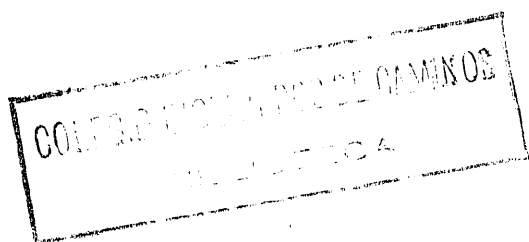


Simulación analógica de la suspensión vertical de un vehículo ferroviario (*)



Por JOSE MANUEL GARCIA DIAZ DE VILLEGAS

Dr. Ingeniero Industrial

JUAN MANUEL GOMEZ PONCELA

Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos.
Profesores de la E.T.S. de Ingenieros de Caminos,
Canales y Puertos de Santander.

Uno de los problemas más interesantes a los que ha de hacer frente la industria de material ferroviario es de la suspensión de los vehículos. El artículo presenta un estudio sobre este tema, fundado en la aplicación de un método de simulación analógica en ordenador, incluyendo una aplicación práctica y discusión de los resultados obtenidos en un caso real.

1. INTRODUCCION

La simulación de procesos continuos es la aplicación más fundamental del cálculo analógico. Este tipo de cálculo consiste en representar el proceso a simular por un modelo eléctrico a base de resistencias, reactancias y amplificadores. Por razones prácticas evidentes, el circuito eléctrico que configura el modelo está compuesto de "bloques" funcionales conectados entre ellos por el cableado adecuado. Cada bloque funcional corresponde a una función matemática y tiene una representación simbólica normalizada.

El programa de Simulación de Procesos Continuos, buscando los mismos fines que el Cálculo Analógico, se basa en los mismos principios y así, está compuesto de un conjunto de bloques funcionales, con sus correspondientes funciones matemáticas y sus correspondientes representaciones simbólicas normalizadas. Se trata, en resumen, de una Simulación Analógica, es decir, una simulación en un Ordenador digital del Cálculo Analógico.

Siguiendo con la comparación, una simulación completa constará de tres etapas fundamentales.

1. Establecimiento del esquema de interconexión de los bloques funcionales a partir de las ecuaciones del sistema a estudiar.

(*) Se admiten comentarios sobre el presente artículo, que podrán remitirse a la Redacción de esta Revista hasta el 30 de Septiembre de 1981.

2. Información al ordenador de las interconexiones realizadas.
3. Desarrollo de la simulación propiamente dicha, con obtención de los valores que toman con el tiempo las variables de salida.

Este sistema de Simulación Analógica creado para la simulación de procesos continuos, es el programa CSMP 1.130 que va a aplicarse a continuación al estudio de la suspensión vertical de un vehículo ferroviario.

Del CSMP 1.130 puede decirse que es un programa de resolución de ecuaciones diferenciales en el que el problema se define mediante un lenguaje de bloques funcionales. La solución se obtiene por medio de una fórmula numérica de integración que aproxima el proceso continuo. El método de integración utilizado es el de Runge-Kutta de segundo orden.

2. HIPOTESIS DEL MODELO ELEGIDO

En lo que se refiere al problema en sí, en el estudio de la suspensión vertical de un vehículo ferroviario, se considera la caja del vehículo como un sólido rígido e indeformable (lo que evidentemente no es exacto). Dicha caja se apoya sobre la vía por intermedio de dos bogies, que es un conjunto mecánico complejo, compuesto por muelles helicoidales, amortiguadores y el bastidor del bogie.

SIMULACION ANALOGICA DE LA SUSPENSION VERTICAL DE UN VEHICULO FERROVIARIO

Normalmente en un vehículo ferroviario pueden encontrarse dos niveles de suspensión relacionados entre sí gracias al bastidor del bogie.

El nivel primero comprende:

- Resortes de rigidez K_1
- Amortiguadores de coeficiente de rozamiento viscoso C_1 .
- Resortes de unión entre los amortiguadores y la rueda, rigidez K_{11} y entre los amortiguadores y el bastidor del bogie, rigidez K_{12} .

El nivel secundario comprende:

- Resortes de rigidez K_2 .
- Amortiguadores de coeficiente de rozamiento viscoso C_2 .
- Resortes de unión entre los amortiguadores y el bastidor del bogie, de rigidez K_{21} y entre el resorte y la caja, de rigidez K_{22} .

Se recordará que los amortiguadores de coeficiente viscoso son aquéllos cuya fuerza de amortiguamiento es proporcional a la velocidad de desplazamiento relativo, en este caso, entre ejes y bastidor del bogie o entre éste y la caja. Además se supone que es simétrico, es decir, que representa el mismo coeficiente de resistencia en la subida que en la bajada.

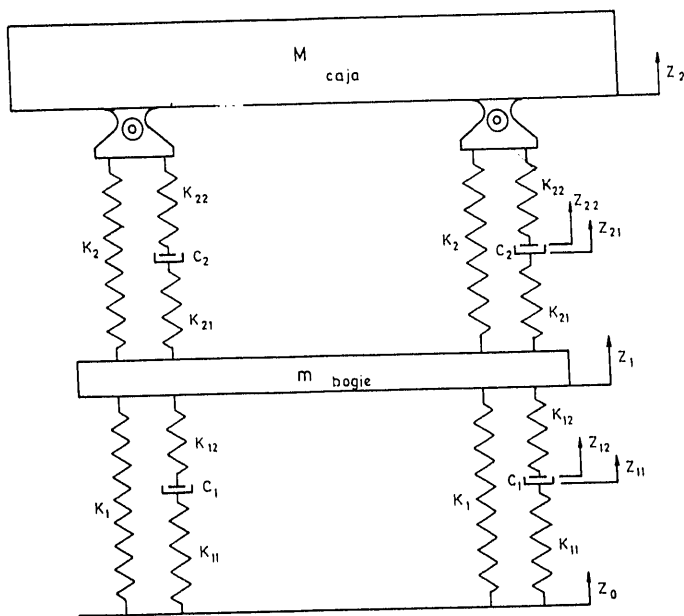


Fig. 1. Esquema dinámico del modelo.

Llamaremos M a la masa total de la caja y m a la suma de la masa de los dos bastidores de los bogies correspondientes a la caja, según se indica en la

figura 1, partiendo de una posición de equilibrio estático, los desplazamientos se denotan de la siguiente forma:

Z_1 al bastidor del bogie.

Z_2 al de la caja.

Z_0 al de los ejes (que supondremos simultáneo) y que representa el estímulo exterior.

Z_{11} al del soporte inferior del amortiguador C_1 .

Z_{12} al del soporte superior del amortiguador C_1 .

