

CONSIDERACIONES SOBRE EL PERIODO DE RECURRENCIA DE RIADAS Y SU APLICACION A LA SEGURIDAD DE LAS OBRAS HIDRAULICAS (*)

Por JESUS M.^o CRISTOBAL ZUBIZARRETA

Ing. de Caminos, Canales y Puertos

Ha originado este artículo el hecho de que en algunas ocasiones se oyen conceptos diversos y no demasiado ajustados sobre lo que se entiende por una riada de período de recurrencia T .

Así a primera vista, podría pensarse, por ejemplo, que la riada de 500 años es la que se produce una vez cada 500 años o la que se va a producir dentro de 500 años o la que tiene un 50 por 100 de probabilidad de presentarse en 500 años. etc.

Para salir un poco al paso de todo esto, y queriendo dejar puntualizados una serie de conceptos básicos sobre el período de recurrencia de una riada, es por lo que se hacen las consideraciones que figuran a continuación.

En primer lugar diremos que debe entenderse por riada de período de recurrencia T aquella riada R_T , tal que la probabilidad de que en un año determinado se presente por lo menos una vez una riada igual o superior a R_T es $\frac{1}{T}$.

O dicho de otra forma, riada de período de recurrencia T es aquella tal que en un período de nT años, tendiendo n a infinito, hay n años en que esta riada es igualada o superada por lo menos una vez en cada uno de ellos.

Conviene tener en cuenta, pues, que conceptualmente el período de recurrencia no es más que el inverso de una probabilidad.

En la frase anteriormente mencionada "por lo menos una vez" hay un matiz muy importante que conviene resaltar para aprehender perfectamente el concepto de período de recurrencia, y es que se ha dicho que riada R_T es aquella que en un período de nT años se presenta en n años por lo menos una vez, y no hay que confundir esto con que en nT años se presenten n riadas, iguales o superiores a R_T , ya que en un mismo año se puede presentar más de una vez una riada igual o superior a R_T .

Así, pues, el número n se refiere no al número de riadas, sino al número de años en que por lo menos una vez se presenta una riada igual o superior a R_T .

Aclarado este punto básico o de partida, pasamos a considerar qué relación existe entre el número de años n que consideramos por un lado y el período de recurrencia T de una riada R_T por otro, con la probabilidad de que en esos n años se

(*) Se admiten comentarios sobre el presente artículo, que pueden remitirse a la redacción de esta Revista hasta el 31 de marzo de 1972.

presente por lo menos una vez una riada igual o superior a R_T , probabilidad a la que llamamos P_n o con la probabilidad complementaria a la que llamamos Q_n , y que es la probabilidad de que en los n años que estamos considerando no se presente nunca una riada igual o superior a R_T .

Este es un problema elemental de probabilidad compuesta, que se resuelve mediante las fórmulas:

$$P_n = 1 - \left(1 - \frac{1}{T}\right)^n \quad (1)$$

$$Q_n = \left(1 - \frac{1}{T}\right)^n \quad (2)$$

T = Período de recurrencia de la riada R_T .

n = Número de años considerados.

P_n = Probabilidad de que en n años se presente, por lo menos una vez, una riada igual o superior a la de período de recurrencia T .

Q_n = Probabilidad de que en n años no se presente nunca una riada igual o superior a la de período de recurrencia T .

