

Estimación paramétrica de un oleaje tipo JONSWAP (*)

Por J. J. CONDE ALDEMIRA

Dr. Ingeniero de Caminos, C. y P.

Licenciado en Matemáticas.

E. T. S. de Ingenieros de Caminos, C. y P. de Santander

La presentación, directa, de la base teórica, que actualmente se considera válida para la descripción espectral de un oleaje, su representación paramétrica y el análisis de la validez de tal descripción constituyen el contenido del presente artículo.

El análisis de los resultados numéricos obtenidos en relación con el comportamiento asintótico de las funciones paramétricas, y la aplicación de dichos resultados para un oleaje de tipo JONSWAP, constituye el contenido de un próximo artículo.

El planteamiento inicial, la realización del trabajo y la redacción del informe final con los resultados obtenidos fueron realizados por el autor en el Centro de Estudios y Experimentación de Puertos y Costas. Dicho informe es, como consecuencia, un antecedente inmediato del contenido de ambos artículos.

PARTE I

1. INTRODUCCION

En 1973, y realizada por un conjunto de científicos europeos y norteamericanos, bajo la dirección del profesor K. Hasselman, se realizó en el mar del Norte la campaña denominada «Joining North Sea Wave Project» (JONSWAP). La finalidad de la campaña era el análisis de fenómenos asociados a la generación del oleaje por el viento, tomando como información las medidas realizadas en la Naturaleza en el área elegida para dicha investigación. Parte importante del conjunto de resultados fue el análisis numérico de la «función fuente de energía» mediante la integración numérica de la ecuación que regula dicha función. Para dicha integración se necesitaba conocer el «espectro del oleaje», habiéndose utilizado un «espectro medio» obtenido durante la campaña mediante ajuste por mínimos cuadrados de la muestra registrada durante la misma.

El espectro se designó con el nombre de la campaña —espectro JONSWAP—, y en su expresión intervienen cinco parámetros, siendo las condiciones ideales en que fue obtenido las siguientes: fetch limitado, viento permanente de dirección perpendicular a la costa y no existencia de Swell. Desde la publicación de dicho modelo, su aplicación fue sistemática incluso en aquellos casos en que no se verificaban las condiciones de aplicación.

Hay que señalar que los resultados obtenidos daban una representación «razonable» con independencia de que no se diesen objetivamente las condiciones ideales en que fue propuesto el modelo.

El análisis adimensional de la estructura de un «oleaje tipo J», que es aquel que puede representarse por el espectro JONSWAP, el cálculo numérico de las funciones de los parámetros adimensionales y el análisis de su comportamiento asintótico constituyen el núcleo de este trabajo que incluye una primera parte con una presentación del estado actual de la «descripción espectral del oleaje» con el fin de delimitar el alcance de resultados.

(*) Se admiten comentarios sobre el presente artículo, que pueden remitirse a la Redacción de esta Revista hasta el 31 de enero de 1983.

2. GENERALIDADES SOBRE EL «OLEAJE A CORTO TERMINO»

La observación del mar a lo largo de un intervalo de tiempo muestra la existencia de oleajes con características variables. Existen dos fenómenos diferenciados: la formación de un oleaje característico y su representación, y la variación en el tiempo de estos oleajes característicos. Hasta el momento actual, y hasta donde llega mi información, no existe una descripción única del oleaje a partir de la cual pueda obtenerse, de forma continua, información sobre oleajes individuales y su variación en el tiempo. La información sobre el oleaje se obtiene a partir de dos análisis diferentes aplicados a oleajes distintos; a «corto término» y a «largo término».

Se denomina «oleaje a corto término» el que se genera cuando la escala de tiempo es lo «suficientemente» pequeña para que se pueda considerar que el proceso es estacionario y al mismo tiempo lo «suficientemente» grande para que los resultados sean estadísticamente representativos. Se denomina «oleaje a largo término» cuando la escala de tiempo es lo «suficientemente» grande para poder caracterizar el oleaje por la estructura estadística de las muestras correspondientes a los parámetros básicos de los oleajes característicos, una altura de ola, un período y una dirección, H_c , T_c , θ_c . La descripción a largo término viene dada por la función de densidad conjunta $P(H_c, T_c, \theta_c)$.

