

Estudio de los caudales drenados o infiltrados por redes planas de drenes verticales completos bajo macizos impermeables,

mediante analogía reoeléctrica en medios continuos y análisis matemático de los resultados experimentales (*)

4. Estudio analógico bidimensional vertical Cálculo de caudales

Por JOAQUIN CRUCES DE ABIA

Prof. Dr. Ingeniero de Caminos, C. y P.
Cátedra de Fundamentos Físicos de las Técnicas.
Escuela Técnica Superior de I.C.C.P. de Madrid.

El presente artículo es continuación de otros publicados por los autores bajo el mismo título general, el primero de los cuales se publicó en el número de abril de 1974 y el último en el de abril de 1978, de esta Revista. En este artículo se hace una aplicación de los resultados semiteóricos ya presentados anteriormente al caso real de cálculo de caudales infiltrados bajo redes planas de drenes verticales completos bajo macizos impermeables.

4.1. INTRODUCCION

El estudio presentado en el artículo anterior supone de hecho la resolución del problema bidimensional correspondiente a la introducción de un punto singular, con valor prefijado de la función armónica, en el caso más simple de solución lineal de la misma. No obstante, la condición introducida no es un punto sino un círculo de diámetro dado. Por consiguiente, la solución obtenida es válida para cualquier función armónica que verifique las condiciones de contorno establecidas en el citado artículo. Las técnicas de simulación analógicas pueden utilizarse también para la obtención de campos armónicos con determinadas condiciones de contorno que no tengan expresión analítica.

El estudio que se describe en el presente artículo consiste en utilizar los resultados semiteóricos anteriores en el cálculo de los caudales infiltrados bajo un macizo impermeable con una red de drenaje del tipo indicado. Se realiza en tres etapas, cada vez más precisas en función de las hipótesis simplificadoras realizadas en cada uno de los apartados. En primer lugar se analiza el caso más simple de aplicación directa de los resultados obtenidos en el capítulo precedente, insistiendo fundamentalmente en las condiciones que su aplicación lleva consigo para que se pueda considerar representativo del caso que se pretende estudiar. A continuación se pasa al caso real, de aplicación más

frecuente, detallando asimismo las hipótesis simplificadoras que permiten resolver aproximadamente este problema tridimensional mediante modelos exclusivamente bidimensionales.

4.2. PRIMERA APROXIMACION. PROBLEMA TEORICO DE APLICACION DIRECTA

El estudio del problema mediante papel Teledeltos exige un tratamiento bidimensional, que correspondería teóricamente a un macizo de longitud infinita cuya sección transversal fuera la definida en la figura 15.

Es decir, el terreno permeable quedaría limitado exclusivamente al tramo comprendido entre los dos

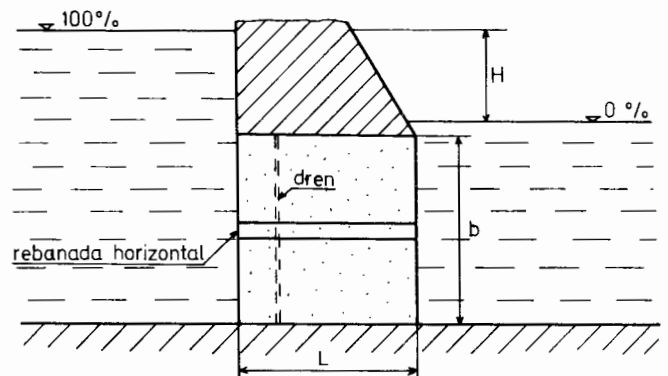


Figura 15.

(*) Se admiten comentarios sobre el presente artículo, que pueden remitirse a la Redacción de esta Revista, hasta el 31 de diciembre de 1980.

ESTUDIO DE LOS CAUDALES DRENADOS O INFILTRADOS

planos verticales proyectantes de las líneas de aguas abajo y aguas arriba del macizo impermeable. Con esta hipótesis se verificarían efectivamente las condiciones:

a) Flujo horizontal.

b) Potencial constante en los planos proyectantes verticales de las líneas de aguas arriba y abajo del macizo impermeable.

Ambas condiciones responden a la consideración de problema bidimensional, ya que en este caso las superficies equipotenciales serían cilíndricas de generatrices verticales (planos en el caso de los contornos de aguas arriba y abajo); es decir, que en cada vertical el potencial es el mismo.

En este caso se pueden aplicar con todo rigor directamente los resultados obtenidos mediante los modelos en papel conductor considerando todo el terreno permeable como una sola rebanada (ya que en todos los planos horizontales el flujo es idéntico). El caudal Q_0 que filtraría por el terreno permeable en ausencia de la red de drenaje puede obtenerse directamente aplicando la ley de Darcy, ya que el gradiente hidráulico sería constante en este caso, es decir:

$$|\text{grad } h| = \frac{H}{L} \quad (\text{E. 96})$$

utilizando la notación empleada en la figura anterior. El caudal total infiltrado sería:

$$q_0 = K \cdot S \cdot |\text{grad } h| = K \cdot (b \cdot l) \frac{H}{L} = \frac{b K H}{L} \quad (\text{E. 97})$$

caudal por unidad de longitud de macizo impermeable en dirección normal a la figura.

Este caudal nicial, que podría haberse deducido también de los resultados del modelo analógico, multiplicado por la relación Q_t/Q_0 obtenida de los gráficos, cuadros o fórmulas de los apartados 3.3 y 3.4 del capítulo precedente, nos permite calcular el caudal total infiltrado, suponiendo una red vertical ed drenes cuyas características vendrían fijadas por D_d/L , D_p/L , $\emptyset/L$ y h_d/H . Es decir:

$$q_t = \frac{Q_t}{Q_0} \left(\frac{D_d}{L}, \frac{D_p}{L}, \frac{\emptyset}{L}, \frac{h_d}{H} \right) \cdot q_0 \quad (\text{E. 98})$$

Análogamente para obtener el caudal infiltrado aguas abajo de la red de drenaje, se multiplicaría la relación Q_t/Q_0 por el caudal inicial, y el caudal extraído por la red sería la diferencia de ambos.

