

# LAS DEFORMACIONES DE SUELOS ARENOSOS BAJO ZAPATAS DE CIMENTACION(\*)

Por FRANCISCO ZAPATA  
Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

*En este trabajo el autor propone unas nuevas fórmulas para estimar la deformación de zapatas cimentadas en arenas, relacionada con la obtenida en la placa normal de ensayo o deducida de la zapata-tipo, introduciéndose como nueva variable de la densidad relativa, valor geotécnico importante no incluido en la fórmula de extrapolación clásica, ya que sólo considera el ancho de zapata.*

*La Mecánica de los Suelos, clasificada actualmente entre las ciencias aplicadas, precisa para su progresivo desarrollo de la observación y experimentación. La aplicación de toda idea, como ha dicho Claude Bernard, debe someterse metódicamente a la prueba de los hechos. Por ello, el autor califica de tentativa su solución, no obstante mejorar palmariamente la fórmula clásica y solicita una colaboración colectiva de crítica e intercambio de experiencias para confirmar o modificar las fórmulas deducidas según estén de acuerdo o en contradicción con los hechos, dentro de las diferencias admitidas por la complejidad del problema, entre asientos previstos y medidos.*

## INTRODUCCION

Fueron Terzaghi y Peck [1], en 1948, los primeros que propusieron un método práctico para determinar la carga que producía un asiento máximo de una pulgada según el ancho de zapata, método que tuvo gran aplicación, desde el principio, en los países sajones. En Europa, donde el análisis teórico era preponderante sobre el experimental, el criterio del equilibrio límite ha sido la base del cálculo de estabilidad de zapatas, que ha figurado en toda la bibliografía geotécnica hasta hace unos diez años. Muchos de dichos autores, en ediciones o publicaciones recientes, han girado hacia lo experimental y consideran aquellos métodos prácticos que antes desdijeron. En nuestro país, el método Terzaghi-Peck es el más divulgado y generalmente aplicado en la forma clásica en que se dio a conocer. Las *recomendaciones para el proyecto y ejecución de cimentaciones superficiales* publicadas en 1961 por la "Sociedad Española de Mecánica del Suelo y Cimentaciones" fija las cargas admisibles de zapatas en arenas para un asiento máximo de 30 mm. en función de la densidad relativa basándose en dicho método.

Al considerarse por muchos la zapata como un cimiento muy corriente, son proyectadas, en general, por técnicos no familiarizados con la Mecánica de los Suelos. Sigue siendo hábito, con más frecuencia en edificaciones urbanas el dimensio-

(\*) Se admiten comentarios sobre el presente artículo, que pueden remitirse a la Redacción de esta Revista, hasta el 30 de abril de 1971.

narias con una carga (2 Kg./cm.<sup>2</sup> es la predilecta) tomada de antiguos manuales, sin considerar el grado de compactación de la arena ni la geometría de la zapata (factores de forma y de profundidad), resultando en la mayor parte de los casos un costo excesivo de la cimentación, y en otros, los menos, una precaria estabilidad al equilibrio límite y a las deformaciones. Por tanto, es muy limitada la experiencia en deformaciones de zapatas y hay que recurrir a la información de ingenieros geotécnicos, que por sus posibilidades de investigación han medido y publicado los asentamientos en obras terminadas.

Terzaghi-Peck en el tratado de referencia, al justificar la fórmula que relaciona el asiento de una zapata de ancho determinado con el de una placa normal de 0,30 metro, dicen de forma explícita: "... se obtuvo de ensayos de carga sobre pequeñas áreas de arena compactada artificialmente, de ensayos sobre extractos de arenas homogénea y de mediciones de asentamientos de edificios". Prueba que la arena ensayada era de granulometría corriente, con buena densidad relativa y explica las diferencias obtenidas, entre los asentamientos previstos y los medidos, cuando se aplica con generalidad a todos los suelos arenosos.

Una fórmula de general aplicación, para extrapolar los asentamientos de la placa normal de ensayo en arenas, debería considerar: densidad relativa, clase de partículas, granulometría y forma de la zapata. La clase de partículas, silíceas o calcáreas, carece de influencia en cimentaciones con zapatas por la limitación de tensiones, no así en pilotes por la posible rotura de granos al ser aquéllas de mucha mayor magnitud en la punta. La granulometría tiene su reflejo en la densidad relativa obtenida por cualquiera de los procedimientos usuales, con la distinción de las arenas muy finas que precisan consideración aparte. Si la forma de la zapata se tiene en cuenta mediante coeficientes empíricos en la fórmula del equilibrio límite, habrá que esperar a que la investigación los determine en el problema de las deformaciones.

