

7 JUL 1977



Revista de OBRAS PÚBLICAS

Año CXXIV

JUNIO 1977

Núm. 3146

UN MODELO MATEMATICO DE CALIDAD DE AGUA EN CUENCAS FLUVIALES (*)

Por LUIS LOPEZ GARCIA

Dr. Ing. de Caminos, Canales y Puertos.

Los modelos matemáticos de calidad de agua se están empleando con frecuencia creciente. Su finalidad básica en el estado actual de la técnica y de la base de datos es la planificación de cuencas. Estos modelos permiten definir los niveles de calidad en los vertidos y la influencia de una decisión determinada, como establecimiento de una depuradora, disminución del caudal del río, etc., sobre la calidad de agua en la cuenca. Hay gran variedad de modelos de distinta complicación teórica y diferentes hipótesis simplificativas. El presente artículo describe con cierto detalle un modelo relativamente sencillo, pero de gran utilidad en planificación de cuencas.

1. Introducción.

La planificación hidráulica de una cuenca debe estudiar aspectos cuantitativos y cualitativos. Los primeros plantean preguntas sobre los recursos disponibles, su localización, las demandas y el esquema de regulación que permitirá satisfacerlas. Los segundos, que pueden modificar o incluso anular soluciones aceptables desde el punto de vista cuantitativo, plantean cuestiones sobre el nivel de calidad existente y su aceptabilidad para los usos deseados.

Concretando algo más, estas cuestiones son de los tipos siguientes:

- Definición del nivel de calidad de agua en la cuenca e identificación de las causas de situaciones inadmisibles.
- Influencia de la localización de los puntos de vertido y del grado de depuración de las aguas residuales.

- Influencia de vertidos de agua caliente procedentes de circuitos de refrigeración.
- Localización, tamaño y tipo de estaciones depuradoras necesarias para mantener un nivel de calidad aceptable con un coste mínimo.

La solución de estos problemas es complicada por dos razones básicas. Por un lado, el gran número de variables interdependientes que afectan a la calidad. Por otro lado, la falta de un parámetro de calidad único para todos los usos del agua, lo que exige estudiar muchos componentes y comprobar su grado de aceptabilidad en función de cada objetivo.

El primer intento de solución fue realizado por Streeter y Phelps (1925) para estudiar el oxígeno disuelto en el río Ohio (Estados Unidos), y su teoría se ha utilizado frecuentemente, pues a pesar de sus simplificaciones proporciona buenos resultados. Posteriormente se han ido suprimiendo muchas de estas simplificaciones, produciéndose una serie de modelos ma-

(*) Se admiten comentarios sobre el presente artículo, que pueden remitirse a la Redacción de esta Revista hasta el 30 de septiembre de 1977.

temáticos cada vez más complejos. Mi opinión es que en la actualidad los modelos se encuentran por delante de los datos disponibles, aunque desde un punto de vista estrictamente teórico se puedan discutir bastantes ecuaciones.

A continuación se presenta brevemente la teoría matemática y la metodología de aplicación de un tipo de modelos que personalmente considero aplicables en nuestro país con buenos resultados prácticos. Son modelos unidimensionales en régimen permanente. La descripción corresponde concretamente al modelo llamado "Pioneer", Waddel (1974), que es una versión muy mejorada del clásico "Dosag" del Texas Water Development Board (1970).

2. Descripción del modelo.

En la figura 1 se muestra una cuenca hipotética con regadíos, abastecimientos y vertidos urbanos e industriales. Este tipo de modelo permite calcular la concentración de una serie de compuestos en cualquier punto del río. Para ello, se hacen las siguientes hipótesis:

- Flujo hidráulico y transporte de contaminantes unidimensional. La concentración de cualquier componente es constante en una sección transversal.

- Régimen permanente. Se calcula el estado de equilibrio de los distintos componentes.
- Se conocen los caudales naturales en cada punto del río.
- Se conocen las velocidades y calados en cada punto, o se dispone de datos para calcularlos a partir de los caudales.
- Se conocen los caudales derivados.
- Se conocen los caudales de vertido.
- Se conocen las concentraciones en los distintos componentes de cada caudal entrante, sea caudal natural o vertido.
- Se pueden estimar los parámetros que regulan la degradación o reacción de los distintos componentes.

