

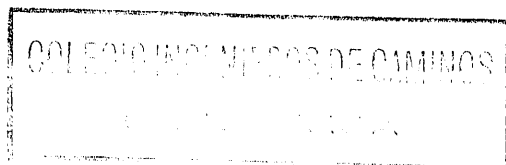
Una nueva alineación curva para el trazado de carreteras y autopistas: La supercircunferencia^(*)

Por SANDRO ROCCI BOCCALERI

Dr. Ingeniero de Caminos, C. y P.

División Regional de Construcción.

Primera Jefatura Regional de Carreteras



Se presenta la definición geométrica, junto con ejemplos, de una nueva alineación curva, a emplear en el trazado de carreteras y elementos de intersecciones y enlaces en condiciones de velocidad variable, de manera que la relación entre la aceleración longitudinal (constante) y la aceleración transversal no compensada por el peralte se mantenga constante. Como consecuencia, el radio de curvatura varía linealmente con el recorrido, y su producto por el peralte se mantiene constante.

1. INTRODUCCION

Todas las alineaciones curvas que se manejan en el trazado de carreteras y autopistas, reglamentadas en la vigente Instrucción española (O.C. 3.1-IC), se refieren a una velocidad específica V (Km/h) constante, definida como la máxima a la que un vehículo puede recorrer la alineación, en condiciones meteorológicas ordinarias, y en circunstancias de ausencia de tráfico (de forma que sean precisamente las características geométricas de la alineación las que limiten su velocidad), sin que se rebasen determinados límites relacionados con la seguridad y comodidad de la explotación del vehículo.

El caso más elemental lo representa la circunferencia de radio R (m), en la que la curvatura es constante y el acimut (rad) varía linealmente con el recorrido l (m). Si la velocidad es constante, la aceleración centrífuga lo será también, valiéndose:

$$a_r ("g") = V^2 / 127 R$$

(*) Se admiten comentarios sobre el presente artículo, que pueden remitirse a la Redacción de esta Revista, hasta el 31 de octubre de 1980.

Esta aceleración centrífuga es compensada, en parte, por el peralte p (%), también constante; y por otra, por la movilización de un cierto rozamiento transversal f ("g") entre las ruedas del vehículo y el pavimento.

La vigente Instrucción 3.1-IC limita, precisamente, el valor de la aceleración centrífuga no compensada por el peralte a los valores que figuran en el cuadro 1 adjunto, deducidos de la citada Instrucción, así de como su ampliación al caso de las autopistas (más reciente) y al de las intersecciones y enlaces, recogido este último en la publicación del M.O.P.U.: «Recomendaciones para el proyecto de intersecciones».

La introducción de curvas de transición (clotoides), que enlazan la curvatura nula de las alineaciones rectas con la finita de la circunferencia, no complica el esquema si la velocidad sigue siendo constante y si, como es frecuente, el peralte varía linealmente desde el valor nulo de la recta (abstracción hecha del desvanecimiento del bombeo) hasta el valor correspondiente a la circunferencia: variación que también siguen la aceleración centrífuga, al ser también lineal la variación de la curvatura $1/p$, y la parte de dicha aceleración no com-

CUADRO 1

V (Km/h)	25	30	40	50	60	70	80	90	100	120	140
a_r ("g") C		0,210	0,191	0,171	0,156	0,148	0,141	0,135	0,126	0,112	
A								0,132	0,126	0,104	0,101
I	0,310	0,280	0,230	0,190	0,170						

NUEVA ALINEACION CURVA PARA EL TRAZADO DE CARRETERAS Y AUTOPISTAS

pensada por el peralte. Lo único que hace la Instrucción es limitar la velocidad de variación de dicha aceleración no compensada a valores comprendidos entre 0,4 y 0,7 m/seg² según la velocidad.

Sucede, sin embargo, que en algunos casos no puede asumirse que la velocidad a la que se recorre la alineación curva es constante: por ejemplo, cuando se conectan dos vías de igual o distinta velocidad específica a través de los ramales de una intersección o de un enlace, la velocidad específica de dichos ramales no puede, con frecuencia, mantenerse en los valores originales (especialmente en el caso de lazos). Las soluciones al uso consisten en la utilización de sucesiones de curvas circulares, de longitudes mínimas prescritas y en las que la razón entre dos radios consecutivos no debe superar un cierto límite (normalmente 2).

En el presente trabajo se presenta una curva que resuelve más directamente el problema, al proporcionar una aceleración centrífuga (no compensada por el peralte) *constante* para una velocidad *variable*: la SUPERCIRCUNFERENCIA.

