REVISTA DE OBRAS PUBLICAS, Junio 1981, Págs. 419 a 427

Aplicación estadística a la contratación de obras del Estado (*)

COLEGIO INGENIEROS DE ...
BIBLIOTECA

Por JUAN MANUEL GOMEZ PONCELA
Dr. Ingeniero de Caminos
Prof. de la E.T.S. de Ingenieros de Caminos de Santander

En este trabajo se pretende estudiar la poblemática de decisión que supone la contratación de obras por parte del Estado (o cualquiera otra persona o entidad contratante). Es decir, se pretende orientar a la parte que debe otorgar el contrato sobre cual oferta elegir, entre aquéllas de las que dispone.

Básicamente se sabe, que los errores de oferta (por supuesto, a la baja) de la parte contratada son pagados finalmente, de una forma u otra, por la parte contratante. Este hecho obliga a esta última a defenderse de alguna forma de estos errores, adoptando unos objetivos o reglas de contratación. El presente trabajo estudia alguno de estos posibles objetivos y, por mediación de un modelo matemático, se obtienen las estrategias óptimas de decisión para cada uno de ellos.

1. INTRODUCCION

La decisión de elegir una, de entre las varias ofertas, que han sido presentadas, libre y voluntariamente, para la realización de una obra, constituye uno de los puntos clave de la problemática general de la contratación de obras por parte del Estado.

Esta decisión debe estar basada en una solución de compromiso entre dos objetivos frecuentemente opuestos, como son:

- Obtener la obra al costo más bajo posible.
- Evitar la contratación de ofertas que hayan sido erróneamente valoradas, a la baja, por la parte ofertante.

Así como la primera de estas condiciones es meramente económica, la segunda de ellas es consecuencia de que la Administración paga, de alguna forma, los errores cometidos por la parte ofertante. Bien sea como pago directo al contratista mediante los oportunos "reformados", bien sea como problemas en el otorgamiento, realización o consumación del contrato, la Administración termina pagando estos errores de oferta. Los problemas mencionados son bien conocidos: demoras en la ejecución de la obra, búsqueda de modificaciones al contrato que mejoren la rentabilidad económica por parte del contratista, disminución de la calidad de la obra, inercia elevada en la gestión y rescisión del contrato, son tan sólo algunos de ellos.

Por otra parte, los errores de oferta cometidos en alza (sobrevaloración del costo de la obra) no parecen plantear, en principio, ningún problema.

Sin embargo, la valoración de estos perjuicios no resulta fácil. Si bien puede admitirse que, en algunos casos, la Administración haya podido incluso obtener beneficios de los errores cometidos por el contratista, no es menos cierto que en otros casos los perjuicios, que se han derivado de ellos, han superado con creces la cuantía del propio error.

La consecución de los objetivos mencionados puede verse dificultada por la hipótesis, frecuentemente admitida, de que alguno de los ofertantes pueda alterar voluntariamente su oferta (en general a la baja) por razones que no hacen al caso. En este supuesto, el problema que se plantea consiste en la detección y posterior eliminación de estas ofertas que han dado en llamarse "bajas temerarias".

El problema en conjunto ha recibido diversos tratamientos según los distintos países que han legislado sobre el tema. Concretamente la Legislación Española establece, dentro de sus formas de contratación más frecuentes (subasta y concurso-subasta), el otorgamiento de la adjudicación a la oferta más baja, de entre aquéllas que cumplan las condiciones que hayan sido impuestas a los ofertantes. La única excepción a esta norma lo

(*) Se admiten comentarios sobre el presente artículo, que pueden remitirse a la Redacción de esta Revista hasta el 31 de Agosto de 1981.

constituye la consideración de temeridad que se fija, en principio, como "aquella proposición cuyo porcentaje de baja exceda en diez (10) unidades por lo menos, a la media aritmética de los porcentajes de baja de todas las proposiciones presentadas". Sin embargo, la Mesa de Contratación queda en libertad de alterar esta norma si justificadamente y previos los informes y audiencias adecuados, así lo estimara procedente el (Reglamento General de Contratación del Estado. Decreto 3410/1975 de 25 de Noviembre. Art. 109).

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En este trabajo, pretende estudiarse la estrategia óptima de decisión que puede seguirse en la contratación de obras del Estado. Para ello sería necesario admitir una serie de hipótesis simplificadoras que permitan un tratamiento matemático del problema.

Sin lugar a dudas, las hipótesis que van a exponerse representan un cierto alejamiento del problema en su dimensión real. Por esta causa, el presente trabajo debe considerarse como un primer paso hacia un estudio más profundo, que es intención del autor acometer.

Sin embargo, ya de este primer paso es posible obtener conclusiones que, se tiene la esperanza, contribuirán a una mayor comprensión de esta compleja problemática.

3. DESARROLLO MATEMATICO

3.1. Hipótesis adoptadas

Para conseguir la abstracción matemática del problema se adoptan las siguientes hipótesis:

Hipótesis 1. Se supone que el número de oferentes es infinito.