En estos artículos me refiero exclusivamente al «oleaje a corto término» y a la caracterización de su estructura a partir de un conjunto de parámetros espectrales que se derivan de la función espectral del oleaje. La variable básica es la superficie de elevación del mar, cuya variación a lo largo del tiempo se supone conocida, admitiéndose que otras variables, como por ejemplo presión, velocidad, etcétera, son dependientes, siendo definidas por el conocimiento de la función de transferencia correspondiente.

El punto de partida inicial es la consideración de la variable independiente como aleatoria, siendo caracterizado el proceso por el conocimiento en un instante determinado y en un punto genérico de la probabilidad de que la variable pertenezca a un intervalo diferencial arbitrario. La dificultad práctica para poder definir con generalidad la función de

densidad obligan a la introducción de hipótesis que delimiten el alcance del proceso. Se considera que éste es estacionario en el tiempo y homogéneo en el espacio, caracterizándose este tipo de procesos por el conocimiento de las funciones de probabilidad conjunta de la variable independiente en un conjunto arbitrario de instantes y lugares. Estas funciones vienen determinadas por los momentos de diversos órdenes —el de primer orden es el valor medio de la superficie del mar, el de segundo orden es la covariancia del proceso, etcétera.

Una tercera hipótesis es la del carácter lineal del oleaje a corto término, es decir, éste es el resultado de la superposición de un número infinito de componentes —ondas monocromáticas— que tienen fases aleatorias que son estadísticamente independientes. La introducción de esta hipótesis permite considerar el proceso como Gaussiano (*), lo que supone una gran simplificación, ya que tales procesos vienen caracterizados por su valor medio —normalmente cero— y por su función de covariancia o por su transformada de Fourier, que se conoce como la «función de densidad espectral».

En estas condiciones Pierson (1952) construyó un modelo estadístico-matemático que es válido para una superficie del mar, que, en el intervalo considerado, no tenga cambios sensibles en la distribución espectral de la energía y también para las descripciones instantáneas de mares cuyas condiciones aleatorias cambien lentamente.

3. DESCRIPCION ESPECTRAL TRI-, BI- Y UNI- DIMENSIONAL DEL OLEAJE

En su planteamiento más general la función de densidad espectral depende de tres variables; la frecuencia en radianes $\omega = \frac{2\pi}{T}$ y las dos componentes (K_1 , K_2) del vector de onda $\vec{K}$ cuyo módulo es $\frac{2\pi}{L}$ y cuya dirección θ es la de propagación de la componente de período T . En función de estas tres variables el «espectro tridimensional» viene dado por

$$[1] \quad S(\vec{K}, \omega) = \int_{\vec{r}} \int_{\tau} \psi(\vec{r}, \tau) \exp(i\vec{K}\vec{r} - \omega\tau) d\vec{r} d\tau$$

(*) Las observaciones de Kinsman (1960) muestran que en realidad es quasi-gaussiano.

en donde $\psi(\vec{r}, \tau)$ es la función de covarianza de proceso en el punto $\vec{x}$ y en el instante t correspondiente a la función aleatoria de la superficie libre $\eta(\vec{x}, t)$,

$$\begin{aligned} \psi(\vec{x}, t; \vec{x} + \vec{\tau}, t + \tau) &= \psi(\vec{x}, t) = \\ &= \eta(\vec{x}, t) \eta(\vec{x} + \vec{\tau}, t + \tau) \end{aligned}$$

La hipótesis de linealidad del oleaje permite pasar de un espectro tridimensional a uno bidimensional al existir una relación entre ω y k —«relación de dispersión»— definida por:

$$\omega^2 = g|\vec{k}| \tanh d|\vec{k}|$$

en donde d es la profundidad.