Las fórmulas que se proponen en este trabajo, son una tentativa de relacionar los asentamientos de zapatas en función de la densidad relativa y del ancho. Determinadas por el autor hace un año y comprendiendo que el problema por su complejidad rebasa la capacidad y experiencia personal, se publican con el deseo de encontrar la colaboración colectiva, que traiga comprobaciones y discusiones con el objeto de progresar hacia una solución más perfecta. Desearía el autor encontrar análoga colaboración que tuvo su fórmula empírica para la estimación de riadas (Gómez Navarro-Aracil, 1952, pág. 172), que permitió con los datos de comprobación fijar las cuencas de útil aplicación.

La nomenclatura que se emplea a continuación es la siguiente:

- $S_{0,30}$  = asiento de la placa normal de ensayo para una carga  $q$ .
- $S_1$  = asiento de la zapata de ancho 1 metro para una carga  $q$ .
- $S_B$  = asiento de la zapata de ancho  $B$  (m.) para una carga  $q$ .
- $R$  = resistencia en punta del penetrómetro.
- $R_1$  = resistencia promedio en punta en espesor de 1 metro.
- $R_B$  = resistencia promedio en punta en espesor de  $B$  metros.
- $E_1$  = módulo de deformación promedio en espesor de 1 metro.
- $E_B$  = módulo de deformación promedio en espesor de  $B$  metros.
- $D_r$  = densidad relativa en tanto por uno.

## METODO DE TERZAGHI-PECK

Está basado en determinar la densidad relativa utilizando el ensayo estándar de penetración, obteniendo con ensayos de carga sobre la placa normal los gráficos de tensión-deformación para diferentes valores del índice de penetración  $N$ . Aplicando la fórmula de extrapolación se obtienen los conocidos gráficos, publicados en 1948, que dan la carga admisible para un asiento máximo probable de 1" en función de ancho  $B$  y del índice  $N$ . Este método tiene dos formas de empleo: utilizando la placa normal de ensayo y extrapolando con la fórmula o empleando el ensayo estándar. Las mediciones de asientos en cimientos de obra han demostrado que, aplicando con generalidad, puede subvalorar el asiento previsto cuando se extrapola con el ensayo de placa y también subvalora la carga admisible cuando se utiliza el ensayo estándar sin corrección.

La conocida fórmula de extrapolación es:

$$\frac{S_B}{S_{0,30}} = \left( \frac{2B}{B + 0,30} \right)^2$$

de ella se deducen las siguientes expresiones:

$$\frac{S_i}{S_B} = \left( \frac{B + 0,30}{1,30B} \right)^2 = 0,59 + \frac{0,35}{B} + \frac{0,05}{B^2}$$

para  $B > 1$  m.:

$$\frac{S_i}{S_B} \sim 0,60 + \frac{0,40}{B} \quad (1)$$

$$\frac{S_{0,30}}{S_i} = \left( \frac{1,30}{2} \right)^2 = 0,42 \quad (2)$$

Al utilizar el ensayo estándar en reducidas profundidades de una capa de arena, se obtienen valores del índice de penetración inferiores a los correspondientes a su densidad relativa. Este fenómeno fue investigado por Gibbs y Holtz en 1957, que dieron unos gráficos de correlación entre  $N$  y la densidad relativa en función de la sobrecarga. Fue comprobado también este defecto por S. Thorburn [2] en las arenas y gravas de Glasgow, y ha propuesto considerar el método de Terzaghi-Peck para presiones efectivas en el punto de ensayo con un mínimo de 1,4 Kg./cm.<sup>2</sup> y para presiones menores da un gráfico de corrección basado en las experiencias de Gibbs y Holtz. De una forma más práctica, aunque menos rigurosa teóricamente, resuelve dicho defecto Meyerhof [3] recomendando que las cargas obtenidas sean incrementadas en un 50 por 100 y que sea ignorada la reducción por nivel freático dentro de la profundidad activa al considerar que está reflejado en el ensayo estándar. La combinación Terzaghi-Peck y Meyerhof con corrección de  $N$  predice estimaciones de asientos más reales, pero, en general, no es válida para todos los depósitos de arena.

## INTERPRETACION DE BJERRUM-EGGESTAD

Dichos investigadores [4] han hecho una recopilación de ensayos de carga sobre placas y de los asientos medidos cuando se aumentaban las áreas de carga, se-

leccionando experiencias publicadas que cumplieran las condiciones siguientes:

1. Los ensayos fueron realizados en el fondo de una excavación de ancho varias veces la placa de carga.
2. La arena es relativamente uniforme hasta una profundidad que excede del ancho de la zapata.
3. La cimentación es de pequeña profundidad (superficial), con zapatas simples, combinadas o placa.
4. La carga unitaria aplicada está alejada de la rotura dada por los ensayos.

