

COMENTARIOS SOBRE EL PROYECTO DE AUTOPISTAS(I)

Por JAVIER GOIZUETA ROMERO

Ing. de Caminos, Canales y Puertos
Oficina Regional de Proyectos de Oviedo

Justifica el autor la necesidad del trazado en curva de una autopista por razones, principalmente, de desagüe y de un reparto uniforme de la curvatura de la traza. La definición de los principios básicos del trazado y la comprobación matemática de las razones a que se deben son tratados con rigor y claridad, lo que avalora esta importante contribución a un perfeccionamiento racional de las características geométricas de una vía en terreno accidentado.

En la realización del trazado de la autopista Oviedo-Gijón-Avilés, se siguieron ciertos criterios que nos parece interesante comentar.

La verdad es que al principio estos criterios se adoptaron de modo un tanto vago. Sabíamos que teníamos que hacer una autopista curva por razones "estéticas"; naturalmente, no sabíamos de verdad en qué consistían estas razones, y entonces hicimos un esfuerzo por analizar su fundamento, esto tenía un doble objetivo, ver si los criterios eran acertados en primer lugar, y en segundo, analizar a qué precio debíamos imponer estas normas.

En lo que se refiere al perfil transversal, la primera intuición que tuvimos de que algo no andaba bien en los peraltes adoptados en la Instrucción española fue la cuestión del desagüe, que se realizaba francamente mal para clotoides de cierta longitud, sobre todo si no queríamos que hubiese limatesas en nuestra autopista. Naturalmente, esta razón no es fundamental ni muchísimo menos en la adopción de los peraltes, pues se soluciona fácilmente ganando el peralte a mayor velocidad que la marcada por la longitud de la clotoide.

Hay un capítulo muy importante en lo referente a la sección transversal que nos ha parecido conveniente incluir aquí, y es el capítulo de la mediana. La fijación de la anchura de mediana mínima necesaria es un asunto netamente experimental; por consiguiente, el mejor medio para resolverlo es acudir a las afirmaciones de los investigadores que han estudiado el tema. Todo otro invento, no estando experimentado, es completamente estúpido. La fijación de esta anchura mínima está íntimamente ligada con el número de accidentes mortales que se producen en la autopista, y de ahí la importancia de la determinación que se adopte.

Nos consta que en algún país cometieron la equivocación, según han reconocido los mismos técnicos responsables, de subestimar la importancia de este tema; es de esperar que en España no caigamos en el mismo error que cayeron nuestros predecesores.

Dividimos estos comentarios en dos anejos:

1. Criterios generales en el trazado de autopista.
2. Sección transversal, generalidades y estudio sobre peraltes.

ANEJO I. CRITERIOS GENERALES EN EL TRAZADO DE AUTOPISTAS.

Los principios básicos en que se ha basado nuestro trazado son los siguientes:

- 1.º Adaptación en lo que sea posible a la topografía del terreno.
- 2.º Continuidad en la evolución de las curvaturas a lo largo de la carretera.
- 3.º Radios de curvaturas en planta, los máximos compatibles con la topografía.
- 4.º Radios de curvaturas en perfil, superiores en todo caso a 10 000 m.
- 5.º Coincidencia en lo posible de las curvas en planta y perfil.
- 6.º Radios de curvas verticales y horizontales coincidentes relacionados por la expresión $R_v = \frac{RH}{p}$, siendo R_H el radio de la curva horizontal, p el peralte y R_v el radio de la curva vertical.
- 7.º Las pendientes en los puntos de inflexión iguales o mayores del 0,5 por 100.
- 8.º El ángulo de giro en las alineaciones curvas ha de tener valor discreto y, desde luego, siempre superior a 3º.
- 9.º $A \geq R/3$ como condición estética.
10. Supresión de las curvas en C.
11. En curva en S se procura que $\frac{A_1}{A_2} \leq 2$, siendo A_1 el parámetro mayor de la clotoide, y A_2 , el menor.
12. En curvas en óvalo $R_1 > R_2$; $\frac{R_1}{R_2} \leq 2$ y, en caso de no poder cumplir este criterio, $A > 0,5 R_2$.
13. En curvas en S, se toma como transición para pasar de perfil transversal horizontal a perfil transversal con una inclinación del 2 por 100 una longitud de 50 metros.
14. Los enlaces se procuran poner en zonas de amplia visibilidad, preferentemente en vaguadas, eliminando los puntos altos del trazado.
15. Peraltes, los indicados en el estudio que va a continuación.