Este caso no es fácil que se produzca en la

práctica, por lo que no tiene demasiado interés, aunque supone un primer paso que facilita la aplicación de estos resultados a un problema más complejo y real.

4.3. SEGUNDA APROXIMACION. PROBLEMA REAL SIMPLIFICADO

Los casos reales que se presentan con más frecuencia se aproximan, a efectos prácticos, a un terreno permeable de extensión infinita y espesor constante de acuerdo con el esquema reflejado en la figura 16.

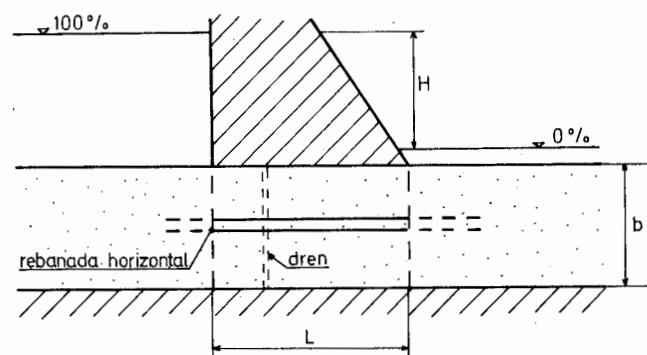


Figura 16.

En esta situación las dos hipótesis del apartado anterior dejan de cumplirse. La de flujo horizontal bajo el macizo impermeable puede suponerse válida siempre que la relación b/l no sea muy grande, como puede deducirse de los trazados de las redes de flujo para varios valores de b/L (algunos ejemplos se adjuntan en la figura 17). No resulta válida la hipótesis de potencial hidráulico constante en una vertical. De hecho ambas condiciones se implican mutuamente, ya que la variación en vertical del potencial hidráulico viene dada precisamente por la curvatura de las líneas de corriente. Sin embargo, para el problema objeto de estudio dicha curvatura de las líneas de corriente en las zonas inicial y final de su recorrido queda fuera de la zona objeto de atención, y sólo afecta en cuanto suponen una pérdida de potencial hidráulico entre los puntos de potencial constante y los situados en los planos verticales proyectantes de las líneas de aguas arriba y abajo del macizo impermeable, pérdida que además varía a lo largo de la vertical, lo que se traduce en que la diferencia de potencial hidráulico entre dos puntos situados en el mismo plano horizontal, uno en la vertical de aguas arriba y otro en la de aguas abajo del macizo impermeable, vaya decreciendo con la profundidad.

Se considera en esta segunda aproximación que

ESTUDIO DE LOS CAUDALES DRENADOS O INFILTRADOS

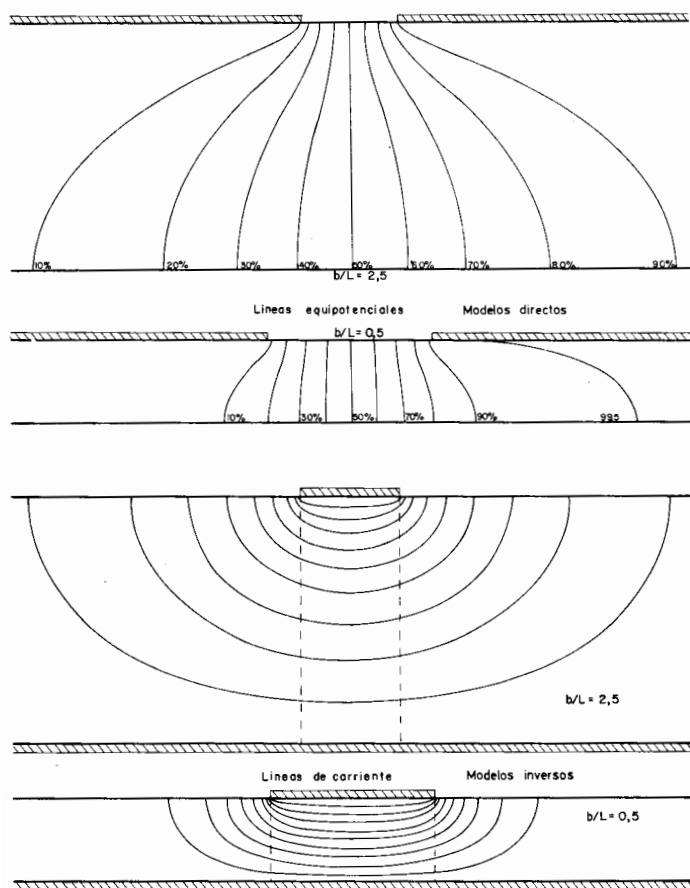


Figura 17.

las líneas de corriente son horizontales bajo el macizo impermeable y que la distribución de potencial hidráulico, en los planos verticales de aguas arriba y abajo del macizo, es la que corresponde al caso de filtración sin red de drenaje.

Un primer intento, dentro de esta hipótesis, podría ser considerar el caudal que filtraría en ausencia de drenaje, y aplicar después la variación producida por la introducción de la red de drenes como si se tratase de una sola rebanada. Esto no es rigurosamente exacto ya que para las rebanadas situadas a diferentes alturas las variables que determinan la acción del sistema drenante no se mantienen constantes, variando, por consiguiente, el coeficiente multiplicador. De todas estas variables las geométricas (D_d , D_p , $\emptyset$) permanecen constantes, así como el potencial hidráulico impuesto en el dren, h_d , pero el potencial h de referencia entre los extremos de la rebanada ya no es siempre H , diferencia de potencial hidráulico entre aguas arriba y abajo del macizo, sino que va disminuyendo con la profundidad, siendo por tanto variable. Análogamente ocurre con el valor de h_d/h , que es una de las variables de las que depende (Q_i/Q_0). En

esta segunda aproximación dicha variación de h con la profundidad no es tenida en cuenta.

