

EL CALCULO DE LOS CARRILES SOBRE LOSA DE HORMIGON(*)

Por MANUEL JOSE MEGIA PUENTE

Ing. de Caminos, Canales y Puertos
Dirección de Innovación de Renfe

JESUS MARCOS GOMEZ MARTIN

Ing. de Caminos, Canales y Puertos
Dirección de Informática de Renfe

Se realiza en el presente artículo la exposición de un método para el cálculo de los carriles ferroviarios tendidos sobre una superestructura en losa continua. La esencia del método son las conocidas fórmulas de Zimmermann y la novedad introducida consiste en tener en cuenta las fuerzas ejercidas por las sujeciones elásticas que fijan el carril a la placa. Se describe la organización general de método de cálculo propuesto por los autores que ha sido plasmado en un programa de ordenador, con objeto de descargar en él todo el trabajo de cálculo derivado de la aplicación reiterada de las fórmulas de Zimmermann.

Con el método de cálculo propuesto se obtiene un reflejo más exacto de la realidad de las tensiones y deformaciones en el carril (sobre la base de las hipótesis de Winkler) y además permite conocer la sollicitación complementaria de arranque introducida en las sujeciones por el efecto de las cargas verticales de las ruedas.

Introducción.

Tradicionalmente se ha abordado el cálculo de la estructura ferroviaria por el llamado método de Zimmermann (1), el cual puso a punto una serie de fórmulas y ábacos a partir de las hipótesis teóricas de Winkler (2).

Cuando ha sido necesario realizar cálculos de estructuras ferroviarias sobre losas continuas de hormigón se han seguido utilizando, sin modificación alguna, las mismas fórmulas de Zimmermann, empleando nuevos valores para algunos de los parámetros que en ellas aparecen (3). Este procedimiento de cálculo es aceptable para algunos tipos de vía sobre losa de hormigón en el mismo grado en que lo era para la vía sobre balasto, contando quizá a su favor con una mayor seguridad en los valores de algunos de los parámetros incluidos en las fórmulas de Zimmermann, en especial el del coeficiente de balasto, piedra angular de la teoría de Winkler.

En el caso de que la vía sobre losa en estudio sea de tal naturaleza que los carriles estén directamente unidos a dicha losa (tipo BR) o bien se apoyen sobre traviesas embebidas en la masa de hormigón (tipo alemán sobre trave-

sa DW), la aplicación, como se ha venido haciendo hasta ahora de las fórmulas de Zimmermann, es insuficiente, siendo posible obtener resultados más próximos a la realidad con algunas consideraciones adicionales que son las que nos proponemos exponer en el presente artículo.

Comportamiento de un carril en la vía bajo carga.

Tanto teórica (4) como experimentalmente (5) se comprueba que cuando un carril colocado en condiciones normales en la vía soporta una carga puntual, la deformada obtenida es como la indicada en la figura 1.

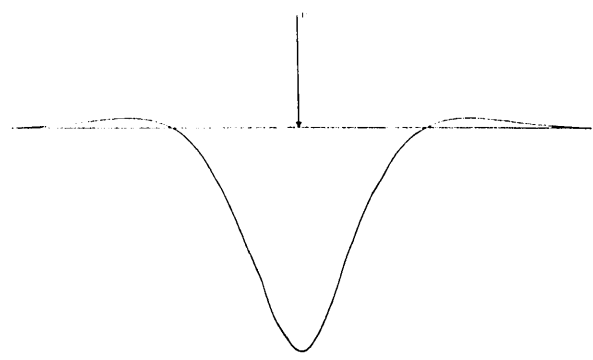


Fig. 1. — Deformada de un carril bajo carga puntual.

(*) Se admiten comentarios sobre el presente artículo, que pueden remitirse a la Redacción de esta revista hasta el 30 de noviembre de 1976.

En el caso de varias cargas puntuales, la deformada es la superposición de las producidas por cada una de las cargas (fig. 2).

