

Una contribución a la estática de las estructuras tubulares desmontables^(*)

Por JUAN J. FEAS ESTEBAN

Dr. Ingeniero de Montes.

El carácter no permanente que con frecuencia tienen las estructuras tubulares desmontables no exime de prestar a su concepción y posterior ejecución el mismo rigor que corresponde a cualquier tipo de estructuras. En este trabajo se estudia el cálculo de estas estructuras, estableciéndose interesantes conclusiones para su proyecto.

COLEGIO INGENIEROS DE CAMIN
BIBLIOTECA

1. INTRODUCCION

El Proyecto de las Estructuras Tubulares Desmontables, su cálculo y ejecución, son a menudo objeto de un tratamiento superficial por su carácter de estructuras no permanentes a que con frecuencia se destinan. Sin embargo, la responsabilidad de su utilización como cimbras o estructuras para uso público hace que deba prestarse a su concepción y posterior ejecución el mismo rigor que corresponde a cualquier otro tipo de estructuras.

Las dificultades que esto lleva consigo provienen de su carácter espacial, lo que hace difícil intuir el comportamiento real del conjunto estructural y el cálculo analítico de sus elementos individuales y en conjunto es tarea ardua, en ocasiones prácticamente imposible, ni siquiera con el uso de ordenadores.

Para el cálculo de este tipo de estructuras se formulan hipótesis simplificadoras, según los supuestos siguientes:

1. Descomposición de la malla espacial en entramados planos, cuya resistencia y estabilidad se establece con independencia de su conexión a los entramados contiguos.

2. Simplificación de los tipos de unión de las barras entre sí. Los nudos se tratan como articulaciones perfectas, sin considerar el grado de entramamiento que las grapas de unión confieren a estos nudos.

Estas hipótesis permiten de forma racional

(*) Se admiten comentarios sobre el presente artículo, que pueden remitirse a la Redacción de esta Revista, hasta el 30 de junio de 1980.

abordar el proyecto del lado de la seguridad. Sin embargo, esta seguridad llevada a grados excesivos, puede resultar incompatible con el Principio de Economía que debe orientar toda obra de Ingeniería.

Por otra parte, el proyecto de una Estructura Tubular Desmontable, no constituye un problema de dimensionamiento.

Las características geométricas y mecánicas de las barras están fijadas «a priori», y el proyecto está encaminado a conseguir una distribución de las barras que haga compatible la economía con la debida resistencia y estabilidad de la estructura.

Este trabajo pretende aportar a estos fines una contribución original.

2. DENOMINACIONES Y SIMBOLOS

2.1. Barras.

Pie derecho. — Barra vertical destinada a transmitir directamente una carga sobre una superficie de apoyo.

Horizontal. — Barra destinada a unir pies derechos en el sentido longitudinal de una estructura, manteniéndolos a una distancia fija entre sí.

Pasante. — Barra destinada a unir pies derechos en sentido transversal de una estructura. Se disponen perpendicularmente a las horizontales.

Diagonal. — Barra destinada a la triangulación del conjunto plano formado por dos pies derechos y dos horizontales o pasantes.

Pie intercalar. — Pie derecho conectado a horizontales o pasantes por un nudo simple.

2.2. Elementos de unión.

Acoplador □. — Pieza que permite la conexión en ángulo recto de dos barras.

Nudo. — Punto de concurrencia de barras conectadas por acopladores.

Nudo simple ⊙. — Punto de concurrencia de dos barras conectadas por un solo acoplador.

Nudo doble ⊗. — Punto de concurrencia de tres barras conectadas por dos acopladores.

En las figuras 1 y 2 se representa un nudo doble en forma esquemática y simbólica respectivamente.

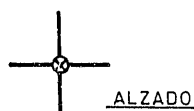
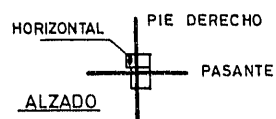


Figura 1.

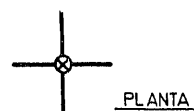
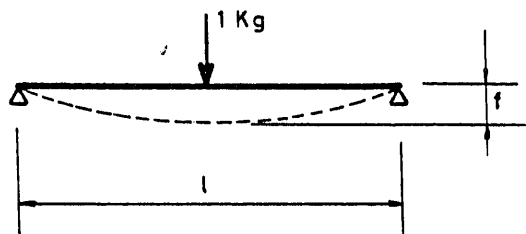


Figura 2.

