

METODOS ESPECTRALES DE PREVISION DE OLAJE. ESTUDIO COMPARATIVO(*)

Por MIGUEL A. LOSADA

Dr. Ing. de Caminos, Canales y Puertos.

LUIS TEJEDOR MARTINEZ

Dr. en Ciencias Físicas.

MIGUEL A. CORNIERO

JOSE L. TEJERIA

Alumnos de 5.º curso de la E.T.S.I.C.C.P.
de Santander.

Existe un gran número de trabajos realizados en el campo del oleaje, especialmente en el terreno de la previsión asociada a la escuela espectral. En este primer artículo se comparan los resultados obtenidos a partir de diferentes espectros de energía para oleaje totalmente desarrollado y para oleaje parcialmente desarrollado con valores crecientes del fetch. Además se revisa el concepto de espectro de energía de oleaje, contemplado éste como un proceso estocástico. Los resultados obtenidos aconsejan limitar la utilización del espectro de oleaje totalmente desarrollado al rango de velocidades de viento comprendidas entre 7 y 20 m/seg. Las dispersiones encontradas entre los diferentes métodos de previsión de oleaje parcialmente desarrollado sugieren realizar medidas de corta duración en el punto de previsión a fin de tarar el método utilizado. A este artículo seguirá otro, en el cual se compararán los resultados obtenidos por diferentes métodos de previsión, para un temporal, con las medidas efectuadas del mismo.

1. INTRODUCCION

En los últimos años, el mundo ha demostrado un interés creciente hacia las actividades oceanográficas, no siendo España ajena a este movimiento. Estas actividades están supeditadas, en su mayor parte, al conocimiento de la dinámica marina, en especial del oleaje. Los científicos, investigadores e ingenieros se han entregado al estudio del oleaje, a fin de proporcionar criterios y métodos para el entendimiento y la previsión del oleaje.

Los estudios del oleaje, tal y como hoy se realizan, se puede decir que nacieron durante la Segunda Guerra Mundial, con los investigadores Sverdrup y Munk, al recibir el encargo de las fuerzas aliadas de hacer la previsión de oleaje durante el día del desembarco en las costas de Normandía.

El método de Sverdrup y Munk (1947) introduce relaciones entre los conceptos de altura de ola significativa, H_s , duración del oleaje t , fetch, F , peralte de la ola (altura de ola/longitud de ola), δ , edad del oleaje (celeridad/velocidad del viento), β , asociadas a las fracciones adimensionales $g \cdot F/u^2$, $g \cdot t/u$, donde g es la aceleración de la gravedad y u la velocidad del viento generador. Determinada una de las dos fracciones adimensionales, se puede encontrar δ o β estimándose a partir de una de ellas H y c (altura de ola y celeridad). Años más tarde, Bretschneider revisa y completa este método, conocido a partir de entonces como método SMB o de la ola significativa.

(*) Se admiten comentarios sobre el presente artículo, que pueden remitirse a la Redacción de esta revista hasta el 31 de agosto de 1977.

En 1952, Longuet-Higgins presenta un estudio de las propiedades estadísticas de la altura de ola de un registro de oleaje de espectro de banda estrecha, donde se obtienen relaciones numéricas entre la altura de ola significativa, H_s , la altura probable, $H_{máx, N}$, en función de la varianza del registro del oleaje. También, en 1952, Pierson y Marks, adoptando los criterios de Rice para el estudio de ondas eléctricas, proponen un modelo de oleaje construido a base de superponer linealmente ondas de Airy, y cuya amplitud es proporcionalmente a la raíz cuadrada de una función denominada espectro de energía.

En 1956, Longuet-Higgins y Cartwright extienden los resultados obtenidos por el primero a cualquier estado de mar.

En 1953, Neumann propone un espectro de energía obtenido a partir de datos visuales del oleaje tomados desde barco en las costas de New Jersey. En 1952, Darbyshire publica dos expresiones de espectros de energía basados en medidas experimentales y visuales sobre plataforma costera inglesa. En 1956, Roll y Fisher, con criterios análogos a los de Neumann, pero con medidas efectuadas en el Mar del Norte, proponen una nueva forma del espectro de energía.

En 1955, Pierson, Neumann y James desarrollan una nueva técnica de previsión de oleaje basado en el concepto de espectro de energía. A partir de esta publicación, quedan definidos claramente dos métodos de previsión de oleaje, asociados a sus correspondientes escuelas, de la ola significativa y la espectral.

El avance en la medida instrumental del oleaje (1956, Tucker) proporciona nuevos datos para el estudio del crecimiento del oleaje y los espectros asociados a cada fase de desarrollo. En 1955, Darbyshire propone una nueva expresión para el espectro de energía en función del *fetch*. En 1959, Bretschneider aporta una formulación del espectro de energía para diferentes estados de desarrollo del oleaje, y cuya principal aplicación se centra a oleajes generados por ciclones y huracanes tropicales.

En 1957, Chase, en el proyecto SWOP obtiene una distribución direccional de la energía frecuencial. En 1960, Côté mide espectros direccionales a partir de fotografía aérea, mientras que Longuet-Higgins, en 1963, lo hace a partir de datos de boyas.

En 1964, Pierson y Moskowitz propone una forma de espectro de energía para oleaje totalmente desarrollado (O.T.D.), basado en la expresión obtenida por Kitai-gorodskii a partir del análisis dimensional y en medidas directas del oleaje.

En 1964, Suárez-Bores establece las bases del método integrado de previsión de oleaje, método que sigue la escuela espectral y utiliza el espectro de Pierson-Moskowitz. En 1971, Suárez-Bores, con la colaboración de Copeiro y Losada, aplican por primera vez el método para el puerto de Bilbao. En 1972, Suárez-Bores, con la colaboración de Losada y alumnos de 5º curso de la E.T.S.I.C.C.P. de Madrid, utilizan el método integrado para el cálculo de los regímenes de temporales en diez puertos de las costas españolas.

En 1973, Hasselmann y otros, como resultado del proyecto conjunto realizado por varios países en aguas del Mar del Norte, publican el espectro JONSWAP, válido para *fetchs* cortos y, por tanto, para oleaje parcialmente desarrollado (O.P.D.). En este espectro, algunas componentes se sobresaturan de energía para determinadas longitudes de *fetch*.

En 1976, Losada y Serrano presentan el método direccional de previsión de oleaje, método que sigue la escuela espectral y que tiene en cuenta los resultados obtenidos en el JONSWAP, así como la dirección de las componentes.

Desde el punto de vista teórico, en 1958, Phillips obtiene la forma del espectro de energía para frecuencias altas. Según Phillips, para esas frecuencias, el espectro alcanza un *rango de equilibrio*, el cual no puede ser superado. Las medidas de Burling (1955), Moskowitz (1964), Mitsuyasu (1970, 1972 y 1974) y otros parecen conformar este rango de equilibrio del espectro.

Actualmente se está trabajando intensamente en el entendimiento de la generación de oleaje y la definición de la función de origen o generadora. Una vez establecida ésta, el problema de la previsión será un problema resuelto. En 1969, Inoue publica un primer trabajo en este sentido. Las medidas JONSWAP han venido a recordar que si bien se conocen bastantes mecanismos de la generación, todavía se está lejos de la función origen. Desde Tucker (1956) no se ha dejado de medir en la mayor parte de los mares del mundo.

La breve exposición anterior muestra el gran número de trabajos realizados en el campo del oleaje, especialmente en el terreno de la previsión asociada a la escuela espectral. Este creciente volumen de información requiere trabajos en los cuales se den criterios para que el ingeniero ante un caso práctico sepa:

- Qué es un método de previsión de la escuela espectral.
- Qué información proporciona.
- Cuándo y cómo debe ser aplicado.
- Qué grado de aproximación obtendrá.

En este primer artículo se comparan los resultados obtenidos a partir de diferentes espectros de energía para oleaje totalmente desarrollado. Además, se comparan los resultados obtenidos por diferentes métodos de previsión de oleaje parcialmente desarrollado para valores crecientes de *fetch*. Previamente se hace una somera revisión de lo que es un espectro de energía de oleaje contemplando éste como proceso estocástico.

A este artículo seguirá otro, en el cual se comparan los espectros de energía de oleaje limitados por tiempo y *fetch*, obtenidos por diferentes métodos, con las medidas directamente de un temporal.