Para el cálculo de Q_0 , caudal que se infiltraría en ausencia de la red de drenes, se han realizado una serie de ensayos con modelos analógicos bidimensionales verticales en los que se ha ido variando la relación b/L , es decir, el espesor del estrato permeable con respecto a la longitud L del macizo impermeable suprayacente. (En este caso los valores correspondientes podían haberse calculado también a partir de las fórmulas teóricas deducidas en los apartados 1.3.1 y 1.3.2.

CUADRO 5

b/L	$(q_0)_a$ KH	$(q_0)_c$ KH	C	$b \rightarrow 0,1$ 1,88 — L	Error
0,10	0,095	0,063	1,512	1,496	(— 1 %)
0,20	0,177	0,124	1,430	1,395	(— 2 %)
0,25	0,213	0,153	1,391	1,365	(— 2 %)
0,50	0,352	0,280	1,285	1,273	(— 1 %)
0,75	0,456	0,380	1,200	1,223	(+ 2 %)
1,00	0,535	0,459	1,165	1,188	(+ 2 %)
1,25	0,599	0,524	1,143	1,162	(+ 1 %)
1,50	0,655	0,578	1,131	1,140	(+ 1 %)
1,75	0,705	0,625	1,126	1,123	(0 %)
2,00	0,746	0,666	1,119	1,108	(— 1 %)
2,50	0,806	0,736	1,114	1,084	(— 2 %)
3,00	0,855	0,793	1,095	1,064	(— 3 %)
4,00	0,946	0,884	1,085	1,034	(— 4 %)
5,00	1,030	0,954	1,096	1,011	(— 7 %)

Los valores experimentales obtenidos resultan prácticamente coincidentes con los valores teóricos de Q_0 , obtenidos a partir de las integrales elípticas señaladas en 1.3.2 del capítulo 1.

Se han considerado valores de b/L desde 0,1 a 5, obteniéndose los resultados que se resumen en el cuadro 5 y que se representan en la figura 18. Con estos valores, e interpolando entre ellos, puede determinarse el valor de Q_0 sin más que multiplicar el coeficiente adimensional q_0/KH , dado por el cuadro, por el valor de la permeabilidad hidráulica K ($L T^{-1}$) y por el de la diferencia de cota piezométrica H entre aguas arriba y aguas abajo del macizo impermeable.

Con objeto de obtener una fórmula que permita calcular el valor de Q_0 , en función de datos conocidos, se ha partido del caso de semiespacio infinito que tiene solución teórica analítica, lo que

ESTUDIO DE LOS CAUDALES DRENADOS O INFILTRADOS

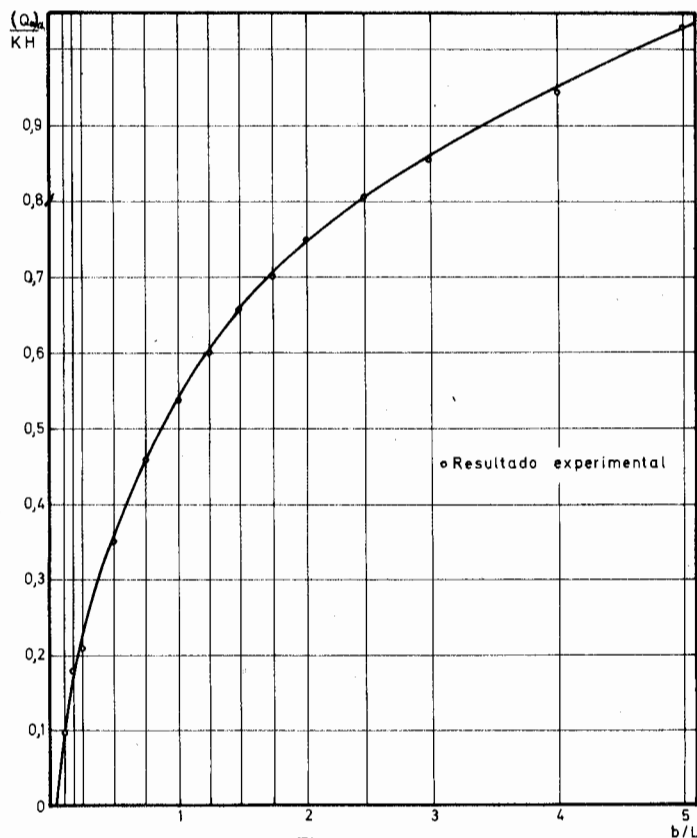


Figura 18.

permite conocer una fórmula teórica de referencia inicial dada (fig. 19).

Las líneas de corriente del caso tratado son elipses cuyo eje mayor es la línea superior del estrato permeable y profundidad infinita y cuya ecuación viene dada por (74):

$$\frac{(2x/L)^2}{c h^2 \psi_1} + \frac{(2z/L)^2}{s h^2 \psi_1} = 1 \quad (\text{E. 99})$$

y el caudal filtrado hasta un punto C de abscisa x_c (ver apartado 1.3.1, ecuación (E. 19)):

$$q = \frac{KH}{\pi} \ln \frac{x_c + \sqrt{x_c^2 - (L/2)^2}}{L/2} \quad (\text{E. 100})$$

Puede tomarse como referencia que el caudal que filtra a través del estrato de espesor b es el que filtraría en el estrato indefinido a través de los tubos de corriente que cortan a la vertical del punto medio de L a profundidad inferior a b .