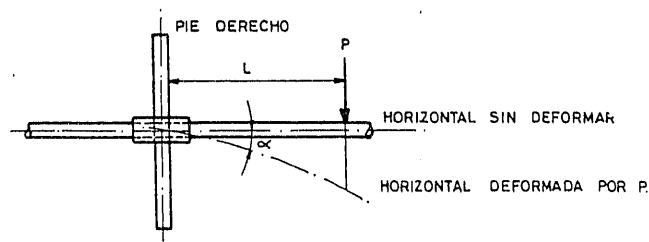
3. CARACTERISTICAS DE LOS ELEMENTOS

3.1. Barras.

Diámetro exterior	4,8 cm.
Diámetro interior	4,2 cm.
Sección	4,24 cm ²
Momento de inercia	10,78 cm ⁴
Rigidez	$\frac{1}{f} \cdot \text{Kg mm}^{-1}$



3.2. Acopladores.



Coeficiente de torsión elástica:

$$\varepsilon = \frac{\alpha}{P \cdot L} \text{ rad. mm}^{-1} \text{ Kg}^{-1}$$

En este trabajo se considera:

$$\varepsilon = 4 \cdot 10^{-7} \text{ rad. mm}^{-1} \text{ Kg}^{-1}$$

4. ANALISIS DE LAS CARGAS ADMISIBLES SOBRE PIES INTERCALARES

4.1. La figura 3 representa en alzado un entramado plano de pies derechos y horizontales de una estructura tubular.

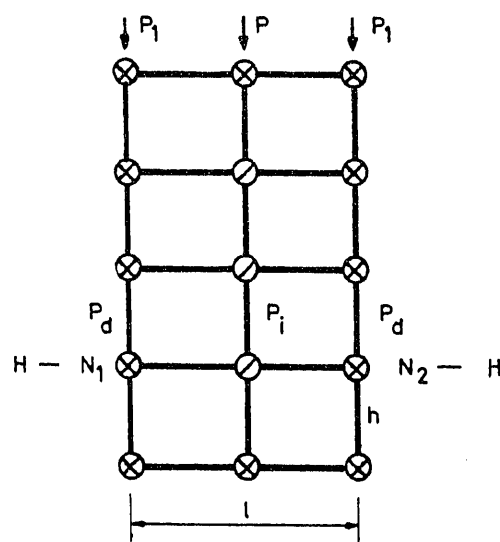


Figura 3.

Los pies derechos se fijan mediante nudos dobles constituidos por una horizontal en el plano de la figura y una pasante en el plano perpendicular.

Con la hipótesis simplificadora que hemos enunciado, los nudos dobles pueden considerarse

UNA CONTRIBUCION A LA ESTATICA DE LAS ESTRUCTURAS TUBULARES

como articulaciones y, por tanto, la longitud de pandeo es h . La carga crítica es la de Euler:

$$P_c = \frac{\pi^2 E I}{h^2}$$

En estructuras muy cargadas la utilización de pies intercalares conduce a apreciables economías de material. Estos pies se fijan mediante nudos simples N' en un solo plano a horizontales. Si un pie intercalar se carga en punta con una fuerza P , la deformación deberá producirse por pandeo en un plano perpendicular a la figura. En dicho plano la única fuerza que se opone al pandeo en el nivel H es la originada por la rigidez k de la horizontal, fija en el espacio por los nudos dobles N_1 y N_2 .

4.2. Cargas críticas.

Los valores críticos de la carga p pueden analizarse considerando el pie intercalar como una viga continua de sección constante, apoyada rígidamente en sus extremos y con apoyos elásticos intermedios, espaciados h y de la misma rigidez (figura 4). La rigidez de estos apoyos es la rigidez k de la barra en cada nivel H .

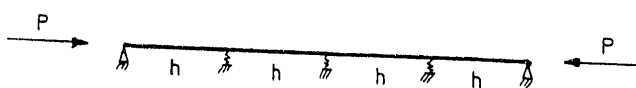


Figura 4.