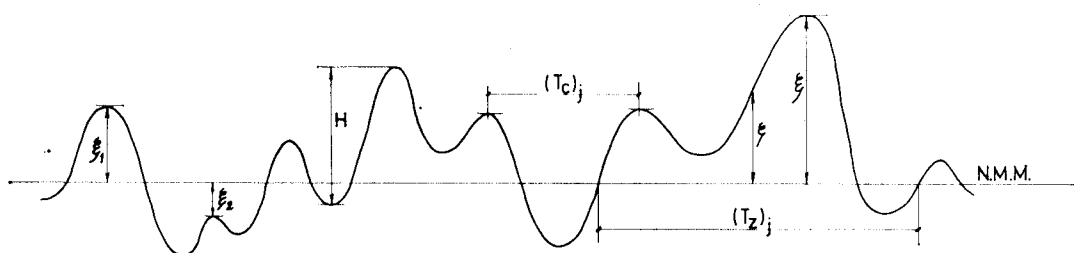


Fig. 1

2. EL OLEAJE COMO PROCESO ESTOCASTICO

El registro de los desplazamientos de la superficie libre del mar en un punto, a lo largo del tiempo, tendrá un aspecto semejante al de la figura 1. En esta figura se han representado los términos más representativos que sirven para definir las oscilaciones de corto período (uno a treinta segundos) de la superficie libre del mar, a saber:

N.M.M. = nivel medio del mar.

$H(t)$ = altura de ola, distancia en vertical, entre una cresta y el seno consecutivo.

$\zeta(t)$ = desplazamiento de la superficie del agua con respecto al nivel medio del mar.

$\xi(t)$ = desplazamiento máximo, cresta, puede ser positiva, ξ_1 , o negativa, ξ_2 .
 a = amplitud de la ola.

T_z = período de paso por cero, que se obtiene dividiendo la duración total del registro por el número de pasos de la superficie libre por el N.M.M.

T_c = período medio de cresta, que se obtiene dividiendo la duración total del registro por el número de crestas presentes en él.

En general, dichos desplazamientos, $\zeta(t)$, presentarán una apariencia caótica. Medido un desplazamiento determinado, no se puede decir cuál le va a seguir, por lo que estos desplazamientos no pueden ser predichos antes de su presentación. La superficie libre adquiere una apariencia cuasi-periódica cuando el oleaje ha abandonado el área de generación y se propaga por la plataforma costera. Aún en estos casos el modelo periódico de la superficie libre (onda senoidal, trocoidal, etcétera) dan una lejana representación de la realidad, el cual sea matemáticamente utilizable y que conserve el carácter aleatorio de la oscilación.

Medidos los desplazamientos de la superficie libre durante un cierto tiempo T_r , el registro constituirá una función muestral $\zeta(t)$. Si se conservan todas las condiciones que afectan a la generación de estos desplazamientos, transcurrido otro intervalo T_r , se habrá recogido otra muestra $\zeta_1(t) \neq \zeta(t)$. El conjunto de todas las muestras o funciones muestrales posibles $\{\zeta(t)\}$, es el espacio muestral del proceso estocástico, desplazamientos de la superficie libre del mar de corto período, $\zeta(t)$.

Se dice entonces, que el proceso estocástico representa un estado de mar. El valor de la función muestral en un instante t_1 , será una variable aleatoria $\zeta_k(t_1)$. Los valores de $\zeta_k(t_1)$, $k = 1$ a n constituyen un conjunto de n valores, de los cuales se pueden obtener los parámetros estadísticos que los representan, por los criterios clásicos de la estadística, tales como media, desviación típica, etc.

Si estos estadísticos no dependen del tiempo t_1 , elegido, se dice que el proceso es estacionario. En lo que sigue se considera exclusivamente este tipo de procesos.

Los parámetros estadísticos temporales que definen la función muestral, $\zeta_k(t)$, vienen dados por:

$$\langle \zeta^n_h \rangle = \lim_{T_r \rightarrow \infty} \frac{1}{T_r} \int_0^{T_r} [\zeta_k(t)]^n \cdot dt \quad (1)$$

La media muestral temporal $\langle \xi \rangle$ y el valor medio cuadrático temporal $\langle \xi^2 \rangle$, se obtienen para los valores de $n = 1$ y 2 , respectivamente. La varianza temporal de la función muestral se define como:

$$\sigma_k^2 = \lim_{T_r \rightarrow \infty} \frac{1}{T_r} \int_0^{T_r} [\xi_k(t) - \langle \xi_k \rangle]^2 \cdot dt \quad (2)$$

Se define como función de autocorrelación temporal de la función muestral a:

$$R_k(\tau) = \lim_{T_r \rightarrow \infty} \frac{1}{T_r} \int_0^{T_r} \xi_k(t) \cdot \xi_k(t + \tau) \cdot dt = \langle \xi_k(t) \cdot \xi_k(t + \tau) \rangle \quad (3)$$

La función de autocorrelación $R_k(\tau)$ proporciona una medida promediada de cómo el desplazamiento de la superficie en el instante t , influye en el desplazamiento de la superficie en el instante $t + \tau$.

Cuando $\tau = 0$:

$$R_k(0) = \langle \xi_k(t) \cdot \xi_k(t) \rangle = \langle \xi_k^2 \rangle \quad (4)$$

Si los parámetros estadísticos $\langle \xi^n \rangle$ obtenidos de las funciones muestrales $\xi_1(t)$, $\xi_2(t)$, ..., $\xi_k(t)$ son iguales, aquéllos no dependen del intervalo $k \cdot T_r$ del que han sido medidos, y, por tanto, no son independientes de la muestra k ; se dice entonces que el proceso es ergódico y los parámetros calculados de cualquier función muestral representan al proceso estocástico $\{\xi(t)\}$, y en consecuencia, al estado de mar.

En régimen permanente, como se ha supuesto hasta ahora, el tiempo de registro, T_r , es finito, mientras que a fin de que la muestra sea representativa de la realidad T_r debe tender a infinito. Estas dos condiciones se contraponen, adoptándose en la práctica soluciones de compromiso, las cuales no pueden ser generalizadas. La descripción de un estado de mar a partir de un único registro $\xi_k(t)$, se basa en admitir que el proceso estocástico es estacionario y ergódico.

Se define como transformada de Fourier de una función, en este caso, de la función de autocorrelación $R(\xi)$ a:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) \cdot e^{+i\omega\tau} \cdot d\tau \quad (5)$$

y su inversa:

$$R(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) \cdot e^{-i\omega\tau} \cdot d\omega \quad (6)$$

Estas dos ecuaciones se conocen con el nombre de relaciones de Wiener-Khintchine. Teniendo en cuenta las expresiones (4) y (6), se puede escribir:

$$R(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) \cdot d\omega = \langle \xi^2(t) \rangle \quad (7)$$

es decir, que el área bajo la curva $S(\omega)/2\pi$ es igual al valor medio cuadrático de

la función muestral $\zeta(t)$. Admitiendo que la función $S(\omega)$ es simétrica respecto al eje $\omega = 0$, de la ecuación (6) se obtiene:

$$R(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S(\omega) \cdot \cos \omega \tau \cdot d\omega \quad (8)$$

y de la (7):

$$R(0) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S(\omega) \cdot d\omega$$

Se definen como momentos de la función $S(\omega)$ a:

$$m_n = \frac{1}{(2\pi)^{n+1}} \int_0^{\infty} \omega^n \cdot S(\omega) \cdot d\omega = \int_0^{\infty} f^n \cdot S(f) \cdot df \quad (9)$$

con $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$.

Es útil definir un parámetro que indique, de manera cualitativa, las frecuencias que tiene energía en el espectro $S(\omega)$. Este parámetro, llamado anchura de espectro y designado por ε , queda determinado por la siguiente expresión:

$$\varepsilon^2 = 1 - \frac{m_2^2}{m_0 \cdot m_4} \quad (10)$$

Cuando el espectro es de banda estrecha $\varepsilon = 0$, mientras que para espectros de oleajes con todas las componentes con energía $\varepsilon = 1$.