Han seleccionado catorce casos de ensayos y mediciones de deformaciones que han sido publicadas, haciendo la comparación de asentamientos para la misma carga uni-

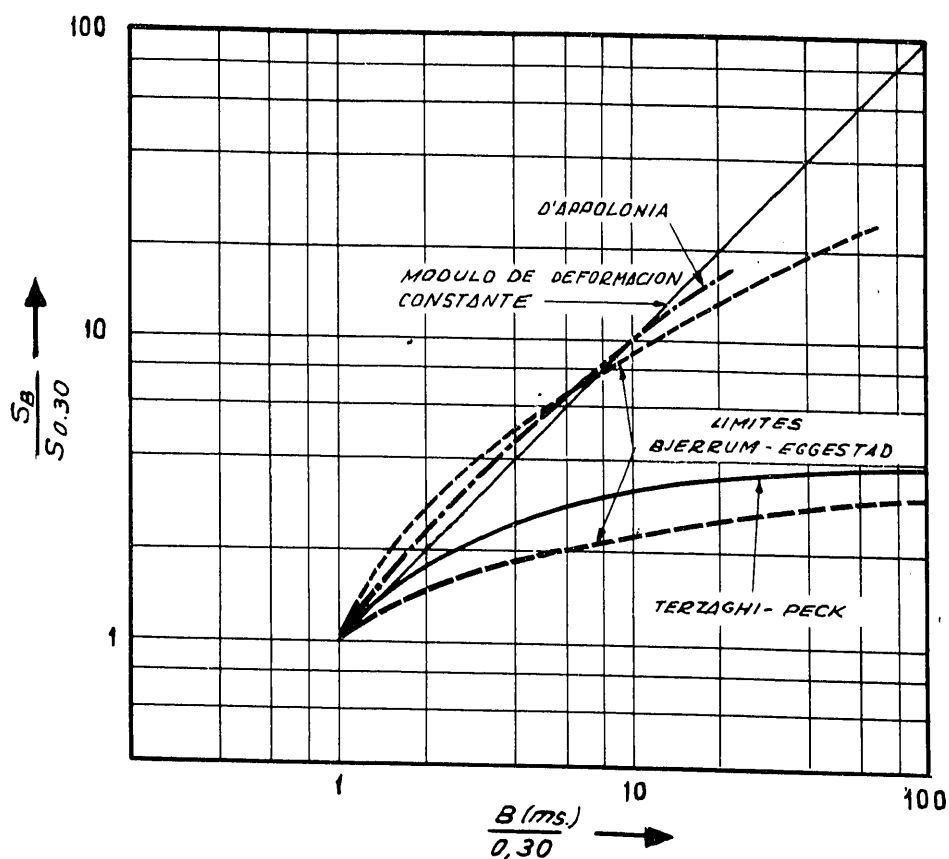


Fig. 1.—Correlación entre relación de anchos y relación de asentamientos para la misma carga.

aria utilizando como coeficiente de transformación el módulo de reacción. En la figura 1 se indica la interpretación dada por dichos autores con las dos curvas extremas que limitan, en las referidas experiencias, las variaciones de  $\frac{S_B}{S_{0,30}}$  en función de  $\frac{B}{0,30}$  y su comparación con la fórmula de extrapolación de Terzaghi-Peck.

## ENSAYOS DE D'APPOLONIA

Como consecuencia de una importante cimentación con zapatas, en suelo de arenas muy finas de dunas, en las inmediaciones del lago Michigan (Indiana), D'Appolonia ha publicado [5] un exhaustivo trabajo con varios métodos para estimar la carga admisible y diversos ensayos de carga, de laboratorio y de medición de asentamientos. Entre las interesantes conclusiones que se deducen, una de ellas es que la extrapolación de los ensayos con la placa normal, aplicando la fórmula Terzaghi-Peck, subvalora acusadamente los asentamientos. En la figura 1 se comparan los resultados de estas experiencias con la correlación de Bjerrum-Eggestad.

Teniendo en cuenta que la referida arena fue compactada por vibración y obtuvieron densidades relativas superiores a 0,65, sorprenden los resultados, ya que dicha densidad corresponde al campo de aplicación de la fórmula Terzaghi-Peck. Puede explicarse esta contradicción porque el efecto de vibración produce tensiones laterales equivalentes a una sobrecarga y, en consecuencia, un factor de profundidad que influye mucho más en la placa de ensayo que en la zapata.

