

CURVAS DE SEGURIDAD PARA LLENADO DE LOS EMBALSES (*)

Por ANTONIO LOPEZ BUSTOS

Ing. de Caminos, Canales y Puertos.

Se indican sistemas de orientación hacia el conocimiento de la situación en que debe estar un embalse durante cada fecha de su llenado, con probabilidad adecuada para llegar a su logro en la época precisa y, al mismo tiempo, si es posible, mantener el máximo resguardo laminador de accidentales avenidas.

1. EQUILIBRIO ENTRE PREVISION DE AVENIDAS Y SEGURIDAD DE LLENADO

Parece realmente necesario que llegados los momentos de maniobrar, a veces apresuradamente, las compuertas de un embalse, deben conocerse de antemano las normas a seguir para lograr el doble resultado de, en primer lugar, garantizar con aceptable probabilidad el llenado del embalse en la fecha que se necesite, y en segundo lugar, mantener el máximo resguardo para laminar las avenidas que puedan presentarse.

Vamos ahora a analizar cuestiones ya debatidas, pero cuya actualidad conviene revivir a nuestro juicio, puesto que el aumento del número de embalses y la mejora de la estadística disponible pueden aportar ya sin duda resultados eficaces, pese a la gran irregularidad de nuestro clima y régimen de los ríos.

Nos ceñimos, como es natural, a un año hidráulico, en nuestro caso, el que transcurre del 1 de octubre al 30 de septiembre y adoptaremos el mes como unidad de tiempo, para fijar al principio de cada uno la observación sobre el estado de cosas y conducta a seguir como consecuencia del examen.

2. CURVA DE SEGURIDAD

La línea de ciclo anual, cuyas abscisas señalan tiempos y cuyas ordenadas indican los volúmenes que deben ser alcanzados en cada fecha en un embalse, señalará la llamada "curva de seguridad", que habrá de apoyarse en hechos ocurridos en años anteriores, para servir después de indicadora de lo que probablemente sucederá. (La palabra "seguridad" ha de tomarse, pues, con ciertas limitaciones.)

Se puede aceptar el nombre dado de "curva de seguridad", con el doble sentido que interpretan los observadores de la misma; unos preocupados en la necesidad de llenar el embalse y otros pensando en el peligro de las avenidas. La máxima compatibilización de ambos puntos de vista es el fin que se persigue.

(*) Se admiten comentarios sobre el presente artículo, que pueden remitirse a la Redacción de esta Revista hasta el 31 de diciembre de 1973.

3. REGIMEN DE DESEMBALSE.

Inicialmente admitiremos, para simplificar y como ejemplo, que el año se divide en dos períodos (fig. 1), el primero de exclusivamente llenado del vaso (desde el 1 de octubre al 30 de junio, con nueve meses) y el segundo de solamente vaciado (desde el 1 de julio al 30 de septiembre, de tres meses). Admitiremos igualmente, en principio, que durante el llenado no se precisa mantener en el río, aguas abajo, caudal alguno apreciable y que durante el período de vaciado las aportaciones del río son prácticamente nulas, todo ello parecido a lo que refleja la curva dibujada, que se refiere a un embalse de 150 Hm^3 de capacidad, en un régimen como el indicado.

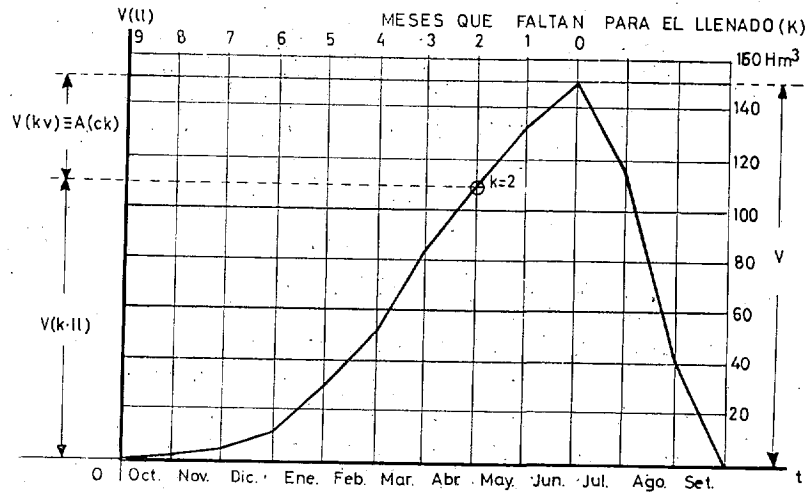


Figura 1.

4. MANEJO DE LA ESTADISTICA

Para hacer un estudio eficiente es preciso que las estadísticas nos permitan conocer las aportaciones mensuales de una serie suficientemente amplia de n años (por lo menos $n = 25$).

Si se desea que el día primero de julio el embalse esté lleno, es natural que al comenzar el día 1 de junio lo que falte por llenar sea un volumen parecido a las aportaciones del mes de junio, de cuyo valor nos dan idea los n junios de la serie disponible.