2.1. Modelo matemático del oleaje.

Longuet-Higgins (1952) y Pierson y Marks (1952) propusieron que un registro de los desplazamientos $\zeta(t)$ de la superficie libre del mar, con respecto a un nivel de referencia, puede ser representado como la suma de un gran número de ondas senoidales (onda de Airy), cada una de ellas de altura y frecuencia diferentes, con fase, con fase aleatoria, es decir:

$$\zeta(t) = \sum_i a_i(f) \cdot \cos(2\pi f_i \cdot t - \beta_i) \quad (11)$$

con:

$$0 \leq f_i \leq \infty$$

$$0 \leq \beta_i \leq 2\pi$$

$$\text{prob. } (0 \leq \beta_i \leq 2\pi) = 1$$

En este modelo se puede ver que el valor medio del desplazamiento $\langle \zeta(t) \rangle = 0$, y al ser cada onda componente independiente se verificará:

$$\langle \xi(t) \cdot (t + \tau) \rangle \neq 0 \quad (12)$$

$$\langle \xi(t)^2 \rangle \neq 0 \quad (13)$$

$$\langle \xi(t)^2 \rangle = \frac{1}{2} \cdot \sum_i a_i^2 = R(0) \quad (14)$$

De la ecuación (14) se obtiene:

$$\langle \xi(t)^2 \rangle = \frac{1}{2} \cdot \sum_i a_i^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty S(\omega) \cdot d\omega \quad (15)$$

Ya que la energía total por la unidad de longitud de oleaje viene dada por $\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot g \cdot \sum_i a_i^2$ (Kinsmann, 1967), teniendo en cuenta las expresiones (14) y (15) se puede deducir:

$$\rho \cdot g \cdot \langle \xi(t)^2 \rangle = \frac{\rho \cdot g}{2} \sum_i a_i^2 = \rho \cdot g \cdot R(0) = \frac{1}{\pi} \rho \cdot g \int_0^\infty S(\omega) \cdot d\omega = 2 \rho g \int_0^\infty S(f) \cdot df = \rho \cdot g \cdot E \quad (16)$$

$$E = 2 \int_0^\infty S(f) \cdot df \quad (17)$$

De la expresión (16) se deduce que $\frac{1}{\pi} \cdot \rho \cdot g \cdot S(\omega) \cdot \Delta\omega$, proporciona la cantidad de energía que las componentes de frecuencia comprendidas en $\omega, \omega + \Delta\omega$ aportan al proceso. De aquí que a la función $S(\omega)$ o a la $S(f)$ se le conozca con

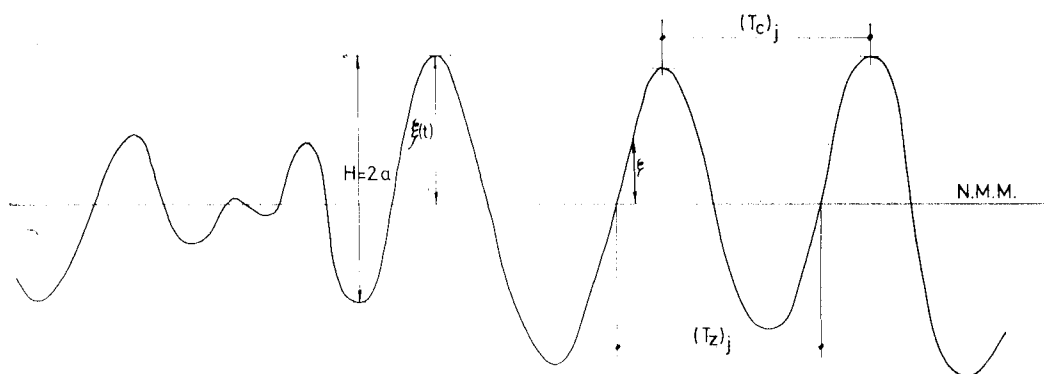


Fig. 2.-Desplazamiento $\xi(t)$ de la superficie libre del mar para un espectro de banda estrecha.

el nombre de espectro de energía, lo cual sólo es correcto si se multiplica $S(\omega) \cdot \Delta\omega$ por $\rho \cdot g/\pi$ (o $S(f) \cdot \Delta f$ por $2 \cdot \rho \cdot g$).

Cuando la función de densidad espectral $S(f)$ es de la forma

$$S(f) = S_0(f) \cdot \delta(f - f_m) \quad (18)$$

es decir, es una función delta de Dirac teniendo el valor S_0 en $f = f_m$, los desplazamientos $\xi(t)$ son del tipo de la figura 2, los cuales tienen una frecuencia dominante de oscilación alrededor de f_m . Bajo estas condiciones, Longuet-Higgins (1952) demostró que la función de densidad de los máximos desplazamientos, ξ , viene dada por la función de Rayleigh, siempre que la función de densidad de los desplazamientos ξ sea gaussiana:

$$f(\xi) = \frac{\xi}{m_0} e^{-\frac{\xi^2}{2m_0}} \quad \xi \geq 0 \quad (19)$$

$$f(\xi) = 0 \quad \xi < 0$$

donde:

$$m_0 = \int_0^{\infty} S(f) df = S_0 = E/2 \quad (20)$$

El parámetro ingenieril de mayor utilización es el de altura de ola H , definida ésta como distancia de cresta a seno. El modelo anterior puede ser aplicado a altura de ola, considerando el proceso estocástico $H(t)$, válido para el caso de espectro de anchura reducida, definido por:

$$H(t) = 2 \cdot a(t) \quad (21)$$

La función de densidad de la altura de ola viene dada (Longuet-Higgins, 1952) entonces por:

$$p(H) = f(H) = \frac{H}{4 \cdot m_0} e^{-\frac{H^2}{8 \cdot m_0}} \quad (22)$$

De las ecuaciones (20) y (22) se pueden obtener (Longuet-Higgins, 1952) las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} H_m &= 2 \sqrt{E} \\ H_s &= 2,83 \sqrt{E} \\ H_{1/10} &= 3,592 \sqrt{E} \end{aligned} \quad (23)$$

y las siguientes expresiones asintóticas de las alturas máximas:

$$\begin{aligned} \bar{H}_{\max, N} &= H_m \{ (LN)^{1/2} + 0,2886 (LN)^{-1/2} \} \quad (\text{para } N \geq 100) \\ \hat{H}_{\max, N} &= H_m \cdot (LN)^{1/2} \quad (\text{para } N \geq 100) \end{aligned}$$

donde en un registro de N olas:

H_m es la media cuadrática de las alturas de ola.

H_s es la altura de ola significativa, es decir, la media del tercio de olas más altas.

$H_{1/10}$ es el valor medio del décimo de olas más altas.

$H_{\max, N}$ es el valor medio de la altura de ola máxima.

$\hat{H}_{\max, N}$ es la moda de la altura de ola máxima.

La ecuación (22) puede expresarse, de acuerdo con la expresión (23):

$$p(H) = \frac{2 \cdot H}{H_m^2} e^{-(H/H_m)^2}$$

Longuet-Higgins y Cartwright (1956) obtuvieron la función de densidad de los desplazamientos máximos ξ para el caso general $0 \leq \varepsilon \leq 1$, cuando los desplazamientos ζ se ajustan a una ley de Gauss y la función de densidad espectral abarca todo el campo de frecuencias $(0, \infty)$. La función de densidad de los máximos ξ es una función de Gauss cuando $\varepsilon = 1$, degenerando en una ola de Rayleigh cuando $\varepsilon = 0$.

No se conoce la función de densidad de las amplitudes de ola, a , o de las alturas de ola H , de una función muestral cuyo espectro de energía tenga $\varepsilon \neq 0$. Ello obliga a utilizar la solución obtenida por Longuet-Higgins para el caso de espectro de anchura reducida, teóricamente nula, para cualquier estado de mar.

Admitiendo la hipótesis anterior y conociendo el espectro de energía del oleaje, es posible calcular los parámetros estadísticos de cualquier estado de mar, tales como H_s , $H_{1/10}$, $\bar{H}_{\max}$, N , a partir de las ecuaciones (22) y (23).

El siguiente paso será, por tanto, estudiar los espectros de energía experimentales más conocidos, comparando los valores de H_s y f_m que de ellos se obtienen.

El espectro de energía o función de densidad espectral $S(f)$ tal y como se ha obtenido, tiene sus ordenadas proporcionales a la mitad del cuadrado de la amplitud, a_i , de las ondas componentes. En este caso, la energía total del registro viene dada por:

$$E = 2 \cdot \int_0^\infty S(f) \cdot df = 2 \cdot m_0 \quad (24)$$

Suele también ser habitual definir las ordenadas de la función de densidad de manera que sean proporcionales al cuadrado de la amplitud, a_i , de las ondas componentes, denominándose entonces el espectro, espectro de amplitud, S_A . En el caso de que las ordenadas sean proporcionales al cuadrado de la altura de onda de las componentes, se denomina espectro de altura, S_H . Por último, algunas veces, se suele definir el espectro doble de altura S_{2H} , en el cual las ordenadas son proporcionales al doble del cuadrado de la altura de ola.