Se pasa entonces del aspecto tridimensional $S(\vec{k}, \omega)$ al bidimensional $S(0, \omega)$, que se designa generalmente como «espectro direccional», siendo su interpretación la siguiente: en el plano (θ, ω) se define una malla $(\Delta\theta, \Delta\omega)$, representando $S(\theta, \omega) \Delta\theta, \Delta\omega$ la contribución de la varianza de las superficies de elevación y obtenida como suma de los componentes onda contenidos en $\Delta\omega, \Delta\theta$, verificándose:

$$\int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} S(0, \omega) d\omega d\theta = \bar{\eta}^2$$

en donde η viene dado por:

$$\eta = a \cos \{ \omega t - |\vec{k}|x \cos \theta - |\vec{k}|y \sin \theta + \Phi \}$$

en donde a es la amplitud y Φ la fase aleatoria que se supone uniformemente distribuida en $(-\pi + \pi)$.

Como consecuencia de los resultados de la teoría lineal de ondas, la energía total E_T viene dada por:

$$E_T = \frac{1}{2} \rho g a^2$$

pudiendo considerarse que cuando $\Delta\omega, \Delta\theta$ son muy pequeños, E_T puede aproximarse por

$$E_T = \rho g S(\omega, \theta) \Delta\omega \Delta\theta$$

con lo que η puede expresarse en la forma:

$$\begin{aligned} \eta &= \sqrt{2 S(\omega, \theta) \Delta\omega \Delta\theta} \cos(\omega t - \\ &- |\vec{k}|x \cos \theta - |\vec{k}|y \sin \theta + \Phi) \end{aligned}$$

viniendo entonces descrita la superficie libre aleatoria como una suma de componentes, una para cada paquete, que en el límite se

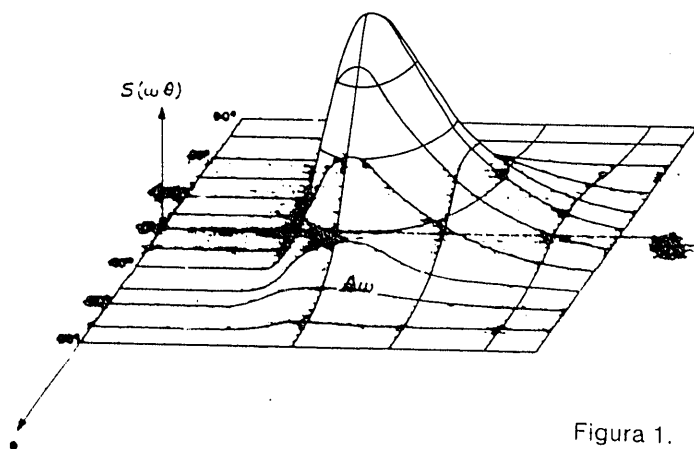


Figura 1.

transforma en la integral:

$$\begin{aligned} [9] \quad \eta &= \int \int \sqrt{2 S(\omega, \theta)} d\omega \cdot d\theta \\ &\cos(\omega t - |\vec{k}|x \cos \theta - |\vec{k}|y \sin \theta + \Phi) \end{aligned}$$

que ha de interpretarse como una forma simbólica de describir el proceso cuando $\Delta\omega \rightarrow d\omega, \Delta\theta \rightarrow d\theta$. En un sentido estricto la expresión anterior no representa una integral estocástica, por ello se le denomina pseudo-integral. Pierson (1952) da una posible interpretación probabilística de la misma relacionándola con el carácter gaussiano del proceso.

Hasta el momento actual el registro y proceso de oleaje direccional es una cuestión abierta en la que se ha iniciado la construcción de boyas direccionales con una información direccional indicativa, pero que no abarca el espacio tridimensional (η, ω, θ) . Para una definición analítica del espectro direccional se parte del «espectro escalar» — $S(\omega)$ — y de una función de ω, θ —«función de esparcimiento»— relacionando ambas multiplicativamente.

$$[10] \quad S(\omega, \theta) = S(\omega) H(\omega, \theta)$$

debiéndose de verificar

$$[11] \quad \int_{-\pi}^{\pi} H(\omega, \theta) d\theta = 1$$

El espectro unidimensional, designado normalmente «espectro escalar» se define formalmente por:

$$[12] \quad S(\omega) = \int_0 S(\omega, \theta) d\theta = \int_{\vec{k}} S(\omega, \vec{k}) d\vec{k}$$

viniendo dado directamente a partir del regis-

tro en un punto por la relación:

$$[13] \quad S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\omega\tau}}{\eta(t)\eta(t+\tau)} d\tau$$