Si nos situamos en el día 1 de mayo lo que faltará por llenar deberá ser un volumen que se parezca a la suma de las aportaciones de mayo y junio reunidas, de cuyo valor nos darán una idea las sumas de los "mayos" y "junios" de cada uno de los n años de la serie, etc., así se llega a que el 1 de octubre (embalse vacío) lo que falte por llenar deberá parecerse a la suma de las aportaciones de los nueve meses (de octubre a junio, ambos inclusive), escogidas como más representativas en las series de n años disponibles.

Ciertamente que como es natural en nuestro caso, esta suma de los nueve meses representativos deberá ser mayor o igual a la capacidad o volumen V del embalse que se pretende llenar, ya que el 1 de octubre estará normalmente vacío. De no suceder así, ello sería indicativo de que el embalse es demasiado grande para contar debidamente de llenarlo con la aportación prevista de estos nueve meses.

5. APORTACIONES ACUMULADAS

Llamamos "aportaciones acumuladas" $A(c)$ de cada uno de los n años a las cantidades de agua esperables cada primero de mes durante el período de llenado restante. Ellas así son:

$$A(c\ 1) = A(\text{junio}).$$

$$A(c\ 2) = A(\text{junio}) + A(\text{mayo}).$$

$$A(c\ 3) = A(\text{junio}) + A(\text{mayo}) + A(\text{abril}).$$

$$\dots\dots\dots A(c\ 9) = A(\text{junio}) + A(\text{mayo}) + \dots + (\text{octubre}).$$

Cada una de estas nueve aportaciones, cuyo término general puede llamarse $A(c\ k)$, tiene n valores, correspondiendo a los n años conocidos, con su correspondiente variedad de secos a húmedos, si n es suficientemente grande para abarcar una muestra verdaderamente representativa.

Llamaremos también $A(c\ 1\ m)$ a la media aritmética de los n valores de $A(c\ 1)$, e igualmente $A(c\ 2\ m) \dots A(c\ 9\ m)$ a las medias aritméticas de las aportaciones acumuladas restantes, siendo, en general, $A(c\ k\ m)$ el promedio correspondiente al principio del mes k , y k uno cualquiera de los nueve meses de llenado (ordenados de junio a octubre). Naturalmente que $A(c\ 9\ m)$ deberá ser muy parecida o ligeramente superior a la capacidad V del embalse, si la obra está equilibrada con el río.

6. IGUALDADES DE BALANCE

Siendo V el volumen o capacidad del embalse, llamaremos $V(l)$ y $V(v)$ los volúmenes respectivos de la parte llena y vacía (o resguardo prudente para frenar las avenidas). En un mes k cualquiera, de los nueve de llenado, como indican las cotas de la figura 1, deberá de suceder:

$$V(k\ l) = V - V(k\ v) \equiv V - A(c\ k\ m).$$

El primer signo "igual" es evidente, pero el segundo sólo será aproximado en los años que se parezcan al medio de la serie n (en los húmedos así, sobrára agua, y en los secos, se llegará apuradamente al 1 de julio para llenar el embalse).

En general, escribiremos $V(k\ v) \equiv A(c\ k)$, o sea, que el resguardo al comienzo del mes k para esperar el llenado debe ser la aportación acumulada $A(c\ k)$ escogida entre las n conocidas con la suficiente probabilidad de un resultado positivo. Esta igualdad puede escribirse más concretamente de la forma:

$$V(k\ v) = A(c\ k\ m) - Ls, \quad [1]$$

es decir, tomando como resguardo la aportación acumulada media, disminuida en Ls , donde s es un número representativo de la desviación y L un coeficiente que determina la probabilidad deseada para llegar al llenado en la fecha prevista.

7. CASO DE DISTRIBUCION NORMAL

Si las aportaciones se presentasen en los n años, con arreglo a una distribución Normal, la igualdad (1) podría amoldarse a términos matemáticamente más precisos estadísticamente.

Entonces, siendo el número s , la desviación típica (media cuadrática, σ o varianza, cuyo cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de las desviaciones de los n años, respecto la media muestral dividida por n , o por $n - 1$, si n no es grande) se obtienen los siguientes valores de L para cada probabilidad resultante:

Pares de valores		Pares de valores	
L	Probabilidad	L	Probabilidad
1,8	96,4 %	1,00	84,1 %
1,7	95,5 %	0,75	77,4 %
1,6	94,5 %	0,50	69,1 %
1,5	93,3 %	0,25	59,9 %
1,4	91,9 %	0,00	50,0 %
1,3	90,3 %		

[2]

Esta hipótesis de asimilación con una distribución normal se ha aplicado con buenos resultados en algunos países europeos, Francia entre ellos. Sin embargo, en España, debido sin duda a su mayor variabilidad climática, se observan discrepancias que obligan a abandonar esta cómoda hipótesis y estudiar la serie de datos por sí misma como veremos después, lo cual reporta un mayor trabajo con la contrapartida de una mejor compenetración y conocimiento más directo de la muestra.