Hipótesis 2. Se supone que si los ofertantes fueran capaces de hacer una oferta perfecta (totalmente exenta de errores), la variable aleatoria oferta de un oferente escogido al azar tendría una distribución Normal N (μ, σ).

Hipótesis 3. Se supone que la variable aleatoria error cometido en la oferta por cada ofertante responde a una distribución Normal N (o, σ_η), igual para todos ellos.

Hipótesis 4. Se supone que la oferta perfecta y el error cometido en la oferta por un mismo ofertante son variables aleatorias independientes.

Hipótesis 5. Se supone la no existencia de alteraciones voluntarias en la oferta por parte de los ofertantes.

3.2. Discusión de hipótesis

La hipótesis más restrictiva y más alejada de la realidad es, sin duda, la hipótesis 1. Con ella se pretende estudiar cual sería la oferta más adecuada si se dispusiera de toda la gama de infinitas ofertas posibles, habida cuenta de que, en cualquier caso, se desconoce la cuantía del error cometido en cualquiera de ellas. De cualquier forma, esta hipótesis simplifica notablemente los planteamientos matemáticos.

Por otra parte, la hipótesis 5 cierra el camino a la parte más atractiva del problema. Sin embargo, son estas dos hipótesis (1 y 5) las que se pretenden eliminar o sustituir en la continuación del presente trabajo.

Las restantes hipótesis, si bien pueden prestarse a discusión, resultan, al menos a primera vista, menos alejadas de la realidad que las dos anteriores. Bien es cierto que la suposición de normalidad de ciertas variables aleatorias no debe ser tomada axiomáticamente, pero es muy frecuente su adopción por aproximarse, más o menos exactamente, a gran cantidad de problemas estadísticos.

Mayor discusión debe producir, potencialmente, la hipótesis de independencia descrita en la hipótesis 4. Sin embargo, en muchas ocasiones es preferible dar ésta por supuesta, antes de complicar los cálculos con supuestas relaciones de dependencia, también muy discutibles.

Mención aparte merece el hecho de considerar la función de error común a todos los ofertantes. Si bien, esta hipótesis está muy relacionada con la independencia mencionada, se matiza un hecho que puede no estar demasiado acorde con la realidad. No obstante, cualquier elucubración en este sentido, sin un estudio "histórico" del problema, puede ser mucho más peligrosa que la propia hipótesis adoptada.

3.3. Desarrollos matemáticos

La variable aleatoria "oferta real de un ofertante escogido al azar", ξ, será la suma de las variables aleatorias "oferta perfecta de un ofertante escogido al azar", η, y del "error cometido por dicho ofertante, ϵ, es decir:

$$\xi = \eta + \epsilon \qquad (1)$$

por tanto, la función de densidad de la variable ξ, $\varphi(z)$, vendrá definida por la marginal:

$$\varphi(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-(t-\mu)^2/2\sigma^2\right] \frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}} \exp\left[-(z-t)^2/2\sigma_1^2\right] dt =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{\sigma^2+\sigma_1^2}} \exp\left[-(z-\mu)^2/2(\sigma^2+\sigma_1^2)\right] \qquad (2)$$

Lo cual significa que la variable aleatoria ξ responde a una distribución Normal

$$N(\mu, \sqrt{\sigma^2+\sigma_1^2}) \equiv N(\mu, \sigma^*)$$

En lo sucesivo, y por facilidad de notación se denotará por $f_{\mu\sigma}(x)$, a la función de densidad y por $F_{\mu\sigma}(x)$ a la función de distribución de una variable aleatoria Normal $N(\mu, \sigma)$, es decir:

$$f_{\mu\sigma}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-(x-\mu)^2/2\sigma^2\right] \qquad (3)$$

$$F_{\mu\sigma}(x) = \int_{-\infty}^{x} f_{\mu\sigma}(y)\,dy \qquad (4)$$

y por tanto

$$\varphi(z) \equiv f_{\mu\sigma^*}(z); \quad \sigma^* = \sqrt{\sigma^2+\sigma_1^2} \qquad (5)$$

3.3.1. *Probabilidad de aceptar una oferta cuyo error esté comprendido entre el valor x y el valor x + dx, en función de la oferta elegida.*

El problema que se plantea es el de determinar la probabilidad de que el error, ϵ, de oferta esté comprendido entre los valores $x \leqslant \epsilon \leqslant x + dx$, supuesta elegida una oferta de valor $x_0 = \mu + \beta\sigma^*$, es decir el valor de:

$$P\left[x \leqslant \epsilon \leqslant x + dx / \eta + \epsilon = x_0 = \mu + \beta\sigma^*\right] \qquad (6)$$