La primera condición no hace falta comentarla; las razones son obvias; economía del movimiento de tierra en primer lugar, y en segundo, conseguir una perturbación mínima en el paisaje.

La segunda y tercera condiciones que se adoptan para conseguir un trazado con máximos de fluidez y confort, nos llevan, en el caso de una topografía tan accidentada como la nuestra, a autopista curva; en el fondo, a lo que llegamos es a radios de curvaturas muy uniformes, disminuyendo los grandes en cierta medida y aumentando los pequeños; el trazado en planta, con estos criterios, mejora notablemente, pues no solamente se mejora en las zonas donde se aumentan los radios

pequeños, sino que también se mejora donde disminuyen los radios grandes. En efecto, si comparamos la comodidad de circulación en curva de radio 3 000 m. y recta, resulta que solamente es más cómodo circular en recta para velocidades dadas por la fórmula $V = 127 \times 3\,000 \times 0,04 = 123$ Km./h. velocidad superada en muy pocos casos; la razón de ésto, es que el 2 por 100 que hay que dar la inclinación transversal a la calzada por cuestiones de desagüe queda compensado, en parte, por la fuerza centrífuga. En cuanto al aumento de los radios pequeños no hace falta justificar nada para afirmar que se mejora el trazado. Es verdad que con estos criterios se aumenta el ángulo de giro total y por lo tanto, se disminuye el radio de curvatura medio, pero eso importa poco, pues según hemos dicho, esta disminución es debida, principalmente, a la disminución de radios de curvatura grandes que, como hemos visto, resulta favorable.

Para aclarar estos conceptos supongamos dos círculos en el trazado, unidos por una tangente común de longitud T ; si representamos el diagrama de curvaturas de esta figura en abscisas, longitudes a lo largo de la carretera y en ordenadas curvaturas, nos sale la figura 1; si en vez de unir los dos círculos por su tangente común los

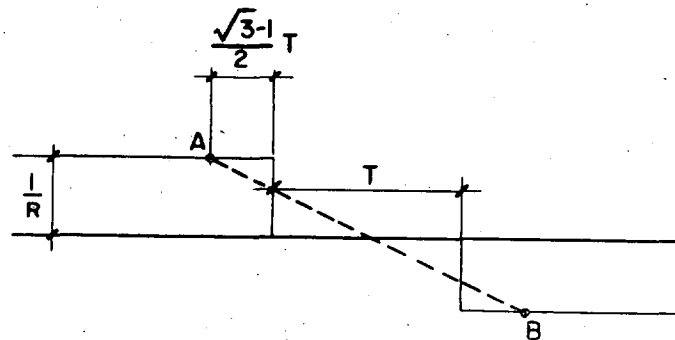


Figura 1.

unimos por una clotoide en S, el diagrama de curvaturas es el marcado de puntos en la figura; el ángulo de giro entre A y B es, en el primer caso $(\sqrt{3}-1) \frac{1}{R}$ y en el segundo caso $\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1}{R}$; si dividimos ambas expresiones, obtenemos el cociente de los ángulos de giro es $\frac{\sqrt{3}}{2(\sqrt{3}-1)} = 1,18$, hemos aumentado el ángulo de giro entre los dos puntos en un 18 por 100 y, por lo tanto, hemos reducido el radio de curvaturas medio y al mismo tiempo hemos mejorado el trazado por las razones antes enunciadas.

Tiene otras ventajas la curva sobre la recta como, por ejemplo, la orientación del automovilista y el fenómeno del deslumbramiento nocturno, siendo esta ventaja, particularmente notable, sobre todo en el caso de una autopista cuya mediana no es excesivamente grande. De cualquier forma hay que insistir en que, la razón fundamental que nos ha llevado a autopista curva, es un reparto más contínuo de los radios de curvatura; un aumento de los radios de curvatura mínimos sin aumento de coste y una topografía bastante accidentada.