Ya que la energía contenida en el registro ha de ser igual en todas las definiciones, se pueden obtener las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} m_0 &= \int_0^\infty S(f) \cdot df = E/2 \\ (m_0)_A &= \int_0^\infty S_A(f) \cdot df = 2 \cdot m_0 = E \\ (m_0)_H &= \int_0^\infty S_H(f) \cdot df = 8 \cdot m_0 = 4 \cdot E \\ (m_0)_{2H} &= \int_0^\infty S_{2H}(f) \cdot df = 16 \cdot m_0 = 8 \cdot E \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} H_s &= 4 \sqrt{m_0} & H_m &= 2,83 \sqrt{m_0} \\ H_s &= 2,83 \sqrt{(m_0)_A} & H_m &= 2 \sqrt{(m_0)_A} \\ H_s &= 1,42 \sqrt{(m_0)_H} & H_m &= \sqrt{(m_0)_H} \\ H_s &= \sqrt{(m_0)_{2H}} & H_m &= 0,71 \sqrt{(m_0)_{2H}} \end{aligned} \quad (24)$$

La formulación espectral se da generalmente como espectro de energía, es decir, aquella en la que las ordenadas son proporcionales a la mitad de la amplitud. En este caso:

$$\begin{aligned} H_s &= 4 \sqrt{m_0} \\ H_m &= 2,83 \sqrt{m_0} \\ H_{10} &= 5,08 \sqrt{m_0} \end{aligned} \quad (25)$$

3. ESPECTROS DE ENERGIA DEL OLAJE

El espectro de energía del oleaje de un estado de mar que se presenta en un punto, será función de las siguientes variables:

- Frecuencia, f .
- Viento, definido por la velocidad media $\bar{u}_z$ y su dirección θ .
- Fetch F , considerado éste como superficie.
- Duración t de la acción del viento.
- Dispersión angular y radial de componentes D .
- Decay, R , longitud recorrida por el oleaje desde el frente del fetch hasta el punto de previsión a expensas de su propia energía.
- Acción del fondo y de las obras, d (refracción y difracción).

La expresión general de un espectro de energía de oleaje será, por tanto

$$S = S(\bar{u}_z, \theta, F, t, d, D, R) \quad (26)$$

Si se considera que el punto se encuentra dentro del área de generación y en profundidades indefinidas, la expresión del espectro de energía en él queda de la siguiente forma:

$$S = S(\bar{u}_z, \theta, F, t, f) \quad (27)$$

Salvo en casos muy particulares, SWOP (1957), Longuet-Higgins (1963), Esteva (1972 y 1976), etc., las medidas del oleaje no recogen direcciones, lo que unido a que el *fetch*, F , y el tiempo de generación, t , están asociados por la velocidad de transmisión de energía simplifica la ecuación de los espectros experimentales, siendo ésta en general:

$$S = S(\bar{u}_z, F, f) \quad (28)$$

De los espectros de energía obtenidos de medidas experimentales se debe distinguir aquello que simultáneamente midieron el *fetch* o al menos lo estimaron (generalmente de las cartas meteorológicas), y aquéllos que consideraron que el oleaje estaba totalmente desarrollado, y, por tanto, su expresión no depende del *fetch*.

Entre los primeros se encuentran Darbyshire (1955), Bretschneider (1959), Jonswap (1973), Mitsuyasu (1970, 72, 73 y 74). La expresión del espectro de energía se corresponderá con la ecuación (28). Dentro de los segundos se encuentran, entre otros, Darbyshire (1953), Roll-Fisher (1956), Pierson-Moskowitz (1964), Neumann (1953). En este caso, el espectro queda definido en función de la frecuencia f y la velocidad del viento $\bar{u}_z$, es decir:

$$S = S(f, \bar{u}_z) \quad (29)$$

Un método de previsión de oleaje de la escuela espectral sirve, entonces, para estimar el espectro de energía en un punto cualquiera del mar, a partir de un espectro de energía del tipo de la ecuación (29) obtenido de medidas experimenta-

les. El método de previsión, por tanto, deberá cuantificar las modificaciones que sufrirá el espectro inicial por los efectos de:

- Variación del campo de vientos en dirección y velocidad.
- Configuración del *fetch*.
- Dispersión angular y radial.
- Decay.
- Acción del fondo y obras (refracción, reflexión y difracción).

Debido a este procedimiento de evaluación de los factores que influyen en el espectro, los métodos de previsión existentes pueden ser utilizados con seguridad, como se verá más adelante, dentro de un rango de variación de velocidades de viento, siempre que se desee conocer un orden de magnitud del oleaje que se puede presentar en una zona. Cuando se necesite una mayor precisión es imprescindible tarar el método para el punto de previsión mediante una campaña de medidas de corta duración.

4. ESPECTROS DE ENERGIA DEL OLAJE DEL TIPO $S = S(f, \bar{u}_z)$

Estos espectros, denominados frecuenciales, pueden ser generalizados por una ecuación del tipo:

$$S(\bar{u}_z, f) = A \cdot f^{-m} \cdot \exp(-B \cdot f^{-n}) \quad (30)$$

donde:

$$A = \varphi_1(\bar{u}_z, g) \quad (30.1)$$

$$B = \varphi_2(\bar{u}_z, g, f_m) \quad (30.2)$$

siendo f_m la frecuencia de máxima transmisión de energía en el espectro, g la aceleración de la gravedad y m y n constantes.

Los valores de A , B , m y n caracterizan cada espectro, denominándose éstos con el nombre del investigador o investigadores que los obtuvieron.

La expresión anterior está formada por dos términos:

$$\begin{aligned} a) \quad S_1 &= A \cdot f^{-m} \\ b) \quad S_2 &= \exp(-B \cdot f^{-n}) \end{aligned} \quad (31)$$

cuando $f \rightarrow \infty$ ($T \rightarrow 0$), el segundo factor tiende a la unidad, quedando como expresión del espectro:

$$S(f) = A \cdot f^{-m} = S_1 \quad (32)$$

Phillips (1966), teóricamente, demostró que para frecuencias altas ($f \rightarrow \infty$), donde el fenómeno de rotura de las pequeñas componentes es importante, la forma del espectro tiende asintóticamente a:

$$S(f) = \frac{1,35}{(2\pi)^5} 10^{-2} \cdot g^2 \cdot f^{-5} = \alpha \cdot g^2 \cdot f^{-5} \quad (33)$$

Los ensayos confirman, en parte, la validez de la teoría de Phillips, pero también muestra que el parámetro α es muy sensible a variaciones del fetch F y a la velocidad del viento $\bar{u}_z$. Burling (1955) llega a conclusiones análogas con experimentaciones en tanque de ensayo.

4.1. Espectros de energía del tipo S ($f, \bar{u}_z$) = $A \cdot f^{-m} \cdot \exp(-B \cdot f^{-n})$.

Existen varias formulaciones de espectros de energía de oleaje con la forma indicada. Para esta primera comparación se han seleccionado tres espectros de energía, que son los más extendidos en España:

— Espectro de Neumann (1952):

$$S(f) = 2,45 \cdot 10^{-4} \cdot f^{-6} \cdot \exp \left\{ -2 \cdot \left(\frac{g}{2 \cdot \pi \cdot \bar{u}_{10}} \right)^2 \cdot f^{-2} \right\} (m^2 \cdot \text{seg}) \quad (34)$$

$$m = 6$$

$$n = 2$$

$$A = 2,45 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{seg}^5$$

$$B = 2 \cdot \left(\frac{g}{2 \cdot \pi \cdot \bar{u}_{10}} \right)^2 = 4,87 \cdot \bar{u}_{10}^{-2} \text{ seg}^{-2}$$

con $\bar{u}_{10}$ en m/seg y f en seg^{-1} .

— Espectro de Roll-Fisher (1956):

$$S(f) = 20,8 \cdot 10^{-4} \cdot f^{-5} \cdot \exp \left\{ -2 \cdot \left(\frac{g}{2 \cdot \pi \cdot \bar{u}_{10}} \right)^2 \cdot f^{-2} \right\} (m^2 \cdot \text{seg}) \quad (35)$$

$$m = 5$$

$$n = 2$$

$$A = 20,8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{seg}^4 \text{ (Valor propuesto por Pierson. El valor original de Roll y Fisher es } 59,57 \cdot 10^{-4} \text{ en las mismas unidades.)}$$

$$B = 2 \cdot \left(\frac{g}{2 \cdot \pi \cdot \bar{u}_{10}} \right)^2 = 4,87 \cdot \bar{u}_{10}^{-2} \text{ seg}^{-2}$$

con $\bar{u}_{10}$ en m/seg y f en seg^{-1} .

— Espectro de Pierson-Moskowitz:

$$S(f) = 4,99 \cdot 10^{-4} \cdot f^{-5} \cdot \exp \left\{ -0,56 \cdot \left(\frac{g}{2 \cdot \pi \cdot \bar{u}_{10}} \right)^4 \cdot f^{-4} \right\} (m^2 \cdot \text{seg}) \quad (36)$$

$$m = 5$$

$$n = 4$$

$$A = 4,99 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{seg}$$

$$B = 0,56 \cdot \left(\frac{g}{2 \cdot \pi \cdot \bar{u}_{10}} \right)^4 = 3,34 \cdot \bar{u}_{10}^{-4} \text{ seg}^{-4}$$

con $\bar{u}_{10}$ en m/seg y f en seg^{-1} .