La rigidez mínima necesaria K_{II} para que los apoyos se comporten como completamente rígidos, viene dada por la ecuación:

$$K_{II} = \frac{P_c}{\beta h} = \frac{\pi^2 E I}{\beta h^3} \quad (a)$$

En la ecuación (a), β es un coeficiente numérico, función del número de vanos n . Los valores de β se deducen de la tabla 1:

Para $h = 1,80$ m utilizado habitualmente en este tipo de estructuras, los valores de K_{II} , deducidos de la ecuación (a) vienen dados por:

$$K_{II} = \frac{3,831}{\beta} \text{ Kg mm}^{-1}$$

se recogen en la tabla 2:

Un aumento de la rigidez del apoyo $K > K_{II}$ no merece influencia sobre el pandeo.

Para valores de la rigidez $K < K_{II}$, la carga crítica es:

$$P = \beta K h \quad (b)$$

4.3. Rigidez de las barras.

Como se ha indicado, la rigidez de una barra se define como la relación entre una fuerza unidad aplicada en un punto y la deformación (flecha) f en el punto de aplicación de la fuerza.

4.3.1. Si la fuerza está aplicada en el punto medio de una barra de longitud l y no existe coacción al giro libre de los nudos dobles extremos de la barra, ésta puede considerarse como simplemente apoyada.

La rigidez en este caso será:

$$K = \frac{48 E I}{l^3} \quad (c)$$

En la tabla 3 están recopilados los valores de K para los valores de l más usuales:

Los valores de K que corresponden a otros valores de l pueden deducirse de la figura 5.

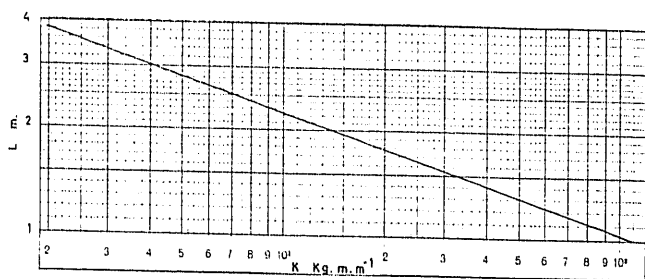


Figura 5.

Los valores límites de l , es decir, los valores a partir de los cuales la carga crítica es menor que la de Euler y viene dada por la ecuación (b), se obtiene igualando las ecuaciones (a) y (c):

$$l = 1,6942 \cdot \sqrt[3]{\beta \cdot h} \quad (d)$$

De la ecuación (e), para $h = 1,80$ m se deducen los siguientes valores de l que aparecen en la tabla 4:

De la ecuación (d), para $h = 1,80$ m se deducen $l = 1,80$ m, se obtienen los valores de las cargas admisibles para pies intercalares que aparecen en la tabla 5. El coeficiente de seguridad adoptado es $\gamma = 2,5$.

4.3.2. Si la distribución de las cargas así lo exige, el pie intercalar puede situarse en un punto

UNA CONTRIBUCION A LA ESTATICA DE LAS ESTRUCTURAS TUBULARES

TABLA 1

n	1	2	3	4	5	6	7	9	11	11
β	1	0,5	0,333	0,293	0,276	0,268	0,263	0,258	0,255	0,25

TABLA 2

n	1	2	3	4	5	6	7	9	11	11
K_n	3,83	7,66	11,50	13,07	13,87	14,29	14,56	14,84	15,01	15,32

TABLA 3

l (m)	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5	2,75	3
K	108,7	55,74	32,25	20,28	13,59	9,54	6,96	5,22	4,02

TABLA 4

n	1	2	3	4	5	6	7	9	11	>11
l (m)	3,04	2,42	2,11	2,02	1,98	1,96	1,95	1,94	1,93	1,92

TABLA 5. — Cargas admisibles para pies intercalares. (Altura de tramada: 1,80 m.)

$l \backslash n$	1	2	3	4	5	6	7	9	11	+ de 11
2	—	—	—	—	2.700	2.622	2.573	2.524	2.495	2.466
2,25	—	—	2.287	2.064	1.895	1.841	1.806	1.772	1.752	1.717
2,5	—	2.505	1.668	1.468	1.383	1.343	1.318	1.293	1.278	1.253
2,75	—	1.879	1.251	1.101	1.037	1.007	989	970	958	940
3	—	1.447	963	848	799	776	761	747	738	724

Para $l < 2$ la carga admisible es la de los pies ordinarios.

n : Número de vanos verticales entre tramadas.