GRAFICO $\left\{ \begin{array}{l} P_n - T \\ Q_n - T \end{array} \right.$

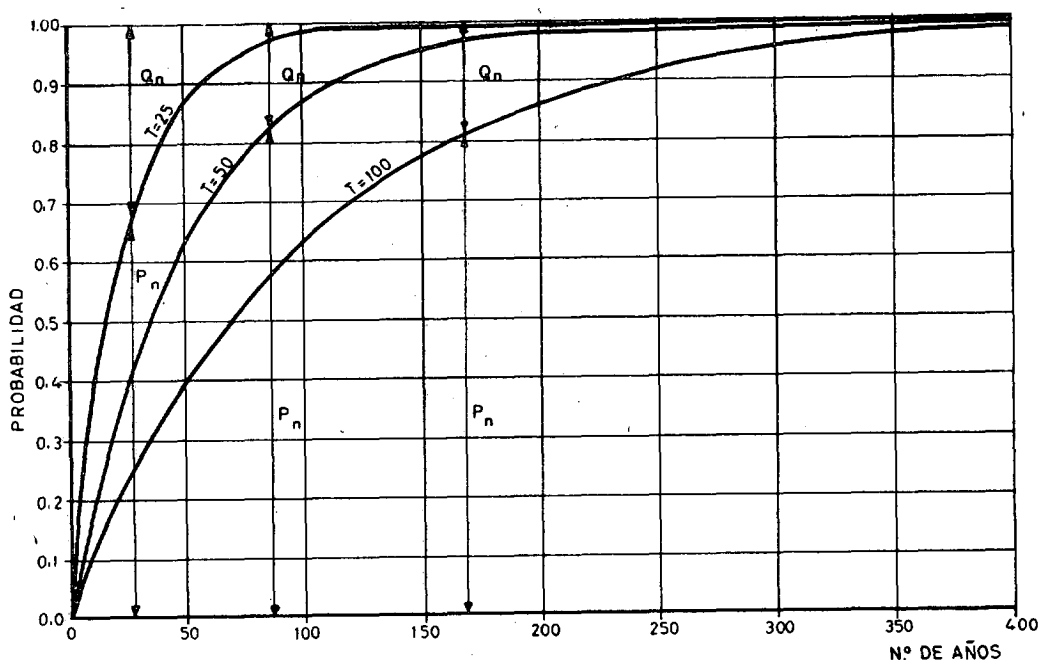


Figura 1.

y como se ve, $Q_n = 1 - P_n$, y por esta razón a Q_n le llamamos probabilidad complementaria de P_n .

Con estas fórmulas (1) y (2) hemos confeccionado los ábacos de las figuras 1, 2 y 3, en que para valores de $T = 25, 50, 100, 200, 500, 1.000$ y 2.000 años se relaciona n con P_n y con Q_n .

La utilidad de estos ábacos es evidente, pues permite relacionar $n =$ número de años, con $T =$ período de recurrencia de la riada R_T y con P_n y Q_n , lo cual, por ejemplo, nos indica la probabilidad o garantía de que en n años no se presente nunca una riada igual o superior a R_T , garantía esta que puede ser muy interesante para estimar la seguridad de una obra en esos n años. Al final del artículo ponemos algunos ejemplos concretos de aplicación.

$T =$ Período de recurrencia de la riada R_T .

$n =$ Número de años considerados.

$P_n =$ Probabilidad de que en n años se presente, por lo menos una vez, una riada igual o superior a la de período de recurrencia T .

$Q_n =$ Probabilidad de que en n años no se presente nunca una riada igual o superior a la de período de recurrencia T .