La cuarta condición, que más que una condición es un criterio de tomar los radios en perfil lo mayores posibles, es una condición de visibilidad en perfil; el conservar una buena visibilidad en perfil es quizá más importante que conservarla en planta, pues, generalmente, las pérdidas de trazado se producen en puntos de pérdida de visibilidad en perfil. Pérdidas de trazado llamamos a aquellas zonas en que el automovilista deja de ver zonas próximas de la carretera y, en cambio, ve zonas más alejadas. Esto puede producirle cierta sensación de incomodidad e inseguridad, sobre todo por la noche. Parece que este fenómeno solamente se puede producir en las pérdidas de visibilidad en perfil, ya que el obstáculo es la propia carretera; no se ve tan claro como se podría producir esto en las curvas en planta, donde el obstáculo es exterior a la carretera. El emplear amplias curvas verticales solamente podrá presentar "pegas" en lo que se refiere al perfil longitudinal de las cunetas, por esto en los puntos sospechosos se han dibujado dichos perfiles para asegurar una pendiente satisfactoria; además, para el desagüe superficial de la carretera también puede ser una dificultad grande, ya que a mayores radios de curvas verticales mayor horizontalidad de la carretera, por lo menos en una dirección; por esta razón, pasemos a comentar la condición siguiente.

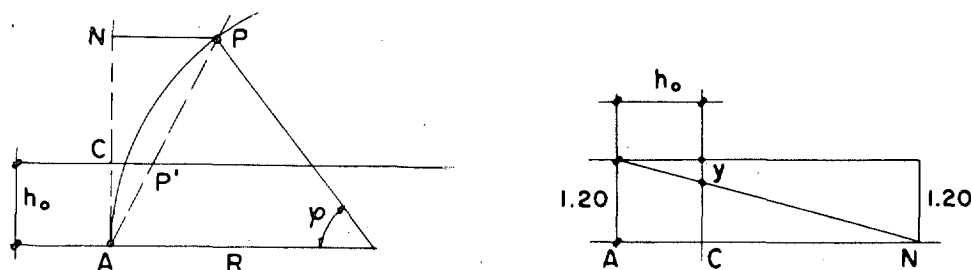


Figura 2.

La condición quinta la comentamos en unión de la sexta y de la séptima, pues, entre las tres encierran las condiciones de visibilidad y desagüe que nos hacen adoptarlas.

La condición séptima es una condición íntimamente ligada con los problemas de desagüe; en efecto, el perfil transversal de la carretera en las zonas de inflexión en planta es horizontal, hay que asegurar por consiguiente una pendiente longitudinal mínima para asegurar el desagüe de la carretera; esta pendiente longitudinal mínima no se da en curvas verticales, cuyas pendientes de entrada y salida son de distinto signo, y por tanto, cabe decir que las zonas de inflexión deben estar en pendiente única, y que esta pendiente debe ser igual o superior al 0,5 por 100.

El hecho de que digamos que deben coincidir curvas verticales y horizontales debe interpretarse en este sentido, y no en el sentido de que curvas horizontales tengan alguna ventaja al coincidir con curvas verticales con relación a curvas horizontales en pendiente única.

Otra razón para estas consideraciones es el evitar las pérdidas de trazado que, como hemos dicho, se producen por pérdidas de visibilidad en perfil.

Además, al hacer coincidir las dos curvas se reducen el número de puntos de pérdida de visibilidad.

Una curva en perfil no debe abarcar varias en planta; y una en planta, varias en perfil; esto es ratificar lo anterior para evitar las pérdidas de trazado.

Una vez considerada la coincidencia de planta y perfil vamos a analizar la relación de sus radios para no perder en ningún caso la visibilidad en perfil; por tanto, para asegurar la inexistencia de pérdidas de trazado. Para ello vamos a examinar cuáles son las figuras que contempla el automovilista cuando va conduciendo, suponiendo que no hay obstáculos laterales:

1.º *Curva horizontal en pendiente única.* — La figura que contempla es la misma que contemplaría si la carretera fuese horizontal, ya que la posición relativa del automovilista es la misma.