2. VELOCIDAD Y RADIO DE CURVATURA

Supondremos el movimiento del vehículo uniformemente acelerado (o decelerado, sin más que suponer negativa la aceleración), con una aceleración longitudinal a_l ("g"), a partir de una velocidad inicial V_0 (Km/h), correspondiente al punto origen del recorrido l (m), en el que el radio de curvatura de la alineación es ρ_0 (m). Por las leyes de la Dinámica de este tipo de movimiento, la ecuación:

$$V^2 = V_0^2 + 254 a_l l \quad (1)$$

relaciona la velocidad con el recorrido.

Si obligamos a que la aceleración centrífuga no compensada por el peralte, a_c ("g"), sea constante, y denominamos:

$$m = a_c / a_l \quad (2)$$

a la relación, también constante, entre ambas aceleraciones; y si el peralte p (%) varía con el recorrido, a partir del valor p_0 correspondiente a ρ_0 en el punto inicial, con la ley:

$$p = \frac{\rho_0}{\rho_0 + 2 m l} p_0 \quad (3)$$

tendremos que la aceleración centrífuga no compensada por el peralte será:

$$a_c = \frac{V_0^2}{127 \rho_0} - \frac{p_0}{100} = \frac{V^2}{127 \rho} - \frac{p}{100} \quad (4)$$

Despejando el radio de curvatura ρ :

$$\rho = \frac{V^2/127}{(V_0^2/127 \rho_0) - (p_0 - p)/100} \quad (5)$$

Y sustituyendo V dado por la ecuación (1), V_0^2 dado por la ecuación (4), p dado por la ecuación (3), y a_l dado por la ecuación (2), tendremos:

$$\rho = \frac{a_l + (\rho_0/100) - (\rho_0/100) \frac{1 - \frac{\rho_0}{\rho_0 + 2 m l}}{(V_0^2/127) + 2 a_l l}}{[a_l + (\rho_0/100)] \rho_0 + 2 m a_l l} \cdot \frac{\rho_0 + 2 m l}{a_l + \frac{\rho_0 \rho_0/100}{\rho_0 + 2 m l}} \quad (6)$$

Es decir: *que el radio de curvatura varía linealmente con el recorrido*, en función del parámetro m : característica ésta que define a la supercircunferencia, y que únicamente exige una cierta ley de variación del peralte, dada por la ecuación (3), que ahora puede escribirse:

$$P_0 \rho_0 = P \rho \quad (7)$$

El producto del peralte por el radio de curvatura se mantiene constante.

De la ecuación (4) se deduce que:

$$a_l = \frac{V^2}{127} - \frac{P_0 \rho_0}{100} \quad (8)$$

o sea que:

$$\rho = \frac{(V^2/127) - (p_0/100) \rho_0}{a_l} \quad (9)$$

es decir, que el radio de curvatura no depende directamente de m , sino de la velocidad V y de la combinación (p_0, ρ_0, a_l) elegida en el origen (o en cualquier otro punto) de la supercircunferencia.

3. VARIACION DEL ACIMUT

Si contamos los acimutes φ (rad) a partir de la tangente a la alineación curva en el punto inicial (V_0, ρ_0, p_0) , y recordando que por definición:

$$\rho = d l / d \varphi \quad (10)$$

y sustituyendo el valor de ρ dado por la ecuación (6):