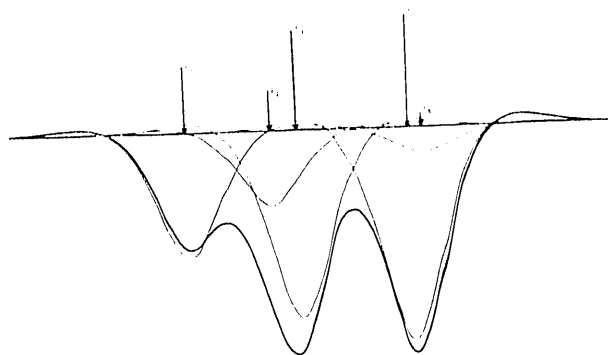


Fig. 2. — Deformada de un carril bajo varias cargas puntuales.

De la observación de las figuras 1 y 2 se deduce que hay puntos del carril que cuando éste está cargado alcanzan una cota superior a la que tenían en el estado descargado.

En el caso de la vía clásica sobre traviesas y balasto no existe ninguna coacción que tienda a impedir este movimiento si se exceptúa el propio peso de las traviesas, el cual, repartido en partes iguales entre los dos carriles, llega, en el peor de los casos, a un valor de 150 kilogramos en cada punto de sujeción, valor que, sin error apreciable, puede ser despreciado. Análoga situación se presenta en las vías sobre losa de hormigón constituidas por traviesas introducidas en cajas adecuadas forradas de material elastómero, pero sin ninguna coacción en el sentido vertical ascendente.

Para el caso de carriles directamente unidos a la losa continua o sujetos a traviesas rigidamente unidas a aquéllas, la situación es muy diferente, pues la tendencia del carril a elevarse desde su posición descargada es contrarrestada en cierta medida por las sujeciones elásticas que le unen al cuerpo de la losa continua. La magnitud de esta coacción vertical viene dada únicamente por las características de la sujeción, pero su valor mínimo inicial puede situarse alrededor de los 1.400 ó 1.500 kilogramos por punto de sujeción, lo que multiplica por diez la influencia que ejercía el peso de las traviesas.

Exposición del método de cálculo para carriles sobre losa continua de hormigón.

Planteamiento del problema.

Se trata de determinar los valores de las solicitaciones en un carril ferroviario fijado elásticamente sobre una losa continua de hormigón. Esta determinación de solicitaciones se pretende llevar a cabo en el caso de carril descargado, sometido únicamente a la influencia de las sujeciones, y en el caso de carril soportando un determinado tren de cargas.

Se determinará también, indirectamente, la sollicitación vertical a que se encuentran sometidas las sujeciones.

En el esquema de la figura 3 se representan los elementos básicos de una vía de las características que nos ocupan.

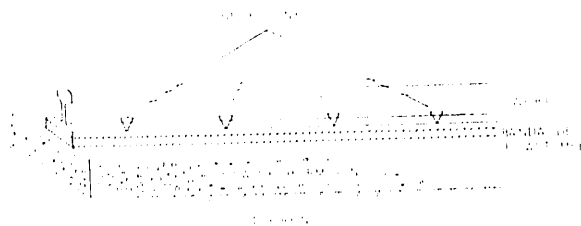


Fig. 3. — Esquema de vía sobre losa de hormigón.

Hipótesis básicas.

Para abordar el problema haremos las siguientes hipótesis:

- La losa de hormigón es considerada indeformable en el plano vertical.
- El elastómero es homogéneo y continuo, y sus características elásticas son constantes a lo largo de toda su longitud, pudiéndose determinar, por medio de ensayos sobre él, el valor de la magnitud conocida como coeficiente de balasto, que se medirá en Kg/cm^2 .
- El carril posee unas características mecánicas, elásticas y geométricas lo suficientemente constantes en toda su longitud. En el momento de su colocación, la nivelación longitudinal del carril es de la suficiente calidad para poderlo considerar rectilíneo o con defectos de gran longitud de onda y muy pequeña amplitud.
- Las sujeciones son elásticas, asimilables a un resorte puro cuya constante puede ser calculada por medio de ensayos adecuados. La dis-

tancia entre ellas es constante a lo largo de la vía. En el montaje se les da una deformación inicial que motiva una fuerza vertical sobre el carril igual en todas ellas.

e) La longitud de la vía es indefinida.