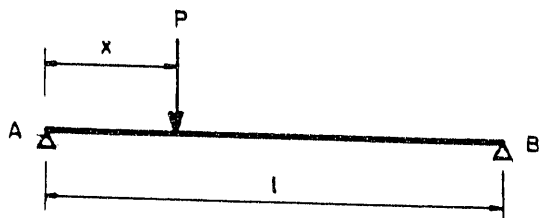
l : Distancia entre pies ordinarios.

Cargas en kilogramos.

UNA CONTRIBUCION A LA ESTATICA DE LAS ESTRUCTURAS TUBULARES

de la horizontal o pasante distinto del punto medio. Se supone, como en el caso anterior, que la horizontal está simplemente apoyada en los nudos dobles de los pies ordinarios contiguos.

En este caso, la deformación de la horizontal en el punto de intersección del pie intercalar quedará el punto de intersección del pie nitercalar quedará modificada y, como consecuencia, también cambia la rigidez de la horizontal y la carga admisible sobre el pie.



Para una carga P a una distancia x del apoyo izquierdo A, la flecha en x viene dada por:

$$f = \frac{P \cdot l \cdot x \cdot (l - x)}{6 E I} \left[1 - \frac{x^2}{l^2} - \frac{(x - l)^2}{l^2} \right]$$

La rigidez de la pasante para $P = 1$ Kg será:

$$K = \frac{3 \cdot E \cdot I \cdot l}{x^2 (l - x)^2} \quad (e)$$

que coincide con la definida en la ecuación (c) en el caso en que $x = l/2$.

Si en la ecuación (e) hacemos $x = d \cdot l$, siendo d un coeficiente adimensional definido en el intervalo $0 < d \leq 0,5$ esta ecuación se transforma en:

$$K = \frac{3 \cdot E \cdot I}{l^3 d^2 (1 - d)^2} \quad (f)$$

Los valores de K en $\text{Kg} \cdot \text{mm}^{-1}$ deducidos de la ecuación (f) aparecen en la tabla 6 de doble entrada.

TABLA 6

$d \backslash l$	2	2,25	2,5	2,75	3
0,4	14,75	10,36	7,55	5,67	4,37
0,3	19,32	13,17	9,89	7,43	5,72
0,2	33,19	23,31	17,00	12,77	9,84
0,1	104,90	73,65	53,70	40,34	31,07

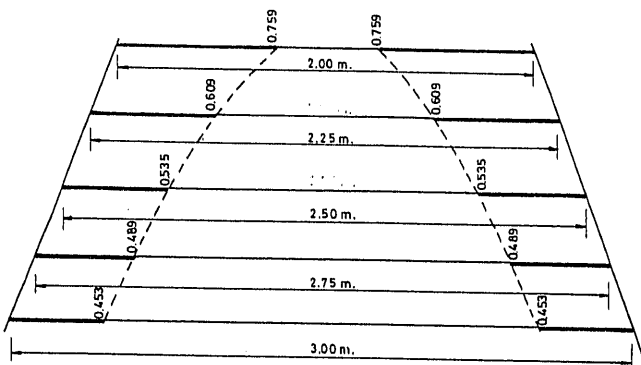
Para cualquier valor de l y d la rigidez K de la pasante deducida de la tabla 6 o directamente de la ecuación (f) permite la obtención de la carga crítica sobre el pie intercalar por aplicación de la ecuación (b). Esta carga crítica es función también del coeficiente β obtenido de la tabla 1.

De interés práctico puede resultar la obtención de las zonas de seguridad en una determinada horizontal, es decir, la máxima distancia a los extremos en que puede colocarse un pie intercalar sin deducción de la carga crítica, en relación con los pies ordinarios situados en sus extremos. En este caso, la rigidez K de la ecuación (f) será la máxima $K_{\text{máx}}$ deducida de la tabla 2. La ecuación en d resultante para diferentes valores de l , conduce a los valores que se dan en la tabla 7.