Z_{21} al del soporte inferior del amortiguador C_2 .

Z_{22} al del soporte superior del amortiguador C_2 .

Aplicando los teoremas generales de la dinámica del sólido, se obtienen las seis ecuaciones siguientes:

$$C_1 (Z'_{11} - Z'_{12}) + K_{11} (Z_{11} - Z_0) = 0 \quad (1)$$

$$C_1 (Z'_{12} - Z'_{11}) + K_{12} (Z_{12} - Z_1) = 0 \quad (2)$$

$$C_2 (Z'_{21} - Z'_{22}) + K_{21} (Z_{21} - Z_1) = 0 \quad (3)$$

$$C_2 (Z'_{22} - Z'_{21}) + K_{22} (Z_{22} - Z_2) = 0 \quad (4)$$

$$mZ''_1 + 2K_2 (Z_1 - Z_2) + 2K_1 (Z_1 - Z_0) + 2K_{21} (Z_1 - Z_{21}) + 2K_{12} (Z_1 - Z_{12}) = 0 \quad (5)$$

$$MZ''_2 + 2K_2 (Z_2 - Z_1) + 2K_{22} (Z_2 - Z_{22}) = 0 \quad (6)$$

Estas seis ecuaciones pueden ser reducidas a un sistema de dos ecuaciones diferenciales en las que sólo intervengan Z_1 y Z_2 . Derivando (5) y (6), se suman por una parte las ecuaciones (1) y (2) y por otro lado las ecuaciones (3) y (4). Se sustituye en las ecuaciones obtenidas de derivar (5) y (6) las combinaciones lineales sencillas mencionadas, con lo que se obtiene:

$$\begin{aligned} &\frac{C_1 M}{K_1 K_3} Z'''_2 + MZ''_2 + \frac{mC_1}{K_1 K_3} Z'''_1 + \\ &+ 2C_1 \left(1 + \frac{1}{K_3}\right) Z'_1 + 2K_1 Z_1 + mZ'_1 = \\ &= 2C_1 \left(1 + \frac{1}{K_3}\right) Z'_0 + 2K_1 Z_0 \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} &\frac{C_2 M}{K_1 K_4} Z'''_2 + MZ''_2 + 2C_2 \left[1 + \frac{1}{K_4} \frac{K_2}{K_1}\right] Z'_2 + \\ &+ 2K_2 Z_2 - 2C_2 \left[1 + \frac{1}{K_4} \frac{K_2}{K_1}\right] Z'_1 - 2K_2 Z_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\text{Habiendo llamado } K_3 = \frac{K_{12} K_{11}}{K_1 (K_{12} + K_{11})}$$

(8)

$$\text{y } K_4 = \frac{K_{21} K_{22}}{K_1 (K_{21} + K_{22})}$$

Sobre la base de estas ecuaciones puede elabo-

En estos elementos (auténticos componentes de un ordenador analógico) se introducen una serie de datos de entrada, (porcedentes de otros elementos del diagrama), representados por $e_1, e_2, \dots$, que pueden llevar asociados unos parámetros ($P_1, P_2, \dots$). El valor de salida $e_0 = f(e_1, e_2, \dots, P_1, P_2, \dots)$, queda determinado por la definición de la figura 3.

Este sistema (7) y (8) puede transformarse en dos ecuaciones diferenciales de variables separadas del tipo:

$(i = 1, 2)$

La solución a estas ecuaciones constará de la solución general a la ecuación homogénea (igualada a cero) más una solución particular que dependerá de las raíces del polinomio.

$$A_6x^6 + A_5x^5 + A_4x^4 + A_3x^3 + A_2x^2 + A_1x^1 + A_0x^0 \quad (10)$$

que tiene todos los términos positivos, tan sólo admitirá raíces reales negativas o imaginarias. Es decir, será una combinación lineal de funciones de los tipos

$$P(t) e^{-\alpha |t|} (\alpha_j > 0), e^{\alpha |t|} \left[A \operatorname{sen} \beta |t| + B \cos \beta |t| \right] \quad (11)$$

siendo $P(t)$ un polinomio en t , de grado igual al orden de multiplicidad de la raíz " a_i " disminuido en una unidad.

Por tratarse de un problema amortiguado se cumplirá que $\alpha_i < 0$, para todo i , y por tanto todas estas funciones tienden a cero cuando $t \rightarrow \infty$, y además, en problemas normales, con notable rapidez. Por ello, a esta solución se la denomina transitoria.

En cambio la solución particular no tenderá, en general, a cero, salvo que también lo haga Z_0 y por ello se la denomina solución permanente.

ELEMENTO TIPO	IDENTIFICACION SIMBOLICA	REPRESENTACION SIMBOLICA	FUNCION
INTEGRATOR	I		$e_o = P1 \cdot \int (e_1 + e_2 P2 + e_3 P3) dt$
CONSTANT	K		$e_o = P1$
WEIGHTED SUMMER	W		$e_o = P1 e_1 + P2 e_2 + P3 e_3$
MULTIPLIER	X		$e_o = e_1 e_2$
DIVIDER	/		$e_o = e_1 / e_2$
SIGN INVERTER	-		$e_o = -e_1$

Fig. 3. Significado de los símbolos utilizados.

rarse un "diagrama representativo del sistema mecánico que constituye un vehículo ferroviario" (en lo que se refiere a su suspensión vertical) que está representado en la figura 2, habiendo llamado A_{ij} y B_{ij} al coeficiente constante que multiplica a $Z_1(i)$ en las ecuaciones (7) y (8) respectivamente.

En la figura 3 puede verse el significado de los símbolos utilizados en este diagrama. Es de notar, además, que el programa CSMP incluye un total de 25 símbolos normalizados, de los cuales en el presente caso se han utilizado tan sólo seis.

4. APLICACION PRACTICA

4.1. Vehículo de estudio

Se va a considerar un vehículo concreto, la locomotora Mitsubishi, serie muy numerosa del parque de tracción eléctrica de Renfe.

En lo que a suspensión primaria se refiere, el bastidor del bogie se apoya sobre las cajas de grasa por medio de muelles helicoidales, uno en cada lado del cuerpo de la caja de la grasa, siendo la rigidez de cada uno 53,8 kg/mm. En cuanto a suspensión secundaria, la caja de la locomotora se apoya en cada bogie por medio de cuatro conjuntos de muelles helicoidales, cada conjunto está compuesto por dos muelles, uno interior y otro exterior de rigideces 39,7 kg/mm. y 21,1 kg/mm. Finalmente, entre bogie y caja, dos por bogie según una diagonal, existen unos amortiguadores de aceite de coeficiente de amortiguación de 80 kg/cm/seg., siendo la longitud de fijación 400 mm. y las máximas y las mínimas 474 mm. y 344 mm. respectivamente.