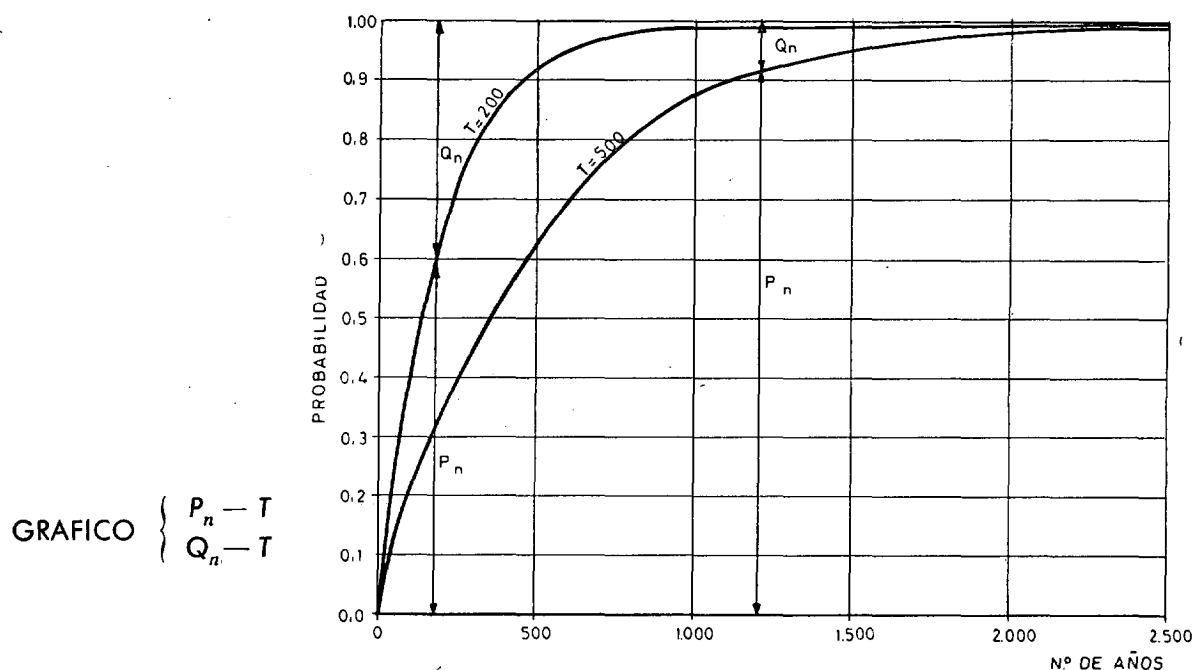


Figura 2.

De los ábacos generales de las figuras 1, 2 y 3 se deducen las figuras 4 y 5.

La figura 4 es el gráfico $P_T - T$ y $Q_T - T$, que relaciona el período de recurrencia T de la riada R_T , con la probabilidad P_T de que en T años se presente una riada igual o superior a R_T , o con la probabilidad complementaria Q_T de que en T años no se presente nunca una riada igual o superior a R_T . Las fórmulas a aplicar son:

$$P_T = 1 - \left(1 - \frac{1}{T} \right)^T$$

$$Q_T = \left(1 - \frac{1}{T} \right)^T$$

El límite de Q_T , cuando $T \rightarrow \infty$, es:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{T} \right)^T = \frac{1}{e} \simeq 0,37,$$

y el límite de P_T , para $T \rightarrow \infty$, es:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \left[1 - \left(1 - \frac{1}{T} \right)^T \right] = 1 - \frac{1}{e} \simeq 0,63.$$

Estos valores de P_T y Q_T , cuando $T \rightarrow \infty$, definen la asíntota de la figura 4.

T = Período de recurrencia de la riada R_T .

n = Número de años considerados.

P_n = Probabilidad de que en n años se presente, por lo menos una vez, una riada igual o superior a la de período de recurrencia T .

Q_n = Probabilidad de que en n años no se presente nunca una riada igual o superior a la de período de recurrencia T .