TABLA 7

$d_s \backslash l(a)$	2	2,25	2,5	2,75	3
	0,3795	0,271	0,214	0,178	0,151

Las distancias de seguridad correspondientes, se indican en el gráfico siguiente:



4.3.3. La hipótesis de extremos apoyados sujeta en el desarrollo de los apartados 4.3.1 y 4.3.2. puede considerarse válida cuando los nudos dobles N_1 y N_2 (fig. 3) no coaccionan el giro de los extremos de la barra.

En efecto: En los nudos N_1 y N_2 ejecutados en la forma habitual, la horizontal y pasante están unidas al pie derecho y los acopladores de conexión

no impiden la rotación de cualquiera de ellas con respecto a dicho pie.

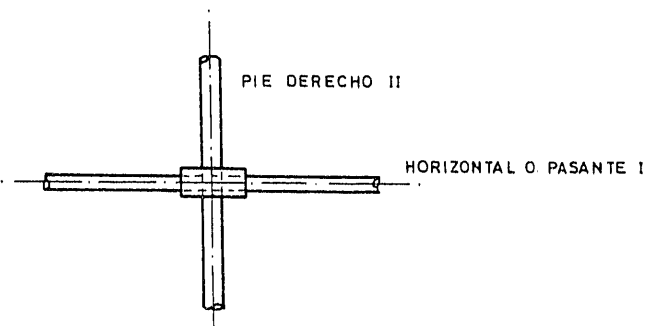


Figura 6.

En la figura 6, la rotación de la barra I alrededor de la barra II puede considerarse como un movimiento libre. La única oposición al giro podría venir dada por el rozamiento entre acoplador y pie derecho, función del apriete del acoplador y de incierta evaluación por ser prácticamente incontrolable. Por otra parte, para el mismo grado de apriete, el estado de las superficies en contacto puede modificar sustancialmente el valor del rozamiento y la oposición al giro.

Sin embargo, en el plano de las barras I y II el acoplador que las une puede considerarse como un nudo elástico cuya rigidez es función del coeficiente de torsión ϵ del acoplador definido en 3.2.

Por tanto, si las pasantes que concurren en los nudos N_1 y N_2 se conectan con acoplador a las horizontales correspondientes y no a los pies derechos, en el plano de ambas el conjunto puede considerarse empotrado elásticamente en el nudo, lo que modificará sustancialmente la rigidez de la horizontal a la que se supone unido el pie intercalar,

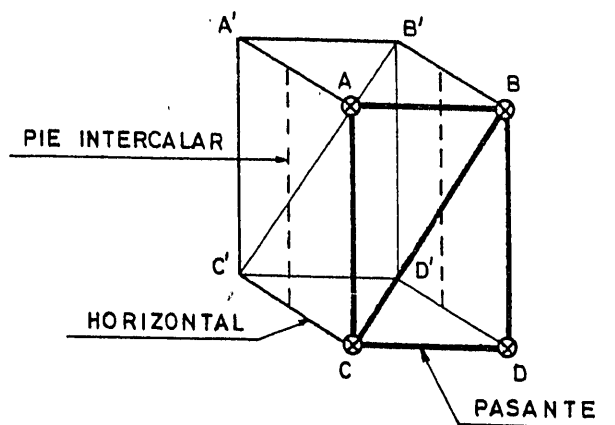


Figura 7.

con el correspondiente incremento de la capacidad de carga de éste. Esta disposición no altera, en cambio, la carga crítica de los pies ordinarios que se suponen, como hemos indicado, articulados en los nudos dobles N_1 y N_2 .

Idéntico efecto puede esperarse de la conexión de las diagonales de arriostramiento con las horizontales.

En la figura 7 las diagonales B C y B' C' que impiden la deformación de los marcos A B C D y A' B' C' D', necesarias para la estabilidad del conjunto, materializan en su plano el marco B B' C C', en el cual los nudos deben considerarse como empotrados elásticamente con el efecto complementario de un aumento de la rigidez de las horizontales B B' y C C'.

En ambos casos, sin aumento del número de barras, se conseguirá un incremento de la capacidad de carga de la estructura.

Para el estudio de la variación de la rigidez de una barra por efecto del empotramiento elástico de los apoyos analizamos el marco de la figura 8.

Las barras A B y C D son horizontales en cuyo punto medio se conecta un pie intercalar. A C y B D son pasantes o diagonales. La deformación de las barras A B y C D como consecuencia del pandeo por flexión de los pies intercalares P_1 y P_2 tiene lugar en los planos perpendiculares a A B y C D por P_1 y P_2 respectivamente.