Es decir, se está ante un caso simplificado del problema general, en que los amortiguadores de la suspensión primaria han sido suprimidos y los de la secundaria han sido rígidamente unidos a la caja y al bogie. (Figura 4).

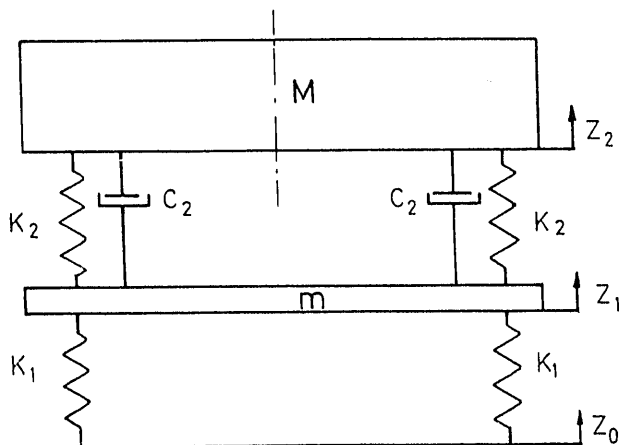


Fig. 4. Esquema dinámico de la locomotora Mitsubishi.

Los datos de este problema son pues los siguientes:

$$M = 3.955 \text{ u.t.m.}$$

$$m = 3.792 \text{ u.t.m.}$$

$$K_1 = 430.400 \text{ kg/m.}$$

$$K_{11} = K_{12} = \infty$$

$$C_1 = 0$$

$$K_2 = 243.200 \text{ kg/m.}$$

$$K_{21} = K_{22} = \infty$$

$$C_2 = 16.000 \text{ kg/m/seg.}$$

4.2. Estimulo que se considera

En la instrucción Técnica D.O.I./S.C n.º 14 de 1 de enero de 1976, "Normas para la ejecución de los trabajos de conservación de vía con maquinaria pesada", indica que las distancias verticales máximas, en vías de velocidad hasta 120 Km/h, son de 5 mm. si los puntos altos están distanciados hasta 8 mts. y de 4 mm. si es superior a esa velocidad.

Para homogeneizar las hipótesis se considerará en todas ellas que la excitación, es decir, la vía, es de tipo sinusoidal de longitud de onda $\lambda = 8$ mts. y amplitud $h = 4$ mm., o sea de la forma $Z_0 = a \sin \omega t$, siendo $a = 2$ mm. Los incrementos de esta amplitud (vías de peor nivelación) darán soluciones múltiples de la solución obtenida para $h = 4$, por ser h un factor de escala. En efecto, si se tienen las soluciones $Z^*_2(t)$, $Z^*_1(t)$ del sistema de ecuaciones (7) y (8). Si h pasa a ser αh , " a " pasará a valer αa , y como puede fácilmente comprobarse las nuevas soluciones son ahora $\alpha Z^*_1(t)$ y $\alpha Z^*_2(t)$.

Por tanto la única variable sobre la que interesa distinguir hipótesis es sobre ω que será función de λ y de la velocidad del vehículo v m/seg. por la expresión:

$$\omega = \frac{2\pi v}{\lambda} \quad (12)$$

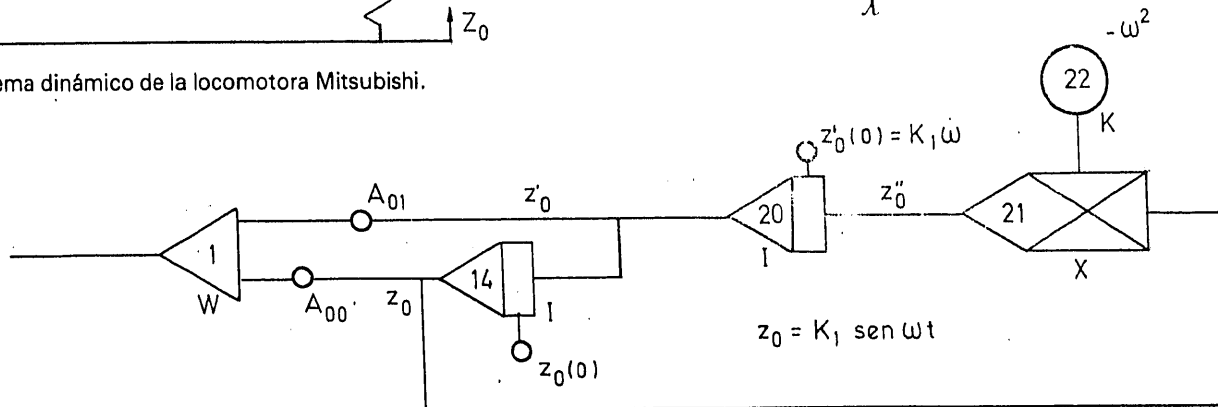


Fig. 5. Esquema de generación de un impulso senoidal.

Es decir, que fijado λ se puede recorrer todo el campo de valores de ω , variando la velocidad v .

La generación de este impulso se resuelve en el programa usando los mismos elementos empleados en el planteamiento general, como puede verse en la figura 5.

El sistema de ecuaciones (7) y (8) puede convertirse ahora en las siguientes ecuaciones de variables separadas:

$$\begin{aligned} MmZ_2'' + 2C_2(m+M)Z_2'' + 2(K_2m + K_1M)Z_2' + 4K_1C_2Z_2' + 4K_1K_2Z_2 &= 4K_1C_2Z_2' + 4K_1K_2Z_2 \\ (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} MmZ_1'' + 2C_2(m+M)Z_1'' + 2(K_2m + K_1M)Z_1' + 4K_1C_2Z_1' + 4K_1K_2Z_1 &= 2K_1MZ_1' + 4C_2K_1Z_1' + 4K_1K_2Z_1 \\ (14) \end{aligned}$$

Es interesante señalar que dada la forma adoptada del estímulo, las soluciones particulares o permanentes de estas ecuaciones serán de la forma:

$$p = A \sin \omega t + B \cos \omega t = \sqrt{A^2 + B^2} \sin(\omega t + \varphi) \quad (15)$$

donde $\varphi = \arctan B/A$, es decir, se tendrá un movimiento permanente de forma senoidal con una amplitud $(\sqrt{A^2 + B^2})$ función de ω y por tanto de V y λ .