Las fórmulas de Zimmermann (6).

Partiendo de la idea básica de Winkler, según la cual, el valor de la reacción por unidad de longitud en un punto cualquiera de una viga apoyada sobre el suelo elástico es, en función del coeficiente de balasto C , de la flecha vertical z y del ancho de la viga b :

$$r = C.z.b \quad (1)$$

Tomando como origen de coordenadas el punto de aplicación de la carga y como posi-

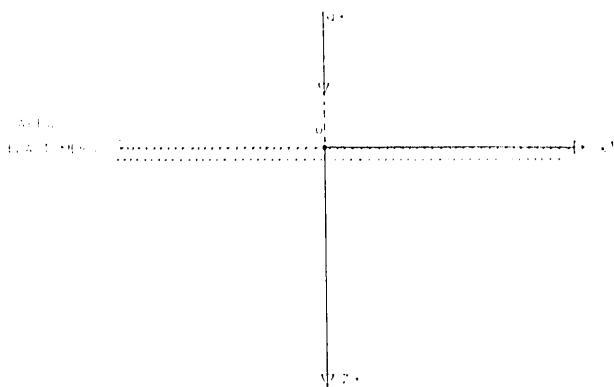


Fig. 4. — Convenio de signos adoptado por Zimmermann.

vas las flechas descendentes (fig. 4), la ecuación diferencial de la elástica es:

$$EI \frac{d^4 z}{dx^4} = -M_f \quad (2)$$

siendo M_f el momento flector en el punto de abscisa x .

El esfuerzo constante en ese punto es:

$$T = -EI \frac{d^3 z}{dx^3} = \int r dx \quad (3) \quad \frac{dx}{dT} = r \quad (4)$$

derivando dos veces dicha ecuación diferencial se obtiene:

$$EI \frac{d^4 z}{dx^4} = -C.z.b \quad (5)$$

La resolución de esta ecuación es conocida. Si se hace un cambio de variable independiente de la forma:

$$\xi = \frac{x}{u} \quad (6)$$

siendo:

$$u = \sqrt[4]{\frac{4EI}{C.b}} \quad (7)$$

donde u es la llamada longitud elástica, queda como ecuación diferencial:

$$z = -\frac{1}{4} \frac{d^4 z}{d\xi^4} \quad (8)$$

La integral general de la ecuación (8) es de la forma:

$$Z = (C_1 e^{\xi} + C_2 e^{-\xi}) \cos \xi + (C_3 e^{\xi} + C_4 e^{-\xi}) \sin \xi \quad (9)$$

Determinando los valores de C_1 , C_2 , C_3 y C_4 de acuerdo con las siguientes condiciones:

a) Para $\xi = 0$ (punto de aplicación de la carga), la tangente de la elástica es la horizontal:

$$\left(\frac{dz}{d\xi} \right)_{\xi=0} = 0$$

y el valor del cortante en ese punto es $P/2$.

b) Para $\xi = \infty$ (extremos de la vía), el momento flector debe ser nulo; es decir:

$$\left(\frac{d^2 z}{d\xi^2} \right)_{\xi=\infty} = 0$$

y el cortante también ha de ser cero; es decir:

$$\left(\frac{d^3 z}{d\xi^3} \right)_{\xi=\infty} = 0$$

Los valores de las constantes son:

$$C_1 = C_2 = 0$$

$$C_3 = C_4 = \frac{Q}{2Cbu}$$

con lo que la ecuación de la elástica es:

$$z = \frac{Q}{2Cbu} e^{-\xi} (\cos \xi + \sin \xi) \quad (10)$$

y la ley de momentos flectores:

$$M_i = \frac{1}{4} Q u e^{-\xi} (\cos \xi - \operatorname{sen} \xi) \quad (11)$$

Estas expresiones (10) y (11) son las que hemos venido denominando hasta ahora fórmulas de Zimmermann.

