio en que una partícula circula desde el nudo (J-1) al nudo (J) y $K1(J)$, $K2(J)$ son las constantes cinéticas medias para el tramo correspondiente.

A pesar del aspecto no lineal de las ecuaciones, al considerar la velocidad constante dentro del tramo correspondiente, podemos transformar los términos exponenciales en constantes características del tramo y escribir:

$$ALFA(J) = e^{-K1(J) \cdot T(J)}$$

$$BETA(J) = e^{-K2(J) \cdot T(J)}$$

$$GAMA(J) = \frac{K1(J)}{K2(J) - K1(J)} [ALFA(J) - BETA(J)]$$

de forma que el grupo de ecuaciones (3) se puede escribir como: (3') Balance transformado de autodepuración en el tramo (J-1) a (J):

— Caudal

$$QE(J) = QS(J-1)$$

— Materia orgánica

$$DBOE(J) = DBOS(J-1) \cdot ALFA(J)$$

— Oxígeno disuelto

$$ODE(J) = OSAT(J) + [ODS(J-1) - OSAT(J)] \cdot BETA(J) - DEBOS(J-1) \cdot GAMA(J)$$

ECUACIONES RECURSIVAS DEL PROCESO GLOBAL

Combinando los grupos de ecuaciones (1), (2) y (3') se obtiene el sistema de ecuaciones generales que en forma recursiva describen el

proceso global del río para un tramo determinado.

— Caudal

$$QS(J) = QS(J-1) + QA(J) + QP(J)$$

— Materia orgánica

$$DBO(J) \cdot QS(J) = DBOS(J-1) \cdot ALFA(J) \cdot QS(J-1) + DBOA(J) \cdot QA(J) + DBOP(J) \cdot [1 - EFI(J) \cdot (J)] \cdot QP(J).$$

— Oxígeno disuelto:

$$ODS(J) \cdot QS(J) = [OSAT(J) \cdot (1 - BETA(J)) + ODS(J-1) \cdot BETA(J) - [DBOS(J-1) \cdot GAMA(J)] \cdot QS(J-1) + ODA(J) \cdot QA(J) + ODP(J) \cdot QP(J) + X(J) \cdot [ODR(J) - ODP(J)] \cdot QP(J).$$

Las ecuaciones recursivas permiten calcular las características de la corriente a la salida de un nudo a partir de condiciones en el nudo anterior

— Caudal:

$$QS(J) = \sum_{k=1}^{K=J} [QA(k) + QP(k)]$$

— Materia orgánica:

$$DBOS(J) = \sum_{k=1}^{K=J} \left[\frac{-X(k) \cdot EFI(k) \cdot DBOP(k) \cdot QP(k) + DBOA(k) \cdot QA(k) + DBOP(k) \cdot QP(k)}{QS(J)} \cdot \frac{\prod_{m=k}^{M=J} ALFA(m)}{ALFA(k)} \right]$$

— Oxígeno disuelto:

$$ODS(J) = \sum_{k=1}^{K=J-1} \left[\frac{X(k) \cdot EFI(k) \cdot DBOP(k) - DBOA(k) \cdot QA(k) - DBOP(k) \cdot QP(k)}{QS(J)} \cdot \sum_{L=1}^{L=J-K} \frac{\prod_{m=L}^{M=L+K-1} ALFA(m)}{ALFA(k)} \cdot \frac{\prod_{m=L+K}^{M=J} BETA(m)}{BETA(L+K)} \cdot GAMA(L+K) \right] + \sum_{k=1}^{K=J} \left[\frac{X(k) \cdot [ODR(k) - ODP(k)] \cdot QP(k) + ODA(k) \cdot QA(k) + ODP(k) \cdot QP(k)}{QS(J)} \cdot \frac{\prod_{m=k}^{M=J} BETA(m)}{BETA(k)} \right] + \sum_{k=2}^{K=J} \left[\frac{OSAT(k) \cdot [1 - BETA(k)] \cdot QS(k-1)}{QS(J)} \cdot \frac{\prod_{m=k}^{M=J} BETA(m)}{BETA(k)} \right]$$

RESTRICCIONES DEL SISTEMA

Las restricciones del sistema vienen determinadas por las condiciones de calidad del agua establecidas por la autoridad competente. El plan de calidad establece las concentraciones mínimas de oxígeno disuelto y máxima de materia orgánica que debe tener el agua en un punto cualquiera de su recorrido, aunque el criterio de calidad puede ser distinto para tramos distintos del recorrido. Para un tramo determinado (J) de-

terior y de las características del afluente y el vertido introducidos en el propio nudo.