4.3. Velocidades del vehículo

Por razones que se expondrán en el apartado siguiente, se ha decidido estudiar la siguiente gama de velocidades:

$$V = 10, 35, 40, 45, 50, 70, 140 \text{ y } 200 \text{ Km/h}$$

5. RESULTADOS OBTENIDOS

Se van a considerar las hipótesis mencionadas en 4.3. El ordenador ha sido programado para dar los valores de: Z_1 , Z_2' , Z_2' y Z_2 (en cms. y segundos) para valores del tiempo t definidos con diferentes intervalos (de 0,01 a 0,05 seg.). El ordenador proporciona una representación gráfica por impresora de una de las variables estudiadas, en este caso ha sido Z_2 .

5.1. Hipótesis A - $V = 10 \text{ Km/h}$

Los valores obtenidos de Z_2 se encuentran representados en la figura 6. En ella puede obser-

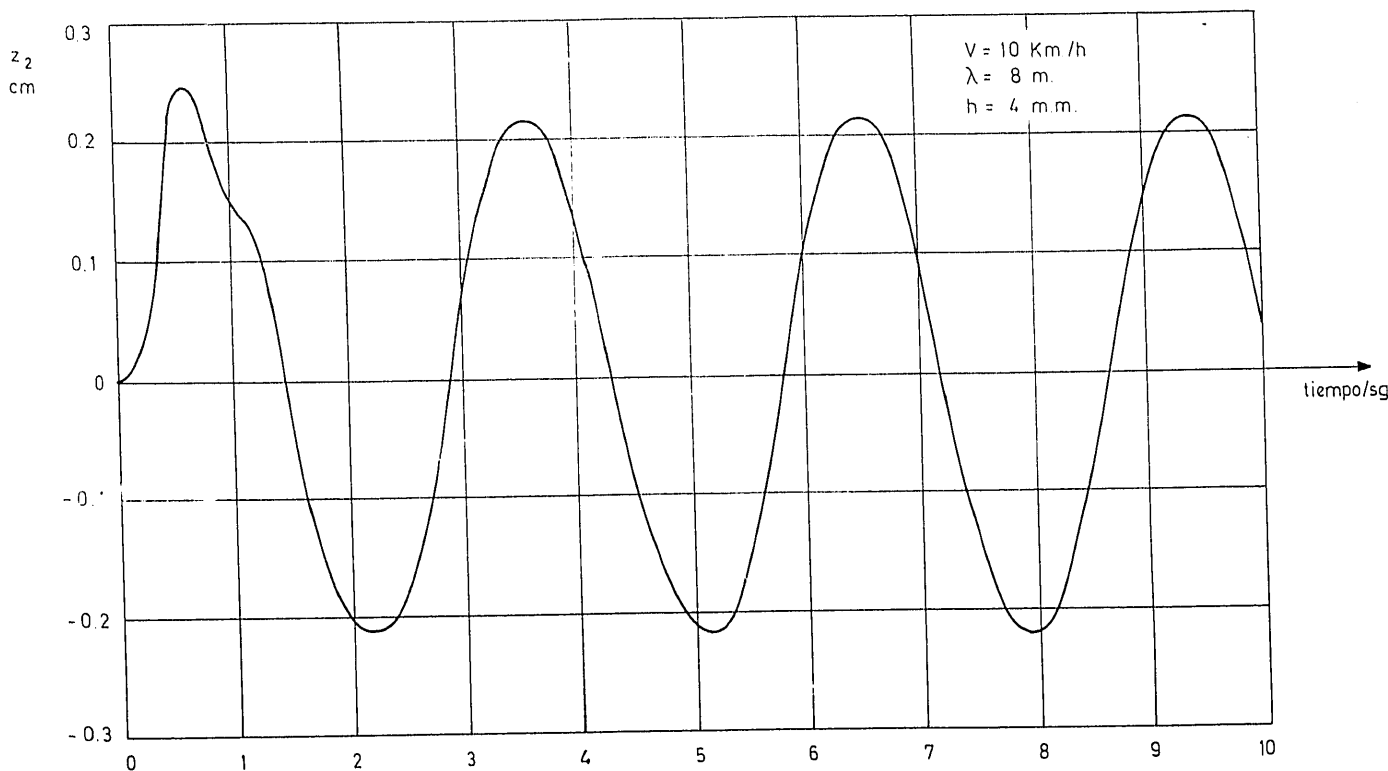


Figura 6.

varse como la componente transitoria afecta únicamente a los primeros instantes (de 0 a 2 seg.) pasando posteriormente a quedar tan solo la solución permanente.

Esta solución reproduce con gran aproximación el estímulo, debido a que a esta baja velocidad, las aceleraciones de las masas (como podemos constatar en el Cuadro II) son muy pequeñas, por lo que no se solicita prácticamente al mecanismo de la suspensión. Asimismo, en el citado cuadro pueden verse los pequeños valores que toman las variables estudiadas.

5.2. Hipótesis B. $V = 40$ Km/h

t	Z_1	Z''_2	Z'_2	Z_2
.001	.0001	.0001	.0001	.0001
.120	.0694	12.0017	.6161	.0208
.240	.2431	1.0453	1.8084	.1797
.360	.2164	-27.0540	.1199	.3304
.480	-.0695	-22.0072	-3.2697	.1353
.600	-.3569	16.2540	-3.7716	-.3342
.720	-.3302	44.7021	.2310	-.5816
.840	.0479	26.4286	5.0123	-.2448
.960	.4314	-25.7951	5.1502	.4290
1.080	.4153	-57.4856	-.3330	.7569
1.200	-.0287	-30.5342	-6.2071	.3316
1.320	-.4807	32.1372	-6.1688	-.4877
1.440	-.4760	56.5513	.3379	-.8797
1.560	0.116	33.8996	7.0165	-.3986
1.680	.5129	-36.1990	6.9125	.5230
1.800	.5193	-72.9657	-.2915	.9653
1.920	.0030	-36.6080	-7.5618	.4497
7.080	-.5667	42.3472	-8.7911	-.5563
7.200	-.6209	87.6068	-.1934	-1.1507
7.320	-.0544	45.2771	-8.5981	-.5947
7.440	.5665	-42.3282	8.7932	.5560
7.560	.6209	-87.6113	.1964	1.1507
7.680	.0546	-45.2976	-8.5968	.5949
7.800	-.5664	42.3114	-8.7944	-.5558
7.920	-.6210	87.6120	-.1986	-1.1507
9.000	.6209	-87.5990	.2029	1.1504
9.120	.0549	-45.3344	-8.5919	.5954
9.240	-.5660	42.2613	-8.7951	-.5550
9.360	-.6209	-87.5927	-.2039	-1.1504
9.480	-.0550	45.3378	8.5907	-.5954
9.600	.5659	-42.2514	8.7948	.5549
9.720	.6209	-87.5855	.2047	1.1502
9.840	.0550	-45.3400	-8.5896	.5955
9.960	-.5659	42.2422	-8.7945	-.5548

CUADRO I

Los valores de Z_2 obtenidos en esta hipótesis pueden verse en la figura 7. Como puede observarse, en este caso, estos valores sobrepasan ampliamente el valor de la amplitud del estímulo llegando hasta casi triplicarlo.