## EL PUNZONAMIENTO Y LA DEFORMACION EN ARENAS

El punzonamiento del suelo, por medio de un cono que penetra por esfuerzos estáticos o dinámicos, es un fenómeno brusco y rápido de rotura en la punta como consecuencia de un reajuste de granos. En una arena homogénea de determinada densidad relativa, los ensayos realizados en la estación geotécnica de Saint-Remy [6] han probado que la resistencia en punta con penetrómetro estático varía en la forma que se detalla en la figura 2. Se deduce, en arena homogénea, que la

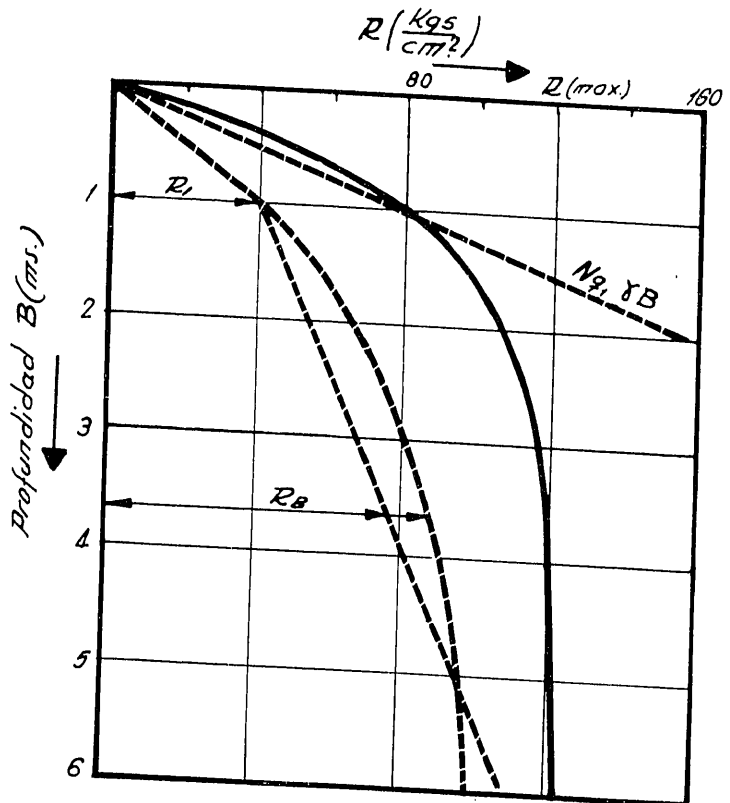


Fig. 2. — Diagrama típico de resistencia al punzonamiento en arena homogénea.

resistencia de punzonamiento  $R$  varía proporcionalmente a la profundidad en el estrato superficial de espesor próximo a 1 m., y después lo hace más lentamente, hasta alcanzar un valor  $R$  (máx.) prácticamente constante. El proceso es similar al comentado anteriormente para el ensayo estándar; se requiere una presión efectiva en la punta del cono para alcanzar la carga de punzonamiento que define la capacidad de las arenas.

Buisman ha dado una fórmula empírica para correlacionar el índice de compresibilidad de las arenas con la resistencia al punzonamiento, y Sanglerat ha propulsado este método, estableciendo relaciones, contrastadas con ensayos, de la resistencia del penetrómetro con el coeficiente de compresibilidad volumétrica y el módulo de deformación.

En el diagrama de la figura 2 se acusa que el reajuste de granos por punzonamiento es distinto hasta la profundidad de 1 m. que en profundidades mayores, y la deformación bajo carga es un proceso también de acomodación de granos, más lento y suave, pero influenciado por la presión efectiva dentro de la profundidad activa, de forma similar al punzonamiento.

En 1938 Koegler y Scheidig realizaron unos ensayos sobre arena compacta con placas circulares, cuyos diámetros variaban de 5 a 100 cm. con igual carga unitaria, y cuya interpretación de resultados se indica en la figura 3. Del referido gráfico se

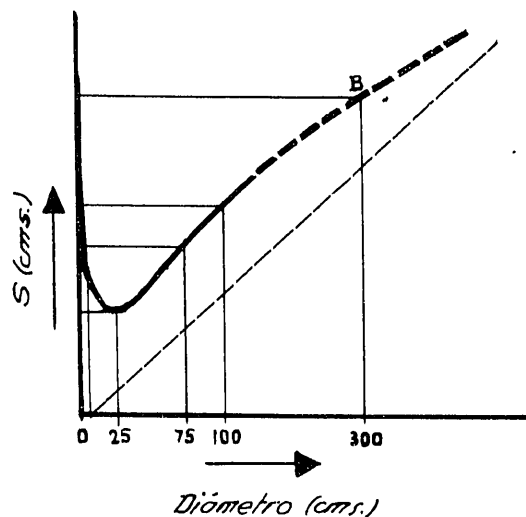


Fig. 3.—Ensayos con placas circulares.