Por definición de probabilidad condicionada, se cumple que:

$$P\left[x \leqslant \epsilon \leqslant x + dx / \eta + \epsilon = x_0\right] = \qquad (7)$$

$$\lim_{dx_0 \to 0} \frac{P\left[x \leqslant \epsilon \leqslant x + dx, x_0 \leqslant \eta + \epsilon \leqslant x_0 + dx_0\right]}{P\left[x_0 \leqslant \eta + \epsilon \leqslant x_0 + dx_0\right]}$$

y además puede escribirse que

$$P\left[x_0 \leqslant \eta + \epsilon \leqslant x_0 + dx_0\right] = f_{\mu\sigma}(x_0)dx_0 \qquad (8)$$

Por otra parte, realizando el cambio de variable:

$$\left.\begin{array}{r} \eta + \epsilon = \xi \\ \epsilon = \mathcal{T} \end{array}\right\} \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} \eta = \xi - \epsilon \\ \epsilon = \mathcal{T} \end{array}\right\} \qquad (9)$$

resulta que

$$P\left[x \leqslant \epsilon \leqslant x + dx, x_0 \leqslant \eta + \epsilon \leqslant x_0 + dx_0\right] =$$

$$= P\left[x \leqslant \epsilon \leqslant x + dx, x_0 - \epsilon \leqslant \eta \leqslant x_0 - \epsilon + dx_0\right]$$

$$= f_{\mu\sigma}(x_0 - x).f_{0\sigma_1}(x)dxdx_0 \qquad (10)$$

con lo que queda:

$$P\left[x \leqslant \epsilon \leqslant x + dx / \eta + \epsilon = x_0\right] =$$

$$= \lim_{dx_0 \to 0} \frac{f_{\mu\sigma}(x_0 - x)\, f_{0\sigma_1}(x)\, dxdx_0}{f_{\mu\sigma^*}(x_0)\, dx_0} =$$

$$= \frac{f_{\mu\sigma}(x_0 - x)\, f_{0\sigma_1}(x)}{f_{\mu\sigma^*}(x_0)}\, dx \qquad (11)$$

Sin embargo, puede demostrarse fácilmente que:

$$f_{\mu\sigma}(x_0 - x)\,.\,f_{0\sigma_1}(x) = f_{\mu\sigma^*}(x_0)\,.\,f_{\mu_\alpha\sigma_\alpha}(x) \qquad (12)$$

siendo

$$\mu_\alpha = \frac{\beta\,\sigma_1^2}{\sigma^*}; \quad \sigma_\alpha = \frac{\sigma\,\sigma_1}{\sigma^*} \qquad (13)$$

sustituyendo (12) en 11 queda finalmente:

$$P\left[x \leqslant \epsilon \leqslant x + dx / \mu + \epsilon = x_0 \right] =$$

$$= f_{\mu_\alpha \sigma_\alpha}(x)\,dx \qquad (14)$$

que es la probabilidad buscada.

3.3.2. *Probabilidad de aceptar una oferta cuyo error sea mayor que un cierto porcentaje (α) de la cuantía de la oferta, en menos.*

Si se plantea ahora el problema de determinar, escogida una oferta al azar, de valor x_0, cual es la probabilidad de haber elegido un ofertante cuyo error de oferta, en el sentido de ofertar en menos, sea menor (en valor absoluto) que un cierto porcentaje, α, de su oferta ($\epsilon < 0$; $-\epsilon < \alpha\, x_0$) (se supone que los errores en el sentido de ofertar en más ($\epsilon > 0$) no presentan problemas para el organismo contratante), esta probabilidad, P_α, tiene por expresión:

$$P_\alpha = \frac{1}{\varphi(x_0)} \int_{-\infty}^{x_0(1+\alpha)} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-(t-\mu)^2/2\sigma^2\right]$$

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-(x_0-t)^2/2\sigma_1^2\right] dt =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\dfrac{\sigma\,\sigma_1}{\sqrt{\sigma^2+\sigma_1^2}}}$$

$$\int_{-\infty}^{x_0(1+\alpha)} \exp\left[-\left(t-\frac{\mu\sigma_1^2+x_0\sigma^2}{\sigma^2+\sigma_1^2}\right)^2 \Big/ 2\,\frac{\sigma_1^2\,\sigma^2}{\sigma^2+\sigma_1^2}\right] dt =$$

$$= F_{\mu_\beta\,\sigma_\beta}\left[x_0(1+\alpha)\right] \qquad (15)$$

siendo

$$\mu_\beta = \frac{\mu\,\sigma_1^2 + x_0\,\sigma^2}{\sigma^2+\sigma_1^2}\ ; \quad \sigma_\beta = \frac{\sigma\,\sigma_1}{\sqrt{\sigma^2+\sigma_1^2}} \qquad (16)$$

Expresando el valor de x_0 como $\mu + \beta\,\sigma^*$ y teniendo en cuenta que $\sigma^* = \sqrt{\sigma^2+\sigma_1^2}$, resulta

$$\mu_\beta = \mu + \beta\,\frac{\sigma^2}{\sigma^*}\ ; \quad \sigma_\beta = \frac{\sigma\,\sigma_1}{\sigma^*} = \sigma_\alpha \qquad (17)$$