Para calcular la línea de corriente extrema que pasa por el punto $(0, b)$ se verificará:

$$\frac{(0/L)^2}{c h^2 \psi_1} + \frac{(2b/L)^2}{s h^2 \psi_1} = 1 \Rightarrow s h^2 \psi_1 = \left(\frac{2b}{L}\right)^2 \quad (\text{E. 101})$$

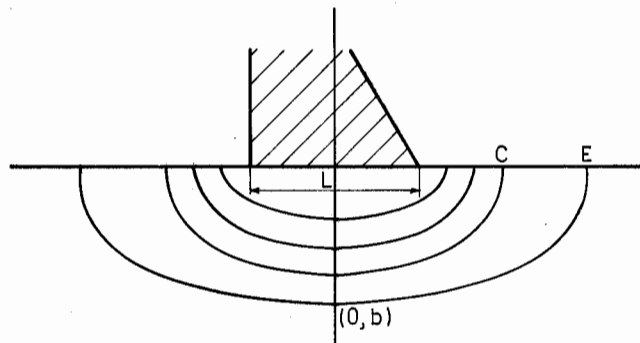


Figura 19.

con este valor obtenemos:

$$c h^2 \psi_1 = 1 + s h^2 \psi_1 = 1 + \left(\frac{2b}{L}\right)^2 = \frac{L^2 + 4b^2}{L^2} \quad (\text{E. 102})$$

por lo que la ecuación de la línea de corriente será:

$$\frac{(2x/L)^2}{1 + (2b/L)^2} + \frac{(2z/L)^2}{(2b/L)^2} = 1 \quad (\text{E. 103})$$

y su intersección con el eje x : ($z = 0$) dará la coordenada del punto extremo E: x_e :

$$\frac{(2x_e/L)^2}{1 + (2b/L)^2} + \frac{(2 \cdot 0/L)^2}{(2b/L)^2} = 1 \quad (\text{E. 104})$$

es decir:

$$\left(\frac{2x_e}{L}\right)^2 = 1 + \left(\frac{2b}{L}\right)^2 \quad (\text{E. 105})$$

de donde se obtiene finalmente x_e :

$$x_e = \frac{1}{2} \sqrt{L^2 + 4b^2} \quad (\text{E. 106})$$

El caudal sería:

$$\begin{aligned} (q_0)_c &= \frac{KH}{\pi} \ln \frac{\frac{1}{2} \sqrt{L^2 + 4b^2} + \sqrt{\frac{L^2 + 4b^2}{4} - \frac{L^2}{4}}}{L/2} \\ &= \frac{KH}{\pi} \ln \left(2 \left(\frac{b}{-L} \right) + \sqrt{4 \left(\frac{b}{L} \right)^2 + 1} \right) \end{aligned} \quad (\text{E. 107})$$

ESTUDIO DE LOS CAUDALES DRENADOS O INFILTRADOS

donde se denomina $(q_0)_c$, caudal calculado por unidad de espesor, al caudal inicial de referencia así obtenido, que vendría dado en función exclusivamente de la relación b/L .

Esta expresión será exacta para $b/L = \infty$, dando, como es lógico, un caudal infinito y tanto más errónea cuanto mayor es la relación b/L , teniendo como límite 0 cuando b/L tiende a 0 según la relación:

$$\lim_{b/L \rightarrow 0} (q_0)_c = \frac{b}{L} \cdot K H \quad (\text{E. 108})$$

Para ajustar este caudal al real, deducido de los ensayos analógicos, que denominaremos $(q_0)_a$, caudal analógico, dejando la notación q_0 para el valor teórico, se confeccionó una tabla de valores de la razón $C = (q_0)_a : (q_0)_c$ en función de la variable adimensional b/L . Tras diversas representaciones a escala aritmética, semilogarítmica y doble logarítmica, se llegó a la conclusión de que podía ajustarse mediante una función de tipo potencial de la forma:

$$C = X \left(\frac{b}{L} \right)^Y \quad (\text{E. 109})$$

Los valores de los coeficientes que mejor ajustaban fueron:

$$X = 1,188 \quad ; \quad Y = -0,1$$

de modo que el coeficiente C podría obtenerse mediante la fórmula:

$$C = 1,188 \left(\frac{b}{L} \right)^{-0,1} \quad (\text{E. 110})$$

Los valores dados por esta fórmula pueden verse en la figura 20 y en el citado cuadro 5, donde se ha añadido, entre paréntesis y junto al valor calculado mediante la fórmula, el error relativo en tanto por ciento respecto del valor real. En el mismo cuadro puede observarse que dichos errores son prácticamente despreciables, siendo el máximo valor de un 7 por 100 para el caso extremo considerado de $b/L = 5$, consiguiéndose un buen ajuste hasta valores de $b/L = 3$. Para valores superiores de b/L puede utilizarse directamente la fórmula de estrato infinito con suficiente aproximación (menor de un 10 por 100 de error).

Sustituyendo estos resultados, el caudal infiltrado bajo el macizo impermeable en ausencia de

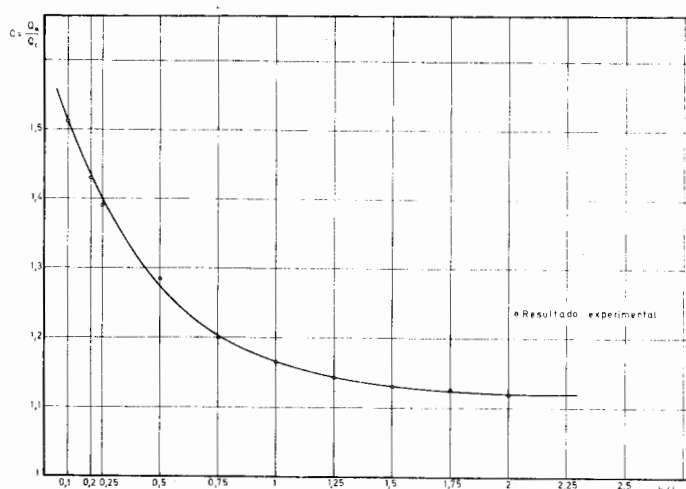


Figura 20.

red de drenaje puede estimarse por la fórmula:

$$\frac{q_0}{KH} = \frac{1}{\pi} \cdot 1,188 \left(\frac{b}{L} \right)^{-0,1} \ln \left[2 \left(\frac{b}{L} \right) + \sqrt{4 \left(\frac{b}{L} \right)^2 + 1} \right] \quad (\text{E. 111})$$

e integrando todas las constantes en una sola, se obtiene, con monomios adimensionales, la ecuación:

$$\frac{q_0}{KH} = 0,378 \left(\frac{b}{L} \right)^{-0,1} \ln \left[2 \left(\frac{b}{L} \right) + \sqrt{4 \left(\frac{b}{L} \right)^2 + 1} \right] \quad (\text{E. 112})$$

donde K es la permeabilidad hidráulica; H es la diferencia de potencial hidráulico entre aguas arriba y abajo del macizo impermeable; b es el espesor del estrato permeable, y L es la longitud del macizo impermeable en la dirección del flujo.