Exposición del método.

La idea básica para el cálculo de los carriles sobre losa continua consiste en introducir la influencia de las sujeciones elásticas. Para ello actuaremos basándonos en el principio de superposición en tres etapas.

En primer lugar supondremos el carril descargado y sometido solamente a la acción de las sujeciones, que ejercen sobre él una fuerza vertical hacia abajo que consideraremos igual en todos y cada uno de los puntos de sujeción, y cuyo valor (Q_n) supondremos conocido.

A los valores obtenidos en primer lugar habremos de superponer el efecto de considerar el carril sometido únicamente a la acción del tren de cargas para el que vamos a realizar el cálculo. Este tren de cargas estará caracterizado por los valores de cada una de las cargas y las distancias existentes entre ellas. Su posición en la vía queda definida por la distancia de la primera carga de la izquierda al primer punto de sujeción a su izquierda.

Por último, y por un proceso iterativo, pasaremos a considerar el efecto producido por la coacción de las sujeciones a las deformaciones que el tren de cargas tiende a producir.

En el primer paso, cálculo del carril descargado pero sujeto elásticamente a la losa, calcularemos la deformada entre los puntos de sujeción, así como la ley de momentos flectores, para lo que (fig. 5) consideraremos dividido el tramo entre dos puntos de sujeción consecuti-

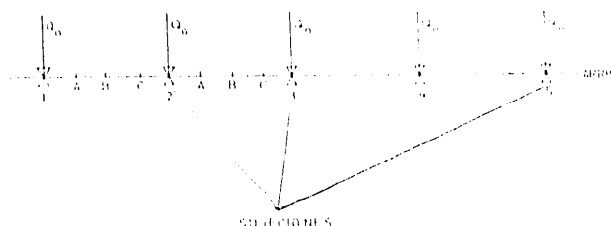


Fig. 5. — Esquema para el cálculo de la acción de las sujeciones.

vos en un número cualquiera de partes iguales, calculando en cada uno de ellos los valores de flechas y momentos flectores con la ayuda de las fórmulas de Zimmermann. Dada la existencia de un número, en principio indefinido, de cargas sobre carril, correspondientes a los puntos de sujeción, es necesario proceder por superposición para llegar a calcular la deformada y la ley de momentos. En efecto (fig. 5), calcularemos las flechas y momentos producidos por la carga Q_n , situada en los puntos 1, A, B, C y 2; obteniendo para las flechas (análogo para los momentos):

$$Z'_{1,1}, Z'_{A,1}, Z'_{B,1}, Z'_{C,1}, Z'_{2,1}$$

A continuación repetiremos los cálculos con Q_n en 2; obteniendo:

$$Z'_{1,2}, Z'_{A,2}, Z'_{B,2}, Z'_{C,2}, Z'_{2,2}$$

Continuaremos así hasta que las Z obtenidas sean suficientemente pequeñas, en cuyo momento pasaremos a tener en cuenta la influencia de Q_n , situada en los puntos simétricos del 2, 3 y 4... hacia la izquierda, hasta obtener las Z despreciables de nuevo, en cuyo momento, las flechas en cada punto, 1, A, B, C, 2, serán:

$$Z'_i = \sum_{j=1}^n (Z'_{i,j} + Z_{i,j}) \quad (i = 1, A, B, C, 2)$$

siendo n la sujeción, en la que los $Z_{i,n} < \epsilon \forall$ y $Z'_{i,n} < \epsilon \forall$, siendo $Z_{i,j}$ las flechas debidas a las sujeciones de los puntos simétricos del 2, 3, 4... Con esto tendremos la deformada del carril sujeto elásticamente a la placa, pero sin estar sometido a ninguna otra carga.