Con esta hipótesis y sus datos correspondientes se procede a realizar la idealización del río, es decir, su preparación para el tratamiento matemático del problema (fig. 2). Para ello, se divide el río en tramos, en la hipótesis de que todas las propiedades físicas, químicas e hidráulicas se mantienen constantes dentro de cada uno de ellos. Por tanto, se utilizan los criterios siguientes para la división en tramos:

- Puntos con cambios de pendiente, sección transversal o rugosidad en el río,

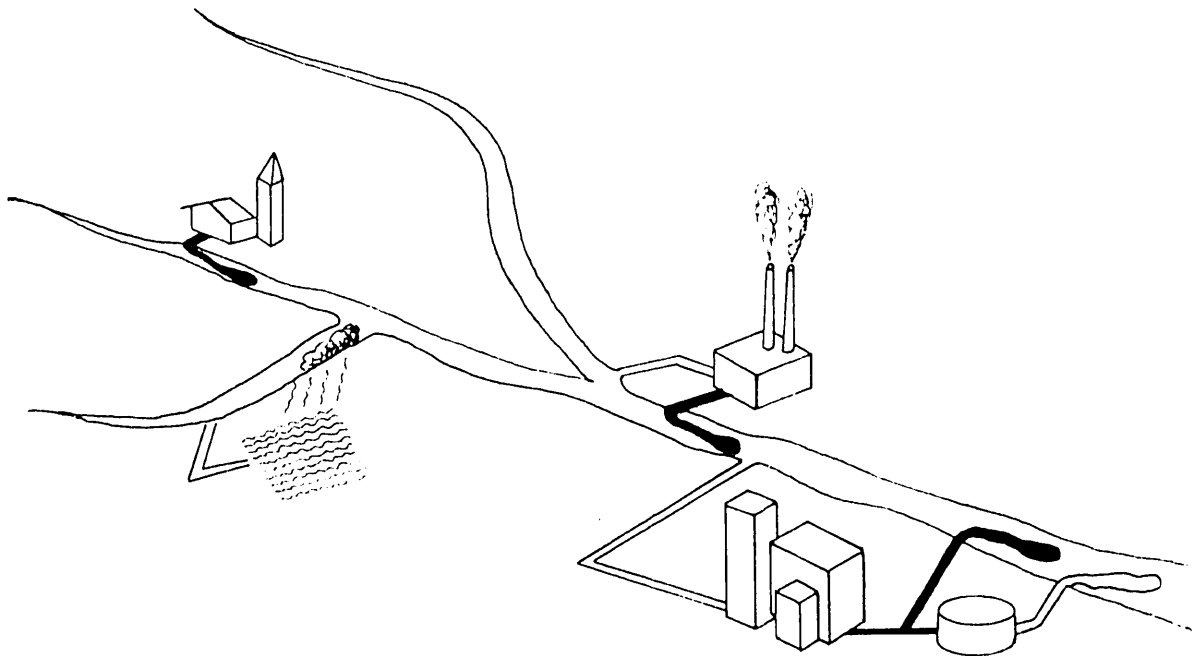


Fig. 1.— Ejemplo de río.