Ahora bien, como es bien conocido que:

$$F_{\mu\sigma}(\mu+\sigma z_0) = F_{01}(z_0)$$

o bien que

$$F_{\mu\sigma}(u_0) = F_{01}\left(\frac{u_0-\mu}{\sigma}\right) \qquad (18)$$

resulta que

$$P_\alpha = F_{01}\left[\frac{x_0(1+\alpha)-\mu_\beta}{\sigma_\beta}\right] =$$

$$= F_{01}\left[\alpha\,u\,\frac{\mu}{\sigma} + \beta\,\frac{\alpha\,u^2+1}{\sqrt{u^2-1}}\right] \qquad (19)$$

siendo

$$u = \frac{\sigma^*}{\sigma} = \sqrt{1+\left(\frac{\sigma}{\sigma_1}\right)^2} > 1 \qquad (20)$$

3.3.3. *Pérdida de contratación.*

Al tomar la decisión de contratar una obra a un cierto ofertante se está incurriendo en una cierta pérdida que incluirá, por una parte la posibilidad de haber contratado a un precio más bajo, en igualdad de las restantes condiciones, y por otra la pérdida generada por el error cometido en su oferta por la parte contratada.

A la expresión de esta pérdida en función de las variables que definen la oferta contratada se le denominará "función de pérdida de contratación". Evidentemente, la estrategia óptima de contratación será aquélla, cuya decisión coincida con la "pérdida esperada mínima".

Sin embargo, y en términos generales, esta función no puede ser conocida sin una investigación, importante y costosa, de casos reales y, aún así, tan sólo de forma aproximada.

No obstante, y a fin de proseguir este estudio, se hará una hipótesis que aún siendo verosímil y razonable, no pretende ajustarse a la realidad de un modo definitivo.

3.3.3.1. Ejemplo de función de pérdida.

Si una de las partes importantes de esta pérdida es la posibilidad de haber contratado una oferta, que manteniendo idénticas las restantes condiciones, fuera de precio más bajo, resulta evidente que esta parte de la pérdida pudiera expresarse como la diferencia entre la oferta elegida y una supuesta contratación perfecta de valor x_p, desconocido. Ahora bien, como en el problema de determinar la pérdida mínima no influirá este valor (x_p), puede considerarse que el valor de esta parte de la pérdida es el de contratación íntegra x_o.

Si ahora se supone que la pérdida de contratar una oferta cuyo error, a la baja, ϵ, es proporcional a este error, puede escribirse que:

$$P_e = x_o + \gamma\,|\epsilon| \qquad \text{si } \epsilon < 0 \qquad (\gamma = \text{cte})$$

$$P_e = x_o \qquad \text{si } \epsilon > 0 \tag{21}$$

Escribiendo x_o de la forma $\mu + \beta\,\sigma^*$ y teniendo en cuenta (14), la esperanza de P_e es:

$$E\,[P_e] = \mu + \beta\,\sigma^* - \gamma \int_{-\infty}^{0} x\, f_{\mu_\alpha \sigma_\alpha}(x)\, dx \tag{22}$$

realizando el cambio de variable

$$\frac{x - \mu_\alpha}{\sigma_\alpha} = t \tag{23}$$

y denominando

$$\rho = \frac{\sigma}{\sigma_1} = \sqrt{u^2 - 1} \tag{24}$$

resulta

$$E\,[P_e] = \mu + \beta\,\sigma^* - \gamma \int_{-\infty}^{-\beta/\rho} (\sigma_\alpha t + \mu_\alpha)\, f_{01}(t)\, dt = \tag{25}$$

$$= \mu + \beta\,\sigma^* - \gamma\,\sigma_\alpha \left[\beta/\rho\; F_{01}(-\beta/\rho) - f_{01}(-\beta/\rho)\right]$$

Ahora bien como la parte contratante (en ausencia de normas) puede elegir el valor del parámetro β, la "pérdida mínima esperada de contratación", vendrá definida por una de las soluciones (si existen) de la ecuación:

$$\frac{\partial\, E\,[P_e]}{\partial\, \beta} = 0 \tag{26}$$

es decir

$$\sigma^* - \gamma\,\sigma_\alpha \Big[1/\rho\; F_{01}(-\beta/\rho) + \beta/\rho\; f_{01}(-\beta/\rho)(-1/\rho) -$$

$$- f_{01}(-\beta/\rho)(-\beta/\rho^2) \Big] = \tag{27}$$

$$= \sigma^* - \gamma\,\sigma_\alpha\, 1/\rho\; F_{01}(-\beta/\rho) = 0$$

de donde se deduce que:

$$\beta = -\rho\; F_{01}^{-1}\left[\frac{1 + \rho^2}{\gamma}\right] = -\rho\, F_{01}^{-1}\left(\frac{u^2}{\gamma}\right) \tag{28}$$

ecuación que tiene solución única cuando

$$\gamma > 1 + \rho^2 \tag{29}$$

y carece de ellas cuando

$$\gamma \leq 1 + \rho^2 \tag{30}$$

siendo en este último caso la función Pe creciente en todo el intervalo $-\infty$, $+\infty$. La representación gráfica de la ecuación (28) puede verse en la figura 1.