$$d \varphi = \frac{d l}{\rho_0 + 2 m l} \quad (11)$$

NUEVA ALINEACION CURVA PARA EL TRAZADO DE CARRETERAS Y AUTOPISTAS

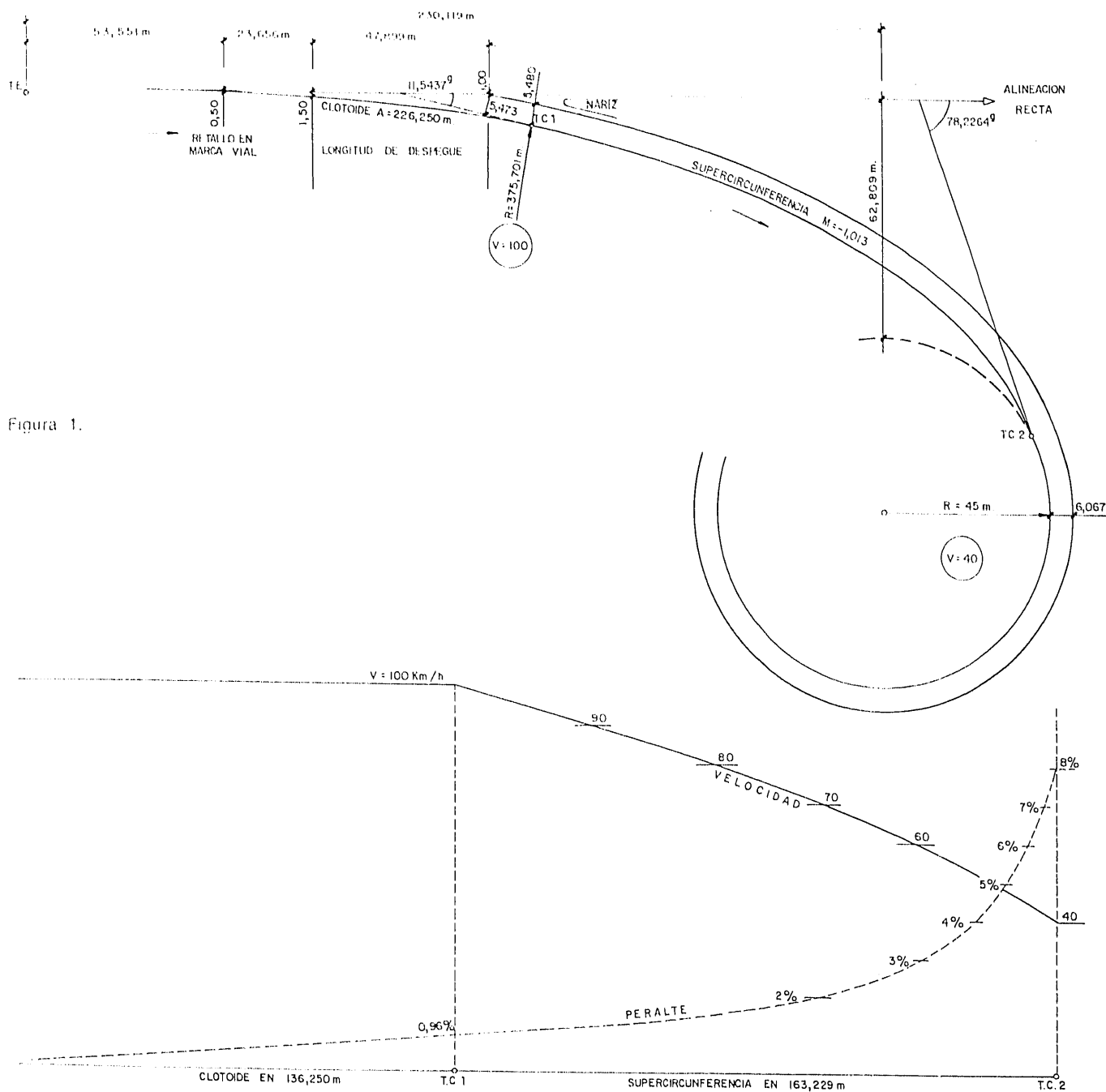


Figura 1.

Integrando ambos miembros:

$$\varphi = \frac{1}{2m} \ln(\rho_0 + 2ml) + C \quad (12)$$

y obligando a que para $l=0$, sea $\varphi=0$:

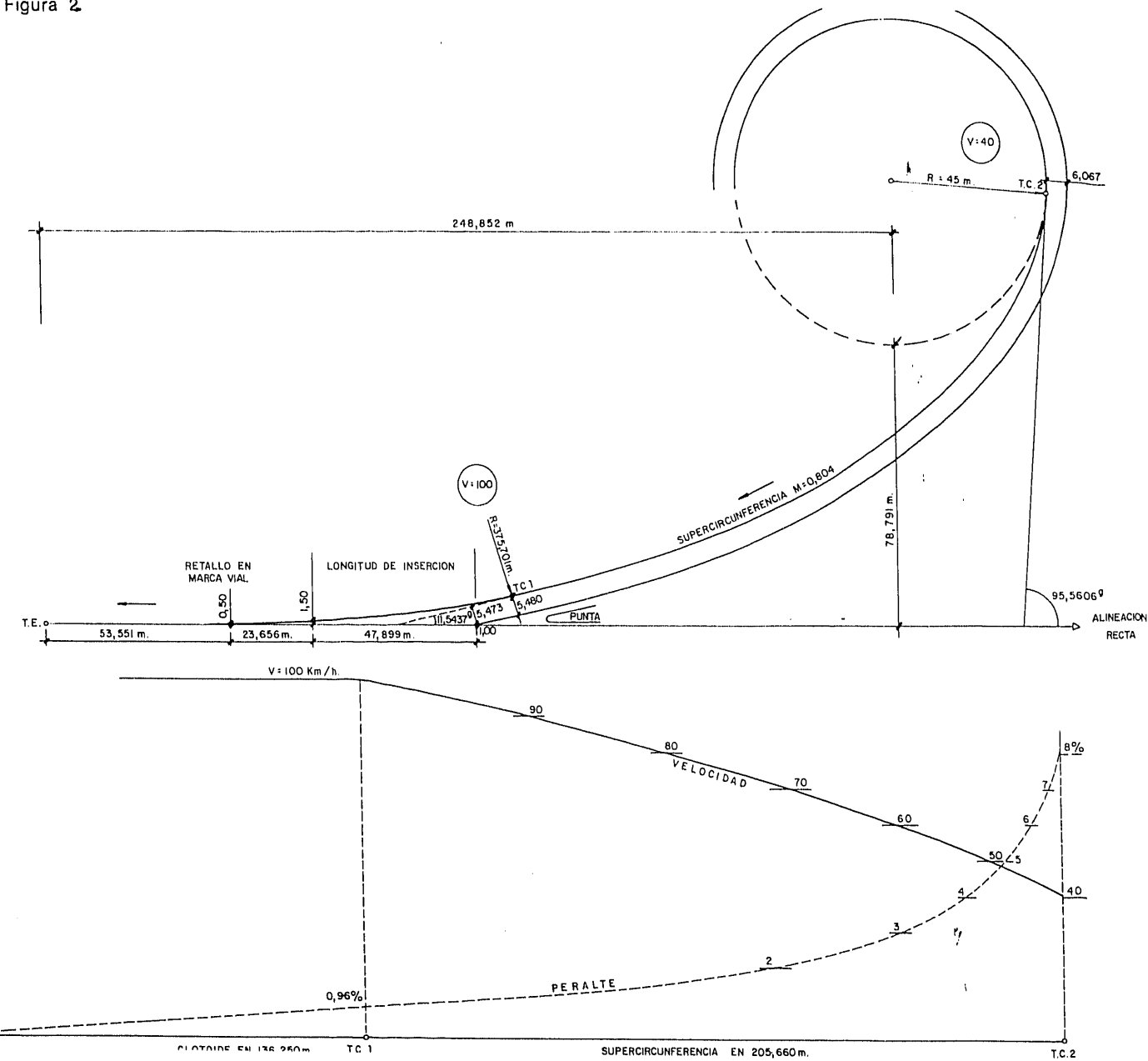
$$0 = \frac{1}{2m} \ln \rho_0 + C \quad (13)$$

con lo que:

$$\varphi = \frac{1}{2m} [\ln(\rho_0 + 2ml) - \ln \rho_0] = \frac{\ln(\rho/\rho_0)}{2m} \quad (14)$$

Resulta así que el acimut varía según una ley logarítmica en función del radio de curvatura, con factor de proporcionalidad inversa con m .

Figura 2



4. COORDENADAS CARTESIANAS

Tomando como origen de coordenadas el origen de recorridos (V_0, ρ_0, p_0), y como eje de abscisas la tangente en dicho punto ($\varphi = 0$), se tiene por definición:

$$dx = \cos \varphi \, dl \tag{15}$$

$$dy = \sin \varphi \, dl \tag{16}$$

Pero como de la ecuación (14) se deduce que:

$$l = \frac{\rho_0}{2m} (e^{2m\varphi} - 1) \tag{17}$$

y por tanto:

$$dl = \rho_0 e^{2m\varphi} d\varphi \tag{18}$$

sustituyendo en las ecuaciones (15) y (16) tendremos:

$$dx = \rho_0 e^{2m\varphi} \cos \varphi \, d\varphi \tag{19}$$

$$dy = \rho_0 e^{2m\varphi} \sin \varphi \, d\varphi \tag{20}$$

Integrando por partes, con:

$$u = e^{2m\varphi}; \quad v = \sin \varphi \quad \text{ó} \quad -\cos \varphi$$

se tendrá:

$$x = \rho_0 [e^{2m\varphi} \sin \varphi - 2m \int e^{2m\varphi} \sin \varphi d\varphi] + C_x$$

$$y = \rho_0 [-e^{2m\varphi} \cos \varphi + 2m \int e^{2m\varphi} \cos \varphi d\varphi] + C_y$$

Pero, teniendo en cuenta las ecuaciones (19) y (20):

$$x = \rho_0 e^{2m\varphi} \sin \varphi - 2m y + C_x \quad (23)$$

$$y = -\rho_0 e^{2m\varphi} \cos \varphi + 2m x + C_y \quad (24)$$

y resolviendo este último sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, hallaremos:

$$x = \frac{\rho_0}{1+4m^2} e^{2m\varphi} (\sin \varphi + 2m \cos \varphi) + C'_x \quad (25)$$

$$y = \frac{\rho_0}{1+4m^2} e^{2m\varphi} (2m \sin \varphi - \cos \varphi) + C'_y \quad (26)$$