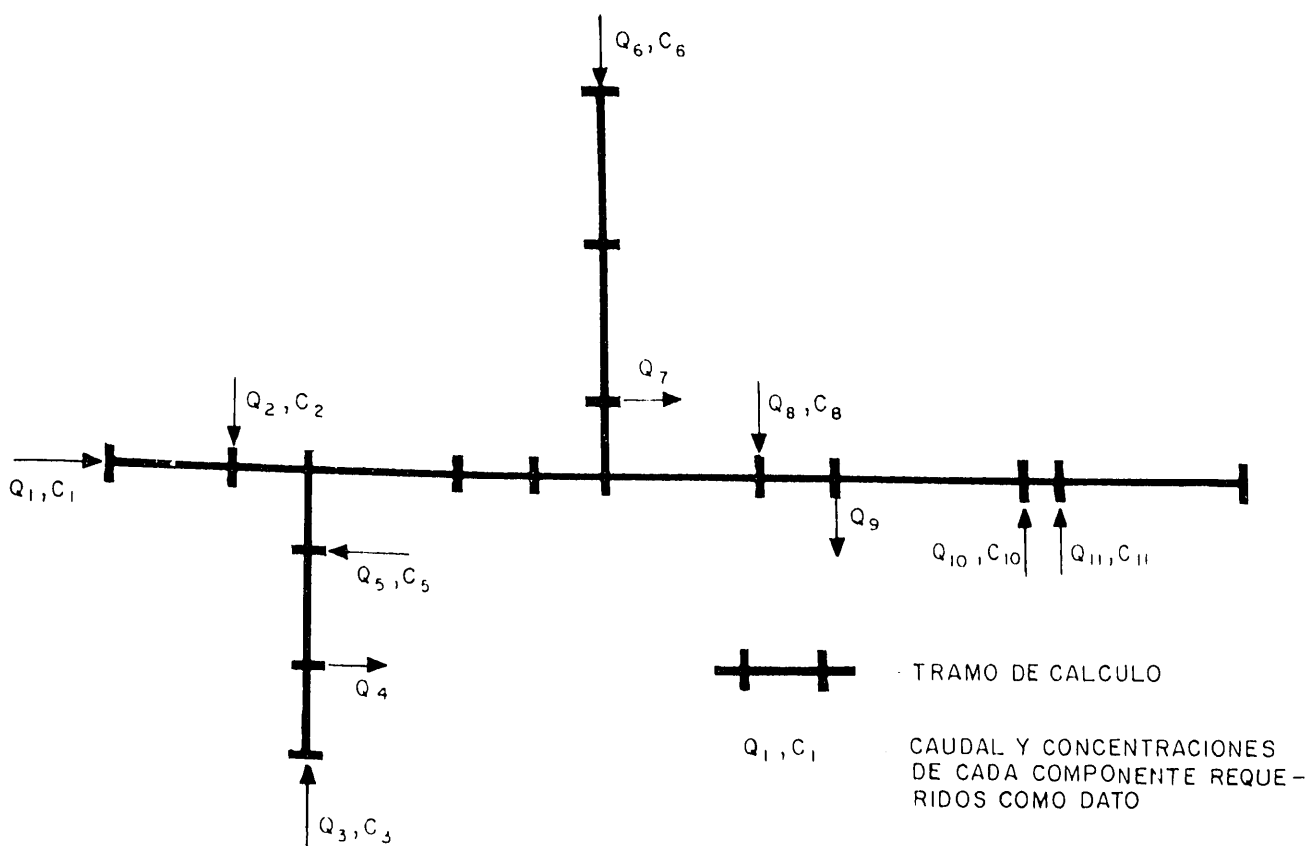


Fig. 2. — Esquematización.