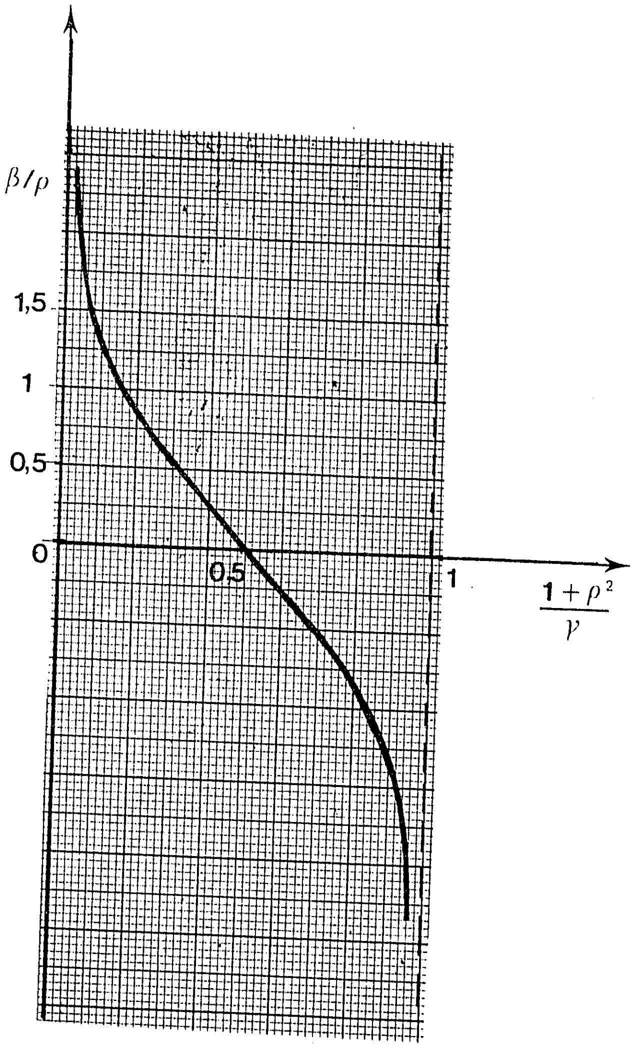

Figura 1

3.3.4. *Influencia de la truncadura superior.*

Hasta el momento no se ha tomado en consideración la truncadura superior que se produce por el llamado "tipo de contratación", o, tope máximo del que no puede exceder la oferta según la Legislación Española.

Sin embargo, en las hipótesis adoptadas, esta truncadura presenta menos incidencia de la que pudiera parecer a primera vista. En efecto, si se considera que la distribución normal de ofertas, N (μ, σ^*), está truncada en el valor $\mu + t\,\sigma^*$, las dos consecuencias que se derivan de este hecho son:

1.- El no poderse estimar los parámetros μ y σ^* directamente por los valores de la media y desviación típica de las ofertas presentadas (en este caso infinitas), pero cuyos valores μ_2 y σ_2 están relacionados con μ y σ^* por las relaciones

$$\mu_2 = \mu - \sigma^{*2}\,\frac{f_{\mu\sigma^*}(t)}{F_{\mu\sigma^*}(t)}$$

$$\sigma_2^2 = \sigma^{*2} - (t-\mu)\,\frac{f_{\mu\sigma^*}(t)}{F_{\mu\sigma^*}(t)} - \sigma^{*4}\,\frac{f^2_{\mu\sigma^*}(t)}{F^2_{\mu\sigma^*}(t)} \qquad (31)$$

2.- La imposibilidad de seleccionar, por la parte contratante, valores de $\beta >$ t.

Pudiera también aducirse que existe una truncadura inferior, puesto que resulta absurdo considerar la posibilidad de producirse una oferta de valor $-\infty$, lo cual en el modelo adoptado es posible aunque altamente improbable. Ni tan siquiera puede tomarse en consideración la posible existencia de ofertas negativas. Sin embargo, y habida cuenta de que en los casos reales debe ser bastante mayor que σ^* y que la probabilidad de que una distribuciónNormal produzca valores por debajo de μ -4 σ es despreciable, esta incidencia carece de importancia práctica.

4. EJEMPLOS PRACTICOS

Los ejemplos prácticos de este trabajo van a enfocarse en dos sentidos:

—Aplicación de los resultados de 3.3.2 a la determinación de la probabilidad de contratar con un ofertante cuyo error, en menos, sea menos que un cierto valor prefijado α.