deduce que el asiento tenía un valor mínimo para  $\varnothing$  25 cm., siendo doble para  $\varnothing$  1 metro, resultando que  $\frac{S_{0,25}}{S_1} = 0,50$ . Para diámetros inferiores a 1 m. la variación del asiento con el diámetro está muy lejos de la proporcionalidad, y es a partir de anchos superiores a 1 m. cuando de forma aproximada puede ser considerada la teoría elástica.

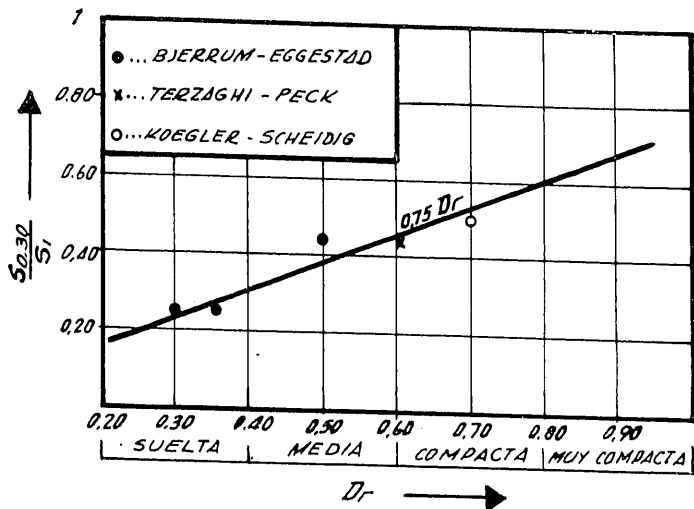
#### NUEVAS FORMULAS Y APLICACIONES

Consideramos tres superficies cargadas: la placa normal de 0,30 m., la zapata tipo de ancho 1 m. y la zapata de cimentación de ancho  $B$  (m.). Como el espesor de arena, en que las tensiones tienen más importancia a efectos de la deformación,

es el ancho de zapata, resulta que las dos primeras son las dimensiones extremas de aquella fase, por lo expuesto anteriormente, en que la relación de asentos y de anchos tienen una variación muy alejada de la teoría elástica. Resulta lógico considerar la zapata-tipo de ancho 1 m., como la frontera entre dos comportamientos distintos ante la deformación y establecer las relaciones  $\frac{S_{0,30}}{S_1}$  y  $\frac{S}{S_B}$  en función de la densidad relativa.

Para valores del ancho intermedio entre 0,30 y 1 m. carece de interés estudiarlo, dado el tipo de cimentación que se considera. La relación  $\frac{S_{0,30}}{S_1}$  hay que establecerla con resultados experimentales, desgraciadamente escasos en la limitada información de que disponemos. Carecemos de información en nuestro país de asentos de zapatas de ancho 1 m. correlacionados con los de la placa normal, si existen datos de esta última en ensayos realizados por algunos investigadores (Jiménez Salas y V. Escario) y por nuestra actividad, pero preponderadamente en la arena de Madrid, que por su compactidad y ligera cohesión complica la interpretación. Utiliza-

Fig. 4.—Relación entre asentos en la placa normal y en la zapata de ancho 1 m.



mos, por tanto, los datos de Bjerrum-Eggestad, del artículo de referencia, seleccionando las arenas de densidad relativa suelta y media y para arenas compactas la relación (2) obtenida anteriormente, así como la detallada en los ensayos de Koegler y Scheidig. De esta forma hemos constituido el gráfico de la figura 4 donde por interpolación lineal se obtiene la correlación:

$$\frac{S_{0,30}}{S_1} = \frac{3}{4} D_r \quad (3)$$

Para la relación  $\frac{S_1}{S_B}$  aplicamos la teoría elástica, considerando que  $E_1$  y  $E_B$  son los módulos de deformación promedios en la profundidad activa. Para igual forma cuadrada el factor de influencia es el mismo, como igualmente el módulo de Poisson y para idéntica carga unitaria resulta la expresión:

$$\frac{S_1}{S_B} = \frac{1}{B} \times \frac{E_B}{E_1} \quad (4)$$

y siendo:

$$E = \frac{3}{2} R \quad \frac{S_1}{S_B} = \frac{1}{B} \times \frac{R_B}{R_1} \quad (5)$$