Las ecuaciones recursivas han estado utilizadas anteriormente para desarrollar ecuaciones matriciales de aplicación en estudios de optimización con objetivos distintos (Clough, 1970). En el caso que nos ocupa, la aplicación de la PCU requiere disponer de ecuaciones explícitas que expresen directamente las características del río como una función de los datos y parámetros del sistema.

ECUACIONES GENERALES

Las ecuaciones generales desarrolladas a partir de las ecuaciones recursivas, para una corriente única, son las siguientes:

be ser, por tanto:

$$DBO(J) \leq DBO \text{ MAX}(J) \\ OD(J) \geq DO \text{ MIN}(J)$$

Para un tramo de río, la materia orgánica tiene su concentración máxima a la salida del nudo, cuando ha recibido el vertido correspondiente. El proceso de autodepuración hace disminuir esta concentración a lo largo del tramo hasta llegar al punto de nuevo vertido, coincidente con el siguiente nudo.

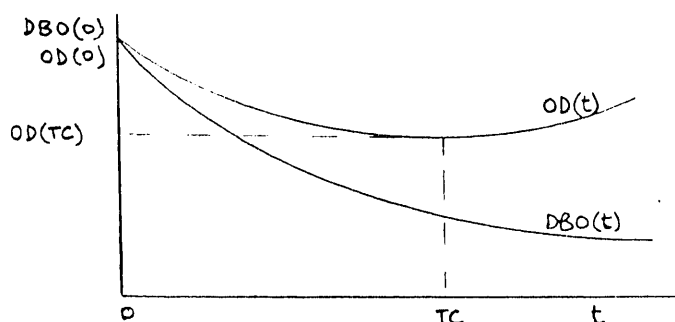


Fig. 3.—Curvas de autodepuración OD-DBO.

La curva representando la concentración del oxígeno disuelto presenta, en general, una forma de valle con un mínimo después de la salida del nudo (fig. 3). La posición del mínimo se determina anulando la derivada de la concentración de oxígeno disuelto.

$$\frac{dOD(t)}{dt} = 0$$

Si definimos este valor crítico mediante $t = TC$ se demuestra que:

$$TC = \frac{1}{K_2 + K_1} \ln \left[\frac{K_2}{K_1} \cdot \left(1 - \frac{K_2 - K_1}{K_1} \right) \cdot \frac{OSAT - OD(0)}{BOD(0)} \right]$$

siendo,

$OSAT$ = Valor de saturación del oxígeno disuelto en el tramo correspondiente.

$OD(0)$ y $BOD(0)$ = Concentraciones de OD y BOD a la salida del nudo situado en el inicio del tramo.

Sustituyendo el valor TC en la ecuación integrada, se obtiene el valor mínimo crítico del oxígeno disuelto en el tramo ODC.

$$ODC = \frac{K_1}{K_2} \cdot BOD(0) \cdot \left[\frac{K_2}{K_1} \left(1 - \right. \right.$$

— Para $I \leq N$ (N = número de nudos):

$$A(I, J) = -EF1(J) \cdot DBOP(J) \cdot \frac{QP(J)}{QS(I)} \cdot \frac{\prod_{m=J}^{m=I} ALFA(m)}{ALFA(J)}$$

$$B(I) = DBOMAX(I) - \sum_{k=1}^{k=I} \left[\frac{DBOA(k) \cdot QA(k) + DBOP(k) \cdot QP(k)}{QS(I)} \cdot \frac{\prod_{m=k}^{m=I} ALFA(m)}{ALFA(I)} \right]$$

$$\left. - \frac{K_2 - K_1}{K_1} \cdot \frac{OSAT - OD(0)}{BOD(0)} \right) \left. \right] \frac{K_1}{K_2 - K_1}$$