—aplicación de los resultados de 3.3.3.1 a la determinación de la pérdida mínima usando el modelo allí descrito.

4.1. Error (en menos) menor que un cierto valor prefijado de antemano.

Para realizar este ejemplo se supondrá que las desviaciones típicas de oferta y del error cometido son aproximadamente del mismo orden, estudiándose en concreto los valores.

$$\frac{\sigma}{\sigma_1} = 0{,}5\,; \qquad \frac{\sigma}{\sigma_1} = 1\,; \qquad \frac{\sigma}{\sigma_1} = 1{,}5$$

En cuanto a los valores de α se estudiarán

$$\alpha = 0{,}05 \qquad \alpha = 0{,}10 \qquad \alpha = 0{,}20$$

El valor de μ / σ se tomará, en todos los casos, igual a 10, puesto que una variación en este valor, para α y σ / σ_1, constantes (en la expresión (20), "u" también es constante) supone una simple traslación del origen sobre el eje β, de valor:

$$\sqrt{u^2-1}\;\frac{\alpha\, u\,(\mu/\sigma - 10)}{\alpha\, u^2 + 1} \qquad (32)$$

Los resultados obtenidos pueden verse en las figuras 2, 3 y 4, en las cuales se ha representado P_α en función de β.

4.1.1. *Ejemplo numérico*

Un ejemplo numérico contribuirá a aclarar lo anteriormente expuesto.

Supóngase que para la contratación de una obra se han presentado ofertas en número suficiente como para considerar que su media μ y su desviación típica σ_0^* se aproximan sensiblemente a las de la distribución de partida. Supóngase que estos valores, ya tenida en cuenta la influencia de la truncadura superior (a la derecha) del "tipo de oferta", son μ = 100 y σ^* = 10. Supóngase además que el valor de la desviación típica de la distribución del error de los ofertantes, σ_1, se estima igual al de σ, es decir $\sigma = \sigma_1$.

Finalmente considérese que se pretende contratar una oferta tal que la probabilidad de que esta oferta tenga un error, a la baja, superior al 10 % de ésta, sea inferior al 20 %. Los parámetros básicos son:

$$\sigma/\sigma_1 = 1\;;$$

$$u = \sqrt{1+(\sigma/\sigma_1)^2} = \sqrt{2}\;\;;\;\; \sigma = \sigma^*/u = 10/\sqrt{2}$$

Como $\sigma / \sigma_1 = 1$ se entrará en el gráfico de la figura 3. Para $P_\alpha = 0{,}8$ y $\alpha = 0{,}10$, resulta $\beta = -0{,}50$.

Sin embargo, μ / σ no es igual a 10, como se presupone en dicha figura, sino a

$$\frac{\mu}{\sigma} = \frac{100}{10} \sqrt{2} = 10 \sqrt{2}$$

Por tanto el origen deberá trasladarse en el valor dado en la expresión (32)

$$\text{traslación} = \sqrt{2-1}\ \frac{0{,}10 \sqrt{2}(10 \sqrt{2} - 10}{0{,}10 \cdot 2 + 1} = 0{,}488$$