Las posibles deformaciones del marco por efecto de una fuerza P en P_1 y P_2 se representa en la figura 9.

En los casos I y II las deformaciones son iguales en módulo (f) y de sentidos opuestos. Análogamente ocurre en los casos III y IV en que el módulo

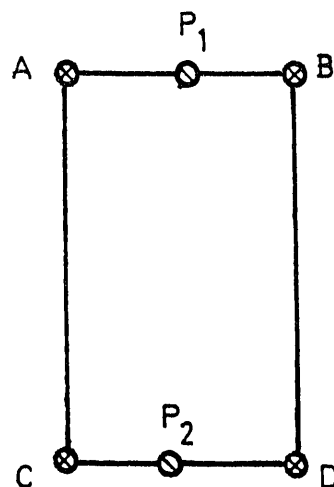


Figura 8.

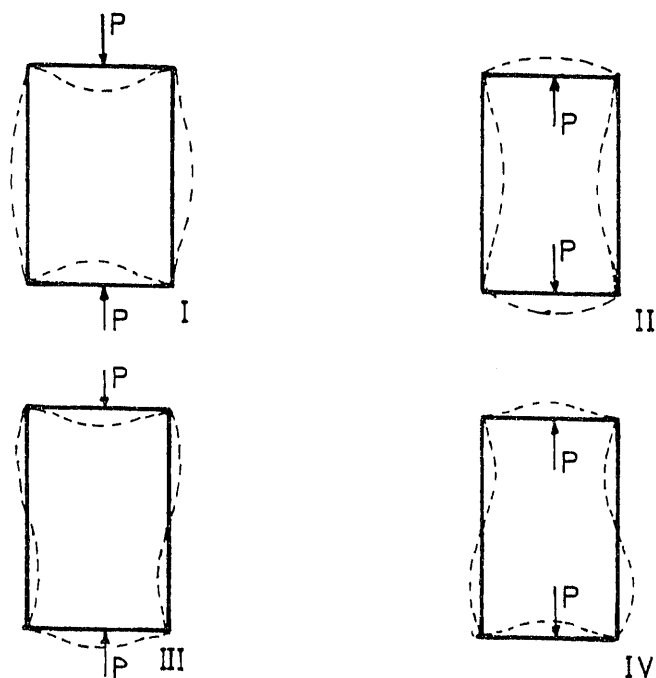


Figura 9.

de la deformación es f_1 . Evidentemente, $f < f_1$. Por tanto, realizamos el estudio en el estado de carga I.

El marco A B C D, en el cual los nudos son empotramientos elásticos la rigidez de las barras A B y C D es inversa de las flechas en P_1 y P_2 por efecto de la carga $P = 1$ Kg. El cálculo de esas flechas

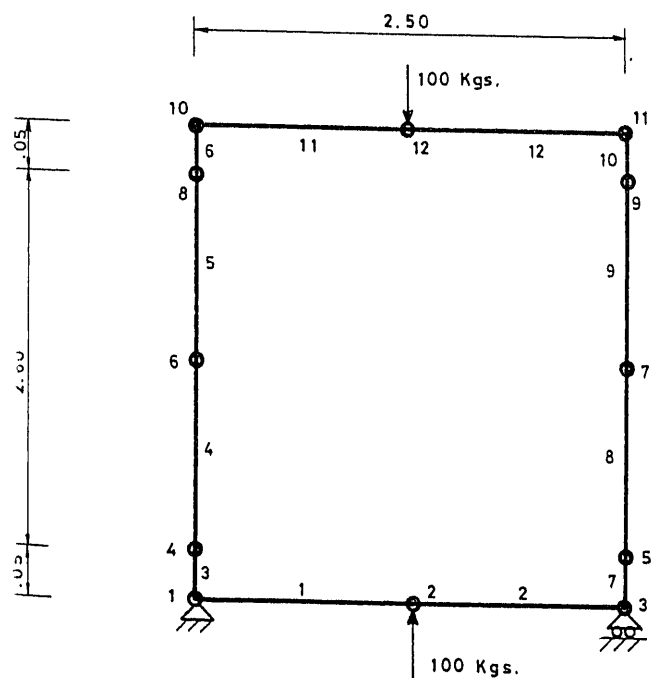


Figura 10.

se realiza con ayuda de un ordenador Siemens, modelo 7.730.