Las constantes de integración C'_x , C'_y se obtienen por las condiciones de borde:

$$x = y = 0 \quad \text{para} \quad \varphi = 0$$

de donde:

$$0 = \frac{\rho_0}{1+4m^2} \cdot 2m + C'_x \quad (27)$$

$$0 = \frac{-\rho_0}{1+4m^2} + C'_y \quad (28)$$

Sustituyendo las constantes de integración en las ecuaciones (25) y (26) se obtienen las expresiones finales (paramétricas en φ) de las coordenadas cartesianas de la supercircunferencia:

$$x = \frac{\rho_0}{1+4m^2} [e^{2m\varphi} (\sin \varphi + 2m \cos \varphi) - 2m] \quad (29)$$

$$y = \frac{\rho_0}{1+4m^2} [e^{2m\varphi} (2m \sin \varphi - \cos \varphi) + 1] \quad (30)$$

estando dado φ en función del recorrido por la ecuación (14).

Obsérvese que, para $m = 0$ (aceleración longitudinal nula), se obtienen las ecuaciones clásicas de la circunferencia:

$$x = \rho_0 \sin \varphi$$

$$y = \rho_0 (1 - \cos \varphi)$$

lo cual justifica el nombre de «supercircunferencia» dado a la curva definida por (29) y (30), puesto que constituye una generalización de la circunferencia, que es un caso particular de aquella para $m = 0$.

Teniendo en cuenta que de la ecuación (14) se desprende que:

$$e^{2m\varphi} = 1 + 2m(l/\rho_0) = \rho/\rho_0 \quad (31)$$

sustituyendo en las ecuaciones (29) y (30) se tiene:

$$x = \frac{\rho_0}{1+4m^2} [(\rho/\rho_0) (\sin \varphi + 2m \cos \varphi) - 2m] \quad (32)$$

$$y = \frac{\rho_0}{1+4m^2} [(\rho/\rho_0) (2m \sin \varphi - \cos \varphi) + 1] \quad (33)$$

de estas ecuaciones se pueden deducir estas otras:

$$x + 2m y = \rho \sin \varphi \quad (34)$$

$$2m x - y = \rho \cos \varphi - \rho_0 \quad (35)$$

y recordando que $\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1$:

$$\left(\frac{x + 2m y}{\rho} \right)^2 + \left(\frac{\rho_0 + 2m x - y}{\rho} \right)^2 = 1 \quad (36)$$

se deduce la siguiente ecuación:

$$(x + 2m y)^2 + [(2m x - y) + \rho_0]^2 = \rho^2 \quad (37)$$

que relaciona las coordenadas de un punto de la supercircunferencia con su curvatura ρ .

Obsérvese que, para $m = 0$, se obtiene la ecuación de la circunferencia:

$$x^2 + y^2 - 2\rho_0 y = 0$$

5. RETRANQUEO Y ABCISAS DEL CIRCUITO OSCULADOR

Para obtener estos parámetros, imprescindibles a la hora de coordinar alineaciones contiguas, utilizaremos la definición:

X_u = x - \rho \sin \varphi \tag{38}

\Delta R = y - \rho (1 - \cos \varphi) \tag{39}

Sustituyendo las ecuaciones (27), (30), (6) y (31) tendremos:

X_u = \frac{\rho_u}{1 + 4 m^2} [e^{2 m \varphi} (\sin \varphi + 2 m \cos \varphi) - 2 m] - \left[\rho_u + 2 m \frac{\rho_u}{2 m} (e^{2 m \varphi} - 1) \right] \sin \varphi - \frac{\rho_u}{1 + 4 m^2} [e^{2 m \varphi} (\sin \varphi + 2 m \cos \varphi) - \sin \varphi - 4 m^2 \sin \varphi - 2 m] = - 2 m y \tag{40}

\Delta R = \frac{\rho_u}{1 + 4 m^2} [e^{2 m \varphi} (2 m \sin \varphi - \cos \varphi) + 1] - \rho_u e^{2 m \varphi} (1 - \cos \varphi) - \frac{\rho_u}{1 + 4 m^2} [e^{2 m \varphi} (2 m \sin \varphi - \cos \varphi - 1) + \cos \varphi - 4 m^2 + 4 m^2 \cos \varphi + 1] = \frac{\rho_u}{1 + 4 m^2} [2 m (e^{2 m \varphi} (\sin \varphi + 2 m \cos \varphi) - 2 m) - (e^{2 m \varphi} - 1) (1 + 4 m^2)] = 2 m (x - l) \tag{41}

Estas dos expresiones resultan, como se ve, muy sencillas, y se anulan para m = 0, es decir, para el caso de circunferencia.