Para definición de $H(\omega, \theta)$ la primera expresio fue propuesta por St Denis-Pierson (195

$$[14] \quad H(\omega, \theta) = \frac{1}{\pi} \left| 1 + \cos 2(\theta - \theta_m) \right| \quad \text{para } -\frac{\pi}{2} < \theta - \theta_m < \frac{\pi}{2}$$

$$= 0 \quad \text{para } \theta - \theta_m < -\frac{\pi}{2}; > \frac{\pi}{2}$$

en donde θ_m es la dirección media.

Recientemente Mitsuyasu et al. (1975) han propuesto como resultado de sus mediciones la siguiente expresión en función de la frecuencia $f = \frac{1}{T}$.

$$[15] \quad H(f, \theta) = \frac{1}{\pi} 2^{2S-1} \frac{\Gamma^2(S+1)}{\Gamma(2S+1)} \left| \cos \frac{\theta - \theta_m}{2} \right|^{2S}$$

en donde Γ es la función gamma y el parámetro S viene dado por:

$$[16] \quad S = 11,5 \tilde{f}^{-2,5} \quad (\tilde{f} \gg \tilde{f}_m)$$

$$S = 11,5 \tilde{f}^{-7,5} \tilde{f}_m^{2,5} \quad (f \ll f_m)$$

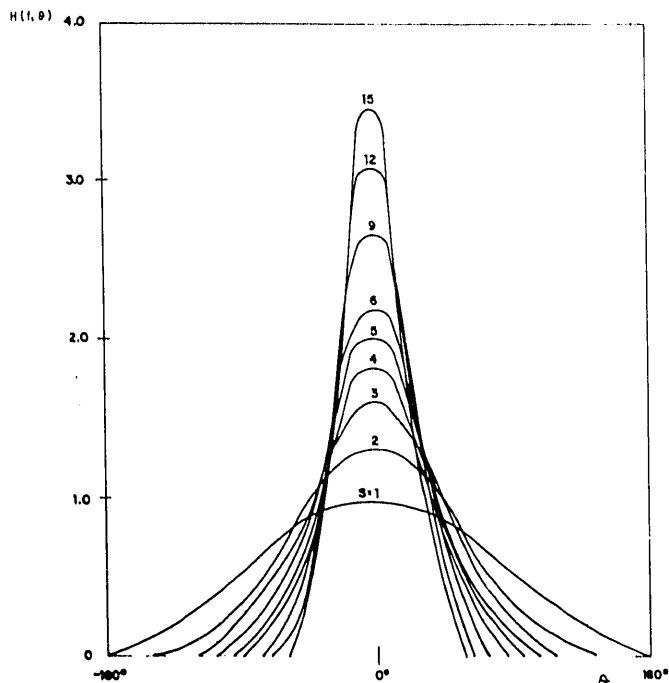


Figura 2.

con

$$[17] \quad \tilde{f} = 2\pi \frac{f U}{g}$$

$$\tilde{f}_m = 1,88 \tilde{F}^{-0,330} \quad \left(\tilde{F} = \frac{gF}{U^2} \right)$$

Siendo F el fetch y U la velocidad de viento.

En la figura 2 pueden verse para diversos valores de S las curvas $H(f, \theta)$

4. CARACTERIZACION PARAMETRICA-ESPECTRAL DE UN OLEAJE ESCALAR

Supuesto fijada la función $H(f, \theta)$ el oleaje viene totalmente descrito por un conjunto de parámetros que se obtienen a partir del espectro escalar. En lo que sigue suponemos que el espectro viene definido en función de $f = \frac{1}{T}$.