Veamos la proyección del punto P sobre un plano perpendicular a la dirección de la visual situado a una distancia del automovilista:

$$\frac{CP'}{NP} = \frac{AC}{AN}; CP' = x, \quad NP = R(1 - \cos \varphi), \quad AC = h_0; AN = R \sin \varphi$$

Sustituyendo estas igualdades en la ecuación anterior, tenemos:

$$\frac{x}{R(1 - \cos \varphi)} = \frac{h_0}{R \sin \varphi}; x = \frac{h_0(1 - \cos \varphi)}{\sin \varphi}$$

En cuanto a la y podemos hallar la del punto N , y tenemos, suponiendo la altura de la vista a 1,2 M:

$$\frac{Y}{1,20} = \frac{AC}{AN} = \frac{h_0}{R \sin \varphi}; \quad Y = \frac{1,20 h_0}{R \sin \varphi}$$

Las ecuaciones paramétricas anteriores representan una hipérbola.

Consideremos a continuación el caso en que la alineación en perfil es una curva vertical de radio R_v .

Las ecuaciones serán las mismas para x y para Y , habrá que sustituir 1,20, que es la altura de la visual del conductor, por $1,20 + R_v(1 - \cos \varphi')$, con la condición $R_v \cdot \varphi' = R_H \cdot \varphi$; luego, entonces, las ecuaciones paramétricas serán:

$$x = \frac{h_0(1 - \cos \varphi)}{\sin \varphi}; y = \frac{-h_0[1,20 + R_v(1 - \cos \varphi')]}{R_H \cdot \sin \varphi}$$

R_v = Radio de la curva vertical; R_H = Radio de la curva horizontal

Esta es la proyección de una línea sobre la cual va el automovilista.

Supongamos que intentamos hallar el valor de φ , para el cual, "Y" es máximo.

Tendremos que hallar la derivada de "Y" con relación a φ e igualar a 0.

$$R_H \sin \varphi \sin \varphi' = 1,20 \cos \varphi + R_v(1 - \cos \varphi') \cos \varphi.$$

Si ponemos $\varphi' = \varphi$ en autopistas siempre:

$$\operatorname{tg} \varphi' \leq 0,08 = \frac{R_H}{R_v}, \quad \frac{R_H}{R_v} \varphi \sin \varphi = 1,20 \cos \varphi R_v \cos \varphi \times \frac{R_H}{2 R_v} \varphi^2; \operatorname{tg} \varphi = \frac{\varphi}{2} + \frac{1,20 R_v}{R_H}$$

y como $\frac{R_v}{R_H}$ es pequeño, φ también lo es, $\varphi = \sqrt{\frac{2,4 R_v}{R_H}}$, obteniendo una distancia

de visibilidad para peralte nulo; $R_H \varphi = \sqrt{2,4 R_v}$, que es la que se obtiene en recta en el supuesto de visibilidad de toda la carretera. Es por consiguiente, a partir de este punto, cuando hay que echar mano del peralte para conseguir la visibilidad adecuada. Examinamos estos criterios de visibilidad, y para ello, veamos la silueta en perspectiva de una línea paralela a la traza, que puede ser el borde de la carretera, situada a una distancia de "a" metros del eje que sigue el automovilista y siendo $p = \text{peralte}$.

Las ecuaciones paramétricas en este caso son fáciles de hallar, y vienen expresadas de la siguiente manera:

$$X = \frac{[R_H (1 - \cos \varphi) - a \cos \varphi] h_0}{(R_H + a) \sin \varphi}$$

$$Y = \frac{[ap - [1,20 + R_v (1 - \cos \varphi)]] h_0}{(R_H + a) \sin \varphi}$$

Para expresar la condición de que en ningún caso se pierda la visibilidad, hemos de igualar el cociente de los incrementos de las coordenadas para las dos líneas con el coeficiente angular de la tangente en la línea directriz:

$$\Delta_y = \frac{[ap - [1,20 + R_v (1 - \cos \varphi')]] h_0}{(R_H + a) \sin \varphi} + \frac{[1,20 + R_H (1 - \cos \varphi')] h_0}{R_H \sin \varphi}$$