Así seguiremos aplicando la fórmula general:

$$V(k \cdot II) = V - A(c k),$$

deduciendo $A(c k)$ cada mes, como se ha dicho, mediante el análisis adecuado de la estadística disponible.

8. MANERA DE DIBUJAR LAS CURVAS DE SEGURIDAD

Nos referimos siempre al régimen típico de desembalses, escogido, es decir: llenado, de 1 de octubre a 30 de junio, y vaciado, de 1 de julio a 30 de septiembre, pues no hay dificultad de operar análogamente para otro régimen que pudiera interesar.

Si se fija un diagrama cartesiano con ordenadas volúmenes-tiempos (fig. 2) en

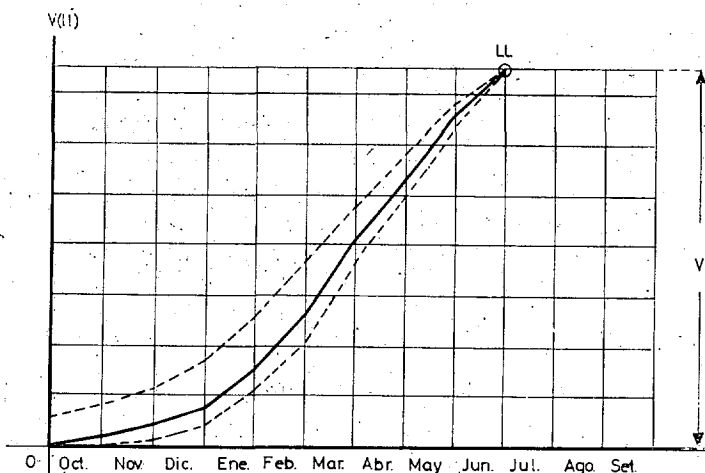


Figura 2.

el mismo, disponemos de dos puntos de la curva de llenado. El de partida (0), con $V(II) = 0$, $t = 0$ y el de llegada (LL) con $V(II) = V$, $t = 1$ de julio.

La técnica operatoria es contraria a la realidad, es decir, en vez de ir de (0) a (LL) se toma como punto de partida (LL) para ir hacia atrás.

Así, se inicia el dibujo de la curva el día uno de junio, tomando de ordenada $V(II) = V - V(1 \cdot v) \equiv V - A(c \cdot 1)$; el día 1 de mayo, $V(II) = V - A(c \cdot 2)$; y se sigue hasta el 1 de octubre, en que $V(II) = V - A(c \cdot 9)$, bien entendido que las aportaciones acumuladas de término general $A(c \cdot k)$ que se adopten serán las más representativas que se deduzcan estadísticamente de la serie de n años, para garantizar una probabilidad razonable de acuerdo con los datos disponibles en los n años. De esta manera, si la probabilidad p está bien en armonía con las circunstancias del binomio "aportaciones del río-capacidad del embalse", la curva que así se dibuja arrancando de LL llegará a $V(II) = 0$, con una abscisa nula o casi nula indicadora de la fecha que debe iniciarse el llenado, es decir, el 1 de octubre o poco después. (Línea de trazo continuo de la figura 2.)

Si la línea tanteada llegara al 1 de octubre con un valor positivo, $V(II) > 0$ (caso de la línea de trazos superior), esto quiere decir que, con la probabilidad P ensayada, sólo se podría pensar en el llenado si se arranca en octubre con el embalse no totalmente vacío.

Si la línea quebrada que se tantea llega a $V(II) = 0$, a fines de octubre o en meses posteriores (línea inferior de puntos), ello significaría que la probabilidad p elegida puede mejorarse en beneficio de la garantía de llenado si así se desea o mantenerla sacando así mayor provecho de los volúmenes vacíos $V(v)$, en beneficio de la previsión de avenidas.

9. ANALISIS DE CONJUNTO PARA VARIAS PROBABILIDADES

La figura 3 representa una familia de esta clase de líneas arrancando de LL e individualizadas por el valor de cada probabilidad p merced al debido estudio estadístico de la serie de n años y sus n aportaciones acumuladas para cada uno de

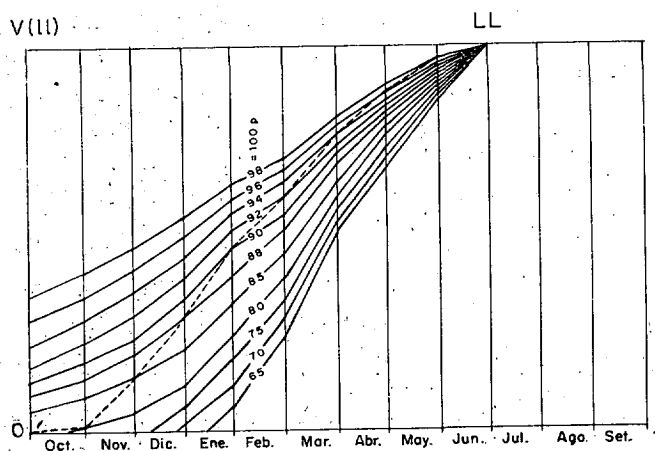


Figura 3.

los nueve primeros de mes en el período de llenado. Se ve para este ejemplo que la probabilidad de llenado dentro del plan deseado no puede superarse apenas al 80 por 100, ya que para el 85 por 100 sería preciso no tener totalmente vacío el 1 de octubre. Esto significa que la cuenca es hidrológicamente pobre para poder alma-

cenar el volumen V del embalse con una probabilidad mantenida superior a ese tono.