El valor mínimo en el tramo, ODC, se puede relacionar con el valor del oxígeno disuelto a la salida del nudo anterior, ODS. Tomando como valor de la DBO a la salida del mismo, DBOS, el valor máximo admisible en el tramo:

$$DBOS(J) = DBO \text{ MAX}(J)$$

se obtiene una nueva condición para el valor mínimo del oxígeno disuelto a la salida del nudo relacionado con el mínimo absoluto OD (Clough, 1970).

$$ODS \text{ MIN}(J) = OSAT(J) - \frac{K_1(J)}{K_2(J) - K_1(J)}$$

$$\left[DBO \text{ MAX}(J) - \left(\frac{K_1(J)}{K_2(J)} DBO \text{ MAX}(J) \right) \right] \frac{K_2(J)}{K_1(J)}$$

$$\left(OSAT(J) - ODC \text{ MIN}(J) \right) \frac{K_1(J) - K_2(J)}{K_1(J)}$$

Por tanto serán condiciones suficientes para cumplir las condiciones de calidad que se verifique al inicio del tramo que

$$DBOS(J) \leq DBO \text{ MAX}(J) \\ ODS(J) \geq ODC \text{ MIN}(J)$$

COEFICIENTES DE LAS RESTRICCIONES Y COEFICIENTES DE COSTE

A partir de las ecuaciones anteriores generales del proceso se pueden definir los valores de los coeficientes $A(I, J)$ y $B(I)$ de las restricciones en la formulación de la PCU.

Los valores obtenidos son:

— Para $I > N$:

• Si $J < I$

$$A(I, J) = -EF(I, J) \cdot DBOP(J) \cdot \frac{QP(J)}{QS(I)} \cdot \sum_{L=1}^{L=I-J} \frac{\prod_{M=J}^{M=L+J-1} ALFA(M)}{ALFA(J)} \cdot \frac{\prod_{M=L+J}^{M=I} BETA(M)}{BETA(L+J)} \cdot GAMA(L+J) -$$

$$- [ODR(J) - ODP(I)] \cdot \frac{QP(J)}{QS(I)} \cdot \frac{\prod_{M=J}^{M=I} BETA(M)}{BETA(J)}$$

• Si $J = I$

$$A(I, J) = - [ODR(J) - ODP(J)] \cdot \frac{QP(J)}{QS(I)}$$

— En ambos casos:

$$B(I) = - ODSMIN(I) - \sum_{K=1}^{K=I-1} \left[\frac{DBOA(K) \cdot QA(K) + DBOP(K) \cdot QP(K)}{QS(I)} \cdot \sum_{L=1}^{L=I-K} \frac{\prod_{M=K}^{M=L+K-1} ALFA(M)}{ALFA(K)} \cdot \frac{\prod_{M=L+K}^{M=I} BETA(M)}{BETA(L+K)} \cdot GAMA(L+K) \right] +$$

$$+ \sum_{K=1}^{K=I} \left[\frac{ODA(K) \cdot QA(K) + ODP(K) \cdot QP(K)}{QS(I)} \cdot \frac{\prod_{M=K}^{M=I} BETA(M)}{BETA(K)} \right] +$$

$$+ \sum_{K=2}^{K=I} \left[QSAT(K) \cdot (1 - BETA(K)) \cdot \frac{QS(K-1)}{QS(I)} \cdot \frac{\prod_{M=K}^{M=I} BETA(M)}{BETA(K)} \right]$$

Estas ecuaciones, aparentemente complejas, son de fácil desarrollo en un algoritmo de computación. La aplicación al estudio de ríos es directa en el caso de una corriente única. Cuando se trata de ríos con afluentes, el carácter lineal de las ecuaciones desarrolladas permite la combinación de las diferentes corrientes para obtener una solución global.

La función objetivo viene definida por:

$$\sum_{J=1}^{J=N} X(J) \cdot C(J)$$

donde, C = Inversión a realizar en la estación depuradora del nudo (J), en el caso hipotético de su construcción.

APLICACIONES AL RIO LLOBREGAT

El programa desarrollado ha sido aplicado al estudio de la depuración de la cuenca del río Llobregat. Este río presenta una alta concentración urbana e industrial a lo largo de su recorrido. Parte de la contaminación industrial es vertida a los colectores urbanos y es de difícil tratamiento aislado por razones económicas. En el estudio se han considerado, por tanto, distintos escenarios derivados de:

— Participación de la contaminación indus-

trial en los vertidos urbanos y posible evolución del número de habitantes equivalentes.