6. ELECCION DEL PARAMETRO m

Dada la aplicación principal de la supercircunferencia al caso de ramales de enlace, estudiaremos el empalme de una circunferencia de velocidad específica constante V_u (Km/h), de radio R (m) y peralte P_u (%) con otras alineaciones de velo-

cidad específica V_u (Km/h), mediante una super circunferencia.

Ante todo, deberá cumplirse:

\frac{V_u^2}{127 R} = \frac{P_u}{100} + a_t \tag{42}

siendo a_t (unidades "g") la aceleración transversal no compensada por el peralte, que está limitada superiormente en función de la velocidad V_u a los valores dados por el cuadro 2.

CUADRO 2

V_u (Km/h)	25	30	40	50	60
a_t ("g")	0,31	0,28	0,23	0,19	0,17

Estudiaremos primero el caso de deceleración para entrar en la circunferencia de radio R. Estudios realizados por el autor demuestran que los valores de la máxima deceleración (-a_t) para pasar de una velocidad V_u a otra menor V_f (ambas en kilómetros por hora) son representables mediante el modelo:

-a_t ("g") = 0,184 + \frac{V_u}{317} + \frac{V_f}{188} - \frac{V_u V_f}{36774} \tag{43}

Por otro lado, la Instrucción limita la velocidad de variación del peralte a un valor próximo a un 4 por 100 por segundo, es decir:

\frac{d p}{d t} = \frac{d p}{d l} \frac{d l}{d t} = \frac{V}{3,6} \frac{d p}{d l} = 4 \tag{44}

y sustituyendo la ecuación (3) diferenciada:

\frac{d p}{d l} = \frac{- 2 m \rho_1 P_1}{(\rho_1 + 2 m l)^2} = \frac{14,4/V}{(\rho_1 + 2 m l)^2} \tag{45}

El origen de la supercircunferencia está en (V_u, \rho_1, P_1) y el final en (V_f, R, p_f); m es negativo. El máximo valor del primer miembro de la ecuación (45) corresponde al mínimo denominador, es decir, l = L; \rho = R y V = V_f (final de la supercircunferencia) y, por tanto, teniendo en cuenta además la ecuación (7):

\frac{- 2 m R p_f}{R^2} = \frac{- 2 m p_f}{R} = \frac{14,4}{V_f} \tag{46}

sea:

$$m = \frac{7,2 R}{V \cdot p_r} \quad (47)$$

La ecuación (48), que limita $m = a_i/a_r$, junto con el cuadro 2, que limita a_r , y la ecuación (44), que limita a_i , son las condiciones que permiten elegir m , el parámetro que define la supercircunferencia.

Análogamente para el caso de aceleración desde (V_r, R, p_r) a V_a , la limitación de a_r por el cuadro 2 sigue siendo válida; la aceleración a_i está limitada por la expresión:

$$a \text{ ("g")} = 0,117 + \frac{V_r}{303} + \frac{V_a}{6667} - \frac{V_r \cdot V_a}{38770} \quad (48)$$

también derivada de estudios del autor; y la limitación (48) de m se transforma en:

$$m = \frac{7,2 R}{V \cdot P_r} \quad (49)$$

7. CONEXION CON ALINEACIONES RECTAS

La definición de curvatura dada por la ecuación (6) no permite llegar a radios de curvatura infinitos. Por lo tanto, el empalme con alineaciones rectas debe realizarse mediante clotoides que presenten una tangente común con la supercircunferencia, además de la misma curvatura ρ en el punto de contacto. Naturalmente, estas clotoides corresponden a velocidad constante V_r .

8. EJEMPLO DE APLICACION

Sea, por ejemplo, un ramal de enlace tipo lazo, en el que se admite una velocidad específica de 40 Km/h y un peralte máximo del 8 por 100. El radio se elige igual a $R = 40 \text{ m}$ y, por tanto, $a_r = \frac{40^2}{127 \times 45} - \frac{8}{100} = 0,200$ y, por tanto, $a_i = 0,23 = a_r$ máx. (cuadro 2).