GRAFICO $\left\{ \begin{array}{l} P_n - T \\ Q_n - T \end{array} \right.$

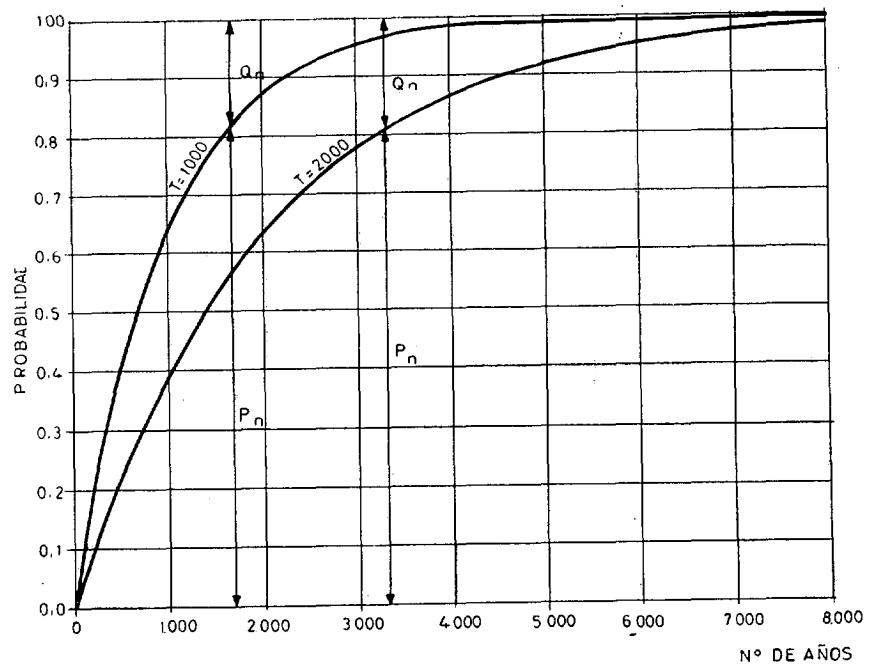


Figura 3.

Puede verse en el cuadro de la figura 4 que estas probabilidades P_T y Q_T varían poco con T , y en el infinito valen:

$$P_T = 1 - \frac{1}{e} \simeq 0,63 \quad \text{y} \quad Q_T = \frac{1}{e} \simeq 0,37.$$

T = Período de recurrencia de la riada R_T .

P_T = Probabilidad de que en T años se presente, por lo menos una vez, una riada igual o superior a la de período de recurrencia T .

Q_T = Probabilidad de que en T años no se presente nunca una riada igual o superior a la de período de recurrencia T .

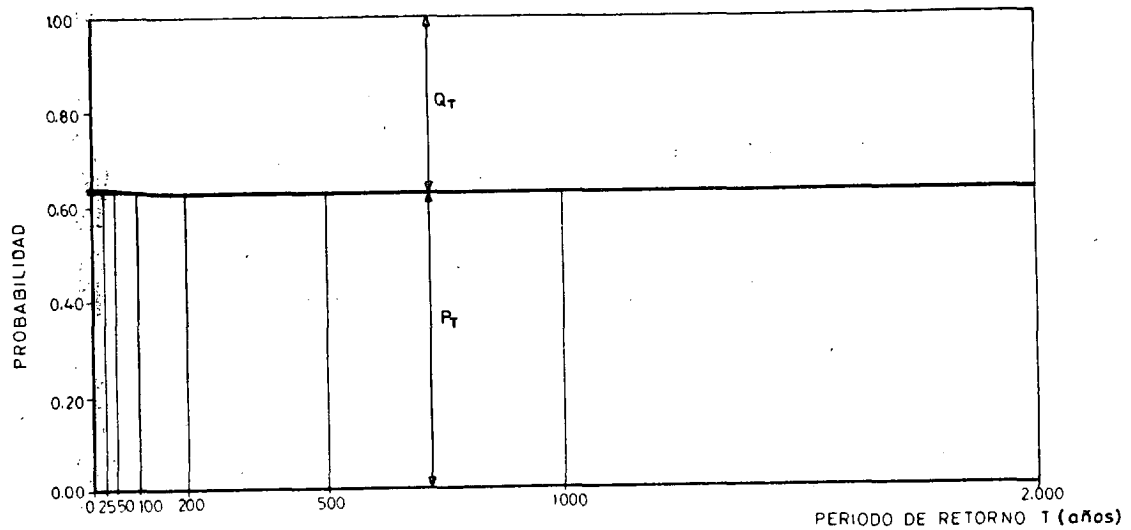


Figura 4.

GRAFICO $\left\{ \begin{array}{l} P_T - T \\ Q_T - T \end{array} \right.$

T	P_T	Q_T
25	0,640	0,360
50	0,636	0,364
100	0,634	0,366
200	0,633	0,367
500	0,632	0,368
1.000	0,632	0,368
2.000	0,632	0,368
∞	$1 - \frac{1}{e} \approx 0,63$	$\frac{1}{e} \approx 0,370$

T = Período de recurrencia de la riada R_T .

n = Número de años necesarios para tener la certeza práctica ($P \geq 0,999$) de que se va a producir una riada igual o superior a la de período de recurrencia T .