En la figura 7, puede comprobarse como la com-

ponente transitoria afecta al movimiento durante un período más prolongado (a los cinco segundos aún no se ha alcanzado la estabilidad, si bien ya se insinúa la solución permanente). Para más detalle en el Cuadro I se transcriben los valores de Z_1 , Z''_2 , Z'_2 y Z_2 , y puede apreciarse que el valor máximo $Z_2 = 1,1507$ cms. se produce para $t = 7,560$ seg., decreciendo ligeramente a continuación, alcanzándose la solución permanente por encima de los 8 segundos.

Como puede comprobarse en el Cuadro II para esta velocidad se alcanzan los máximos valores de desplazamiento, velocidad y aceleración de la caja.

5.3. Hipotesis C y D $V = 35$ Km/h $V = 45$ Km/h

Estas dos hipótesis han sido estudiadas con el fin de encuadrar el fenómeno que según se ha visto en el Cuadro II, presenta sus máximos para $V = 40$ Km/h. Se obtienen así las figuras 8 y 9 que comparadas con la anterior permiten afirmar que los resultados máximos están muy próximos a 40 Km/h.

5.4. Hipótesis E $V = 50$ Km/h

En la Figura 10 se manifiesta que continúan decreciendo los valores de Z_2 . Asimismo la solución transitoria decrece en su periodo de influencia.

5.5. Hipotesis F $V = 70$ Km/h

En la Figura 11 se comprueba que está en la línea de resultados comentados en la hipótesis anterior.

5.6. Hipotesis G $V = 140$ Km/h

La velocidad máxima admitida en algunos tramos de la Red Básica de Renfe es de 140 Km/h, ello motiva analizar el comportamiento de la Mitsubishi a esta velocidad.

En la figura 12 se aprecia que los valores de Z_2 varían dentro de un intervalo más reducido que en las hipótesis anteriores y que la solución transitoria afecta durante un periodo más prolongado que en las hipótesis de 70, 50 Km/h (a los tres segundos aún continúa influyendo). Así mismo se observa que el periodo de la solución permanente disminuye con respecto a los casos anteriores.

Esto es debido al aumento de la velocidad con que se aplica el estímulo (que como se sabe actúa verticalmente) que lo hace en tiempos muy breves. Y al ser la masa de magnitud importante, por su inercia no tiene tiempo de adquirir desplazamientos considerables.

SIMULACION ANALOGICA DE LA SUSPENSION VERTICAL DE UN VEHICULO FERROVIARIO

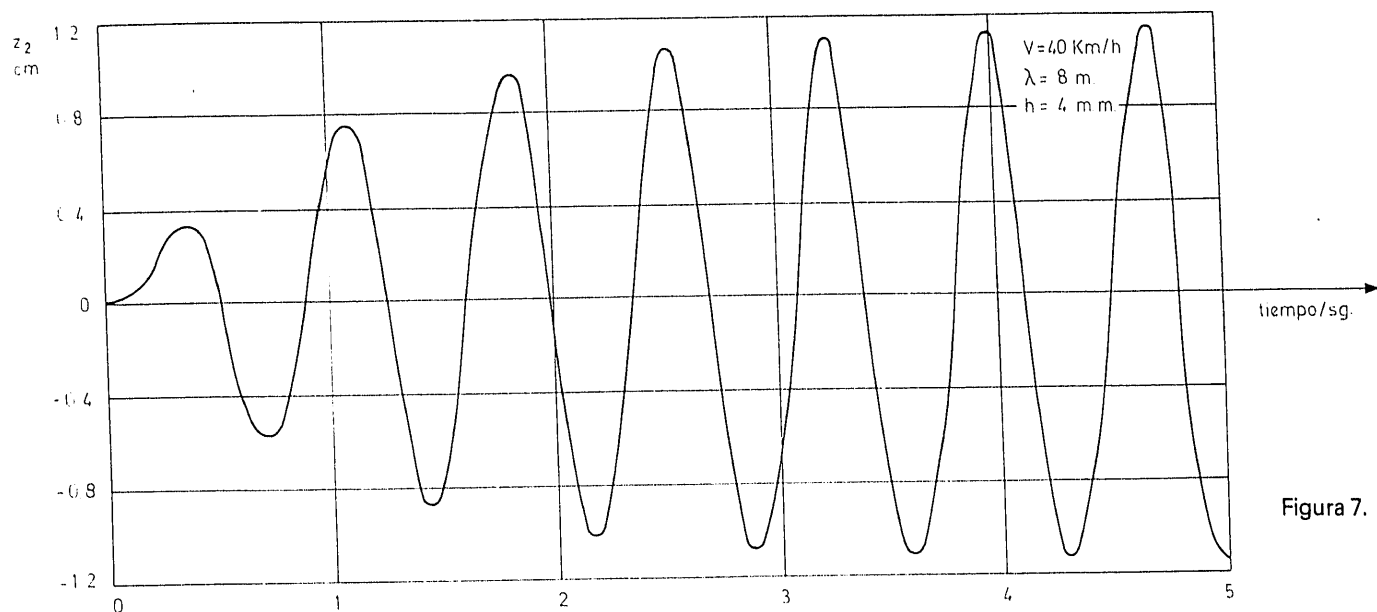


Figura 7.