Volviendo a la figura 2, penetración en una arena homogénea de densidad relativa media, hemos determinado los valores promedios  $R_B$  para cada profundidad correspondiente al ancho  $B$  de zapata, obteniéndose la curva de trazos. Adaptando a la escala de horizontales, dicha curva refleja la variación de los módulos de deformación promedios de acuerdo con la correlación de Buisman, variación que es creciente con la profundidad como lo confirma la experiencia. Si la variación es difícil de establecer analíticamente, aumenta su complejidad al considerar que el módulo de deformación varía también durante la aplicación de la carga y que es mayor en el centro del área cargada que en los bordes. Adoptando la simplificación de sustituir la curva por la secante de inclinación media, se puede establecer la relación:

$$\frac{R_B}{R_1} = \alpha B + 1 - \alpha$$

y de la expresión (5) se obtiene:

$$\frac{S_1}{S_B} = \alpha + \frac{1 - \alpha}{B} \quad (6)$$

Comparando la relación (6) con la (1) deducida de la fórmula Terzaghi-Peck se observa identidad y comprobada dicha fórmula para arenas compactas, resulta  $\alpha = 0,60$  que corresponde con la densidad relativa de dichas arenas. En un suelo de módulo de deformación constante (arcillas saturadas), al ser  $\frac{S_1}{S_B} = \frac{1}{B}$  se obtiene de acuerdo con (6)  $\alpha = 0$  que tiene sentido físico, ya que carece de densidad relativa. Una arena que alcance su densidad relativa máxima ( $D_r = 1$ ) se comporta como un macizo tan rígido, por su elevado módulo de deformación, que para las limitadas cargas unitarias en zapatas, resulta una relación de asientos muy próxima a la unidad, lo cual verifica también la relación (6). Por tanto, el valor  $\alpha$  varía de 0 a 1, coincide con la fórmula de Terzaghi para  $\alpha = 0,60$  y puede ser identificado con la densidad relativa, resultando como fórmula de correlación:

$$\boxed{\frac{S_1}{S_B} = D_r + \frac{1 - D_r}{B}} \quad (7)$$

De las expresiones (3) y (7) se obtiene la fórmula de extrapolación:

$$\frac{S_B}{S_{0,30}} = \frac{4}{3 D_r \left( D_r + \frac{1 - D_r}{B} \right)} \quad (8)$$

o también:

$$\frac{S_B}{S_{0,30}} = \frac{4 \left( \frac{B}{0,30} \right)}{D_r \left[ 3 D_r \left( \frac{B}{0,30} \right) + 10 (1 - D_r) \right]} \quad (9)$$

Utilizando esta última fórmula hemos representado en la figura 5 las relaciones de asientos y anchos para tres valores de densidad relativa y los límites extremos dados por Bjerrum-Eggestad. Se observa una concordancia satisfactoria, el límite correspondiente a arenas de baja compacidad está próximo a la curva de densidad relativa 0,30 para valores de  $\frac{B}{0,30}$  inferiores a 10 y para superiores está comprendido entre las densidades 0,20 (mínima) y 0,30. El límite inferior para arenas compactas es concordante con la curva de densidad relativa 0,70.