El efecto del drenaje se ha considerado como en el caso anterior, suponiendo una sola rebanada y multiplicando el caudal anteriormente calculado por el coeficiente Q_f/Q_0 , Q_f/Q_0 o Q_d/Q_0 , correspondientes a los valores de las variables del sistema de drenaje proyectado y tomando como valor de h para la eficacia drenante del sistema la diferencia de cotas piezométricas entre aguas arriba y abajo del macizo, es decir, H .

4.4. TERCERA APROXIMACION. PROBLEMA REAL

Como adelantábamos en el apartado anterior, el efecto de la red de drenaje no es el mismo para distintas profundidades, ya que varía el potencial entre aguas arriba y abajo de cada rebanada. Por tanto, habrá que calcular el caudal que filtra a través de cada elemento diferencial horizontal e integrar los resultados en vertical.

Se considera una rebanada horizontal correspondiente a una unidad experimental, definida para los modelos analógicos, de espesor dz , situada a una altura z sobre la base del estrato permeable, según el esquema de la figura 21.

Los valores que definen la red de drenaje de la rebanada considerada son, como se recordará: L , D_d , D_p , $\emptyset$, h_d y h , en función de los cuales se determina el factor:

$$\frac{Q}{Q_0} \left(\frac{D_d}{L}, \frac{D_p}{L}, \frac{\emptyset}{L}, \frac{h_d}{h} \right)$$

donde Q representa el caudal genérico, Q_i o Q_f , que circula por dicha rebanada. Si se varía z (las características geométricas son idénticas, así como el potencial asignado al dren) los únicos factores que difieren de una rebanada a otra son los potenciales h_1 y h_2 existentes en las líneas de aguas arriba y aguas abajo de la rebanada, así como su diferencia h que se corresponde con la diferencia de potencial del modelo analógico representada por el 100 por 100.

Dado que la forma de Q_i/Q_0 son rectas de pendiente función exclusiva de las variables geométricas: D_d/L , D_p/L y $\emptyset/L$, con origen en el punto (0, 1), los distintos valores de los coeficientes Q_i/Q_0 necesarios para todas las rebanadas situa-

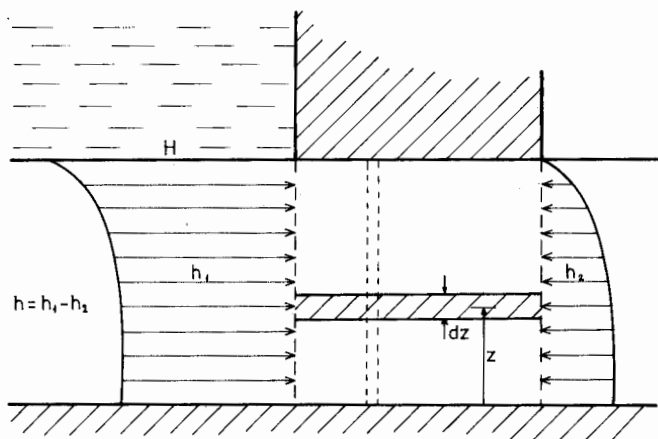


Figura 21.

das a diferentes alturas, están situados sobre una recta. Por tanto, se pueden expresar en función de un parámetro constante, su pendiente m , de la forma:

$$\frac{Q}{Q_0} = 1 + m \left(\frac{D_d}{L}, \frac{D_p}{L}, \frac{\emptyset}{L} \right) \cdot e \quad (\text{E. 113})$$

donde m representa la pendiente de la recta considerada correspondiente al caudal que se esté estudiando, Q_i o Q_f . La eficacia drenante es:

$$e = \frac{h_0 - h_d}{h}$$

(ver ecuación (E. 76), siendo h_d el potencial fijado en el dren, y h la diferencia de cota piezométrica entre aguas arriba y abajo de la rebanada, variable con la profundidad. El valor de h_0 tampoco es el mismo para todas las rebanadas, ya que viene dado por (ver figura 21):

$$h_0 = h_2 + \frac{D_p}{L} \cdot h \quad (\text{E. 114})$$

al ser el potencial en la línea de aguas abajo de cada rebanada h_2 en lugar de 0 como se consideró en los ensayos bidimensionales horizontales, y su relación respecto a h , que es la que interviene en la eficacia e , ya no sería constante. La eficacia drenante se expresaría por:

$$e = \frac{h_0}{h} - \frac{h_d}{h} = \left(\frac{h_2}{h} + \frac{D_p}{L} \right) - \frac{h_d}{h} = \frac{D_p}{L} + \frac{h_2 - h_d}{h} \quad (\text{E. 115})$$

Por consiguiente, el valor del coeficiente Q/Q_0 para todas las rebanadas situadas a las diferentes alturas vendría dado por:

$$\frac{Q}{Q_0} = 1 + m \cdot \left(\frac{D_p}{L} + \frac{h_2 - h_d}{h} \right) \quad (\text{E. 116})$$

donde las variables serían h y h_2 .