Al trasladar el origen 0,488 hacia las β positivas, resulta

$$\beta t = -0{,}50 - 0{,}488 = -0{,}988$$

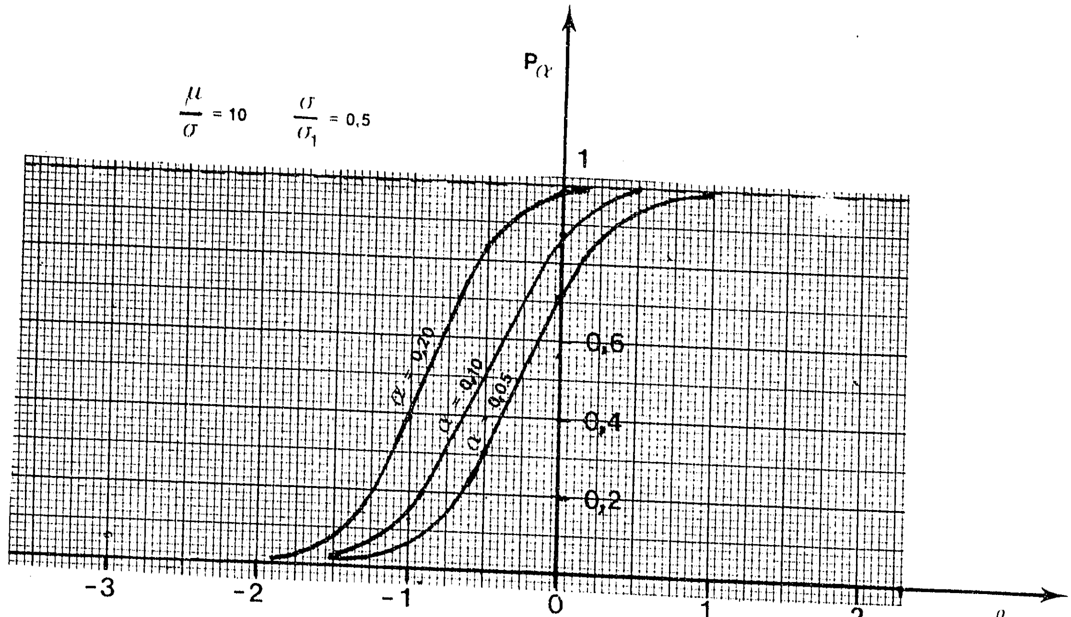

FIGURA 2

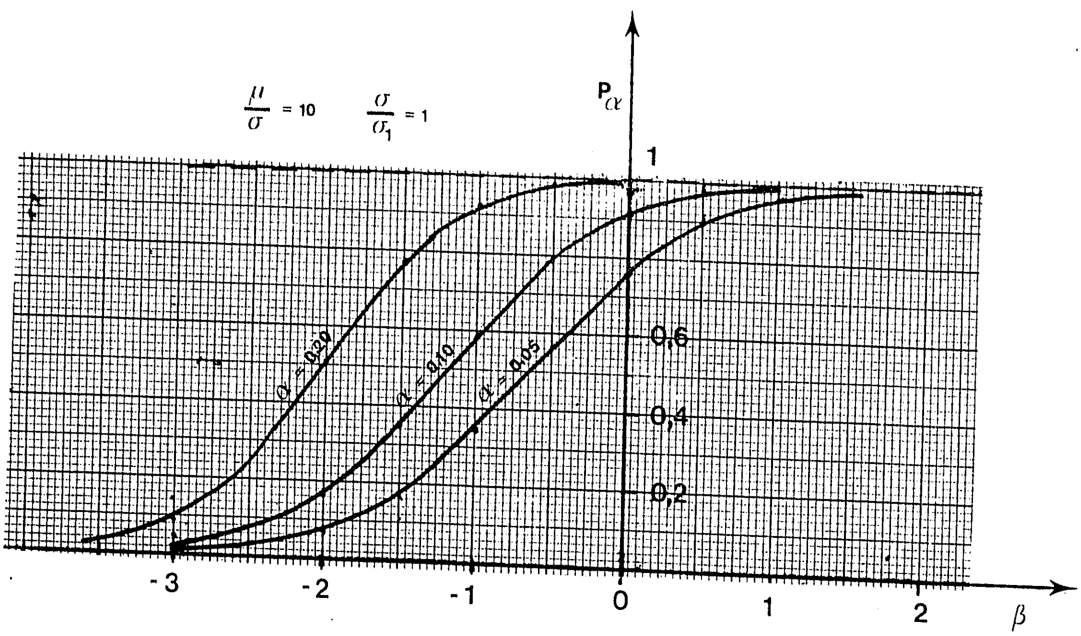

FIGURA 3

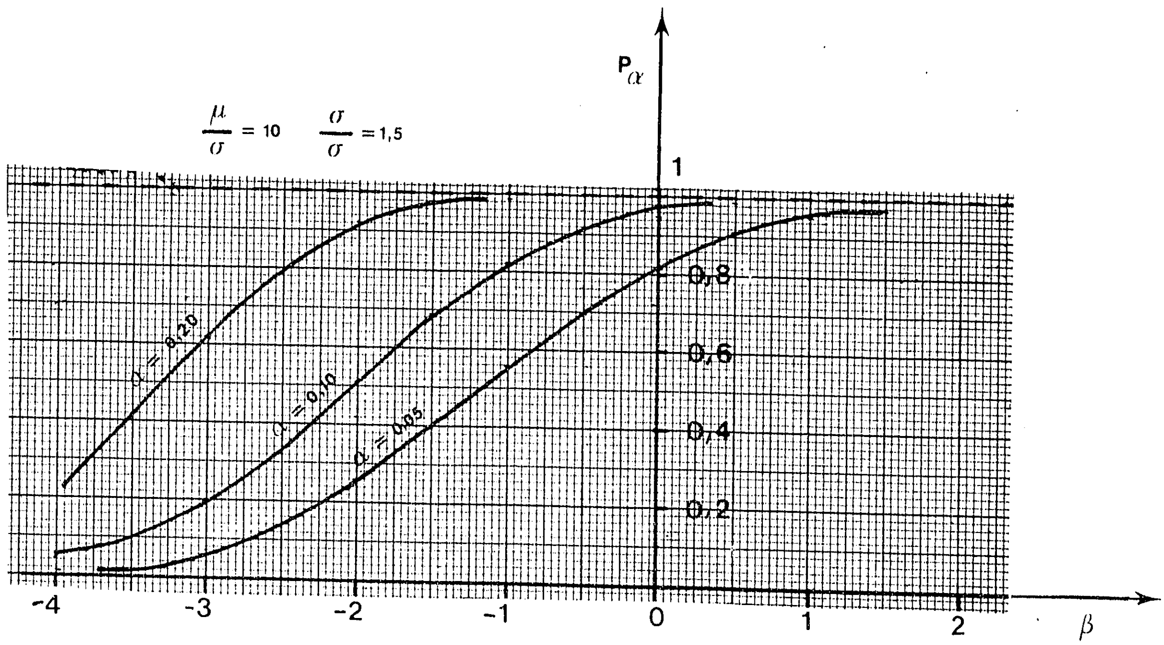

FIGURA 4

por tanto la oferta adecuada tendría por valor

$$x_0 = \mu + \beta \sigma^* = 100 - 0,988 . 10 = 90,12$$

y la oferta elegida sería aquella que siendo superior a 90,12 estuviera más próxima a este valor.

4.2. Pérdida de contratación mínima

Si se admite el esquema de función de pérdida descrita en 3.3.3.1, el valor del parámetro β, que define la estrategia óptima de contratación, está únicamente relacionado con el valor de $\rho = \sigma / \sigma_1$

Así, si $\gamma \leqslant 1 + \rho^2$, el valor de β que minimiza la función de pérdida descrita es $\gamma = -\infty$, lo cual significa que la obra debe adjudicarse a la oferta más baja. Sin embargo, si $1 + \rho^2 < \gamma < 2 (1 + \rho^2)$, la adjudicación deberá realizarse en favor de una oferta situada por debajo de la media de todas las ofertas, pero no necesariamente a la más baja. Finalmente, si $\gamma > 2 (1 + \rho^2)$, la adjudicación corresponde a una oferta cuyo valor quedaría por encima de la media, lo cual descartaría las ofertas de menor importe.

4.2.1. *Ejemplo numérico*

Para realizar este nuevo ejemplo numérico, admítanse los datos definidos en 4.1.1. A estos datos deben añadirse los siguientes supuestos:

a) La pérdida de contratar una oferta cuyo error sea ϵ, a la baja, es 2,5 veces el valor de este error. Es decir, $\gamma = 2,5$.

b) Supóngase la pérdida definida por $\gamma = 1,5$.

c) Idem con $\gamma = 4,5$.

Evidentemente, el valor de γ no tiene por qué ser idéntico para todas las obras en vías de contratación. En algunas de ellas, un retraso, pérdida de calidad, etc., puede ser muy importante y en otras puede serlo mucho menos. Así pues, los apartados a), b) y c) pueden representar distintas obras en las cuales, las posibles incidencias tengan una muy distinta importancia.