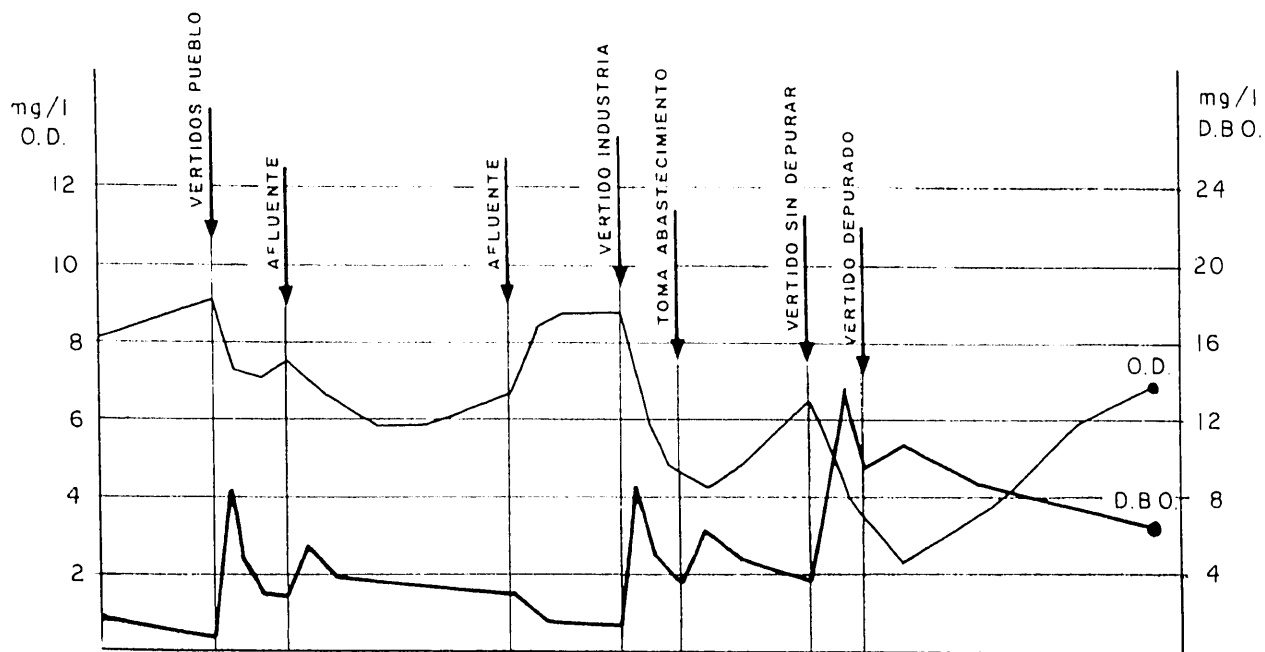


Fig. 3. — Resultados hipotéticos del caso de la figura 1

o en otras palabras, cambio en la velocidad o calado medio del flujo.

- Puntos donde tiene lugar una entrada (vertido, afluente) o salida (toma de abastecimiento, riegos) de agua, ya que con ello no sólo cambia el caudal, sino también las concentraciones de los diversos componentes.

Cada tramo supone un elemento de cálculo que el modelo resolverá en forma explícita y trabajando de aguas arriba hacia aguas abajo. En cada uno de ellos se toman los caudales y concentraciones de cada compuesto, tanto para el flujo procedente del elemento de aguas arriba calculado anteriormente como del posible vertido recibido. Con esto y las características del tramo se obtienen el caudal y concentraciones en su extremo de aguas abajo, que serán entrantes al tramo siguiente.

Realizado este proceso para todo el río, se obtiene una idea de las concentraciones en cada punto en régimen permanente. Los resultados se pueden plasmar en gráficos como el de la figura 3.

Una vez que el modelo está calibrado y verificado como se comentará en el apartado 5, queda dispuesto para su utilización. Para ello, se plantea una serie de pasadas del modelo con cada una de las alternativas que se quieren calcular. Por ejemplo, el estudio del efecto de una nueva depuradora de aguas residuales se realiza suprimiendo el vertido sin tratar por otro vertido situado en el emplazamiento previsto. A este vertido se asigna el caudal y la concentración en los distintos compuestos que se supone producirá la nueva depuradora en función del nivel de tratamiento. De este modo, se pueden comparar alternativas y obtener la solución que produce el resultado más beneficioso para la calidad de agua en la cuenca.

3. Teoría matemática.

La teoría es la misma en todos los modelos de este tipo, que sólo se diferencian entre sí en el número de componentes que pueden tratar o en el método de resolución del sistema de ecuaciones que se plantea. La descripción que se presenta corresponde al modelo "Pioneer" I, Waddel (1974), con las siguientes características:

Las variables hidráulicas de cada tramo, velocidad y calado medios se calculan mediante funciones exponenciales del caudal dadas como dato.

Puede tratar los siguientes componentes de calidad:

- Nitrógeno total, nitritos, nitratos y amoníaco.
- Sólidos disueltos.
- Ion metálico.
- Fósforo (con reacción de primero y segundo orden).
- Coliformes fecales.
- DBO carbónico.
- Oxígeno disuelto.
- Clorofila "a".
- Modelo general de degradación de orden n .

Las ecuaciones empleadas para simular estos compuestos son de tres tipos:

1. Una ecuación aritmética con una incógnita: Resulta al plantear el balance de masas entre caudales y concentraciones entrante y saliente para compuestos no degradables.

2. Una ecuación diferencial para compuestos degradables independientes de los otros compuestos. Por ejemplo, la concentración de coliformes fecales viene dada por:

$$\frac{d}{dt} = -K_r C$$

C = Concentración en tiempo t .