En el segundo paso, acción del tren de cargas, actuaremos de forma similar. El esquema es entonces el de la figura 6.



Fig. 6. — Esquema para el cálculo de la acción del tren de cargas.

En este caso calcularemos las flechas y momentos producidos por cada una de las cargas R_i en los puntos ...K — 1, K y K + 1... y en todos los intermedios A, B y C, con lo que finalmente tendremos:

$$Z''_i = \sum_{j=1}^n Z''_{i,j} \quad (i = \dots K - 1, A, B, C, K, A, B, C, K + 1, \dots)$$

Por último pasaremos a tener en cuenta el efecto de la coacción de las sujeciones elásticas, para lo cual haremos algunas consideraciones relativas a la forma de trabajo del conjunto sujeción, carril y elastómero.

La deformación inicial de la sujeción es superior, en todos los casos, al espesor del elastómero interpuesto entre el carril y la placa; por tanto, las deformaciones positivas del carril no superarán nunca a aquella deformación inicial, y en consecuencia, las sujeciones ejercerán siempre fuerzas positivas sobre el carril.

Una deformación descendente en el carril, provocada por cargas externas, origina en los puntos de sujeción una disminución de la fuerza inicial de apriete. Por el principio de superposición puede considerarse que las deformaciones positivas en puntos del carril donde existe sujeción provoca reacciones negativas, proporcionales al coeficiente de elasticidad de las sujeciones, cuyos efectos se sumarán a los calculados anteriormente.

En consecuencia, en los razonamientos que siguen no consideramos los efectos de las cargas iniciales, debido al apriete de las sujeciones; estos efectos serán sumados después de obtener los producidos por el tren de cargas externas y las reacciones provocadas en las sujeciones por estas cargas.

En las condiciones expuestas, la deformada del carril será la producida por el tren de cargas (Z''_i) calculada anteriormente, superpuesta a la deformada que producen las fuerzas que aparezcan en las sujeciones como reacción al oponerse a aquella deformación.

Estas reacciones, Q_i y las flechas producidas por las mismas f_i , son, en principio, desconocidas, pero debe de cumplirse la relación $Q_i = -(Z''_i + f_i) K$ (K : coeficiente de elasticidad de las sujeciones).

Para obtener Q_i y f_i operaremos por aproximaciones sucesivas hasta obtener dos valores consecutivos de las reacciones o, lo que es lo mismo, de las flechas que difieran entre sí en una cantidad menor que un valor prefijado.

En la primera aproximación se supone que las flechas totales son:

$$Z''_i$$

Las reacciones serán $Q'_i = -(Z''_i) \cdot K$. Calculamos las flechas del carril f_i en los puntos en que habiendo sujeción tienen influencia es-

tas reacciones, con lo cual una segunda aproximación de las flechas totales es $Z''_i + f'_i$, siendo $Q''_i = -(Z''_i + f'_i) K$ los valores de la segunda aproximación de las reacciones. De forma análoga se obtiene una nueva aproximación f_i de las flechas motivadas por las reacciones. De esta forma continúa el proceso iterativo hasta obtener unas reacciones con la aproximación deseada.

De igual manera a como se obtenía la influencia del tren de cargas obtendremos la acción de las reacciones calculadas.

Para obtener las deformaciones totales hasta sumar las deformaciones ya calculadas producidas por los tres estados de carga estudiados.

Para obtener los momentos flectores basta obtener los producidos por los tres estados de carga mencionados y sumarlos.

Aplicación del método.

Dado el considerable volumen de cálculo que implica la aplicación del método, aun en los casos más simples, es indispensable la realización de estos cálculos mediante ordenador.

Se ha realizado un programa que ha sido codificado en lenguaje fortran IV, y está preparado para ser procesado por un ordenador IBM/370.