Si ponemos $1,20 + R_v (1 - \cos \varphi') = Z$ tendremos:

$$\Delta_y = \frac{(ap - Z) h_0}{(R_H + a) \sin \varphi} + \frac{Z h_0}{R_H \sin \varphi} = h_0 \frac{ap R_H \sin \varphi + a Z \sin \varphi}{(R_H + a) R_H \sin^2 \varphi}$$

$$\Delta_x = \left[\frac{R_H (1 - \cos \varphi) - a \cos \varphi}{(R_H + a) \sin \varphi} - \frac{R_H (1 - \cos \varphi)}{R_H \sin \varphi} \right] h_0$$

$$\Delta_x = \frac{R_H (1 - \cos \varphi) \sin \varphi - a R_H \sin \varphi \cos \varphi - R_H (1 - \cos \varphi) \sin \varphi}{R_H (R_H + a) \sin^2 \varphi} h_0 =$$

$$= \frac{-a R_H \sin \varphi (1 - \cos \varphi) h_0}{R_H (R_H + a) \sin^2 \varphi} = \frac{-a R_H \sin \varphi}{R_H (R_H + a) \sin^2 \varphi} h_0$$

$$\frac{\Delta_y}{\Delta_x} = - \frac{ap R_H + a Z}{a R_H} = - \left[p + \frac{Z}{R_H} \right]$$

Por otra parte, la derivada de y con relación a x la obtendremos como sigue:

$$dy = \frac{\frac{R_H \cdot R_v}{R_v} R_H \sin \varphi \sin \varphi' - R_H \cos \varphi \cdot Z}{R_H^2 2 \sin^2 \varphi} h_0 d\varphi$$

$$dx = \frac{\sin^2 \varphi - \cos \varphi (1 - \cos \varphi)}{\sin^2 \varphi} h_0; \quad d\varphi = \frac{(1 - \cos \varphi) R_H 2}{R_H 2 \sin^2 \varphi} h_0 d\varphi$$

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{R_H 2 \sin \varphi' \sin \varphi - R_H \cos \varphi Z}{(1 - \cos \varphi) R_H 2} = - \frac{R_H \sin \varphi' \sin \varphi - Z \cos \varphi}{R_H (1 - \cos \varphi)}$$

Luego al expresar la igualdad tenemos:

$$P + \frac{Z}{R_H} = - \frac{R_H \sin \varphi \sin \varphi' - Z \cos \varphi}{R_H (1 - \cos \varphi)}, \quad P = \frac{R_H \sin \varphi \sin \varphi' - Z}{R_H (1 - \cos \varphi)}$$

Como φ' es muy pequeño podemos poner $\sin \varphi' = \varphi'$:

$$Z = 1,20 + R_v (1 - \cos \varphi') = 1,2 + 2 R_v \sin^2 \varphi \frac{\varphi'}{2} \approx 1,2 + \frac{R_v \varphi'^2}{2} = 1,2 + \frac{R_v}{2} \cdot \varphi^2 \cdot \frac{R_H 2}{R_v 2}$$

$$R_H \sin \varphi \sin \varphi' \approx R_H \sin \varphi \cdot \varphi' = R_H \frac{R_H}{R_v} \sin \varphi$$

luego queda:

$$P = \frac{R_H 2}{R_v} \varphi \left(\sin \varphi - \frac{\varphi}{2} \right) - 1,2$$

$$\frac{R_H 2}{R_v} \varphi \left(\sin \varphi - \frac{\varphi}{2} \right) - 1,2}{R_H (1 - \cos \varphi)}$$

$$1,2 + R_H P (1 - \cos \varphi) = \frac{R_H 2}{R_v} \varphi \left(\sin \varphi - \frac{\varphi}{2} \right);$$

$$R_v = \frac{R_H \varphi \left(\sin \varphi - \frac{\varphi}{2} \right)}{P (1 - \cos \varphi) + \frac{1,2}{R_H}} = \frac{R_H \varphi \left(\sin \varphi - \frac{\varphi}{2} \right) / (1 - \cos \varphi)}{P + \frac{1,2}{R_H (1 - \cos \varphi)}}$$

Luego entonces:

$$\frac{R_v}{R_H} = \frac{\sin \varphi - \frac{\varphi}{2}}{1 - \cos \varphi} \cdot \frac{1}{P + \frac{1,2}{R_H (1 - \cos \varphi)}}$$

Para ángulos horizontales pequeños no parece haber problema.