$K_T = \frac{n}{T}$ = Coeficiente multiplicador de T para tener la certeza práctica ($P \geq 0,999$) de que se presente una riada igual o superior a la de período de recurrencia T .

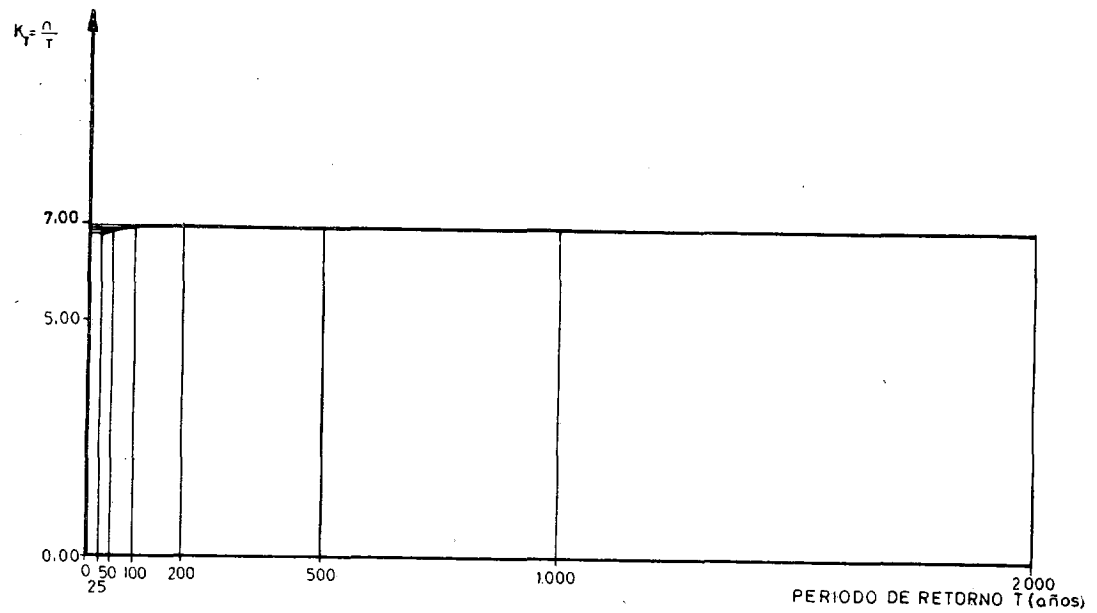


Figura 5.

GRAFICO $K_T - T (P_{K_T \cdot T} \geq 0,999)$

T	n	$K_T = \frac{n}{T}$
25	170	6,80
50	342	6,84
100	687	6,87
200	1.376	6,88
500	3.455	6,89
1.000	6.900	6,90
2.000	13.820	6,91
∞	∞	6,92

La figura 5 es el gráfico $K_T - T$, que relaciona el período de recurrencia T , de la riada R_T , con el número de años $K_T \cdot T$ que es preciso considerar para tener la certeza práctica de que en esos $K_T \cdot T$ años se va a presentar una vez una riada igual o superior a R_T , suponiendo que la certeza práctica se corresponde con una probabilidad igual o superior a 0,999.

K_T es, pues, el coeficiente multiplicador que hay que aplicar a T , para tener la certeza práctica ($P \geq 0,999$) de que en $K_T \cdot T$ años, se va a presentar por lo menos una vez una riada igual o superior a la de período de recurrencia T .