En el supuesto a) $1 + \rho^2 / \gamma = 0,8$, lo cual según la figura 1, da un valor de β óptimo ($\rho = 1$) de $\beta = -0,7$. Es decir la contratación correspondería a la oferta más próxima al valor

$$\mu + \beta \sigma^* = 100 - 0,7 . 10 = 93,0$$

que no tiene por qué ser la oferta más baja.

En el supuesto b) es $1 + \rho^2 / \gamma =_r 1,33$ lo cual significa que la contratación deberá realizarse con la oferta más baja (figura 1).

Finalmente, en el supuesto c) es $1 + \rho^2 / \gamma = 0,44$, valor al que, según la figura 1, le corresponde un valor de $\beta = 0{,}3$, y, por tanto, la oferta elegida debe ser la más próxima al valor

$$\mu + \beta\ \sigma^{*} = 103{,}0$$

por encima del valor promedio de las ofertas presentadas.

5. CONCLUSIONES

De lo anteriormente expuesto pueden extraerse las siguientes conclusiones:

1. La estrategia óptima de contratación está condicionada por los objetivos que se pretenda conseguir con ella.
2. La contratación con la oferta más baja no siempre está justificada.
3. El tipo de obra, y más concretamente, la valoración que pueden tener sus incidencias, deben ser factores determinantes en la decisión que defina la oferta elegida.
4. Las Normas de contratación de obras, sin perjuicio de su objetividad, deben ser lo suficientemente flexibles como para adaptarse a la amplia casuística que presenta el problema.

6. AGRADECIMIENTO

Quiero expresar con estas líneas mi agradecimiento a Don Enrique Castillo Ron, Catedrático de la E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Santander, por la inestimable ayuda que de él he recibido para la realización de este trabajo.

7. BIBLIOGRAFIA

—B.O.E. (1975). Decreto 3410/1975 de 25 de Noviembre.

—CASTILLO RON, E. (1978). Introducción a la Estadística Aplicada. Hermann Blume distribuidorá.

—GOMEZ PONCELA, J.M. (1979). Análisis Estadístico de métodos de corrección de influencias anómalas en los tribunales calificadores de pruebas de selección. Tesis doctoral. Dirigida por D. Enrique Castillo Ron. Universidad de Santander.

—RIOS, S. (1967). Métodos Estadísticos. Ediciones del Castillo.