El caudal inicial que circularía por la rebanada en ausencia de la red de drenaje, se obtiene directamente por la ley de Darcy, ya que el gradiente sería uniforme:

$$dQ_0 = v \cdot s = K |\overline{\text{grad } h}| \cdot s = K \frac{h}{L} D_d dz \quad (\text{E. 117})$$

ESTUDIO DE LOS CAUDALES DRENADOS O INFILTRADOS

Y el caudal total o infiltrado aguas abajo, según se considere, vendría dado por la ecuación:

$$\begin{aligned}
 dQ &= \left(\frac{Q}{Q_0} \right) dQ_0 = \left[1 + m \left(\frac{D_p}{L} + \frac{h_2 - h_d}{h} \right) \right] K \frac{h}{L} D_d dz = \\
 &= \frac{K D_d}{L} \left[\left(1 + m \frac{D_p}{L} \right) h dz + m \frac{h_2 - h_d}{h} h dz \right] = \\
 &= \frac{K D_d}{L} \left[\left(1 + m \frac{D_p}{L} \right) h dz + m (h_2 - h_d) dz \right] \quad (E. 118)
 \end{aligned}$$

El caudal correspondiente a todo el estrato, que circula a través de una anchura del mismo igual a D_d , ancho de la unidad experimental, se obtiene integrando la expresión anterior entre 0 y b , límites extremos de los valores de z , es decir:

$$\begin{aligned}
 Q &= \int_0^b dQ = \frac{K D_d}{L} \left[\left(1 + m \frac{D_p}{L} \right) \int_0^b h dz + m \int_0^b (h_2 - h_d) dz \right] = \\
 &= \frac{K D_d}{L} \left[\left(1 + m \frac{D_p}{L} \right) \int_0^b h dz + m \int_0^b h_2 dz - m h_d b \right] \quad (E. 119)
 \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta que la segunda integral que aparece es precisamente la que interviene en la obtención del caudal inicial Q_0 , utilizando el mismo procedimiento de integración, podemos poner:

$$Q_0 = \int_0^b dQ_0 = \frac{K D_d}{L} \int_0^b h dz \quad (E. 120)$$

con lo cual la expresión del caudal Q queda en la forma:

$$\begin{aligned}
 Q &= \left(1 + m \frac{D_p}{L} \right) \left[\frac{K D_d}{L} \int_0^b h dz \right] + \frac{K D_d m}{L} \int_0^b h_2 dz - \frac{K D_d}{L} m h_d b = \\
 &= \left(1 + m \frac{D_p}{L} \right) Q_0 + \frac{K D_d m}{L} \int_0^b h_2 dz - \frac{K D_d}{L} m h_d b \quad (E. 121)
 \end{aligned}$$

o bien, expresándolo en función de parámetros adimensionales, ya que en el modelo los datos que pueden obtenerse directamente para su utilización en la analogía son de esta forma:

$$\frac{Q}{KH} = \left(1 + m \frac{D_p}{L} \right) \frac{Q_0}{KH} + \frac{D_d m b}{L} \int_0^1 \frac{h_2}{H} d \left(\frac{z}{b} \right) - \frac{D_d m b}{L} \frac{h_d}{H} \quad (E. 122)$$

ESTUDIO DE LOS CAUDALES DRENADOS O INFILTRADOS

CUADRO 6

b/L	I(mA)		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0,10	0,35	h ₁ =	100	97,2	96,4	95,8	95,3	94,9	94,8	94,7	94,6	94,6	94,6
		h ₂ =	0	2,8	3,6	4,2	4,7	5,1	5,2	5,3	5,4	5,4	5,4
		h =	100	94,4	92,8	91,6	90,6	89,8	89,6	89,4	89,2	89,2	89,2
0,20	0,65	h ₁ =	100	95,0	93,5	92,7	91,8	91,0	90,6	90,4	90,1	90,0	90,0
		h ₂ =	0	5,0	6,5	7,3	8,2	9,0	9,4	9,6	9,9	10,0	10,0
		h =	100	90,0	87,0	85,4	83,6	82,0	81,2	80,8	80,2	80,0	80,0
0,25	0,78	h ₁ =	100	94,1	92,4	91,1	90,0	89,4	88,6	88,3	88,3	87,9	87,5
		h ₂ =	0	5,9	7,6	8,9	10,0	10,6	11,4	11,7	11,7	12,1	12,5
		h =	100	88,2	84,8	82,2	80,0	78,8	77,2	76,6	76,6	75,8	75,0
0,50	1,29	h ₁ =	100	90,9	87,8	85,7	83,9	82,6	81,4	81,1	80,5	80,2	80,1
		h ₂ =	0	9,1	12,2	14,3	16,1	17,4	18,6	18,9	19,5	19,8	19,9
		K =	100	81,8	75,6	71,4	67,8	65,2	62,8	62,2	61,0	60,4	60,2
0,75	1,67	h ₁ =	100	87,0	83,2	80,5	78,5	77,3	75,3	74,3	73,9	73,7	73,7
		h ₂ =	0	13,0	16,8	19,5	21,5	22,7	24,7	25,7	26,1	26,3	26,3
		h =	100	74,0	66,4	61,0	57,0	54,6	50,6	48,6	47,8	46,4	46,4
1,00	1,96	h ₁ =	100	85,5	80,4	77,3	74,6	72,8	71,7	70,5	70,0	69,6	69,6
		h ₂ =	0	14,5	19,6	22,7	25,4	27,2	28,3	29,5	30,0	30,4	30,4
		h =	100	71,0	60,8	54,6	49,2	45,6	43,4	41,0	40,0	39,2	39,2
1,25	2,16	h ₁ =	100	83,1	77,7	74,4	71,9	69,9	68,2	67,5	66,8	66,5	66,4
		h ₂ =	0	16,9	22,3	25,6	28,1	30,1	31,8	32,5	33,2	33,5	33,6
		h =	100	66,2	55,4	48,8	43,8	39,8	36,4	35,0	33,6	33,0	32,8
1,50	2,36	h ₁ =	100	81,8	75,9	71,9	69,4	67,5	66,4	65,3	64,6	64,1	64,0
		h ₂ =	0	18,2	24,1	28,1	30,6	32,5	33,6	34,7	35,4	35,9	36,0
		h =	100	63,6	51,8	43,8	38,8	35,0	32,8	30,6	29,2	28,2	28,0
1,75	2,54	h ₁ =	100	80,9	73,7	70,0	67,1	64,8	63,8	63,1	62,4	62,1	62,0
		h ₂ =	0	19,1	26,3	30,0	32,9	35,2	36,2	36,9	37,6	37,9	38,0
		h =	100	61,8	47,4	40,0	34,2	29,6	27,6	26,2	24,8	24,2	24,0
2,00	2,69	h ₁ =	100	79,0	72,1	68,1	65,6	63,6	62,5	61,5	60,9	60,5	60,3
		h ₂ =	0	21,0	27,9	31,9	34,4	36,4	37,5	38,5	39,1	39,5	39,7
		h =	100	58,0	44,2	36,2	31,2	27,2	25,0	23,0	21,8	21,0	20,6
2,50	2,95	h ₁ =	100	77,9	71,2	66,6	64,0	62,0	60,9	60,4	59,4	59,2	59,0
		h ₂ =	0	22,1	28,8	33,4	36,0	38,0	39,1	39,6	40,6	40,8	41,0
		h =	100	55,8	42,4	33,2	28,0	24,0	21,8	20,8	18,8	18,4	18,0
3,00	3,13	h ₁ =	100	75,8	68,7	64,6	61,9	60,1	59,3	58,6	58,0	57,8	57,7
		h ₂ =	0	24,2	31,3	35,4	38,1	39,9	40,7	41,4	42,0	42,2	42,3
		h =	100	51,6	37,4	29,2	23,8	20,2	18,6	17,2	16,0	15,6	15,4
4,00	3,46	h ₁ =	100	72,5	65,5	61,6	59,4	58,0	57,1	56,3	56,0	55,3	55,1
		h ₂ =	0	27,5	34,5	38,4	40,6	42,0	42,9	43,7	44,0	44,7	44,9
		h =	100	45,0	31,0	23,2	18,8	16,0	14,2	12,6	12,0	10,6	10,2
5,00	3,77	h ₁ =	100	70,6	63,2	60,0	57,5	56,5	55,7	55,0	54,7	54,6	54,5
		h ₂ =	0	29,4	36,8	40,0	42,5	43,5	44,3	45,0	45,3	45,4	45,5
		h =	100	41,2	26,4	20,0	15,0	13,0	11,4	10,0	9,4	9,2	9,0