4.1.1. Altura de ola significativa, H_s , deducida del espectro O.T.D.

Conocida la ecuación del espectro, puede ser integrado en todo el rango de frecuencias $(0, \infty)$ para obtener la altura de ola significativa. Teniendo en cuenta las ecuaciones (23) y (24), se obtienen con carácter general las ecuaciones de H_s y E para espectros del tipo de la ecuación (30):

$$E = 2 \int_0^{\infty} A \cdot f^{-m} \cdot \exp(-B \cdot f^{-n}) \cdot df \quad (37)$$

$$H_s = 2,83 \sqrt{E} \quad (38)$$

$$E = 2 \frac{A \cdot B^{\frac{1-m}{n}}}{n} \cdot \Gamma\left(\frac{m-1}{n}\right) \quad (39)$$

$$H_s = 4 \cdot \sqrt{\frac{A \cdot B^{\frac{1-m}{n}}}{n} \cdot \Gamma\left(\frac{m-1}{n}\right)} \quad (40)$$

Particularizando las ecuaciones (39) y (40) para las expresiones (34), (35) y (36), se obtienen los siguientes valores de E y H_s en función de $\bar{u}_{10}$ (m/seg.):

— Espectro de Neumann:

$$\begin{aligned} E &= 6,24 \cdot 10^{-6} \cdot \bar{u}_{10}^5 \quad (\text{m}^2) \\ H_s &= 7,064 \cdot 10^{-3} \cdot \bar{u}_{10}^{2,5} \quad (\text{m}) \end{aligned} \quad (41)$$

— Espectro de Roll-Fisher:

$$\begin{aligned} E &= 8,79 \cdot 10^{-5} \cdot \bar{u}_{10}^4 \quad (\text{m}^2) \\ H_s &= 2,652 \cdot 10^{-2} \cdot \bar{u}_{10}^2 \quad (\text{m}) \end{aligned} \quad (42)$$

— Espectro de Pierson-Moskowitz:

$$\begin{aligned} E &= 7,47 \cdot 10^{-5} \cdot \bar{u}_{10}^4 \quad (\text{m}^2) \\ H_s &= 2,445 \cdot 10^{-2} \cdot \bar{u}_{10}^2 \quad (\text{m}) \end{aligned} \quad (43)$$

4.1.2. Período óptimo $T_{\text{ópt}}$ del espectro de O.T.D.

Se define el período óptimo como el de máxima transmisión de energía del espectro, es decir:

$$T_{\text{ópt}} = \frac{1}{f_{\text{ópt}}} \quad (44)$$

siendo $f_{\text{ópt}}$ la frecuencia que satisfaga las ecuaciones:

$$\frac{dS(f)}{df} = 0 \quad \text{con} \quad \frac{d^2S(f)}{df^2} < 0 \quad (45)$$

Teniendo en cuenta las ecuaciones anteriores (44) y (45), se ha calculado el período óptimo a partir de la ecuación (30), obteniéndose la expresión general:

$$T_{\text{ópt}} = \left(\frac{m}{n B} \right)^{1/n} \quad (46)$$

Particularizando esta expresión para los espectros (34), (35) y (36), se han obtenido los siguientes valores en función de $\bar{u}_{10}$ (m/seg.):

— Espectro de Neumann

$$T_{\text{ópt}} = 0,785 \cdot \bar{u}_{10} \quad (47)$$

— Espectro de Roll-Fisher:

$$T_{\text{ópt}} = 0,717 \cdot \bar{u}_{10} \quad (48)$$

— Espectro de Pierson-Moskowitz:

$$T_{\text{ópt}} = 0,782 \cdot \bar{u}_{10} \quad (49)$$

4.2. Expresión generalizada del espectro de O.T.D.

Con las expresiones obtenidas de $T_{\text{ópt}}$ en función de $\bar{u}_{10}$ se pueden escribir las ecuaciones de los espectros en función de $f_{\text{ópt}} = f_m$, quedando de la siguiente forma:

$$S(f) = A \cdot f^{-m} \cdot \exp \left\{ - \frac{m}{n} \left(\frac{f}{f_m} \right)^{-n} \right\}$$

en general; y en particular:

— Espectro de Neumann:

$$S(f) = 2,45 \cdot f^{-6} \cdot \exp \left(- 3 \cdot (f/f_m)^{-2} \right) \cdot 10^{-4} \quad (50)$$

$$\text{con } f_m = 1,27/\bar{u}_{10} \quad (51)$$

— Espectro de Roll-Fisher:

$$S(f) = 20,8 \cdot 10^{-4} \cdot f^{-5} \cdot \exp \left(- 2,5 \cdot (f/f_m)^{-2} \right) \quad (52)$$

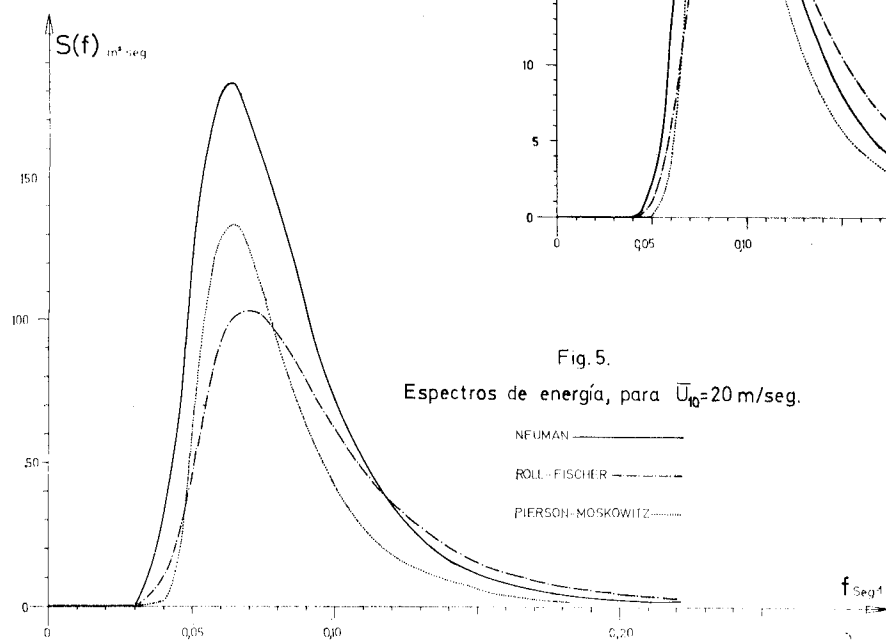
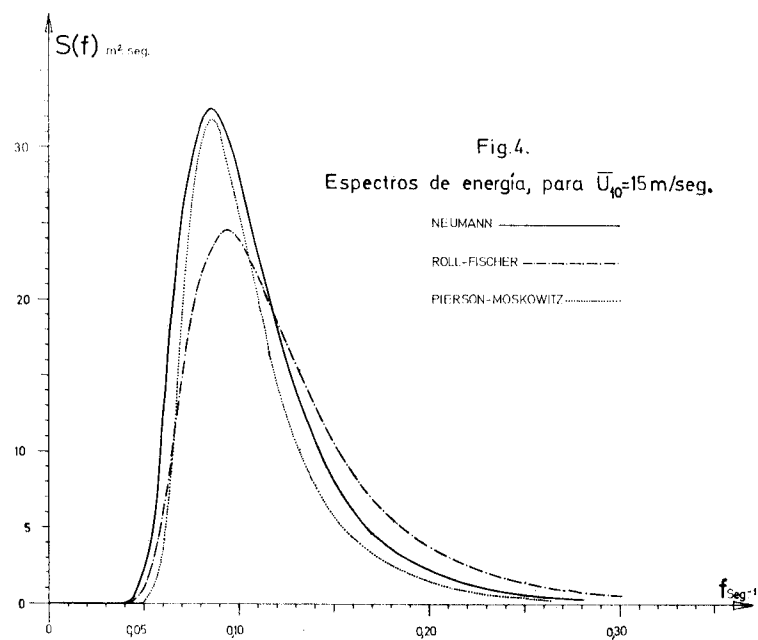
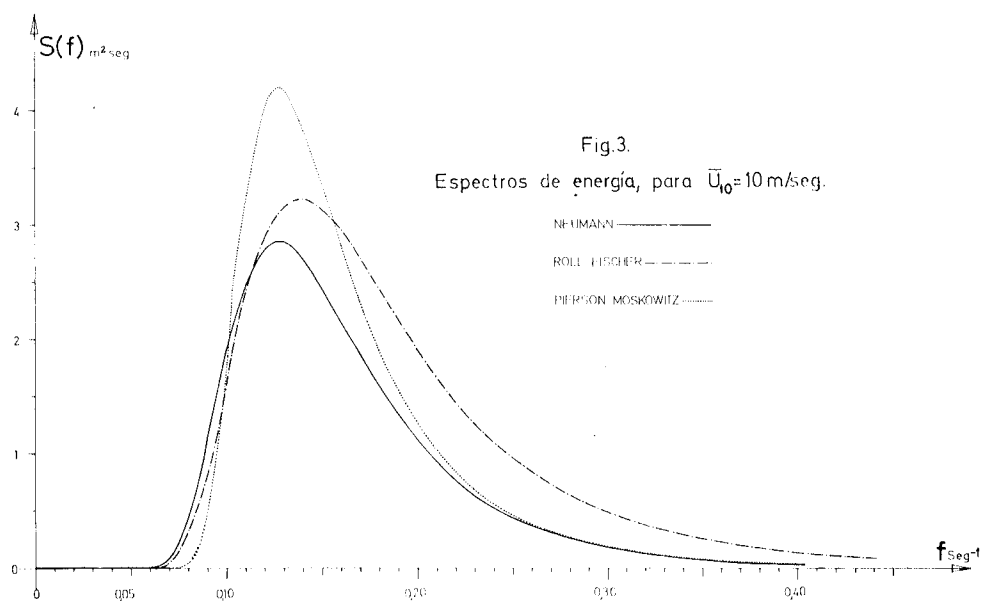
$$\text{con } f_m = 1,40/\bar{u}_{10} \quad (53)$$