Una conducta que puede recomendarse para estos casos consiste en seguir el camino de las probabilidades crecientes, es decir, cada mes saltar, a la curva siguiente (línea de puntos). Esta conducta tiene un cierto fundamento lógico, ya que con nueve meses por delante se tiene más posibilidades de esperanza para llegar al llenado, las cuales se reducen a medida que van pasando los meses.

De esta manera, el día 1 de noviembre puede dejarse vacío el volumen $V(1 \cdot v)$, que con el 80 por 100 de probabilidad podría llenarse desde entonces hasta el 1 de julio (LL), pero el 1 de diciembre tendremos que reservar el $V(2 \cdot v)$, que puede llenarse con 85 por 100 de probabilidad, y el 1 de diciembre, $V(3 \cdot v)$, llenable con el 90 por 100, pasando igualmente por el 92, 94 y hasta 98 por 100 que se aspira a llegar el 1 junio con la alta garantía ya deseable en esa avanzada época.

Este es el sistema de paliar una situación precaria inicial, que es necesario superar con máxima cautela. Un poco parecido quizá al mal estudiante, que, incapaz de mantener un elevado ritmo todo el curso, aumenta su esfuerzo a medida que se aproximan los exámenes.

10. PREPARACION ESTADISTICA GENERAL DE LOS DATOS

Ya se ha hablado cómo se dibujan las curvas de "seguridad" a partir de los valores $A(c k)$, escogidos como más representativos para cada mes k , de manera que ese valor sea sobrepasado un número de veces en la historia conocida, que garantice una deseada probabilidad de llenado.

En el apartado 7 dábamos un sistema rápido de deducción de este valor en función de la probabilidad, supuesto que la serie o muestra de n años se asimilara suficientemente a la distribución normal, tabla (2).

También se dijo que en la mayoría de los ríos españoles no cabía semejante asimilación, y es preciso confeccionar directamente la curva de distribución de la muestra, para deducir el valor oportuno de $A(c k)$ que ha de aplicarse a la fórmula $V(II) = V - A(c k)$ cada uno de los k meses.

Esta curva es la que aparece en la figura 4 aplicada a un caso concreto con cuarenta y nueve años de muestra, las abscisas de cada punto son los 49 valores de $A(c k)$ en el mes de k que se analiza. Las ordenadas son las frecuencias con que cada valor no es alcanzado ni sobrepasado, que se suelen deducir con la fórmula $f = \frac{2i-1}{2n}$, siendo i el número de valores que no sobrepasan al escogido, o sea, el número ordinal de los n valores clasificados de mayor a menor; esta fórmula es la que mejor suele centrar el conjunto de puntos, que en nuestro caso quedaría entre $\frac{1}{98}$ y $\frac{97}{98}$, como frecuencias mínima y máxima ($n = 49$).

Para estudiar debidamente esta curva, es preciso limar las naturales irregularidades asimilándola a una distribución teórica adecuada. En la propia figura 4 se manifiesta claramente la disparidad con la distribución normal y acusada disimetría. Se ha comprobado que para el caso de aportaciones anuales y mensuales, en España, la función de Goodrich es la más adecuada, así aparece en los anuarios de aforos desde 1960, en el análisis de hidráulicidad a través de las aportaciones de una serie de años, sin desajustes notorios.

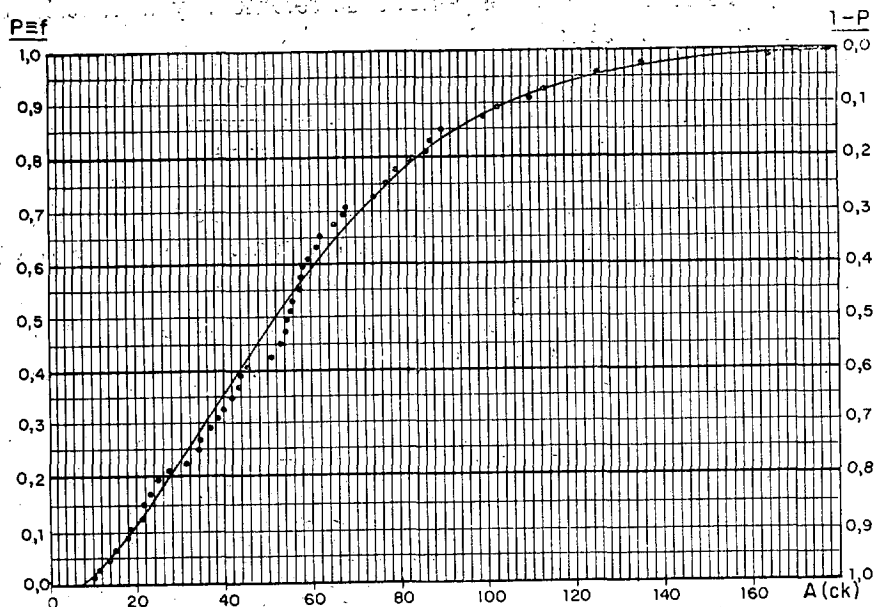


Figura 4.