ESTUDIO DE LOS CAUDALES DRENADOS O INFILTRADOS

En la integral se ha multiplicado y dividido por b con objeto de dejar la variable de integración adimensional, tomando como referencia para valores de alturas en el eje z el espesor del estrato permeable. Con el fin de simplificar la nomenclatura en lo que sigue se representa dicha integral con la letra A :

$$A = \int_0^1 \frac{h_2}{H} d\left(\frac{z}{b}\right) \quad (\text{E. 123})$$

Para el cálculo de esta integral, que evidentemente sólo depende de la relación b/L , se utilizaron los modelos verticales descritos, midiendo la distribución de potencial en la vertical de la línea de aguas abajo. Como los valores dados por la trazadora son relativos con respecto al potencial existente entre aguas arriba y abajo del macizo, es decir H , se ha dejado dentro de la integral el valor h_2/H que es el directamente medido en los modelos. En cada uno de los modelos ensayados se dividió el espesor del estrato en 10 rebanadas elementales, midiéndose el potencial en cada uno de los puntos resultantes, y se ha calculado dicha integral numéricamente como área del diagrama de potenciales relativos h_2/H . Los datos experimentales de los 14 modelos realizados pueden verse en el cuadro 6.

Los valores de la integral A resultantes para los distintos valores de b/L se incluyen en el cuadro 7.

CUADRO 7

b/L	q_0	A	b/L	q_0	A
0,10	0,0920	0,0444	1,50	0,6549	0,2911
0,20	0,1700	0,0799	1,75	0,6987	0,3111
0,25	0,2129	0,0961	2,00	0,7423	0,3260
0,50	0,3476	0,1558	2,50	0,8124	0,3389
0,75	0,4516	0,2094	3,00	0,8697	0,3563
1,00	0,5332	0,2428	4,00	0,9604	0,3804
1,25	0,5990	0,2708	5,00	1,0313	0,3949

En definitiva, el caudal puede obtenerse por la expresión:

$$\frac{Q}{KH} = \left(1 + m \frac{D_p}{L}\right) \frac{Q_0}{KH} + D_d m \frac{b}{L} \left(A - \frac{h_d}{H}\right) \quad (\text{E. 124})$$

siendo Q el caudal infiltrado a través de un ancho de terreno permeable igual a la distancia entre drenes, D_d , que corresponde a la anchura de la rebanada experimental. Para obtener el caudal por metro lineal normal a la dirección del flujo, bastará dividir Q por dicho ancho, quedando:

$$\frac{q}{KH} = \left(1 + m \frac{D_p}{L}\right) \frac{q_0}{KH} + m \frac{b}{L} \left(A - \frac{h_d}{H}\right) \quad (\text{E. 125})$$

Particularizando los diferentes resultados obtenidos para cada uno de los tipos de caudales considerados en la investigación, resulta:

$$\frac{Q_t}{KH} = \left(1 + m_t \frac{D_p}{L}\right) \frac{Q_0}{KH} + D_d m_t \frac{b}{L} \left(A - \frac{h_d}{H}\right) \quad (\text{E. 126})$$

$$\frac{Q_f}{KH} = \left(1 + m_f \frac{D_p}{L}\right) \frac{Q_0}{KH} + D_d m_f \frac{b}{L} \left(A - \frac{h_d}{H}\right) \quad (\text{E. 127})$$

$$\frac{Q_c}{KH} = (m_t - m_f) \left[\frac{D_p}{L} \frac{Q_0}{KH} + D_d \frac{b}{L} \left(A - \frac{h_d}{H}\right) \right] \quad (\text{E. 128})$$

que son los valores reales obtenidos por unidad experimental utilizada, es decir, a través de un paralelepípedo de longitud L , anchura D_d y espesor b . El caudal total, drenado o infiltrado bajo toda la obra, se deduce de los anteriores, multiplicando

por el número de unidades existentes (o el número de drenes). Para que la red de drenaje estudiada pueda considerarse como plano de drenes, es preciso que la longitud total del macizo sea suficientemente grande respecto a la distancia entre dre-