Como es conocido, los parámetros espectrales que juegan un papel importante son los «momentos espectrales de orden n » definidos por:

$$[18] \quad m_n = \int_0^{\infty} f^n S(f) df \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

La importancia de estos parámetros se deriva del hecho de que son los que intervienen en las funciones estadísticas-bidimensionales tales como la distribución de altura de ola por periodo; unidimensionales, como la distribución de amplitudes y altura de ola, etcétera que caracterizan un oleaje determinado.

A partir de los momentos m_n se define

Los parámetros espectrales, de los cuales, en estos artículos, se han considerado los siguientes:

a) Parámetros de forma espectral

— Anchura del espectro:

$$[19] \quad \varepsilon^2 = 1 - \frac{m_2}{m_0 m_4}$$

— Estrechamiento del máximo espectral (también conocido como parámetro de Goda, que fue quien lo introdujo en 1970):

$$[20] \quad Q_P = \frac{2}{m_0^2} \int_0^\infty f S(f)^2 df$$

b) Parámetros estructurales

— Energía del oleaje:

$$[21] \quad E = m_0$$

— Altura de ola característica:

$$[22] \quad H_{m0} = H_s = 4 \sqrt{m_0}$$

— Período medio:

$$[22] \quad T_{0,1} = \frac{m_0}{m_1}$$

— Período medio aparente:

$$[24] \quad T_{0,2} = \left(\frac{m_0}{m_2} \right)^{1/2}$$

Estos parámetros son invariantes cuando se admite la estacionariedad de un oleaje analizado a partir de un registro de duración Δt aplicado a un intervalo $\lambda \Delta t$ —, por ejemplo $\Delta t = 20$ m $\lambda \Delta t = 3$ h. No ocurre, obviamente, así con el número de olas del registro, pues si se consideran, por ejemplo, las olas de paso por cero, N_z , correspondientes al período medio de paso por cero T_z , se verificará:

$$[25] \quad (N_z)_{\lambda \Delta t} = \frac{\lambda \Delta t}{T_z} = \lambda (N_z)_{\Delta t}$$

5. VALIDEZ DE LA CARACTERIZACION ESPECTRAL DE UN OLEAJE

Las hipótesis introducidas para caracterizar el proceso aleatorio al que se asimila el oleaje —estacionalidad, homogeneidad y linealidad— idealizan la realidad, lo que tiene como consecuencia que la información obtenida con tal modelización sea una aproximación de lo que ocurre en la Naturaleza. Hay, por ello, que conocer el nivel de representatividad que se alcanza con la solución obtenida y, si ello es posible, los rangos de validez del modelo, o, lo que es lo mismo, conocer cuándo un oleaje es representable por el modelo propuesto.

Para este análisis, cuya importancia es obvia, vamos a «partir de la evidencia» siguiendo básicamente el trabajo de St. Denis (1973). A partir de registros de alturas de ola establece tres tipos de oleaje con arreglo a los cuales se analizan la validez de las hipótesis introducidas.

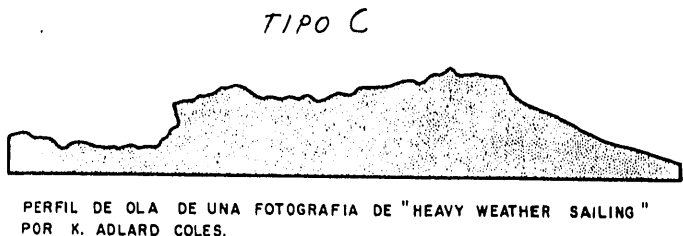
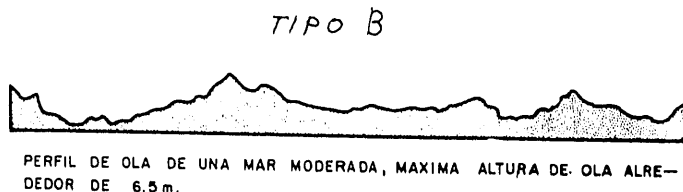
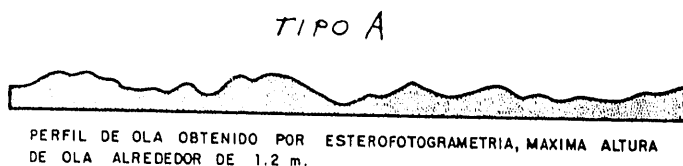


Figura 3.