Analicemos las expresiones para distintos ángulos de giro:

$$\varphi = 6^\circ, \quad R_v = \frac{0,9 R_H}{p + \frac{1,2}{0,006 R_H}}$$

$$\varphi = 9^\circ, \quad R_v = \frac{0,936 R_H}{p + \frac{1,2}{0,013 R_H}}$$

$$\varphi = 12^\circ, \quad R_v = \frac{0,969 R_H}{p + \frac{1,2}{0,022 R_H}}$$

$$\varphi = 15^\circ, \quad R_v = \frac{0,951 R_H}{p + \frac{1,2}{0,035 R_H}}$$

$$\varphi = 18^\circ, \quad R_v = \frac{0,974 R_H}{p + \frac{1,2}{0,049 R_H}}$$

$$\varphi = 20^\circ, \quad R_v = \frac{0,968 R_H}{p + \frac{1,2}{0,064 R_H}}$$

$$\varphi = 24^\circ, \quad R_v = \frac{0,955 R_H}{p + \frac{1,2}{0,087 R_H}}$$

$$\varphi = 30^\circ, \quad R_v = \frac{0,931 R_H}{p + \frac{1,2}{0,134 R_H}}$$

$$\varphi = 45^\circ, \quad R_v = \frac{0,5 R_H}{p + \frac{1,2}{0,295 R_H}}$$

Vemos, por consiguiente, que un límite superior de estos valores viene dado por $R_v = \frac{R_H}{p}$; en efecto, el coeficiente del numerador nunca llega a ser igual a 1 en las anteriores expresiones, y el denominador es siempre mayor que p : en el caso de que la expresión $R_v = \frac{R_H}{p}$ no se pueda cumplir, se analizará si se pueden cumplir las condiciones anteriores, en la inteligencia de que si no se cumplen podemos tener peligro de producir una pérdida de trazado, pues según hemos visto, el radio vertical necesario va creciendo hasta un máximo y a continuación decrece, pudiendo darse el caso, si no hay obstáculos laterales, de tener visibilidad en puntos lejanos del automovilista y no tenerla en puntos cercanos a él, pudiendo producirse lo que hemos dado en llamar pérdida de trazado.

Los radios máximos fijados por las condiciones anteriores, se obtienen aplicando en dichas fórmulas el caso más desfavorable, que es para $\varphi = 30^\circ$.

Radios — R_v	Peraltes — $p \%$	$\varphi = 30^\circ, R_v = \frac{0,931 R_H}{p + \frac{1,20}{0,134 R_H}}$
500	10,70	— 3 724,00
550	9,16	— 4 741,20
600	8,40	— 5 642,42
650	7,75	— 6 653,85
700	7,20	— 7 667,05
750	6,72	— 8 836,60
800	6,30	— 10 064,86
850	5,93	— 11 468,84
900	5,60	— 12 695,45
950	5,30	— 14 265,32
1 000	5,04	— 15 779,66
1 250	4,07	— 24 244,79
1 500	3,81	— 31 738,63
1 750	3,63	— 39 737,80
2 000	3,33	— 50 324,32
2 250	2,96	— 63 477,27
2 500	2,67	— 77 583,33
2 750	2,42	— 94 824,07
3 000	2,22	— 111 720,00
3 250	2,05	— 131 550,00
3 500	1,96	— 162 925,00

Que como vemos, son siempre inferiores a $R_v = \frac{R_H}{p}$, y deben ser los mínimos a aplicar.