Este valor de K_T también varía poco para distintos valores de T , y cuando $T \rightarrow \infty$ el valor de $K_T = 1 \text{ n } 1.000$, lo cual se demuestra fácilmente en la forma siguiente:

Por hipótesis se ha de verificar que

$$1 - \left(1 - \frac{1}{T}\right)^{K_T T} \geq 0,999,$$

o, lo que es lo mismo,

$$\left(1 - \frac{1}{T}\right)^{K_T T} \leq \frac{1}{1000}.$$

Pasando al límite cuando $T \rightarrow \infty$, resulta

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{T}\right)^{K_T T} \leq \frac{1}{1000} \gg \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\left(1 - \frac{1}{T}\right)^T\right] \lim_{T \rightarrow \infty} K_T \leq \frac{1}{1000}.$$

Pero

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{T}\right)^T = \frac{1}{e},$$

y sustituyendo

$$\left(\frac{1}{e}\right) \lim_{T \rightarrow \infty} K_T \leq \frac{1}{1000} \gg \frac{1}{e^{\lim K_T}} = \frac{1}{1000};$$

$$e^{\lim K_T} = 1000 \gg \lim K_T = \ln 1000 \simeq 6,92.$$

Así, pues, $\ln 1.000 \simeq 6,92$ es, como acabamos de demostrar, el valor de la asíntota de la figura 5, y los valores que toma K_T para distintos valores de T pueden verse en el cuadro de la misma figura.

Como final damos unos ejemplos de aplicación de los ábacos generales de las figuras 1, 2 y 3.

Sea una obra hidráulica ya construida o en construcción y sean V años la vida prevista de la obra a partir del momento que se considera. Se trata de saber qué garantía o probabilidad hay de que en esos V años no se presente nunca una riada igual o superior a R_T , por considerarse estas riadas como perniciosas, en el sentido de que producen daños indeseables. Esa garantía viene dada por el valor de Q_V ,

obtenido entrando en el ábaco con los valores de T y V , y mide la seguridad existente en la obra hidráulica, en el caso considerado.

También puede resolverse mediante estos ábacos el problema inverso quizá más interesante en la práctica, el cual parte de la vida prevista de la obra hidráulica, V años, y de la garantía mínima deseada de que en V años no se presente nunca una riada igual o superior a una dada, porque en este caso se producirían daños, y se trata de determinar cuál es el período de recurrencia de esta riada perniciososa. Entrando en el ábaco con los valores de V años y con la garantía o probabilidad Q_0 fijada previamente, se determina el período de retorno T , de la riada perniciososa.

A lo largo de todo este artículo se ha supuesto implícitamente que para cada punto determinado de un río hay una relación biunívoca entre el período de recurrencia T de una riada y el valor numérico de esta riada R_T , que se puede determinar por cualquiera de los procedimientos comúnmente adoptados como Gumbel, etc.

Damos unos ejemplos numéricos de aplicación de lo anteriormente expuesto.

Supongamos que la vida prevista de una obra sea $V = 100$ años y que la riada perniciososa es la riada de período de recurrencia $T = 1.000$ años. La garantía de que en 100 años no se presente nunca una riada igual o superior a las de los 1.000 años, se obtiene entrando en la curva $T = 1.000$ de la figura 3, con el valor $n = 100$ y el valor correspondiente de Q_V es 0,90, es decir, que hay un 90 por 100 de probabilidades de que en 100 años no se presente nunca una riada igual o superior a la milenaria, y esta garantía o probabilidad es un índice de la seguridad de la obra.

Sea ahora otra obra, cuya vida prevista es $V = 50$ años y supongamos que queremos que la garantía de que no se produzca una riada perniciososa en ese tiempo sea del 95 por 100. Entrando con $n = V = 50$ años y con $Q_0 = 0,95$, se obtiene un valor de $T = 1.000$ años. Si en lugar de fijar como garantía el 95 por 100 se hubiese fijado el 85 por 100 para la misma vida útil $V = 50$ años, el período de recurrencia de la riada sería $T = 500$ años.

Desearíamos a través de este artículo haber contribuido a aclarar el concepto del período de recurrencia de una riada, y a mostrar la relación que existe entre el período de recurrencia T , el número de años n y la probabilidad Q_n de que en esos n años no se presente nunca una riada igual o superior a la de período de recurrencia T , lo cual es un índice de la seguridad de la obra hidráulica.