11. APLICACION DE LA LEY DE GOODRICH

Es una generalización de la ley de Fuller, que se presenta en la forma:

$$x = X [1 + b (\log T)^N] \quad [3]$$

donde x es el valor variable de los elementos que constituyen la muestra (aportaciones a en nuestro caso) y T el período de retorno o de ocurrencia en que un valor de x es alcanzado o sobrepasado.

De esta fórmula se deducen directamente las leyes de densidad de probabilidad:

$$z = f(x) = \frac{1}{N} \lambda (x - X)^{\frac{1}{N}-1} e^{-\lambda (x - X)^{\frac{1}{N}}} \quad [4]$$

y la de repartición, integral de la anterior:

$$Z = F(x) = 1 - e^{-\lambda (x - X)^{\frac{1}{N}}} \quad [5]$$

donde $Z = F(x)$ representa, como es sabido, el número de veces (en tanto por uno) en que el valor x_i de una aportación no es alcanzado. (para $x = X$, $Z = 0$, para $x = \infty$, $Z = 1$).

Las tres ecuaciones (3, 4 y 5) tienen tres parámetros, X , N y λ para las dos últimas, y en la primera λ es reemplazado por b , con la relación:

$$\lambda = \frac{2,303}{N \sqrt{bx}}$$

La relación entre el período de retorno T y la función de repartición $Z = F(x)$ es como se sabe:

$$T = \frac{1}{1 - Z}$$

En la figura 5 se representa el aspecto de las curvas $z = f(x)$ y $Z = F(x)$ dibujando tres de cada familia para otros tantos valores de $N\lambda$ y X :

$$\left(\lambda = \frac{1}{2}, \frac{1}{3} \text{ y } \frac{1}{4}; N = 0,887, 0,894, 0,907 \text{ y } X = 0 \text{ en los tres casos} \right)$$

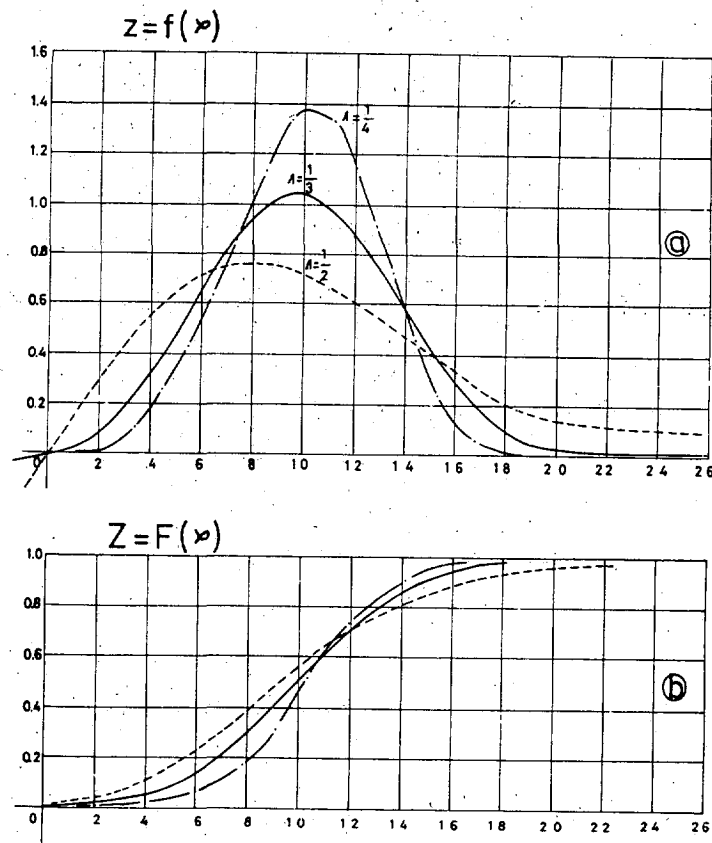


Figura 5.

La ley normal tiene dos parámetros: la media $\bar{x}$ y la varianza σ (o desviación típica), y de ahí la mayor dificultad de que una muestra de acontecimientos naturales se adapte a ella si no es un fenómeno prácticamente aleatorio.

En nuestro caso con los tres parámetros de Goodrich y la experimentada semejanza de estos fenómenos con la distribución teórica, se puede hacer que la curva de la ecuación (5) (fig. 5, b) se adapte de forma satisfactoria a la de la figura 4 confeccionada directamente de la muestra natural de n aportaciones x_i .