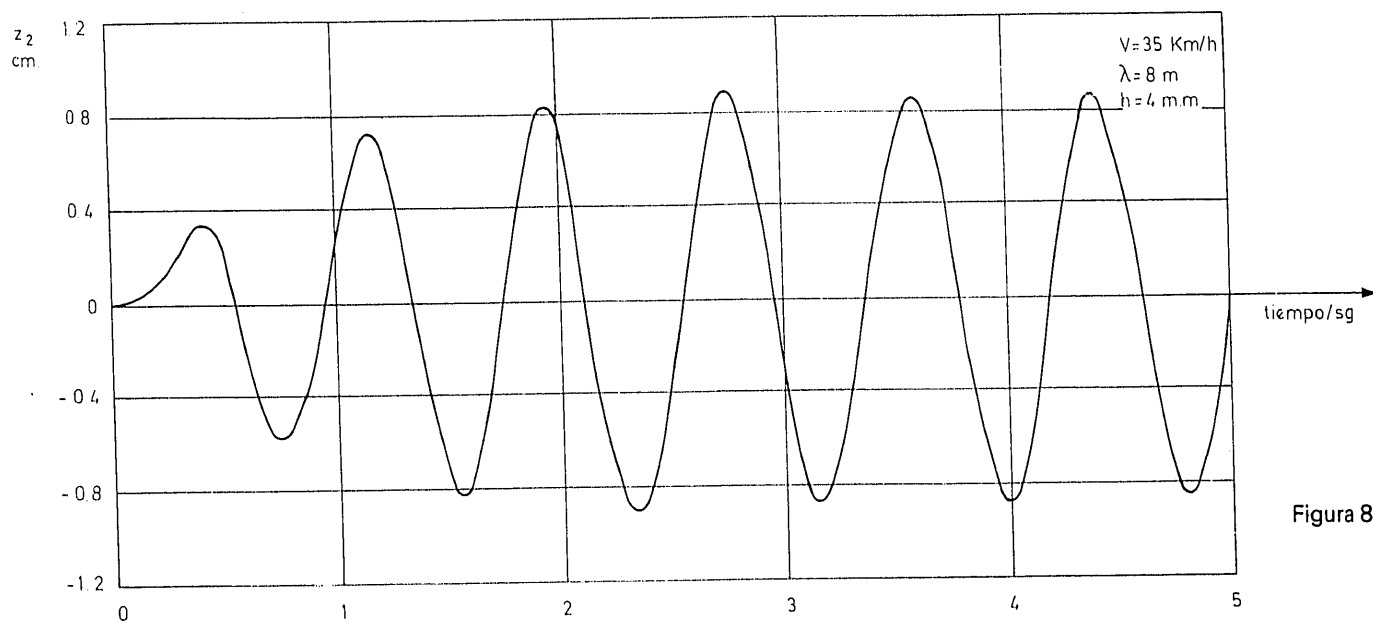


Figura 8.

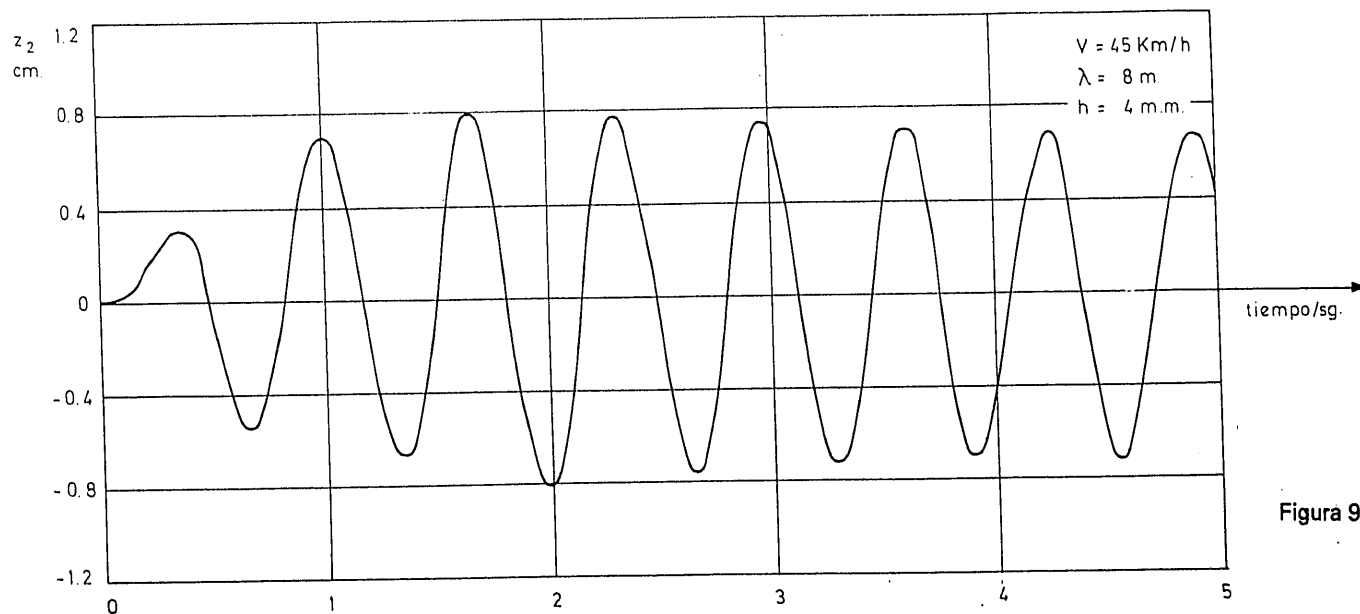


Figura 9.

SIMULACION ANALOGICA DE LA SUSPENSION VERTICAL DE UN VEHICULO FERROVIARIO

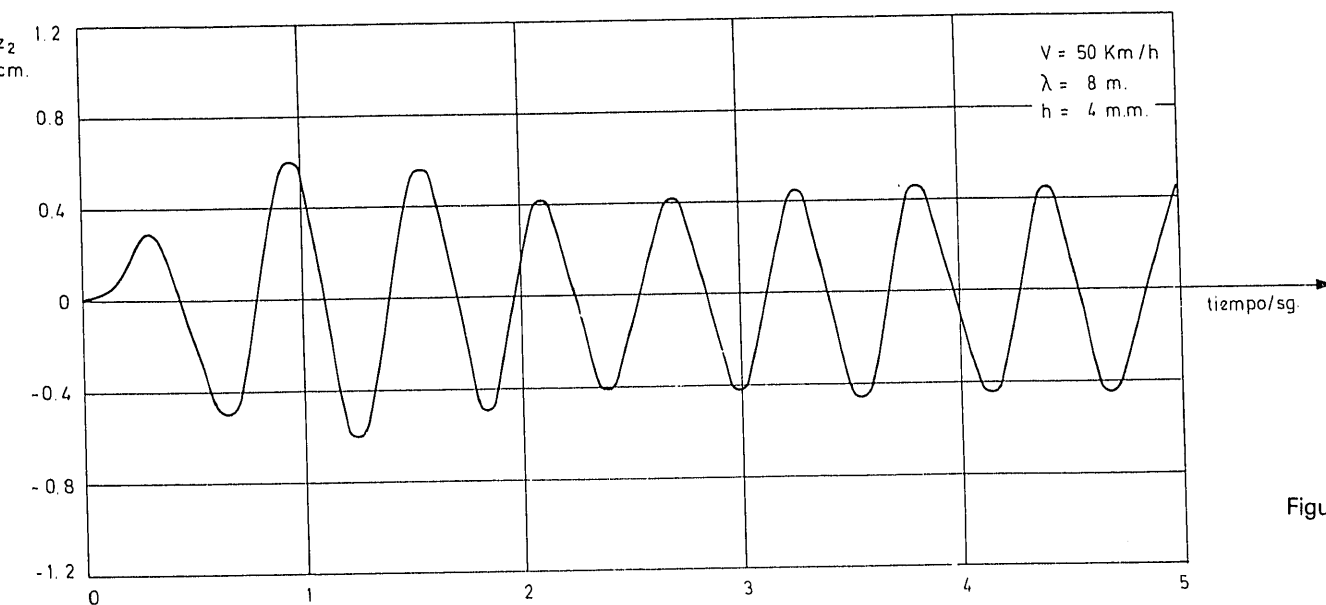


Figura 10.