Estas cuestiones están íntimamente ligadas con el criterio de la condición octava, es decir, con el ángulo del giro mínimo en curvas horizontales; en efecto, para una diferencia de pendientes dada en perfil si el ángulo de giro en planta no es suficientemente grande, se puede verificar que al cumplir las condiciones anteriores la curva vertical se salga de la curva horizontal, lo cual, según hemos visto, no es recomendable. Hay otra razón para la condición octava, incluso en rasante única y es eliminar la posible apetencia del automovilista para utilizar la recta en vez de la curva, con lo cual pasa al otro carril; sin embargo, esto es más de temer en carreteras de bajas características.

La condición novena $A \geq \frac{R}{3}$, en el caso de que no haya limitación por aceleración transversal, tiene su origen en la estética y guía óptica del automovilista, que en todo momento ha de saber cómo van evolucionando sus curvaturas. Sin embargo, conviene no pasar mucho de $\frac{R}{3}$, pues el aumentar el parámetro de la clotoide de unión es a base de disminuir los radios de las curvas, mientras que si conservamos $\frac{R}{3}$ la distancia entre dos alineaciones circulares de radios R_1 y R_2 basta con que sea $\frac{R_1 + R_2}{500}$ para cumplir esta condición; una distancia muy pequeña para que pueda influir en R_1 y R_2 .

En efecto, la longitud de una clotoide en S que une dos curvas circulares de radios R_1 y R_2 de tal manera que los parámetros sean proporcionales a los radios es: $L_1 + L_2 = \sqrt{3} T$, con suficiente grado de aproximación, siendo T la longitud de la tangente común a las dos curvas; si llamamos Δ al retranqueo tenemos la ecuación:

$$T^2 = (R_1 + R_2 + \Delta)^2 - (R_1 + R_2)^2 \quad \text{luego } T^2 = 2 \Delta (R_1 + R_2)$$

$$\Delta = \frac{T^2}{2(R_1 + R_2)}$$

$$L_1 = \frac{A^2_1}{R_1} = \frac{R_1}{9} \quad L_2 = \frac{R_2}{9}$$

luego entonces tenemos:

$$\frac{R_1 + R_2}{9} = \sqrt{6 \Delta (R_1 + R_2)} ; \quad \Delta = \frac{R_1 + R_2}{486} \approx \frac{R_1 + R_2}{500}$$

sin embargo, si ponemos por ejemplo $A = \frac{R}{2}$, la ecuación será:

$$\frac{R_1 + R_2}{4} = \sqrt{6 \Delta (R_1 + R_2)} , \quad \Delta = \frac{R_1 + R_2}{96}$$

lo cual ya es una cantidad apreciable, que puede repercutir desfavorablemente en las magnitudes de R_1 y R_2 .

La condición décima se refiere a que la curva en C se puede sustituir, en general, por una curva única de radio mayor, con lo cual conseguimos mayor radio, mayor radio medio y curvatura más uniforme; como esta condición o análoga tiene amplia tradición, por lo menos de treinta o cuarenta años, no insistimos más en ella.

La condición onceava se refiere a obtener cierta continuidad en el incremento de curvatura; no en las curvaturas, sino en su derivada.

La condición doceava es muy parecida a la anterior en los fines a conseguir, en el caso de que haya en una curva, un óvalo, un cambio brusco en las curvaturas, que este cambio se produzca gradualmente.

La condición treceava la comentaremos a continuación.

Supongamos que tenemos una calzada de la autopista con una pendiente transversal del 2 por 100, y vamos a ver el desagüe en este caso.

Suponemos que la velocidad de desagüe es proporcional a la pendiente; tendremos entonces $V = K P$, luego entonces:

$$S = K p t + S_0; \text{ para } S_0 = 0, \quad S = 7,5 \text{ ancho de la calzada, nos queda } t = \frac{7,5}{0,02 k} = \frac{375}{k}$$

Este es el tiempo que tarda en desaguar toda la carretera; hay otro valor que puede medir por unidad de longitud el perjuicio que se puede producir por el desagüe, y es la suma de los tiempos por las longitudes, es decir:

$$\int t ds; \quad t = \frac{S - S_0}{k p} = \frac{7,5 - S_0}{k p} = \frac{7,5 - S_0}{0,02 k} \quad \text{luego} \quad \int t ds = \\ = \int_0^{7,5} \frac{7,5 - S}{0,02 k} ds = \frac{7,5^2}{2 \times 0,02 k} = \frac{1406}{k}$$

Esta magnitud tiene interés, pues podemos suponer que el agua que se filtra a través de la carretera es proporcional a $\int s t ds$.