Los datos a proporcionar son los siguientes:

- Coeficiente de balasto de la banda de elastómero.
- Constante elástica de las sujeciones.
- Distancia entre puntos de sujeción.
- Ancho del patín del carril.
- Módulo de elasticidad del acero del carril.
- Momento de inercia del carril respecto al eje baricéntrico horizontal.
- Distancia de la primera carga de la izquierda a la primera sujeción de su izquierda.
- Número de cargas del tren.
- Valores de las cargas.
- Distancia de cada carga a la de su izquierda.
- Número de partes en las que se divide cada tramo entre dos sujeciones.

Los resultados que se obtienen son:

- Valores de las flechas y momentos en los puntos de sujeción y en los intermedios según el último dato dado en el caso de carril descargado, pero fijado elásticamente a la losa.
- Valores de las flechas y momento en los puntos de sujeción e intermedios en el caso de carril cargado, pero sin tener en cuenta las sujeciones (métodos actuales).
- Valores de las flechas y momentos en el caso de carril cargado y fijado a la losa (método expuesto).

Presentación de resultados.

A continuación expondremos los resultados de algunos casos estudiados con nuestro método de cálculo. Se han elegido unos ejemplos

basados en una publicación del Instituto para la Construcción de Vías de Comunicación Terrestre de Munich (7).

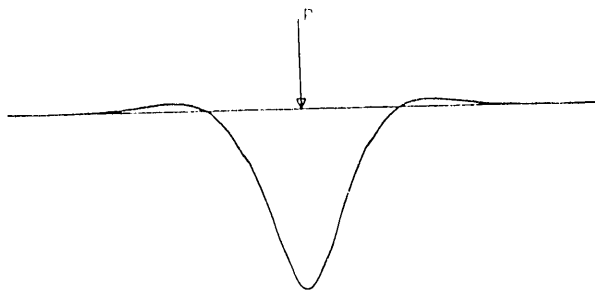


Fig. 7. — Deformada del carril bajo una carga aislada sin tener en cuenta las sujeciones.

En las figuras 7 y 8 se muestra la deformada del carril debida a las cargas dibujadas en cada caso, pero sin tener en cuenta las sujeciones.

En las figuras 9 y 10 se presenta la deformada del carril en los mismos casos de las fi-

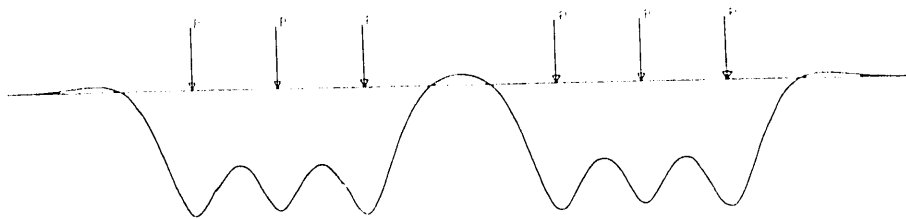


Fig. 8. — Deformada del carril bajo varias cargas, sin considerar la acción de las sujeciones.

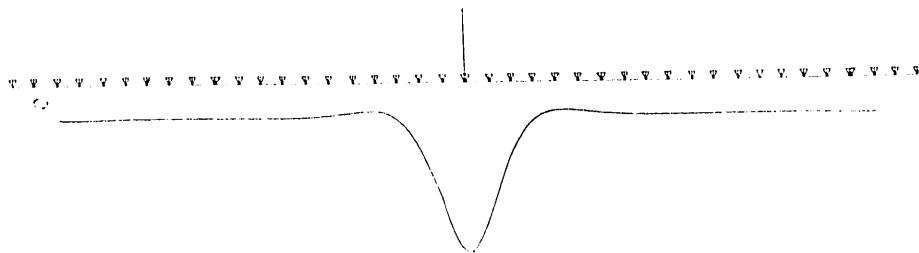


Fig. 9. — Deformada del carril bajo carga aislada, considerando las sujeciones.