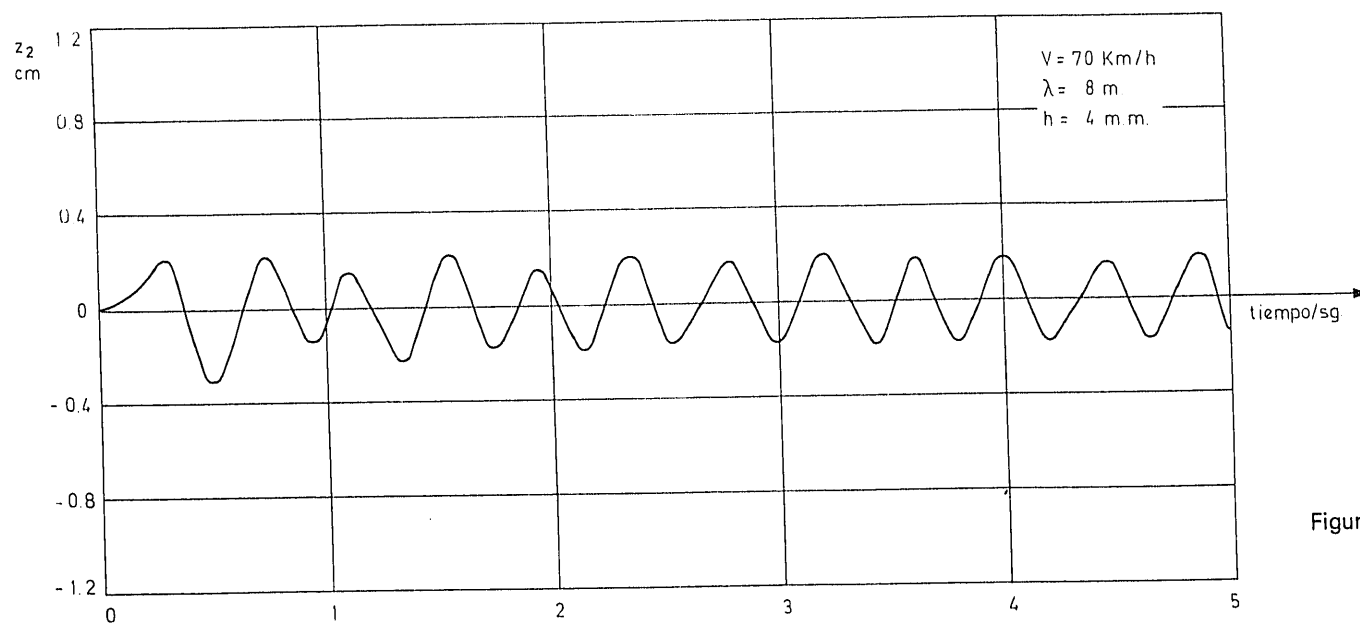


Figura 11.

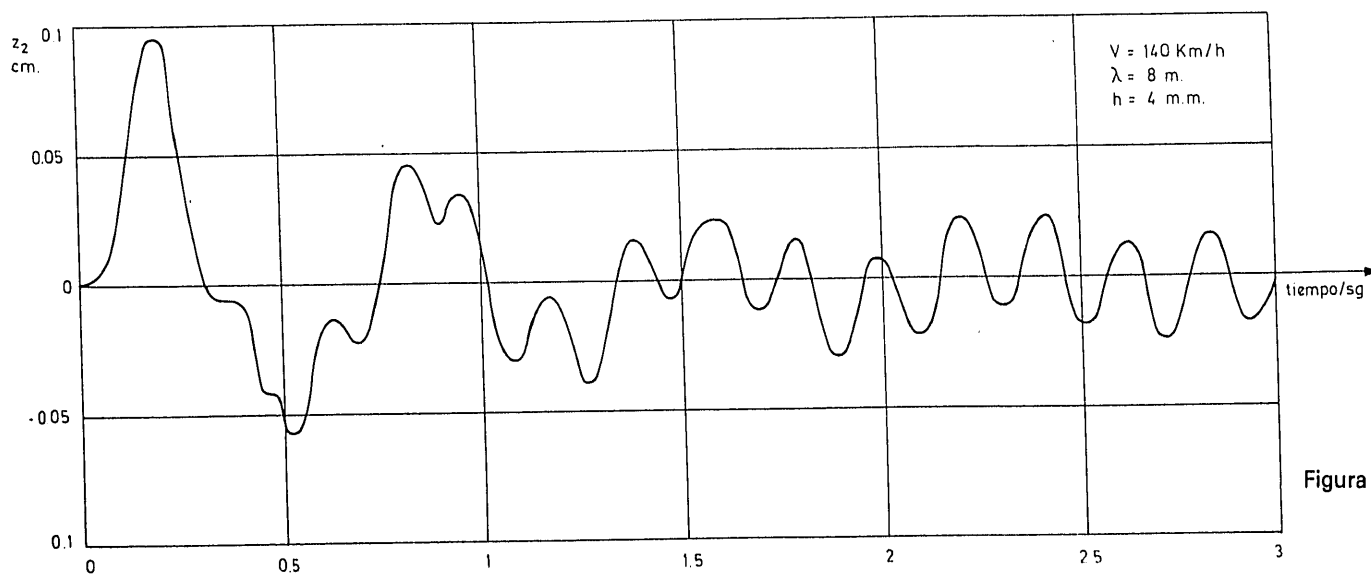


Figura 12.