— Espectro de Pierson-Moskowitz:

$$S(f) = 4,99 \cdot 10^{-4} \cdot f^{-5} \cdot \exp \left(- 1,25 \cdot (f/f_m)^{-4} \right) \quad (54)$$

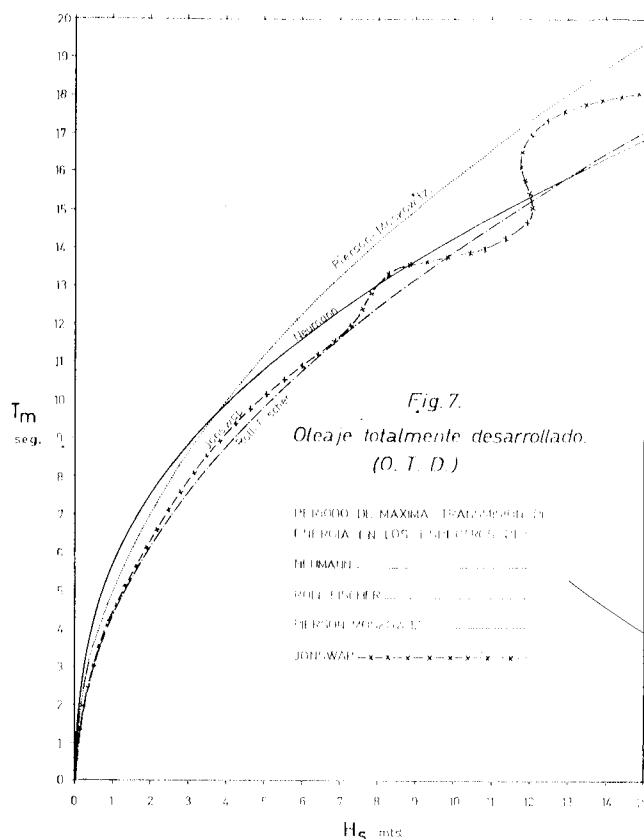
$$\text{con } f_m = 1,28/\bar{u}_{10} \quad (55)$$

En las figuras 3, 4 y 5 se han dibujado los espectros de Neumann, Roll-Fisher y Pierson-Moskowitz para velocidades de viento $\bar{u}_{10}$ de 10, 15 y 20 m/seg., respectivamente.



pectros experimentales. El espectro de JONSWAP, el cual ha sido deducido a partir de medidas de oleajes generados por velocidades de viento bajas, asociadas en general a *fetchs* cortos, da valores H_s similares a los propuestos por Neumann.

Como primera conclusión, a la vista de la figura 6, tenemos que se debe prestar especial atención cuando se utilicen espectros de energía de oleaje totalmente



desarrollado para estimar el oleaje generado por velocidades de viento $\bar{u}_{10} > 20$ m/seg y $\bar{u}_{10} < 7$ m/seg.

En el primer caso, $\bar{u}_{10} > 20$ m/seg, existirá con toda seguridad una limitación en la generación, bien por tiempo, bien por fecha, lo que exigirá recurrir a un método de previsión que cuantifique estas limitaciones (apartado 6).

En el segundo caso, $\bar{u}_{10} < 7$ m/seg, de escasa aplicación ingenieril, no deben ser utilizados los espectros propuestos hasta que se desarrolle una experimentación adecuada a este rango de velocidades de viento.

En la figura 7 se han representado las ecuaciones (47), (48) y (49), en ella se ve el crecimiento del período de máxima transmisión de energía $T_{\text{opt}} = T_m$ (seg), en función de la velocidad del viento $\bar{u}_{10}$ (m/seg). No se dispone en la actualidad de datos que permitan comprobar los valores de T_m dados por los espectros experimentales asociados a H_s . Conviene ser precavido cuando la obtención de T_m se

hace a partir de T_z (período máximo de paso por cero) utilizando las fórmulas empíricas, ya que éstas no se mantienen para todos los estados de mar.

En la figura 7 se han incluido, también, los valores obtenidos para el espectro JONSWAP. En ella se aprecia cómo estos valores coinciden prácticamente con los propuestos por Roll y Fisher, lo cual era de esperar, ya que ambos valores provienen de datos del Mar del Norte.

6. ESPECTROS DE ENERGIA DE OLAJE PARCIALMENTE DESARROLLADOS (O.P.D.)

Dentro de este apartado se incluyen los espectros de energía teóricos y experimentales que de alguna manera tienen en cuenta la limitación en la energía del espectro impuesta, ya sea por el grado de desarrollo de las componentes (Bretschneider, 1959; Inoue, 1969) como por la longitud del *fetch* (P.N.J., 1955; Darbyshire, 1956; S. Bores, 1964; Silcester, 1972; JONSWAP, 1973; Losada-Serrano, 1976).

Los espectros, denominados por el nombre de los investigadores que los propusieron, se obtienen dentro de una metodología de previsión de oleaje, por lo que aquí se van a dar, exclusivamente, los resultados finales sin explicar su deducción. El lector interesado encontrará en la bibliografía las referencias donde se detallan cada uno de los métodos citados.

Se pueden distinguir tres métodos para la estimación del espectro de energía para el oleaje parcialmente desarrollado:

Método 1. — Partiendo de un espectro experimental del tipo visto anteriormente, ecuación (30), se admite que la forma del espectro de energía de O.P.D. es igual que la del O.T.D., truncando éste en una frecuencia f_1 asociada a una longitud de *fetch* F y completando hasta una frecuencia inferior $f_{inf} = f_1/k$ ($1,1 < k < 1,6$) por

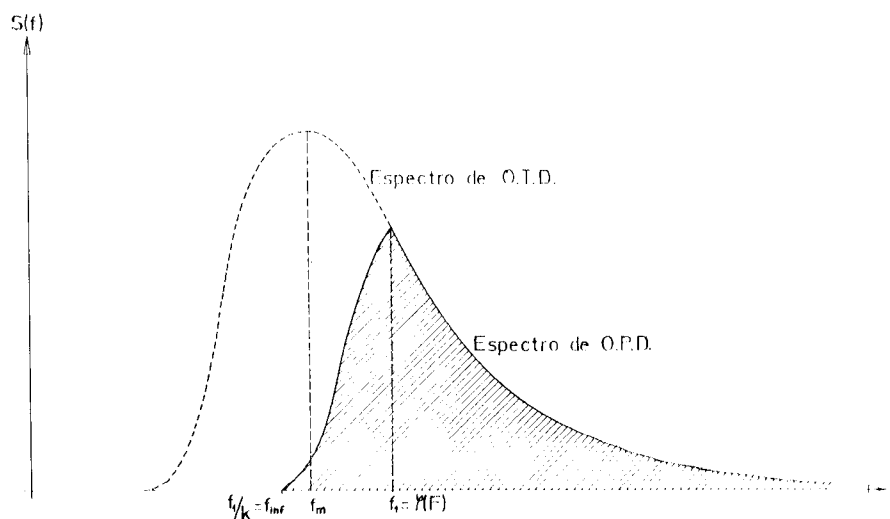


Fig. 8.

una curva que depende del investigador (fig. 8). Las ecuaciones (37) y (38) se convierten en:

$$E_1 = 2 \int_{f_{\text{inf}}}^{\infty} S(f) \cdot df \quad (56)$$

$$H_s = 2,83 \sqrt{E_1} \quad (57)$$

Este es el criterio seguido por los métodos P.N.J., S. Bores, Losada-Serrano. La correlación $f_1 \div F$ se hace a partir de datos experimentales (Bretschneider, Wilson, etcétera).