Si derivamos gráficamente la curva de la figura 4, tendríamos una curva C en forma de campana, que sería igualmente similar a la correspondiente a la ecuación (4) (fig. 5, a). También se podría dibujar directamente (si n es bastante gran-

de) dividiendo las abscisas en varios intervalos iguales y tomando como ordenadas el número de x_i abarcados en cada intervalo dividido por n .

Para deducir los valores de los tres parámetros que ajustan las curvas teóricas a las naturales, igualaremos los momentos de primero, segundo y tercer orden de las dos curvas de campana, teórica y práctica.

Estos momentos en el caso teórico serán:

$$m_1 = \int_0^{\infty} x f(x) dx \quad m_2 = \int_0^{\infty} x^2 f(x) dx \quad y \quad m_3 = \int_0^{\infty} x^3 f(x) dx \quad [6]$$

En el caso práctico de la serie natural llamaremos μ_1, μ_2, μ_3 los momentos respecto al eje de ordenadas trasladado a $\bar{x} = x$, valor medio de esta serie, y m'_1, m'_2, m'_3 los momentos respecto los mismos ejes que las ecuaciones (6).

De esta manera:

$$\left. \begin{aligned} \mu_1 &= \frac{\sum (x_i - \bar{x})}{n} = 0 & m'_1 &= \frac{\sum x_i}{n} \bar{x} \\ \mu_2 &= \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = m'_2 - \bar{x}^2 = \sigma^2 \text{ (varianza); } m'_2 &= \sigma^2 + \bar{x}^2 \\ \mu_3 &= \frac{\sum (x_i - \bar{x})^3}{n} = m'_3 - (3\bar{x}\sigma^2 + \bar{x}^3); m'_3 &= \mu_3 + (3\bar{x}\sigma^2 + \bar{x}^3) \end{aligned} \right\} \quad [6']$$

siendo:

$$m'_1 = \frac{\sum x_i}{n}, \quad m'_2 = \frac{\sum x_i^2}{n}, \quad m'_3 = \frac{\sum x_i^3}{n}.$$

Igualando las dos series de momentos (6) y (6') tenemos que la primera ecuación será:

$$\bar{x} = \int_x^{\infty} x \frac{1}{N} (x - X)^{\frac{1}{N}-1} e^{-\lambda(x-X)^{\frac{1}{N}}} dx \quad [7]$$

y haciendo

$$u = \lambda(x - X)^{\frac{1}{N}}$$

se transforma en:

$$\bar{x} = \int_0^{\infty} \left[\left(\frac{u}{\lambda} \right)^N + X \right] e^{-u} du = \frac{1}{\lambda^N} \int_0^{\infty} u^N e^{-u} du + X \int_0^{\infty} e^{-u} du,$$

la segunda integral es la unidad, y la primera, una integral euleriana de la forma:

$$\Gamma(n) = \int_0^{\infty} x^{n-1} e^{-x} \cdot dx.$$

Así, la ecuación (7) se transforma en:

$$\bar{x} = \frac{1}{\lambda^N} \Gamma(N+1) + X \quad [8]$$

La segunda ecuación del sistema (6) pasa a ser:

$$m'_2 = \sigma^2 + \bar{x}^2 = \int_0^\infty \left[\left(\frac{n}{\lambda} \right)^N + X \right]^2 e^{-u} du \quad [9]$$

que análogamente al caso anterior se transforma en:

$$\sigma^2 + \bar{x}^2 = \frac{1}{\lambda^{2N}} \Gamma(2N+1) + 2 \frac{X}{\lambda^N} \Gamma(N+1) + X^2. \quad [10]$$

Finalmente, la tercera ecuación del sistema (6) de momentos de tercer orden será:

$$m'_3 = \mu_3 (3\bar{x}\sigma^2 + \bar{x}^3) = \int_0^\infty \left[\left(\frac{u}{\lambda} \right)^N + X \right]^3 e^{-u} du, \quad [11]$$

que análogamente se transforma en:

$$\mu_3 + (3\bar{x}\sigma^2 + \bar{x}^3) = \frac{1}{\lambda^{3N}} \Gamma(3N+1) + 3 \frac{X}{\lambda^{2N}} \Gamma(2N+1) + 3 \frac{X^2}{\lambda^N} \Gamma(N+1) + X^3 \quad [12]$$

El sistema a resolver es así el de las tres ecuaciones: ((8)), ((10)) y ((12)), con sus tres incógnitas X , N y λ , ya que los valores $\bar{x}$, σ y μ_3 (media, varianza y disimetría) son números deducidos directamente de la muestra.