Ante todo, la curvatura en el punto de $V = 100$ kilómetros por hora será, por la ecuación (9):

$$\rho_{100} = \frac{(100^2/127) - (8/100) \times 45}{0,200} = 375,701 \text{ m}$$

y el peralte, por la ecuación (7):

$$P_{100} = \frac{45 \times 8}{375,701} = 0,96 \%$$

Estudiemos primero el caso de deceleración. La máxima a_r está dada por la ecuación (45) y vale:

$$-a_r = 0,184 + \frac{100}{317} + \frac{40}{188} - \frac{4000}{36774} = 0,603 \text{ "g"}$$

pero por otro lado, para la ecuación (47):

$$-m = \frac{-a_r}{0,200} = \frac{7,2 \times 45}{40 \times 8} = 1,013$$

luego:

$$-a_i = 0,200 \times 1,013 = 0,203 \text{ "g"}$$

Adoptaremos, pues, los valores $a_i = -0,203$ y $m = -1,013$, que resultan en:

$$\text{(ec. 1): } L = \frac{100^2 - 40^2}{254 \times 0,203} = 163,229 \text{ m}$$

(ec. 14):

$$\varphi_{100} = \frac{(375,701/45)}{2 \times 1,013} = 1,0474 \text{ rad} = 66,6827^\circ$$

$$\text{(ec. 29): } X_{100} = 147,822 \text{ m}$$

$$\text{(ec. 30): } Y_{100} = 53,724 \text{ m}$$

$$\text{(ec. 40): } x_{100} = 108,845 \text{ m}$$

$$\text{(ec. 41): } \Delta R = 31,214 \text{ m}$$

Para conectar esta supercircunferencia con una alineación recta haría falta una clotoide tal, que para $a_r = 0,200$, J fuera menor que $0,4 \text{ m/seg}^2$, o sea, $L = \frac{100 \times 0,200}{2,725 - 0,4} = 136,250 \text{ m}$. Por lo tanto, su parámetro será:

$$A = \sqrt{136,250 \times 375,701} = 226,250 \text{ m}$$

Es interesante constatar que entre la clotoide y la supercircunferencia, el giro de acimut necesario para pasar de una recta a 100 Km/h al lazo con 40 Km/h es de $11,547 + 66,6827 = 78,2264^\circ$; que el retraqueo total del centro de la circunferencia

Program Listing

COMMENTS		STEP	KEY ENTRY	KEY CODE	COMMENTS	STEP	KEY ENTRY	KEY CODE	COMMENTS	STEP	KEY ENTRY	KEY CODE	COMMENTS
0001	21 16 11	001	STOC	35 13		113	STOC	35 13		170			
0002	35 11	002	PRTX	-14		114	X*Y	-41					
0003	35 11	003	PRTX	-14		115	1/X	52					
0004	21 11	004	PRTX	-14		116	CSB2	23 02					
0005	35 12	005	STOC	35 13		117	1/X	52					
0006	36 00	006	PRTX	-14		118	STOC	35 14					
0007	35 11	007	PRTX	-14		119	STOC	36 00					
0008	36 11	008	PRTX	-14		120	X	-35					
0009	35 11	009	PRTX	-14		121	X	-35					
0010	35 12	010	STOC	35 13		122	X	-35					
0011	36 11	011	PRTX	-14		123	X	-35					
0012	35 11	012	PRTX	-14		124	X	-35					
0013	35 12	013	STOC	35 13		125	STOC	35 12					
0014	36 00	014	PRTX	-14		126	STOC	35 12					
0015	36 00	015	PRTX	-14		127	STOC	35 12					
0016	36 00	016	PRTX	-14		128	STOC	35 12					
0017	36 00	017	PRTX	-14		129	STOC	35 12					
0018	36 00	018	PRTX	-14		130	STOC	35 12					
0019	36 00	019	PRTX	-14									
0020	36 00	020	PRTX	-14									
0021	36 00	021	PRTX	-14									
0022	36 00	022	PRTX	-14									
0023	36 00	023	PRTX	-14									
0024	36 00	024	PRTX	-14									
0025	36 00	025	PRTX	-14									
0026	36 00	026	PRTX	-14									
0027	36 00	027	PRTX	-14									
0028	36 00	028	PRTX	-14									
0029	36 00	029	PRTX	-14									
0030	36 00	030	PRTX	-14									
0031	36 00	031	PRTX	-14									
0032	36 00	032	PRTX	-14									
0033	36 00	033	PRTX	-14									
0034	36 00	034	PRTX	-14									
0035	36 00	035	PRTX	-14									
0036	36 00	036	PRTX	-14									
0037	36 00	037	PRTX	-14									
0038	36 00	038	PRTX	-14									
0039	36 00	039	PRTX	-14									
0040	36 00	040	PRTX	-14									
0041	36 00	041	PRTX	-14									
0042	36 00	042	PRTX	-14									
0043	36 00	043	PRTX	-14									
0044	36 00	044	PRTX	-14									
0045	36 00	045	PRTX	-14									
0046	36 00	046	PRTX	-14									
0047	36 00	047	PRTX	-14									
0048	36 00	048	PRTX	-14									
0049	36 00	049	PRTX	-14									
0050	36 00	050	PRTX	-14									
0051	36 00	051	PRTX	-14									
0052	36 00	052	PRTX	-14									
0053	36 00	053	PRTX	-14									
0054	36 00	054	PRTX	-14									
0055	36 00	055	PRTX	-14									
0056	36 00	056	PRTX	-14									
0057	36 00	057	PRTX	-14									
0058	36 00	058	PRTX	-14									
0059	36 00	059	PRTX	-14									
0060	36 00	060	PRTX	-14									
0061	36 00	061	PRTX	-14									
0062	36 00	062	PRTX	-14									
0063	36 00	063	PRTX	-14									
0064	36 00	064	PRTX	-14									
0065	36 00	065	PRTX	-14									
0066	36 00	066	PRTX	-14									
0067	36 00	067	PRTX	-14									
0068	36 00	068	PRTX	-14									
0069	36 00	069	PRTX	-14									
0070	36 00	070	PRTX	-14									
0071	36 00	071	PRTX	-14									
0072	36 00	072	PRTX	-14									
0073	36 00	073	PRTX	-14									
0074	36 00	074	PRTX	-14									
0075	36 00	075	PRTX	-14									
0076	36 00	076	PRTX	-14									
0077	36 00	077	PRTX	-14									
0078	36 00	078	PRTX	-14									
0079	36 00	079	PRTX	-14									
0080	36 00	080	PRTX	-14									
0081	36 00	081	PRTX	-14									
0082	36 00	082	PRTX	-14									
0083	36 00	083	PRTX	-14									
0084	36 00	084	PRTX	-14									
0085	36 00	085	PRTX	-14									
0086	36 00	086	PRTX	-14									
0087	36 00	087	PRTX	-14									
0088	36 00	088	PRTX	-14									
0089	36 00	089	PRTX	-14									
0090	36 00	090	PRTX	-14									
0091	36 00	091	PRTX	-14									
0092	36 00	092	PRTX	-14									
0093	36 00	093	PRTX	-14									
0094	36 00	094	PRTX	-14									
0095	36 00	095	PRTX	-14									
0096	36 00	096	PRTX	-14									
0097	36 00	097	PRTX	-14									
0098	36 00	098	PRTX	-14									
0099	36 00	099	PRTX	-14									
0100	36 00	100	PRTX	-14									