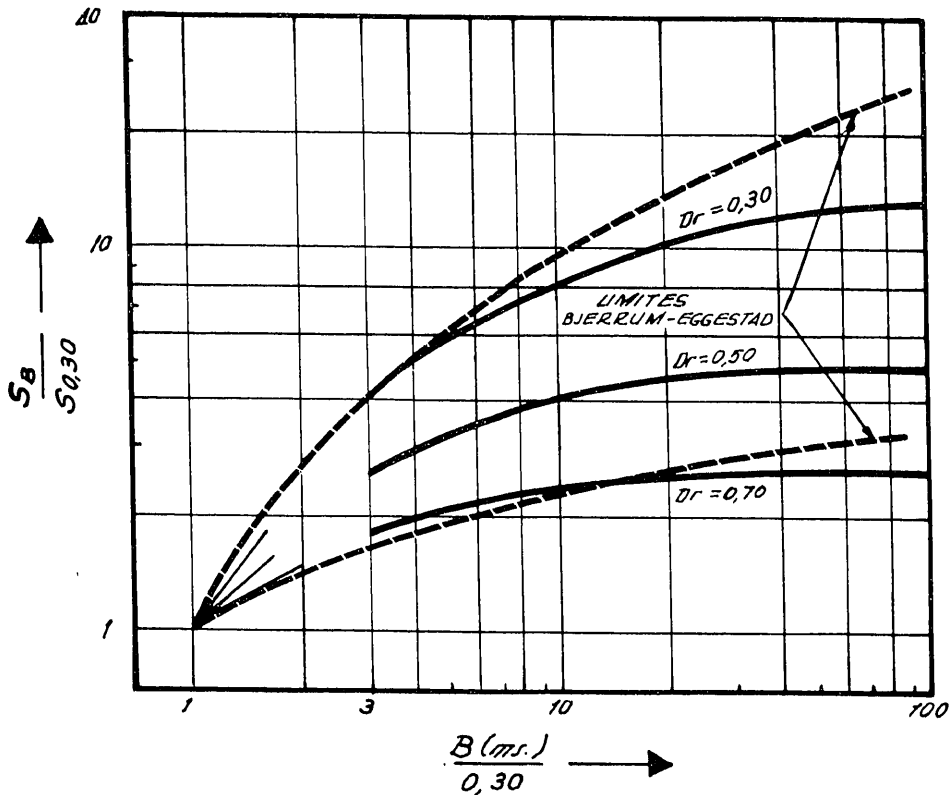


Fig. 5.—Comparación de relaciones de asientos con relaciones de anchos.

En la figura 6, partiendo de la fórmula (8) hemos representado dicha relación de asientos en función del ancho de zapata para cinco valores de la densidad relativa y también la curva de extrapolación de Terzaghi-Peck. Puede observarse como era lógico, que dicha curva está ajustada a la correspondiente en (8) para  $D_r = 0,60$  y que la relación de asientos crece progresivamente al disminuir la densidad relativa.

Estimada en la arena la densidad relativa, como consecuencia de un reconocimiento bien interpretado, la estabilidad absoluta y la relativa de una zapata exige determinar la carga de seguridad al equilibrio límite y la carga correspondiente para una deformación máxima prevista, adoptándose como carga admisible la menor de ellas. Para zapatas de ancho corriente aun con pequeña profundidad, la carga de deformación es siempre menor que la de seguridad en estructuras normales, y, por tanto, la que define la carga admisible. Con las fórmulas dadas, se puede hacer un

dimensionado racional de zapatas, partiendo de la carga admisible de la zapata-tipo de ancho 1 m.

Habiéndose realizado el estudio previo del suelo, las teorías e instrumentos de que la Geotecnia dispone, permite determinar la carga admisible  $q_{a1}$  en la zapata-tipo, para un asiento previsto. Si además se ha utilizado el ensayo de placa, la extrapolación mediante la relación (3) es un resultado a contrastar con el obtenido por