Los espectros iniciales asociados a los métodos propuestos por los investigadores citados son:

P.N.J.	Espectro de Neumann.
S. Bores	Espectro de Pierson-Moskowitz.
Losada-Serrano	Espectro de Pierson-Moskowitz.

Método 2. — Se estima la variación de los parámetros A y B del espectro de energía en función de la longitud del *fetch*, partiendo de medidas experimentales. Dentro de este grupo se pueden incluir: la metodología propuesta por Silvester (1974) y el espectro de energía derivado del JONSWAP (1973) y conocido por este nombre. Las ecuaciones (30.1) y (30.2) serán en este caso de la forma:

$$A = \varphi_1(u_s, g, F) \quad (58)$$

$$B = \varphi_2(u_s, g, f_m, F) \quad (59)$$

Método 3. — Se define una función de generación a partir de los mecanismos de crecimiento del oleaje y se estudia el desarrollo de cada componente en función del *fetch*. Esta metodología es en la actualidad la de más amplia aceptación, si bien requiere gran potencia de ordenador, lo que excluye a la gran mayoría de los ingenieros. Uno de los primeros trabajos en esta línea fue publicado por Inoue (1969), el cual utilizó el espectro de Pierson-Moskowitz para limitar el nivel de saturación o desarrollo de cada componente.

7. COMPARACION DE LOS VALORES DE H_s OBTENIDOS PARA O.P.D.

En las figuras 9, 10 y 11 se han representado para velocidades de viento respectivas, $u_{10} = 10, 15$ y 20 m/S, las curvas de crecimiento del oleaje, H_s , en función de la relación F/F_m , donde F_m es el *fetch* mínimo necesario en la dirección del viento para que el oleaje alcance su total desarrollo. Con el fin de uniformar la comparación de resultados, se ha tomado como *fetch* mínimo el propuesto por el método Direccional (1976):

$$F_m = 2,49 \cdot u_{10}^2 \quad (\text{Km}) \quad (60)$$

el cual viene a ser un valor medio de los F_m propuestos por todos los métodos.

Conviene indicar que el estudio del crecimiento del oleaje en el método Inte-

grado se hace adoptando directamente la ecuación de Wilson (1964), el cual obtuvo, de medidas experimentales, la relación $H_s \div F$.

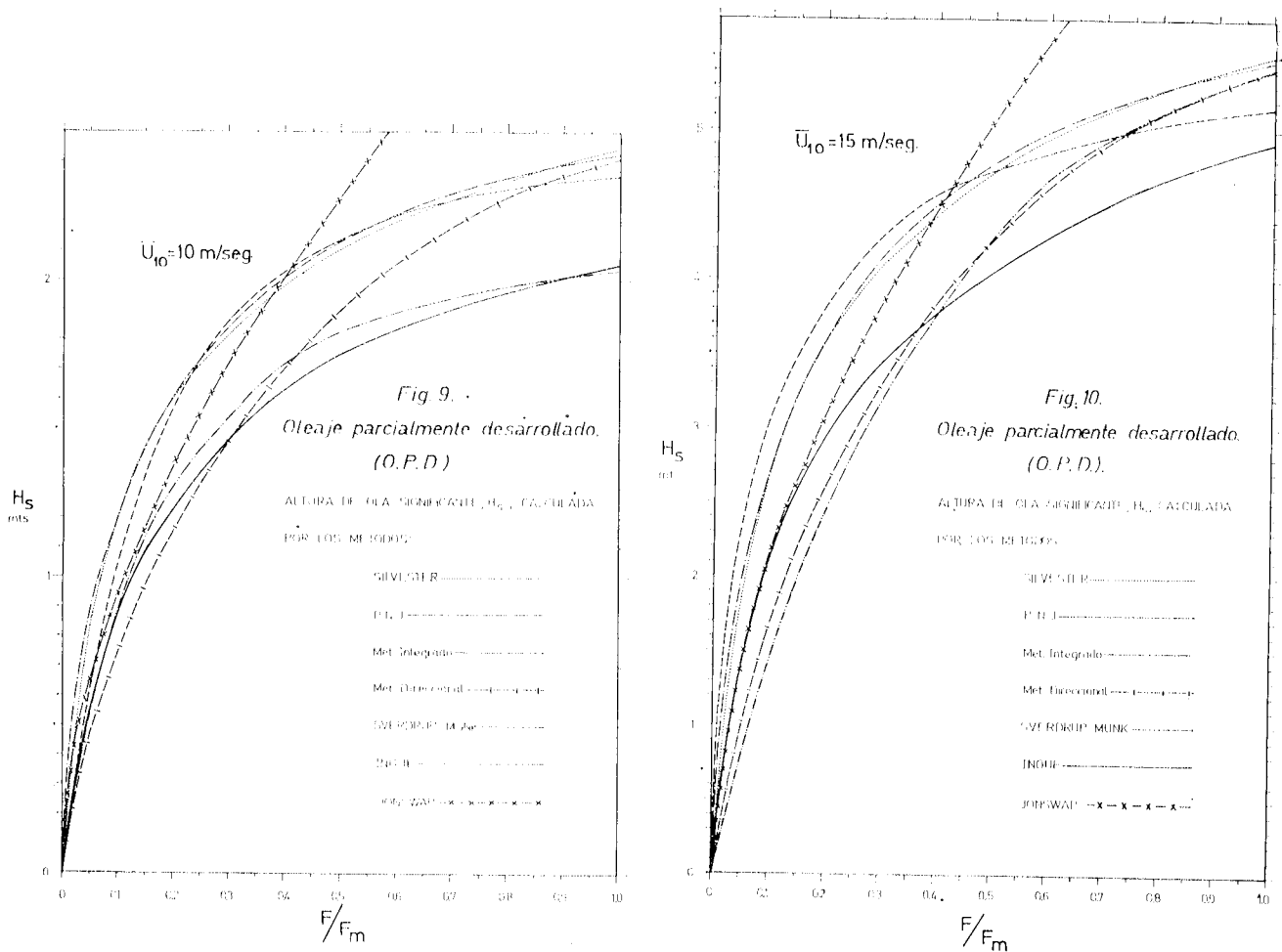
Todos los casos han sido calculados suponiendo que el *fetch* tiene anchura suficiente, con el fin de que no exista limitación por esta causa. Así, el método Integrado necesita de anchura infinita de *fetch* para que se cumpla esta hipótesis, mientras que el método Direccional requiere una superficie dada por la ecuación:

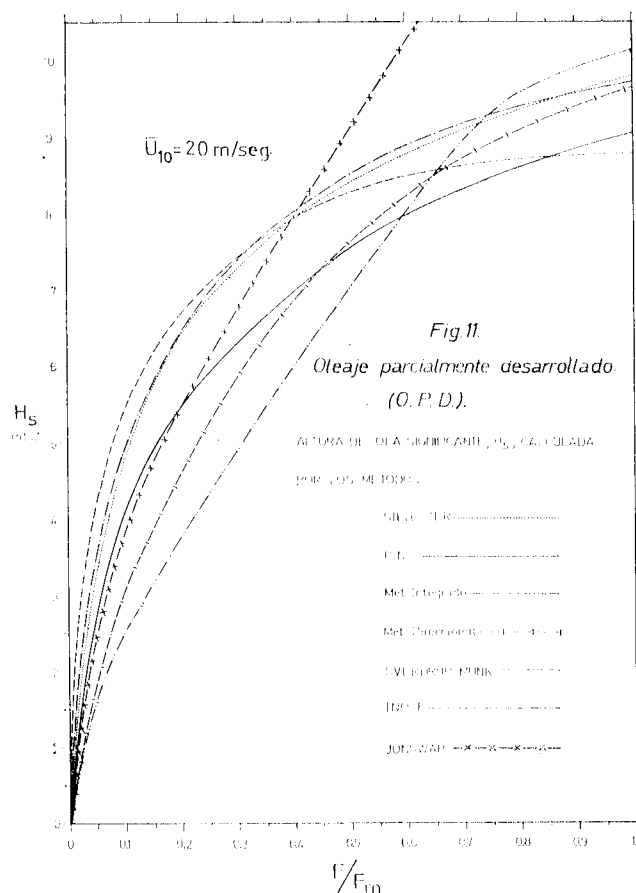
$$F = F_m \cdot \cos^4 \theta \quad - \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \quad (61)$$

Los restantes métodos no hacen indicación a la limitación impuesta al crecimiento del oleaje por la anchura del *fetch*.

La curva correspondiente al JONSWAP corresponde a valores medios, ya que los resultados obtenidos oscilan alrededor de la curva dibujada.