K_r = Constante de degradación que varía con la temperatura T en función de una constante.

$$K_r(T) = K_r(20^\circ)(T - 20^\circ).$$

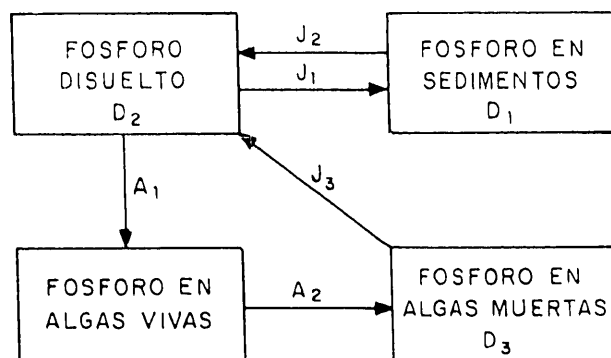


Fig. 4. — Esquema del ciclo del fósforo. Fuente, Waddel (1974).

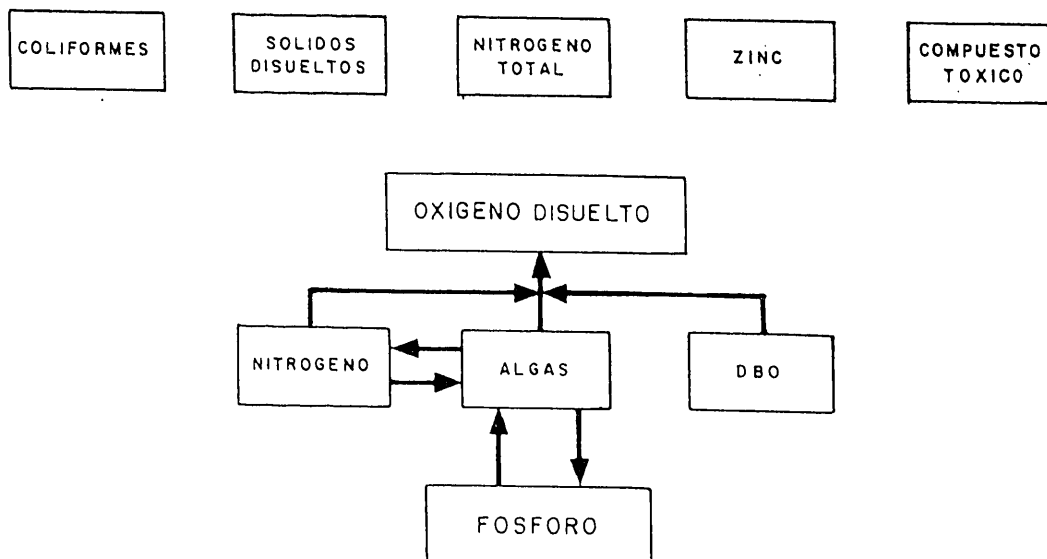


Fig. 5.—Esquema de resolución de los modelos de calidad. Fuente, Waddel (1974).

3. Un sistema de ecuaciones diferenciales para compuestos que se presentan en varias formas o que dependen de la concentración de otros. Por ejemplo, el fósforo, si se incluye la influencia de las algas, viene descrito por las ecuaciones (fig. 4):

$$\frac{dD_1}{dt} = -J_1 D_1 + J_2 D_2$$

que relaciona el fósforo disuelto y el sedimento;

$$\frac{dD_2}{dt} = -J_2 D_2 + J_1 D_1 + J_3 D_3 - A_1$$

que relaciona el fósforo disuelto, el sedimentado y las algas en descomposición;

$$\frac{dD_3}{dt} = -J_3 D_3 + A_2$$

que relaciona las algas vivas y las algas en descomposición;

D_1 = Concentración de fósforo en los sedimentos, mg/m².

D_2 = Concentración en disolución, mg/l.

D_3 = Concentración en forma orgánica en algas muertas.

J_1, J_2, J_3 = Constantes de reacción determinadas empíricamente.

A_1 = Tasa de mortalidad determinada por el modelo de algas, por lo que el modelo del fósforo no puede resolverse hasta concluir aquél.

Una vez planteadas las ecuaciones para todos los componentes en un tramo de río se pasa a obtener la solución. Para ello (fig. 5) se resuelven primero los componentes independientes (coliformes, sólidos disueltos, nitrógeno, cinc y compuestos tóxicos). A continuación se plantea un sistema de ecuaciones diferenciales formado por los subsistemas correspondientes a los compuestos interdependientes (oxígeno disuelto, DBO, nitrógeno, algas, fósforo) y que por ello deben ser resueltos simultáneamente. En el modelo "Pioneer" I se emplea el método de Runge-Kutta de cuarto orden para obtener la solución.