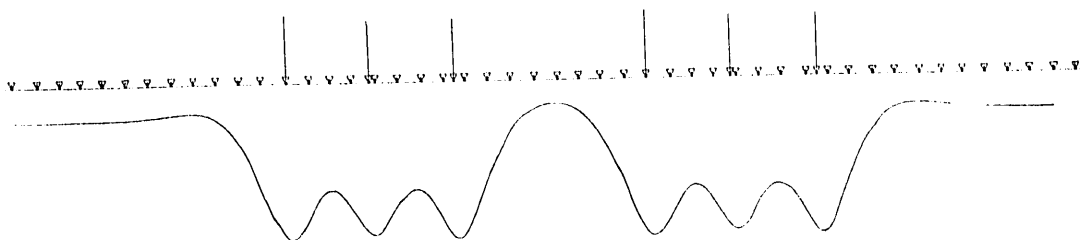


Fig. 10. — Deformada del carril bajo varias cargas, considerando la acción de las sujeciones.

guras 7 y 8, pero considerando el efecto del aprieto de las sujeciones. Como se puede ver, la diferencia principal entre ambos resultados estriba en que en el caso de no considerar el efecto de las sujeciones, el carril aparece con flechas negativas; es decir, no existe contacto en algunas zonas entre el patín del carril y la banda de elastómero. La situación real es la que se refleja en las figuras 9 y 10, en las que se aprecia que las flechas del carril son siempre positivas; es decir, siempre el patín del carril está en contacto con el elastómero.

REFERENCIAS

1. ZIMMERMANN: "El cálculo de la superestructura ferroviaria". Berlín, 1941.
OBERWEILLER: "Una aportación a la investigación teórica y experimental de carriles ferroviarios". Tesis doctoral, 1973.
2. CATEDRA DE GEOTECNIA Y CIMIENTOS: "Apuntes de Geotecnia y Cimientos. Cimentaciones superficiales". E.T.S.I.C.C. y P., 1970.
GARCIA LOMAS: "Tratado de Explotación de Ferrocarriles". Tomo I: Vía, 1972.
3. MELENTIEV: "Correlación óptima de las características mecánicas de los elementos de la superestructura de la vía. Transporte número 501". 1973.
BIRMANN: "Superestructura sin traviesas ni balasto". ETR, número 8, 1969.
EISENMANN: "Superestructura ferroviaria para altas velocidades". ETR, número 21, 1972.
- EISENMANN y LEMPE: "Construcción y dimensionado de una estructura ferroviaria sobre una calzada firme". Universidad Técnica de Munich, 1974.
4. EISENMANN: "Investigaciones relativas a la resistencia a la fatiga de los carriles y conclusiones prácticas". ETR, número 3, 1974.
EISENMANN: "Fatiga del carril considerado como una viga". ETR, número 8, 1969.
EISENMANN: "El carril como vía de circulación". ETR, número 12, 1971.
EISENMANN: "La sollicitación del carril. Nuevas nociones". Der Eisenbahningenieur, 1966.
EISENMANN: "El esfuerzo del carril como viga". ETR, número 18, 1969.
5. BIRMANN y HERBST: "Sollicitaciones de los carriles por la carga y las condiciones de la vía". ETR, número 3, 1974.
SCHLUMPF: "Sobre una clase de esfuerzos de los carriles de ferrocarril no considerados hasta ahora". Schweizerische Bauzeitung, número 1, 1974.
BIRMANN: "Soluciones teórica y experimental de problemas para vías para grandes velocidades especialmente en lo que respecta al trazado de las curvas y de los acuerdos, las tolerancias de montaje y conservación y la estabilidad dinámica. Consecuencias para la construcción de las vías y los aparatos". Conferencia dictada en el Simposio de Grandes Velocidades, de Viena, 1968.
6. GARCIA LOMAS: "Tratado de Explotación de Ferrocarriles". Tomo I: Vía, 1972.
7. EISENMANN y LEMPE: "Construcción y dimensionado de una estructura ferroviaria sobre una calzada firme". Universidad Técnica de Munich, 1974.