- Condiciones bajas y mínimas de caudal.
- Valores estimados de los parámetros para las condiciones futuras.

La tabla I muestra un conjunto de resultados de la programación para diversos escenarios. El análisis de los resultados permite obtener conclusiones acerca de:

- Zonas donde se requiere un máximo esfuerzo de depuración.
- Emplazamientos que deben integrarse en un plan prioritario.
- Pauta para una programación temporal de inversiones con reconsideración de ciertos emplazamientos según sea la evolución real futura.
- Impacto económico de relajar o reforzar el criterio de calidad exigido en un tramo o una zona determinada de la cuenca.
- Definición de la importancia relativa de ciertos parámetros para la gestión futura de la cuenca.

La utilidad del sistema de análisis desarrollado, tanto desde el punto de vista de profundización en el conocimiento de la situación de calidad de las aguas, como de las alternativas

económicas que permite valorar, sugieren una aplicación amplia del mismo a las principales cuencas hidrográficas españolas para abordar una planificación en bases objetivas.

TABLA I

Emplazamiento bajo distintas hipótesis e inversión necesaria

Nudo	A	F	D	I	B	G
1.....	0	1	1	1	0	1
2.....	1	0	0	1	1	0
3.....	0	1	1	0	0	1
4.....	0	1	1	0	0	1
5.....	1	0	1	1	1	0
6.....	—	—	—	—	—	—
7.....	0	1	0	1	0	1
8.....	1	1	1	1	1	1
9.....	—	—	—	—	—	—
10.....	0	0	1	0	0	0
11.....	1	0	1	1	1	0
12.....	0	0	0	0	0	0
13.....	—	—	—	—	—	—
14.....	0	0	0	1	0	0
15.....	1	1	1	1	1	1
16.....	1	0	1	1	1	0
17.....	1	1	0	1	1	1
18.....	1	1	1	1	1	1
19.....	0	0	0	1	0	0
20.....	—	—	—	—	—	—
21.....	0	0	0	1	0	0
22.....	0	1	0	1	0	1
23.....	0	1	0	1	0	1
24.....	0	0	0	0	0	0
25.....	0	0	0	0	0	0
26.....	—	—	—	—	—	—
27.....	1	1	1	1	1	1
28.....	1	1	1	0	1	1
29.....	1	1	1	1	1	1
30.....	1	1	1	0	1	0
31.....	1	0	1	0	1	0
32.....	1	0	1	0	0	0
33.....	1	1	1	1	0	1
34.....	—	—	—	—	—	—

Inversión 2.054 2.195 2.181 2.283 1.461 1.763
MM ptas.

A, F: Hipótesis de población equivalente.

D, I: Hipótesis de caudal mínimo.

B, G: Hipótesis de relajamiento de criterios de calidad.

BIBLIOGRAFIA

- ALLEN, D. H.: «Mixed Integer Programming», Chem. Mar 29, 114, 1976.
- BALAS, E.: «An additive algorithm for solving linear programs with zero-one variables», Oper. Res., 13, 517, 1965.
- BALDISSERA, C.; CERI, S., y COLORNI, A.: «Metodi di ottimizzazione e programmi di calcolo», CLUP, Milano, 1981.
- GLOUGH, D. J., y BAYER, M. B.: «Optimal waste treatment and pollution abatement benefits on a closed river systems on applications of mathematical programming techniques». Ed. EML. BEALE. The English University Press. Ltd. London, 1970.
- ESCUADERO, L.: «Programación lineal». Ed. Deusto, Bilbao, 1976.
- PHILLIPS, K. J.; BELTRAMI, E. J.; OWEN CARROL, T., y KELLOG, R. S.: «Optimization of areawide wastewater management», Journal WPCF, 54, 1 (jan., 1982), 87.
- RIGOLA, M.; POCH, M., y SOLA, C.: «Gestión de cuencas hidrográficas: Planificación de una red de estaciones depuradoras». V Congreso Nacional de Química. Tenerife, diciembre de 1983.
- SALKIN, H. M.: «Integer Programming». Addison Wesley Pub. Co. Reading Mass, 1975.
- STREETER, U. W., y PHELPS, E. B.: «A study of the pollution and natural purification of the Ohio river». US Public Health Service Bull, 146, 1925.