De este modo, y resolviendo cada tramo en dirección aguas abajo, se obtiene el estado de equilibrio para las condiciones de caudal, temperatura y vertidos supuestos.

4. Datos necesarios.

Para la realización de estos cálculos se requiere un conjunto de datos, de cuya calidad depende la fiabilidad del modelo:

Datos topológicos. — Número, identificación y posición relativa de los tramos en que se divide cada río de la cuenca.

Datos hidráulicos. — Coeficientes de las expresiones empíricas que relacionan el caudal con la velocidad y el calado.

Datos hidrológicos. — Caudal supuesto en cada tramo, incluidos derivaciones y vertidos.

Datos de calidad. — Concentración en los distintos componentes de todos los caudales entrantes al sistema.

Datos bioquímicos. — Parámetros y coeficientes de las ecuaciones que regulan los procesos bioquímicos.

Los datos topológicos, hidráulicos e hidrológicos son relativamente fáciles de determinar. El problema radica principalmente en los de calidad y los bioquímicos. Los primeros, porque, además de exigir un muestreo y análisis cuidadosos, requieren un valor medio, que para magnitudes como el oxígeno disuelto o el DBO es difícil de estimar. Los segundos porque hay que estimarlos a partir de medidas, y en algunos casos, esto es casi imposible, como puede ser en la determinación del consumo de oxígeno por las algas.

5. Fases de ejecución.

Después de la recogida y estimación de datos y de la idealización de la cuenca descrita en el apartado 2, se podría pasar a utilizar el

programa de cálculo para estudiar las alternativas deseadas. Sin embargo, como en casi todos los modelos de simulación de recursos hidráulicos, la insuficiencia de datos obliga a realizar una calibración del modelo.

En este tipo de modelos la calibración consiste en reproducir la evolución de las concentraciones a lo largo de los cauces de la cuenca en una época determinada. En teoría deben tomarse varios períodos representativos a lo largo del año, atendiendo a la situación hidrológica y al tipo y calidad de los vertidos, características que pueden variar estacionalmente según las oscilaciones de población, nivel de funcionamiento de las industrias, etc. De esta forma, el modelo tendrá un alto grado de fiabilidad, independientemente de la simulación que se realice. Sin embargo, si sólo se pretende estudiar el funcionamiento de la cuenca bajo unas condiciones fijas, bastaría con calibrar el modelo para esta situación.

Para calibrar el modelo en un período determinado hay que realizar una campaña de toma de datos encaminada a definir el valor medio de los caudales de cabecera y de vertido y sus concentraciones, así como la concentración media de cada componente simulado, a lo largo de los cauces de la cuenca. Con aquellos