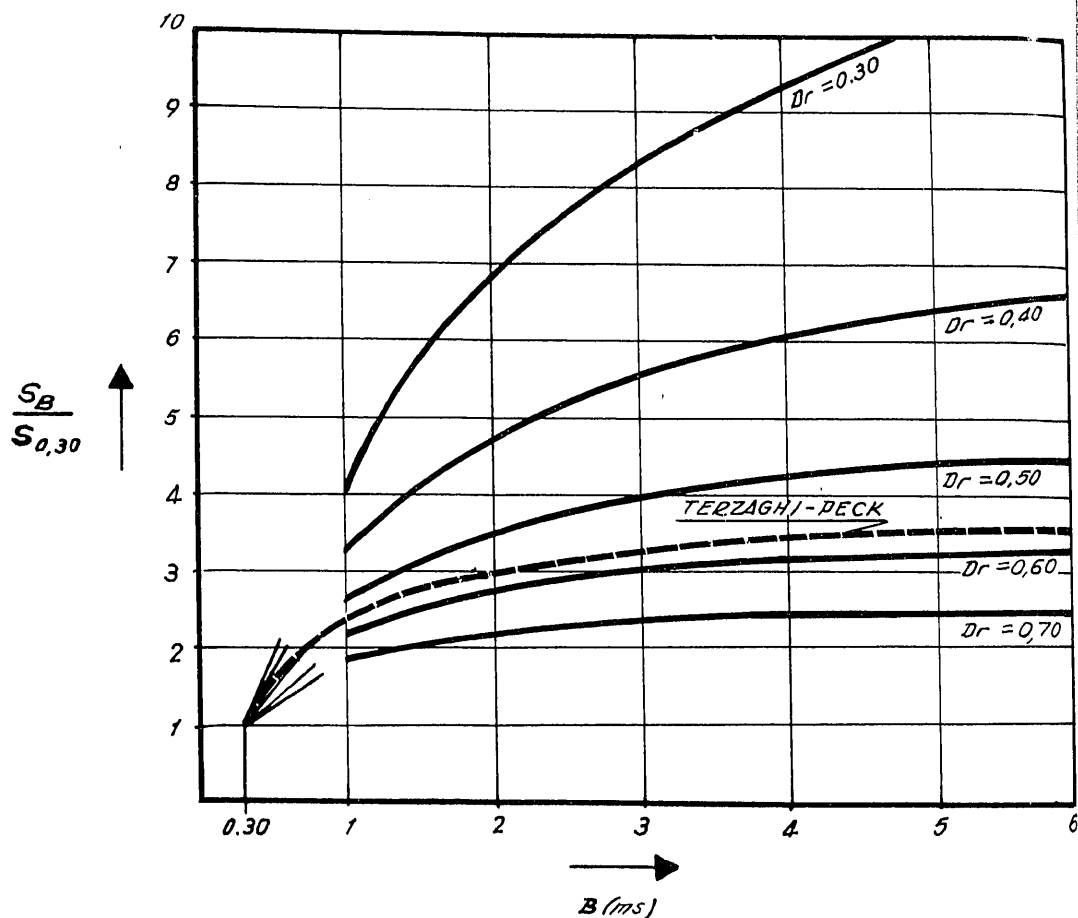


Fig. 6.—Relaciones de asientos en función del ancho de zapata y de la densidad relativa.

otro método. De acuerdo con la fórmula (7), la carga admisible para una zapata de ancho  $B$  (m.) con el mismo asiento que la zapata-tipo, vendrá dada por la expresión:

$$q_{aB} = q_{a1} \left( D_r + \frac{1 - D_r}{B} \right) \quad (10)$$

Si las zapatas son continuas o rectangulares en las que se fija la longitud, la anterior fórmula permite determinar fácilmente el ancho estricto  $B$ . En el caso de zapatas cuadradas, exige la resolución de una ecuación de segundo grado, que puede evitarse utilizando ábacos o por tanteos. Con suficiente aproximación puede considerarse el ancho  $B'$  correspondiente a la zapata dimensionada para  $q_{a1}$  y entrar en la anterior fórmula para determinar el ancho.

## CONCLUSIONES

1.<sup>a</sup> Los cimientos con zapatas son frecuentemente proyectados desdeñando la Mecánica de los Suelos y a costa, en general, de un encarecimiento en la infraestructura.

2.<sup>a</sup> El clásico método de Terzaghi-Peck, al aplicarlo con generalidad para todas las densidades de la arena y no considerar la corrección del índice de penetración, puede subvalorar el asiento partiendo del ensayo en placa y también la carga admisible utilizando el ensayo estándar.

3.<sup>a</sup> Las fórmulas que han sido presentadas, tienen correspondencia con la interpretación de experiencias dada por Bjerrum-Eggstad y con la fórmula de Terzaghi-Peck para la densidad de arenas en que fue obtenida. No obstante, por la complejidad del problema y la necesidad de disponer de abundantes mediciones en obra, se consideran una tentativa de estimación de los asientos previsibles partiendo del ensayo de placa o de dimensionado para la igualación de deformaciones.

4.<sup>a</sup> En arenas muy finas, de acuerdo con las experiencias de D'Appolonia, es aconsejable un criterio conservador, adoptando como variación, la relación de anchos, que equivale a considerar un módulo de deformación constante.

5.<sup>a</sup> Las experiencias detalladas, en general, han sido hechas sobre depósitos de arenas preparadas. En la naturaleza no existe el medio arenoso homogéneo, ya que aparte de la variabilidad en las fracciones granulométricas, existen efectos cohesivos de tipo químico o tensiones capilares, que se manifiestan en la irregularidad de los diagramas de penetración. Conociendo el mecanismo del punzonamiento, es fácil estimar el diagrama equivalente en una capa supuesta homogénea y valorar la densidad relativa promedio en el espesor de la profundidad activa, para lo cual es más seguro el diagrama continuo que el discontinuo.

6.<sup>a</sup> Una amplia colaboración de intercambio de información de mediciones de obras y de crítica de las fórmulas propuestas, pueden permitir un método de análisis concluyente, el cual, por ahora, desconocemos.

## REFERENCIAS

1. TERZAGHI Y PECK: "Mecánica del Suelo en la Ingeniería Práctica".
2. S. THORBURN: "Tentative Correction Chart for the S. P. T.". Civil Engineering and Public Works Review, 1963.
3. MEYERHOF: "Shallow Foundations". Proc. ASCE, marzo 1965.
4. BJERRUM Y EGGSTAD: "Conferencia Europea de Mecánica del Suelo y Cimentaciones", vol. I.
5. D'APPOLONIA: "Settlement of spread footings on sand". Proc. ASCE, mayo 1968.
6. "Memorias del VI Congreso Internacional de Montreal" (tomo III).