ESTUDIO DE LOS CAUDALES DRENADOS O INFILTRADOS

nes (teóricamente debería tener longitud infinita) y podría utilizarse más cómodamente un caudal por unidad de anchura, metro lineal si se adopta esta

unidad de longitud para las restantes magnitudes geométricas como es habitual. En este caso las fórmulas a utilizar serían:

$$\frac{q_t}{KH} = \left(1 + m_t \frac{D_p}{L}\right) \frac{q_0}{KH} + m_t \frac{b}{L} \left(A - \frac{h_d}{H}\right) \quad (\text{E. 129})$$

$$\frac{q_f}{KH} = \left(1 + m_f \frac{D_p}{L}\right) \frac{q_0}{KH} + m_f \frac{b}{L} \left(A - \frac{h_d}{H}\right) \quad (\text{E. 130})$$

$$\frac{q_d}{KH} = (m_t - m_f) \left[\frac{D_p}{L} \frac{q_0}{KH} + \frac{b}{L} \left(A - \frac{h_d}{H}\right) \right] \quad (\text{E. 131})$$

Estos resultados pueden aplicarse directamente a un gran número de casos reales con una aproximación suficiente, en este tipo de problemas. Los únicos datos que se requieren son, aparte de los geométricos de la red considerada, el caudal de filtración en ausencia de la red de drenaje, q_0 , el valor de la integral A y la pendiente de la recta correspondiente a la red proyectada, que pueden obtenerse fácilmente de los cuadros o gráficos adjuntos.

4.5. NOMENCLATURA

A continuación se define conjuntamente la nomenclatura utilizada en las fórmulas.

Q_t = Caudal total que atraviesa el terreno permeable, filtrado desde aguas arriba a través de una longitud de macizo igual a D_d , correspondiente a una unidad experimental.

Q_f = Caudal que se infiltra aguas abajo de la red a través de una longitud de macizo igual a D_d .

Q_d = Caudal drenado por la red a través de una longitud de macizo igual a D_d .

Q_0 = Caudal infiltrado en ausencia de red de drenaje a través de una longitud de macizo igual a D_d , es decir, es igual a $q_0 \cdot D_d$.

q_t = Caudal que filtra desde aguas arriba por unidad de longitud del macizo.

q_f = Caudal infiltrado aguas abajo de la red de drenaje por unidad de longitud del macizo.

q_d = Caudal drenado por la red por unidad de longitud.

q_0 = Caudal inicial por unidad de longitud del macizo. Puede obtenerse del cuadro 7, de la figura 18, del presente apartado o con las fórmulas dadas en la primera parte y en este apartado.

L = Longitud del macizo impermeable en la dirección del flujo; corresponde a la longitud de la unidad experimental elegida.

b = Espesor del estrato permeable.

D_d = Distancia entre drenes, igual a la anchura de la unidad experimental.

m_t = Pendiente de la recta que expresa Q_t/Q_0 respecto de la eficacia drenante. Es siempre positiva. Puede obtenerse de los gráficos del apartado 3.3, de las fórmulas dadas en el apartado 3.4, o preferiblemente del cuadro 2, que recoge directamente los resultados experimentales.

m_f = Pendiente de la recta que expresa Q_f/Q_0 respecto de la eficacia drenante. Es siempre negativa. Puede obtenerse de igual forma que la m_t .

A = Valor de la integral expresada en la ecuación (E. 123) que puede obtenerse del citado cuadro 7.

D_p = Distancia del plano de ejes de drenes al plano proyectante vertical de la línea de aguas abajo del macizo.

$\varnothing$ = Diámetro de los drenes.

ESTUDIO DE LOS CAUDALES DRENADOS O INFILTRADOS

H = Diferencia de cota piezométrica entre aguas arriba y abajo del macizo impermeable.

h_d = Diferencia de cota piezométrica entre los drenes y aguas abajo del macizo.

4.6. AGRADECIMIENTOS

Queremos agradecer en este punto, la colaboración prestada en la realización de este trabajo a las licenciadas en Ciencias Químicas, Avelina Cruces de Abia, y María Dolores Redondo Alvarado, fundamentalmente en la toma de datos y elaboración de resultados y gráficos, sin cuyo concurso el trabajo hubiese resultado prácticamente inviable, o al menos demorado considerablemente. También queremos agradecer su colaboración al profesor doctor don Francisco González de Posada por la dirección del trabajo y al profesor doctor don Jaime Plana Claver en los problemas de instrumentación.

BIBLIOGRAFIA

1. F. GONZALEZ DE POSADA y J. CRUCES DE ABIA: "Influencia de una red plana vertical de drenes sobre los

caudales de infiltración en un terreno permeable bajo un macizo impermeable. Estudio mediante analogía eléctrica bidimensional en medio continuo". Revista de Obras Públicas, abril 1974.

2. P. HUARD DE LA MARRE: "Résolution de problèmes d'infiltrations a surface libre au moyens d'analogies électriques". Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air. Paris, 1958.
3. W. KARPLUS: "Analog Simulation". McGraw-Hill. New York, 1958.
4. L. MALAVARD y G. RENARD: "La technique des analogies rhéoelectriques". Techniques generales du laboratoire de physique, Vol. 2, Paris.
5. C. MATAIX PLANA: "Selección mediante la analogía reoeléctrica con papel Teledelfos de un tipo de refrigeración de álabes de turbinas de gas". Consejo Superior de Investigaciones Científicas. Madrid, 1962.
6. P. YA. POLUBARINOVA KOCHINA: "Theory of ground water movement". Princeton University Press. Princeton. New Jersey, 1962.
7. G. SCHNEEBELL: "Hydraulique souterraine". Eyrolles. Paris, 1966.
8. D. VITKOVITCH: "Field Analysis". D. Van Nostrand. London, 1966.