Para simplificar las notaciones llamaremos:

$$\Gamma_1 = \Gamma(N+1), \quad \Gamma_2 = \Gamma(2N+1) \quad \text{y} \quad \Gamma_3 = \Gamma(3N+1),$$

el sistema ((8-10-12)) puede ponerse así en la forma simplificada:

$$\left. \begin{aligned} (X - \bar{x}) + \frac{1}{\lambda^N} \Gamma_1 &= 0 \\ -(X - \bar{x})^2 + \frac{1}{\lambda^{2N}} \Gamma_2 &= \sigma^2 \\ (X - \bar{x})^3 + \frac{1}{\lambda^{3N}} \Gamma_3 &= \mu_3 + 3\sigma^2(X - \bar{x}) \end{aligned} \right\} \quad [8-10-12]$$

es fácil partiendo de las dos primeras ecuaciones despejar λ y X en función de N , y entrar en la ecuación tercera quedando la incógnita única N en la igualdad:

$$\varphi^{(N)} = \frac{\mu_3}{\sigma_3} = (\Gamma_2 - \Gamma_1^2)^{-\frac{1}{2}} \left[\frac{\Gamma_3 - \Gamma_1^3}{\Gamma_2 - \Gamma_1^2} - 3\Gamma_1 \right] \quad [13]$$

esta ecuación (13) aparece tabulada en numerosos textos, y reproducimos aquí la tabla de la Hidrología de Surface de M. Roche, de donde hemos extractado el anterior sistema expositivo, que también se desarrolla en el libro "Regulación de los Ríos", de Becerril, aunque allí por utilizarse las ecuaciones porcentuales creemos se ciñe menos a nuestra exposición particular actual, si bien los numerosos ábacos dibujados pueden ser en algunos casos ventajosos para seguir el camino allí expuesto, por lo demás totalmente análogo en su fondo.

La tabla indicada es así la siguiente, que proporciona el valor del parámetro N en función de la ecuación (13):

N	$\frac{\mu_3}{\sigma^3}$	N	$\frac{\mu_3}{\sigma^3}$	N	$\frac{\mu_3}{\sigma^2}$	N	$\frac{\mu_3}{\sigma^2}$
0,30	0,069	0,50	0,631	0,70	1,160	0,90	1,708
0,35	0,217	0,55	0,764	0,75	1,294	0,95	1,852
0,40	0,359	0,60	0,896	0,80	1,430	1,00	2,000
0,45	0,496	0,65	1,028	0,85	1,567		

Los otros dos parámetros se pueden deducir, ya escalonada y explícitamente de las dos primeras ecuaciones del sistema ((8-10-12)), puestos en la forma:

$$\lambda^{2N} = \frac{1}{\sigma^2} [\Gamma(2N+1) - \Gamma^2(N+1)]$$

$$X = \bar{x} - \frac{\Gamma(N+1)}{\lambda^N}$$
[14]

los dos valores se deducen directamente teniendo a mano una tabla de valores $\Gamma(h)$, es fácil de disponer, y de no ser así, se puede dibujar la curva apoyada en números enteros de h , ya que $\Gamma(h) = (h-1) \Gamma(h-1)$ y como $\Gamma(1) = 1$ resulta que $\Gamma(h) = (h-1)!$

Queda ahora solamente dibujar por puntos la ecuación (5):

$$Z = F(x) = 1 - e^{-\lambda(x-X)\frac{1}{N}}$$

que podemos poner en la forma:

$$x = X + \frac{1}{\lambda^N} [-\log(1-Z)]^N$$
[15]

El segundo factor del segundo sumando (excluido el exponente) sólo depende de Z , y la siguiente tabla facilitará el cálculo (los logaritmos son neperianos):

$Z =$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,99
$-\log(1-Z)$	0,105	0,223	0,357	0,511	0,693	0,916	1,204	1,609	2,303	2,997	4,605

Llamando F al factor citado, los valores de las abscisas correspondientes serán $x = X + \frac{F^N}{\lambda^N} (7)$.

La ecuación (7) tabulada nos permite dibujar 11 puntos de la curva teórica (5), suficiente, en general, a nuestros fines.

La figura 4, tantas veces citada, es el ábaco que nos dará finalmente el valor de x (o sea, la $A(c.k)$), que con la probabilidad p quede sin alcanzarse, o dicho para nuestro caso que con la probabilidad $1 - P$ sea alcanzado. En esta figura, además de los puntos experimentales, se ha dibujado tenuemente la curva teórica (5), uniendo los 11 puntos teóricos tabulados para la ecuación (7). Se ve así, por ejemplo, que para $A(c.k)$, igual a 14 Hm^3 , la probabilidad $1 - p$ es del 95 por 100, y que si el resguardo llega al orden de 32 Hm^3 esa probabilidad desciende ya al 75 por 100. Naturalmente, nunca resulta sensato rebajar $1 - p$ del 80 por 100, ni aun en el caso de utilización de probabilidades crecientes de un mes al siguiente.

12. CURVA DE VACIADO CON APORTACIONES DE ESTIAJE

Vamos ahora a estudiar el vaciado en el caso de que sean apreciables las aportaciones del río durante la época de estiaje.

En la figura 6 la curva (e) es la del embalse estudiada por el método antes analizado, y la curva (d) es la de vaciado en el caso de ser despreciable las aportaciones del estiaje, la cual está deducida repartiendo el volumen V en los tres meses de julio a septiembre conforme la conveniencia de los riegos en un ejemplo.