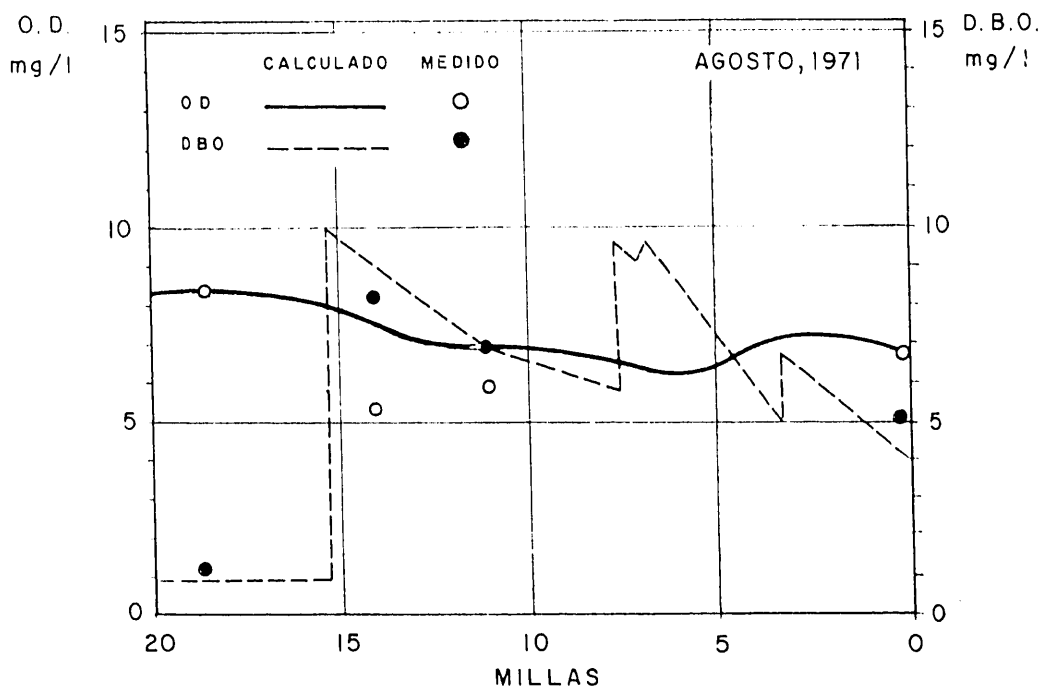


Fig. 6. — Ejemplo de calibración Boulder Creek (cuenca de South Platte). Perfiles de DBO y oxígeno disuelto.

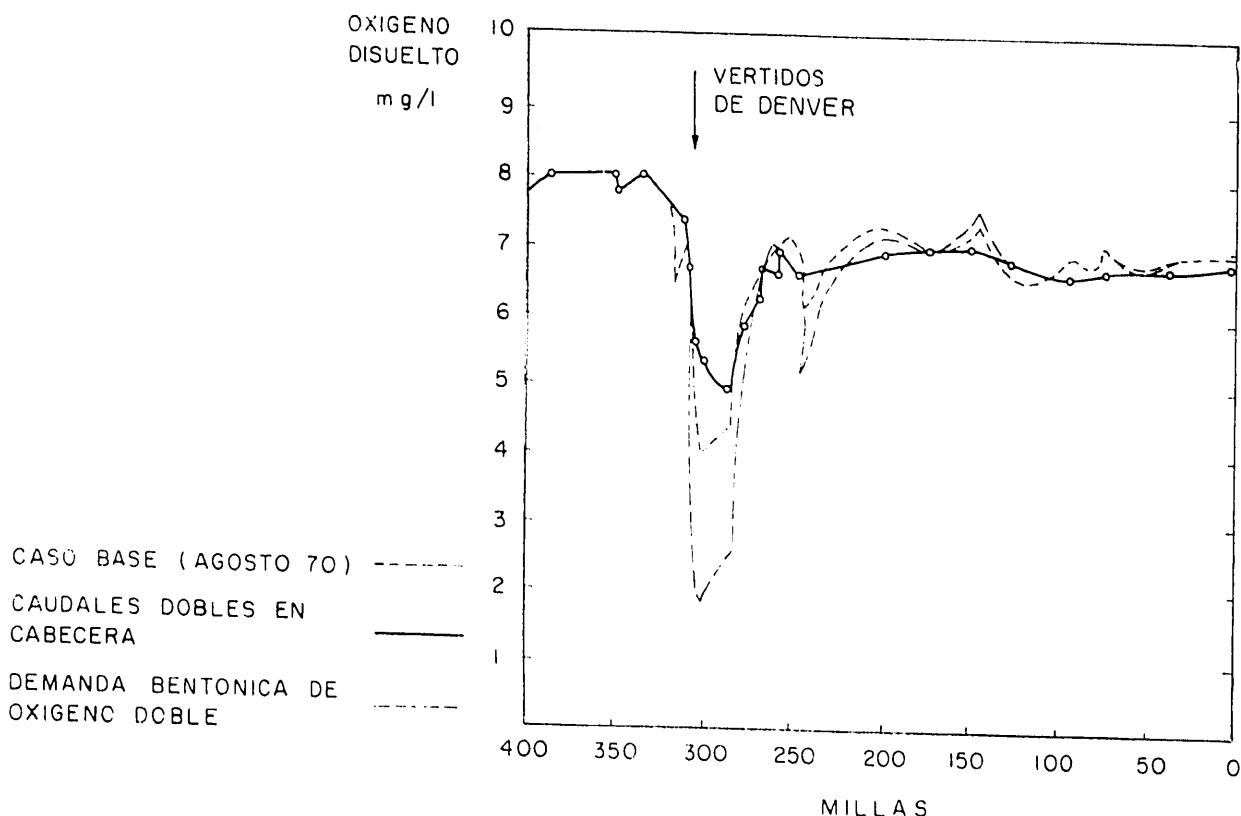


Fig. 7. — Ejemplo de análisis de sensibilidad, río South Platte. Sensibilidad del oxígeno disuelto.