Figura 3.

es de 62,809 m, y su abscisa respecto de la tangente de entrada (fig. 1) es de 230,119 m.

En el caso de aceleración, el valor máximo de a , sería dado por la ecuación (48), igual a 0,161; con lo que $m = 0,161/0,200 = 0,804$, ligeramente inferior en valor absoluto al correspondiente al caso de deceleración. Consiguientemente:

$$(ec. 1): \quad L = 205,660 \text{ m}$$

$$(ec. 14): \quad \varphi_i = 84,0169^\circ$$

$$(ec. 29): \quad X_i = 123,171 \text{ m}$$

$$(ec. 30): \quad Y_i = 149,721 \text{ m}$$

$$(ec. 40): \quad x_{ii} = -240,752 \text{ m}$$

$$(ec. 41): \quad \Delta R = -132,643 \text{ m}$$

La clotoide, en cambio, es la misma, para empalmar con la alineación recta a partir de $V = 100$. El giro de acimut necesario para pasar del lazo con 40 Km/h a una recta con 100 Km/h es de $95,5606^\circ$. El retraqueo total del centro de la circunferencia es ahora de 78,791 m, y su abscisa respecto de la tangente de salida (fig. 2) es de 248,852 m.

9. PROGRAMA DE CALCULO

Para facilitar el cálculo y replanteo de la supercircunferencia se ha preparado un programa para microordenador Hewlett-Packard HP-97, del que se acompaña copia del listado (fig. 3).

La constante $2m$ se introduce previamente en

el registro 0. Los datos pueden venir en dos formatos distintos:

- Longitud total de la supercircunferencia: ENT.
- Radio de curvatura en el punto inicial: $f A$.

O bien:

- Angulo total de giro del acimut (g): ENT.
- Radio de curvatura en el punto final: B .

En todo caso el formato de salida es el siguiente:

- Radio en el origen.
- Longitud total de la supercircunferencia.
- Radio de curvatura en el final.
- Angulo de giro del acimut (g).
- Abscisa del final.
- Ordenada del final.
- Módulo del final, dado el origen.
- Argumento del final, respecto a la tangente por el origen (g).
- Abscisa del centro del círculo final x_{ii} .
- Retranqueo del mismo centro ΔR .
- Distancia entre centros de círculo inicial y final.
- Angulo de la recta que une los centros inicial y final con la tangente en el origen (g).

Para replanteo, basta con introducir la distancia al origen y teclear A , para volver a obtener el formato de salida, referido esta vez al punto replanteado, a su tangente y círculo osculador.