1. Oleaje ligero (A)

- Tiene el carácter lineal y normal. La normalidad es fácilmente obtenible, pero no así la linealidad.
- Validez de la representación espectral, pero existen espectros con varios máximos, lo que exige un tratamiento de descomposición en espectros individuales.

2. Oleaje moderado (B)

- No admite definición a partir de las hipótesis de partida. Se genera a medida que el oleaje crece en intensidad apareciendo asimetrías con puntos angulosos, generándose un oleaje de tipo aborregado con crestas espumantes.
- Las asimetrías no son predecibles por modelos lineales, pudiendo aplicarse éstos cuando la no linealidad es débil combinados con un método de perturbación.
- El análisis de estos oleajes se hace a partir de la tesis de Hasselmann (1963), que supone la existencia de fenómenos de interacción entre componentes, lo cual origina una transformación continua del espectro perdiendo éste su representatividad. Hasselmann propuso utilizar en su lugar el bi-espectro —la doble transformada de Fourier del momento de tercer orden—, pero hasta el momento no existen formulaciones empíricas a partir de este modelo.

3. Oleaje fuerte (C)

- Se genera cuando la intensidad del oleaje alcanza tal nivel que se forman verdaderas montañas en completo desorden. En este caso no existe ninguna teoría lineal o cuasi-lineal que sea adecuada y las hipótesis iniciales ya no pueden mantenerse.
- El concepto de componente llega a perder su validez y la técnica espectral ya no es válida. Hay que considerar la acción disipativa como una manifestación de un proceso turbulento. Actualmente se está todavía lejos de disponer de un modelo adecuado para la descripción de estos oleajes.

Según el análisis anterior, solamente los oleajes de tipo ligero, y dentro de ciertas limitaciones, serían representables «teóricamente» por un «modelo estacionario-homogéneo-lineal». La no existencia, hasta el momento actual, de teorías cuantitativas, científicamente contrastadas, y que describan matemáticamente fenómenos no lineales del oleaje tomando como origen los mecanismos de su generación, obliga a extrapolar el modelo simplificando cuando hay necesidad de disponer de información, aunque ésta no sea teóricamente válida. Por otra parte hay que señalar que esta forma de proceder es habitual en la ingeniería oceanográfica, en donde las teorías no son generales ni tienen carácter compacto, refiriéndose a fenómenos aislados, analizados idealmente a partir de la introducción de un conjunto de hipótesis iniciales. En estas circunstancias los criterios de «coherencia teórica» son, en los casos prácticos, sustituidos por criterios de «aproximación razonable» de la realidad que se trata de representar, tanto cualitativa como cuantitativamente.

6. REFERENCIAS

- HASSELMAN, K. (1963): «On the nonlinear Energy transfer in a Wave Spectrum». Ocean Wave Spectra; Prentice Hall Publishers, Englewood Cliffs.
- HOUMB, O. G. (1974): «Spectra and Bispectra of Ocean Waves». Coast. Engineering.
- MITSUYASU, H., et al. (1975): «Observations of the directional spectrum of Ocean waves using a cloverleaf bouy». Jour Phys. Ocean, 5.
- PHILLIPS, O. M. (1977): «The dynamics of the upper ocean». Second Edition. Cambridge University Press.
- PIERSON, W. J. (Jr.) (1952): «Wind Generated Gravity Waves». Advances in Geophysics II. Academic Press.
- ROLL, H. U. (1960): «Oberflächen -Wellen des Meer». Handbuch der Physik-Springer Verlag.
- SAND, S. E. (1979): «Three-dimensional deterministic Structure of Ocean Waves». Technical University of Denmark. Lyngby.
- SUAREZ BORES, P. (1967): «Introducción a la estructura del oleaje». Laboratorio de Puertos. Publ. n.º 4B.
- ST. DENIS, M. (1973): «Some Cautions on the Employment of the Spectral Technique to Discover the Wave of the Sea and the Response Thereto of Oceanic Systems». Offshore Technology Conference. Texas.