datos se puede emplear el modelo para calcular la concentración en cada punto de la cuenca, que comparada con la observada permitirá decidir si el modelo reproduce el sistema real con suficiente fidelidad. Si no es así habrá que investigar los datos que hay que modificar para conseguir el ajuste. En este proceso debe intervenir una persona con buen conocimiento de la cuenca y de la calidad de los datos.

La precisión necesaria en la calibración depende de la calidad de los datos históricos y de la precisión requerida en el modelo. En la figura 6 se muestra un ejemplo de la calibración realizada con este modelo en la cuenca del río South Platte (Colorado).

Una vez calibrado el modelo es conveniente realizar la verificación del ajuste. Este proceso consiste en comprobar la fiabilidad del modelo simulando un período histórico no empleado en la calibración y comparando las concentraciones históricas y calculadas sin reajustar ningún parámetro.

Por último, y antes de pasar a la simulación se debe analizar la sensibilidad del modelo.

Para ello se modifican sucesiva e independientemente los distintos parámetros y se observa la influencia que pueden tener los errores cometidos en su estimación, así como la probabilidad de que los valores adoptados en la calibración sean correctos. En la figura 7 se muestra un ejemplo del análisis realizado en el río South Platte citado anteriormente.

Una vez completadas satisfactoriamente estas fases, se puede decir que se dispone de un modelo de la cuenca. A partir de este momento no deben cambiarse los valores de ningún parámetro, ya sea hidráulico o bioquímico, sin una nueva calibración. La simulación de las distintas alternativas se realiza modificando los valores de caudales y concentraciones de los vertidos, tanto naturales como urbanos, industriales o agrícolas.

6. Aplicaciones prácticas.

Los modelos del tipo descrito en apartados anteriores son instrumentos muy útiles para estudiar la incidencia de una decisión que de al-

gún modo afecte a la hidrología cuantitativa o cualitativa de la cuenca. Los problemas abordables son de tres tipos generales:

1. Cambio de la situación hidrológica. Por ejemplo, estudio de la influencia del aumento o disminución de recursos de la cuenca debido a un transvase. En el punto de toma o derivación se impondría el caudal importado, junto con su concentración en cada componente, o bien el caudal exportado. La calidad de este último no se requiere como dato, pues es un resultado de la aplicación del modelo.
2. Cambio de la legislación sobre calidad de los vertidos. Para estudiarla se modificaría la calidad de los vertidos actuales imponiendo la exigida por las leyes.
3. Cambio del número y calidad de los vertidos. Por ejemplo, estudio regional de gestión de aguas residuales. La decisión sobre el número, localización, capacidad y grado de depuración de las posibles depuradoras de aguas residuales se podría apoyar en los resultados de varias simulaciones en las que se estudiaría cada alternativa aplicando en los puntos adecuados el caudal y calidad del vertido previsto para cada estación.

Dentro de estos tres tipos generales se encuentran muchos otros ejemplos, que se tratan de forma similar matemáticamente hablando. La dificultad principal para su aplicación práctica radica en la toma de datos, cuyas deficiencias complican la calibración, y en última instancia disminuyen la fiabilidad del modelo.

Aunque un modelo de este tipo no puede considerarse ecológico, sus resultados proporcionan una ayuda importante a los ecólogos, que a la vista de la calidad del agua de la cuenca obtenida en la simulación pueden hacer predicciones sobre el impacto de las decisiones estudiadas.

BIBLIOGRAFIA

- STREETER, H. W., and PHELPS, E. B.: "A Study of the pollution and natural purification of the Ohio River". Boletín 146, U.S. Public Health Services, 1925.
- TEXAS WATER DEVELOPMENT BOARD: "Dosag I. simulation of water quality in streams and canals". Systems Engineering Division, TWDB, september 1970.
- WADDEL; WILLIAM, W., y otros: "A water quality model for the South Platte river basin". Pacific Northwest Laboratories, Richland (Washington), April 1974.