De las figuras 9, 10 y 11 se puede calcular que las máximas dispersiones entre los métodos (excluido el JONSWAP) se obtienen alrededor del valor $F/F_m = 0,15$, siendo ésta del orden del 40 por 100 del valor máximo estimado. Esta dispersión decrece para valores crecientes de F/F_m , siendo en $F/F_m = 1$ del orden del 15 por 100 del valor máximo.





Estos resultados aconsejan utilizar con cautela los valores deducidos por estos métodos para $F/F_m < 0,4$. La dispersión encontrada para $F/F_m > 0,4$ entra dentro de los límites admisibles en ingeniería. Conviene, no obstante, insistir en lo que se dijo en el apartado 3, donde se cita expresamente la necesidad de tarar el método que se utilice mediante medidas en el punto de previsión, concediendo a los métodos de previsión un carácter informativo para obtener órdenes de magnitud del oleaje que aborda el punto de previsión.

8. ESPECTROS PARAMETRIZADOS

En algunas aplicaciones prácticas se conoce la altura de ola significativa H_s y el período significativo T_s , los cuales han sido obtenidos, por ejemplo, de la estadística de datos visuales publicados por Hogben y Lumb (1973). Si se desea realizar un cálculo dinámico de la estructura es necesario conocer un espectro de energía asociado al dato conocido, bien sea la altura de ola significativa, H_s , o ésta y el período T_s conjuntamente.

El espectro de energía que más se ha utilizado en este sentido es el Pierson-Moskowitz. Si la única información disponible es la altura de ola significativa, H_s ,

la International Towing Tank Conference (I.T.T.C.) definió la siguiente expresión del espectro Pierson-Moskowitz:

$$S(f) = A f^{-5} \exp(-B f^{-4}) \quad \text{m}^2 \times \text{seg} \quad (62)$$

$$A = \frac{8,1 \times 10^{-3} g^2}{(2 \cdot \pi)^5}$$

$$B = \frac{3,11}{(2 \pi)^4} (H_s)^{-2}$$

con H_s en (m) y g en (m/seg²).

Este espectro toma el máximo valor de:

$$\frac{3}{4} (H_s)^{5/2} e^{-5/4} \quad (63)$$

en la frecuencia:

$$f = \frac{1,26}{2 \pi} H_s^{-1/2} \quad (64)$$

Si se dispone como información la altura de ola significativa, H_s , y el periodo T , la International Ship Structures Congress (I.S.S.C.) recomienda utilizar el espectro Pierson-Moskowitz, parametrizado:

$$S(F) = A f^{-5} \exp(-B f^{-4}) \quad (\text{m}^2 \times \text{seg}) \quad (65)$$

$$A = \frac{0,11 H_v^2}{T_v^4}$$

$$B = \frac{0,44}{T_v^4}$$

donde H_v y T_v son altura de ola visual (m) y período visual (seg), respectivamente, cuya relación con H_s y T_s depende de cada mar (Hogben-Lumb, 1973).

En el caso en que se desee trabajar con el espectro JONSWAP la I.S.S.C. recomienda utilizar la siguiente expresión en (m² × seg):

$$S(F) = \frac{0,072 H_v^2}{T_v^4} f^{-5} \exp\left(-\frac{0,44}{T_v^4} f^{-4}\right) \times 3,3^{\exp\left\{-\frac{1}{2 \sigma^2 - 2} (1,296 T_v f^{-1})^2\right\}} \quad (66)$$

$$\sigma = 0,07 \quad \text{para} \quad f < (1,296 \cdot T_v)^{-1}$$

$$\sigma = 0,09 \quad \text{para} \quad f > (1,296 \cdot T_v)^{-1}$$

Agradecimientos.

Los autores quieren agradecer los comentarios a los manuscritos realizados por A. Samartín y E. Castillo, los cuales han sido de gran utilidad. Además, quie-

ren expresar su agradecimiento a Sener, Técnica Industrial y Naval, ya que parte de este trabajo fue elaborado mientras Miguel A. Losada trabajó para la citada ingeniería.

BIBLIOGRAFIA

- BRETSCHNEIDER, C. L.: "Revised wave forecasting curves and procedure". Tech. Report HE-155-47. Institute of Engineering Research. University of California, p. 28, 1951.
- BRETSCHNEIDER, C. L.: "Wave variability and wave spectra for wind generated gravity waves". Beach Erosion Board Tech. Memo. No. 118, 1959.
- BURLING, R. W.: "The spectrum of waves at short fetches". Deutsche Hydrogra. Zeitschrift Band 12, Heft 2, 1959.
- COTE, L. J.; DAVIS, J. C.; MARKS, W.; MCGOUGH, R. C.; MEHR, E.; PIERSON, W. J. Jr.; ROPEK, F. J.; STEPHENSON, G., and VETTER, R. C.: "The directional spectrum of wind generated sea as determined from data obtained by the Stereo Wave Observation Project". *Meteor. Pap.*, Volume 2, No. 6, p. 88. New York University Press. New York, 1960.
- DARBYSHIRE, J.: "The generation of waves by wind". Proc. Roy. Soc. London Ser. A, 215, 299, 1952.
- DARBYSHIRE, D.: "An investigation of storm waves in the North Atlantic Ocean". Proc. Roy. Soc., A, volume 230, No. 1183, pp. 560-569, 1955.
- DARBYSHIRE, J.: "A further investigation of wind generated waves". Deut. Hydrog. A., Band 12, Heft 1, pp. 1-13, 1959.
- HASSEMAN, K., and BARUETT, T. P. y otros: "Measurements of wind wave growth and swell decay during the Jonswap". Deutsche Hydro. Zeitschrift, Reihe A (8.º), No. 12, 1973.
- INOUE, T.: "On the growth of the spectrum of a wind generated sea according to a modified Miles-Phillips mechanism and its application to wave forecasting". New York University Tr. 67-5, 1967.
- LONGUET-HIGGINS, M. S.: "On the statistical distribution of the heights of sea waves". *J. Mar. Res.*, 11, pp. 245-266, 1952.
- LONGUET-HIGGINS, M. S.; CARTWRIGHT, D. E., and SMITH, N. D.: "Observations of the directional spectrum of sea waves using the motions of a floating buoy". *Ocean Wave Spectra*, pp. 111-131, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1963.
- LONGUET-HIGGINS, M. S., and CARTWRIGHT, D. E.: "The statistical distribution of the maxima of a random function". Proc. Roy. Soc. London, A, 237, pp. 212-232.
- LOSADA, M. A.: "Método direccional de previsión de oleaje". Tesis doctoral. Univ. Politéc. de Madrid, 1976.
- LOSADA, M. A., and SERRANO, E. F.: "Directional method of forecasting wind-generated sea waves". Seatec, Singapore, 1977.
- NEUMANN, G.: "On ocean wave spectra and a new method of forecasting wind generated sea". Tech. Mem. No. 43, Beach Erosion Board, Corps of Engineers. Washington D.C., 1953.
- PHILLIPS, O. M.: "The equilibrium range in the spectrum of wind generated waves". *J. Fluid Mech.*, 4 (4), 426-434, 1958.
- PIERSON, W. J., and NEUMANN, G.: "A detailed comparison of theoretical wave spectra and wave forecasting methods". Deutsche Hydro. Zeitschrift. Band 10. Heft 3, 1957.
- PIERSON, W. J., and MOSKOWITZ: "A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S. Kitaigorodskii". *J. Geophys. Res.*, 69 (24), 5181-5190, 1964.

- PIERSON, W. J.; NEUMANN, G., and JAMES, R. W.: "Practical methods for observing and forecasting ocean waves means of wave spectra and statistics". H. O. Pub. 603, U.S. Navy Hydrographic Office. Washington D.C., 1955.
- ROLL, H. U., and FISHER, G.: "Eine britische Bemerkung zum Neumann-Spektrum des seeganges". Deut. Hydro. Zeit. 9-9, 1956.
- SILVESTER, R.: "Coastal Engineering". Elsevier, 1974.
- SUAREZ BORES, P.: "Estructura del oleaje", 1964.
- SUAREZ BORES, P.: "Estructura del oleaje", 1964. Laboratorio de Puertos "Ramón Iribarren", número 4 B, 1964.
- SUAREZ BORES, P.: "Régimen de temporales del dique exterior del puerto de Bilbao", 1971. (Sin publicar.)
- SVERDRUP, H. E., and MUNK, W. H.: "Wind, sea, and swell: Theory of relations for forecasting". U.S. Hydrographic Office. H. O. Pub. 601, 44, 1947.
- TUCKER, J. W.: "A ship-borne wave recorder". Trans. Inst. Naval Arch., 98, 236-250, 1956.
- WILSON, B. W.: "Numerical prediction of ocean waves in the North Atlantic for December 1959". Deut. Hydrogr. Z., Band 18, Heft 3, 114-130, 1965.