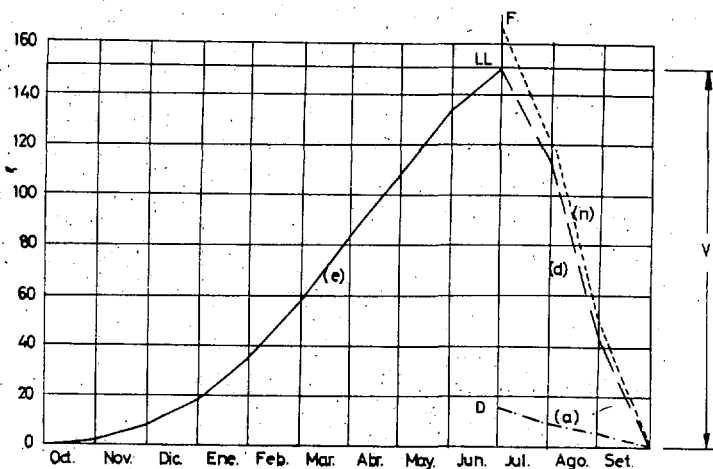


Figura 6.

En el caso de no ser despreciables las aportaciones de esos meses, podemos contar, además de con el volumen embalsado V :

- El 1 de julio con $A(\text{julio}) + A'(\text{agosto}) + A(\text{septiembre})$
- El 1 de agosto con $A(\text{agosto}) + A'(\text{septiembre})$
- El 1 de septiembre con $A(\text{septiembre})$

Estas aportaciones acumuladas, que llamaremos $A(c k')$, donde k' tiene tres valores (los de los tres meses de estiaje), determinan la curva (a) de la figura 6, que sumada a la curva de desembalses (d) nos da la curva (n) de posibilidades reales de agua durante los riegos. El vaciado real será siempre según la línea (d) representativa de los volúmenes que hay que retener en el embalse en cada fecha, para garantizar el déficit o volumen de agua complementaria (de mejora) a la fluvente.

Es natural que siempre habrá que escoger para $A(c k')$ los valores representativos entre los n años conocidos para cada uno de los tres meses; la conducta a seguir puede ser análoga a la del embalse, dibujando las tres curvas análogas a las de la figura 4. La única diferencia pudiera ser la de seguir un criterio menos exigente en la adopción de resguardos para avenidas, pues sólo hay que pensar en ajustar los riegos, ya que los resguardos van creciendo más o menos rápidamente en este período.

13. TANTEO DE LAS FECHAS DE LLENADO Y VACIADO

El procedimiento seguido para determinar la curva de vaciado, contando con las aportaciones de estiaje, puede también servir para fijar con mayor aproximación, si es necesario, las fechas en que debe haberse terminado el llenado del embalse y puede comenzar el vaciado.

Esta cuestión se plantea particularmente cuando la demanda de riegos en junio y aun en mayo, o antes, es notoria comparada con los posibles excedentes a cuenta del mantenimiento del embalse con resguardo.

Si en el gráfico de la figura 6 se prescinde de la curva (e) de llenado podemos prolongar hacia la izquierda las tres curvas (d), (a) y (n), cada una de ellas con arreglo a su naturaleza.

La curva (a) se prolonga hacia la izquierda incorporando las aportaciones probables de:

$$\left. \begin{array}{l} A(\text{septiembre}) + A(\text{agosto}) + A(\text{julio}) + A(\text{junio}) \\ A(\text{septiembre}) + A(\text{agosto}) + \quad \quad \quad + A(\text{mayo}) \\ A(\text{septiembre}) + A(\text{agosto}) + \quad \quad \quad + A(\text{abril}) \\ \dots\dots\dots, \text{etc.} \end{array} \right\} \begin{array}{l} (a) \\ \text{prolongada} \end{array}$$

La curva (n) se prolonga igualmente con los volúmenes de riegos precisos en junio, mayo, etc. si los hay, y en el resto, horizontalmente.

La curva (d) de desembalses se obtiene con sus ordenadas $(d) = (n) - (a)$, y presentará un máximo el día que se pasa de llenado a vaciado.

14. CASO DE RESPETAR SERVIDUMBRES DURANTE EL LLENADO

Suponemos en primer lugar que la aportación mensual a respetar por servidumbre sea constante e igual a (SV).

Siendo así, la constante (SV) habrá de ser restada previamente de las apor-

taciones acumuladas $A(c, k)$ previstas para cada mes. La distribución puntual de la figura 4 sólo sufre un desplazamiento paralelo a las abscisas. Las ecuaciones teóricas (4) y (5) mantienen sus parámetros N y λ invariables; y sólo X disminuye en (SV) . Naturalmente, los momentos centrados μ_2 y μ_3 no varían, así como tampoco los valores que sólo de ellos dependen, entre ellos σ naturalmente.

Lo más cómodo es prescindir de SV y sólo, finalmente, trasladar el origen en esa magnitud en la curva $Z = F(x)$, ya tabulada, para confrontar las probabilidades seguidamente.

Si las servidumbres son variables deberán ser restadas previamente cada mes, para deducir después las aportaciones acumuladas que quedan disponibles antes de entrar en el estudio estadístico.