En la figura 10 se representa el marco tipo utilizado para el cálculo con la numeración de barras y nudos. El programa desarrolla el caso de un marco con nudos rígidos.

La elasticidad de los nudos 1, 3, 10 y 11 debida a los acopladores de conexión en la estructura original se tiene en cuenta por introducción de las barras 3, 7, 6 y 10, cuya rigidez es equivalente a la de dichos acopladores.

Los resultados del cálculo se dan en el anexo I.

Para el estudio de la posible influencia en la variación de la rigidez de la horizontal como consecuencia de la continuidad de pasantes o diagonales se realiza asimismo el cálculo de deformación en el marco tipo que se representa en la figura 11.

Los resultados del mismo se dan en el anexo II.

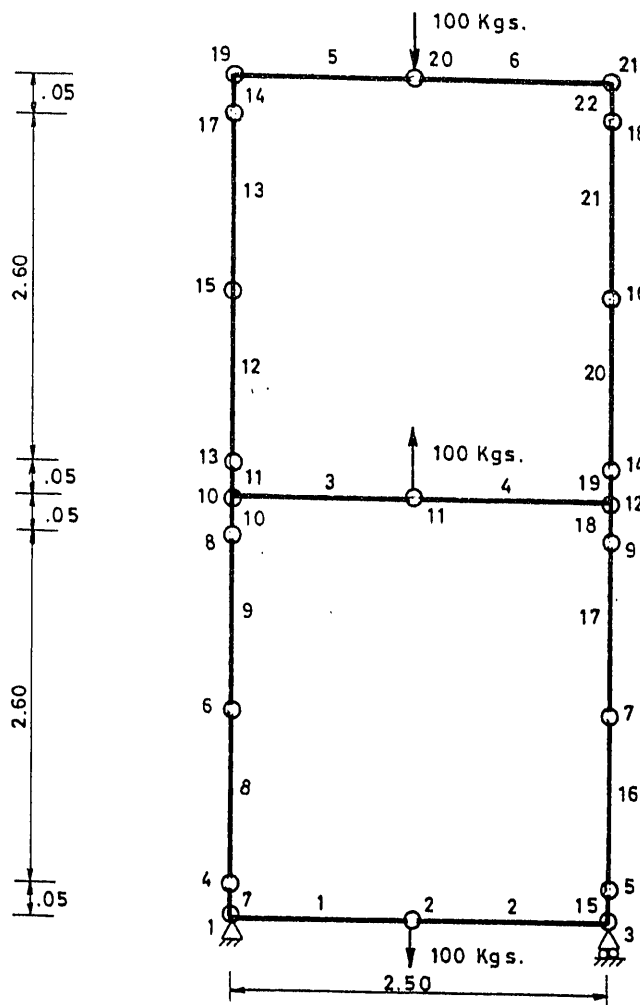


Figura 11.

UNA CONTRIBUCION A LA ESTATICA DE LAS ESTRUCTURAS TUBULARES

Para el análisis de los resultados, se recoge en la tabla 8, la rigidez de las horizontales para distintos valores de I en los supuestos I y II correspondientes a extremos elásticamente empotrados y III en el supuesto de extremos apoyados.

TABLA 8

	2,25	2,5	2,75	3
I	12,77	9,54	7,34	5,78
II	—	9,72	—	—
III	9,54	6,96	5,22	4,02
I/III	1,338	1,370	1,406	1,438

De la tabla 8 pueden deducirse los resultados siguientes:

1.º El incremento de la rigidez de las horizontales entre el 33,8 por 100 y el 43,8 por 100 en los casos estudiados.

2.º La escasa influencia de la continuidad de las pasantes y diagonales en el incremento de la rigidez de las horizontales.

3.º La variación prácticamente lineal del incremento de la rigidez de las horizontales con la distancia entre apoyos de éstos.

BIBLIOGRAFIA

1. TH. COPPEL y J. J. COULON: "Echafaudages tubulaires".
2. S. TIMOSHENKO: "Teoría de la estabilidad elástica".
3. W. B. KLEMPLERER: "Pandeo de barras sobre apoyos elásticos".