SIMULACION ANALOGICA DE LA SUSPENSION VERTICAL DE UN VEHICULO FERROVIARIO

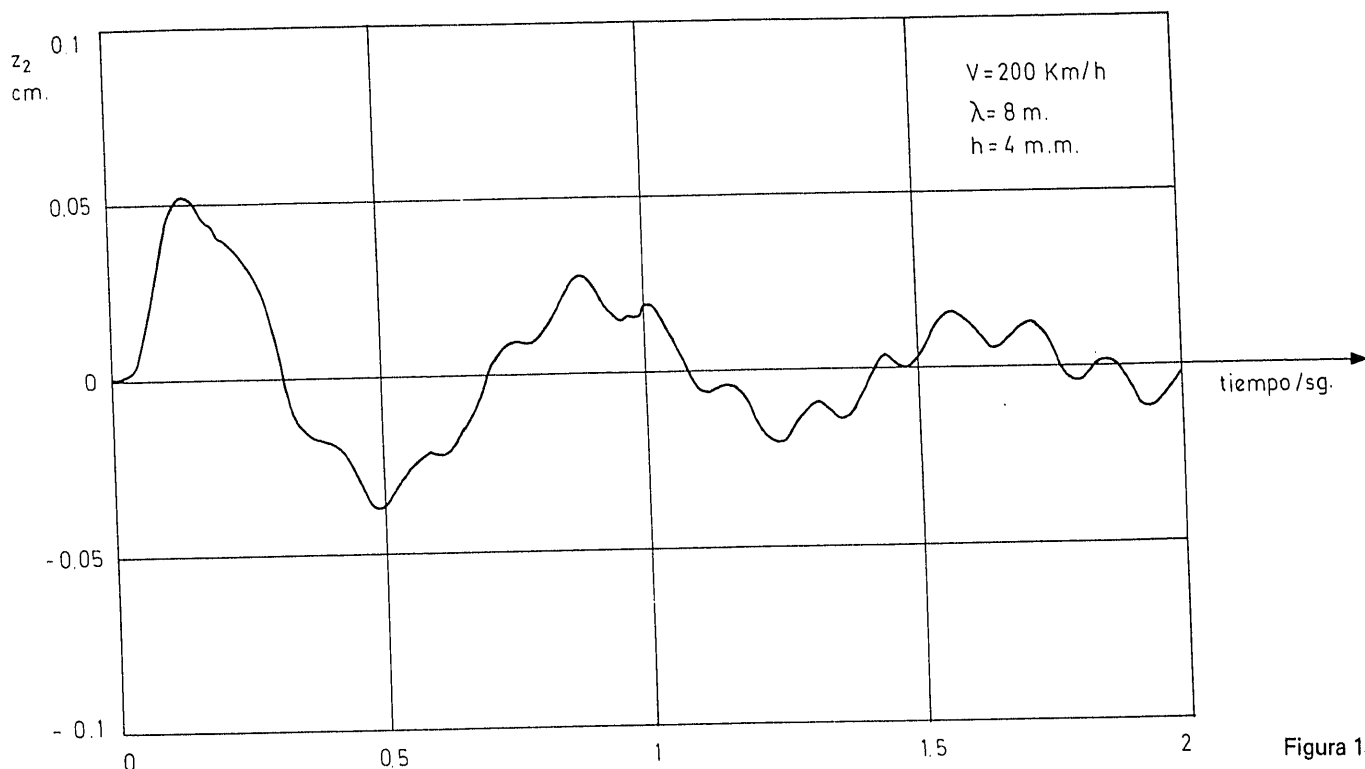


Figura 13.

5.7. Hipotesis H V = 200 Km/h

¿Y cuál será el comportamiento de esta locomotora supuesto que se modificase su transmisión de forma que pudiera alcanzar los 200 Km/h, velocidad a la que se aspira en España en un futuro no muy lejano?

La respuesta a este interrogante la ofrece la Figura 13. En ella puede verse como se mantienen las tendencias ya señaladas en la hipótesis anterior. Es decir, reducción de las amplitudes de Z_2 , disminución del periodo de la solución permanente, etc.

5.8. Resumen de resultados

En el Cuadro II que se transcribe a continuación, se recogen los valores máximos de entre los obtenidos en el listado del ordenador.

6. CONCLUSIONES

Recuérdese la ecuación (12) $v = 2 \omega / \lambda$. Los resultados anteriores dicen claramente que el peor comportamiento del vehículo se produce para $\omega = 8,73$. Este valor de ω , fijado $\lambda = 8$ m., se produce para una velocidad $V = 40$ Km/h. Si se hubiera elegido otro valor de λ , λ' , esta velocidad crítica hubiera sido

$$v = \frac{8,73 \lambda'}{2 \pi} \text{ m/seg.} \quad (16)$$

Se ve que para valores de λ mayores de 8 mts. aumentan los valores de la velocidad crítica. Supuesta la vía una senoide, no debe admitirse que por aumentar el valor de λ sea posible aumentar el valor de h si se quiere mantener la misma calidad de vía. En efecto, el valor de λ solamente influye en la velocidad crítica y no en las amplitudes del movimiento que depende únicamente de h para cada ω' .

V Km/h	W —	Z_2 max. cms.	Z'_2 max. cms/seg.	Z''_2 máx. cms/seg.
10	2,18	0,248	0,791	4,251
35	7,64	0,880	6,960	54,200
40	8,73	1,151	10,040	87,610
45	9,82	0,804	7,779	74,886
50	10,90	0,597	6,217	61,970
70	15,27	0,308	3,658	50,696
140	30,54	0,095	1,079	25,882
200	43,63	0,053	0,676	16,081

CUADRO II

Luego contra lo que pudiera parecer, no es mejor vía la que aumenta λ en mayor proporción que h .

Ahora bien, en realidad la vía no es una senoide, sino que puede asimilarse a una superposición de arcos de senoide de λ y h distintos, lo que indica que en la realidad el peor comportamiento esperado debe ser notablemente mejor que el indicado en la Hipótesis B (supuesto siempre h inferiores a 4 mm.).

La hipótesis de sustituir un tramo de vía real por una senoide, se aleja tanto más de la realidad cuanto mayor sea el valor de λ , tanto más si se pretende que esta senoide se reitere varias veces. Esto indica que es poco probable que, para una vía real, la velocidad crítica tome valores altos.

En resumen, la locomotora Mitsubishi es un vehículo de excelente comportamiento en lo que se refiere a su dinámica vertical, especialmente a velocidades altas.

AGRADECIMIENTO

Nuestro reconocimiento al Prof. Dr. D. Salvador Bracho, Decano de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Santander, por su aportación y asesoramiento sobre el programa CSMP 1.130.

BIBLIOGRAFIA

- J. RICHARD. (1972) Sur les vibrations verticales d'un véhicule comportant deux étages de Suspension. Tesis Doctoral. Centre D'Orsay. Université de Paris-Sud.
- A. SAMARTIN. (1977) Apuntes de Cálculo Dinámico. E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Santander.
- Instrucción Técnica D.O.I./S C n.º 14 de 1 de enero de 1976. "Normas para la ejecución de los trabajos de conservación de vía con maquinaria pesada". RENFE.
- Manual técnico de las locomotoras serie 269, año 1967. RENFE