A continuación hallaremos las condiciones de desagüe, suponiendo una longitud de 50 m. entre los peraltes del 0 y el 2 por 100, con una pendiente longitudinal de 0,5 por 100. Como no podemos poner menos de 50 m. de transición intentamos demostrar con esto que tampoco debemos poner más. El valor de 50 m. está fijado por la velocidad máxima, a la cual se puede ganar el peralte.

Veamos cómo se produce el desagüe en una longitud de clotoide con pendiente longitudinal i , de tal forma que en esa longitud pasamos de un peralte del 0 por 100 al 2 por 100. Suponiendo las velocidades proporcionales a las pendientes y llamando x a la coordenada longitudinal, e y , a la coordenada transversal, tenemos:

$$V_x = K i, \quad V_y = K \frac{0,02 x}{L}, \quad X = k i t + X_0, \quad Y = \frac{0,01 (x^2 - x_0^2)}{L i} + Y_0$$

luego entonces sustituyendo el valor de x :

$$Y = \frac{0,01 (k^2 i^2 t^2 + 2 x_0 k i t)}{L i} + Y_0$$

Si hacemos $Y = 7,5$, $x_0 = 0$, $Y_0 = 0$, obtenemos:

$$750 L i = K^2 i^2 t^2, \quad T = \frac{1}{K} \sqrt{\frac{750 L}{i}} = \frac{10}{K} \sqrt{\frac{7,5 L}{i}}$$

Este es el valor de T , en el que se produce el desagüe. El menor valor de i que se puede producir es 0,005; suponemos $L = 50$ m., según propugnábamos $T = \frac{10}{K}$

$$\sqrt{75000} = \frac{1000}{k} \sqrt{7,5} \approx \frac{2700}{k}$$

o sea, que con esta condición tenemos que el tiempo de desagüe es 7,2 veces mayor que en el caso normal de desagüe.

Se demuestra también que $\int S t d s$ aumenta de manera sensible; en efecto, igualando y a 7,5 en la ecuación anterior, obtenemos la ecuación de las líneas que tardan lo mismo en desaguar. Tendremos por consiguiente:

$$7,5 = \frac{0,01}{L i} (k^2 i^2 t^2 + 2 k i t x_0) + Y_0 \quad \text{si suponemos} \quad t \alpha = T$$

obtendremos:

$$7,5 = \frac{0,01}{L i} \left[k^2 i^2 \frac{1}{k^2} \frac{750 L}{i} \alpha^2 + 2 K i t x_0 T \alpha \right] + Y_0 = 7,5 \alpha^2 + \frac{0,02 k t x_0}{L} \alpha + Y_0$$

siendo las ecuaciones de las líneas de igual duración:

$$Y_0 + \frac{0,02 k t x_0}{L} \alpha = 7,5 (1 - \alpha^2)$$

Para:

$$X_0 = 0, \quad Y_0 = 7,5 (1 - \alpha^2), \quad X_0 = L, \quad Y_0 = 7,5 (1 - \alpha^2) - 0,02 k t$$

Para:

$$Y_0 = 0, \quad X_0 = \frac{7,5 L (1 - \alpha^2)}{0,02 k t}$$

Hallamos a continuación la integral $\int t d s$, tenemos:

$$\begin{aligned} \frac{7,5 (1 - \alpha^2)}{0,02 k t} &= L; \quad \alpha 0,02 K T = 7,5 (1 - \alpha^2), \quad K T = 1000 \sqrt{7,5} 20 \alpha \sqrt{7,5} = \\ &= 7,5 (1 - \alpha^2); \quad \alpha \approx \sqrt{\frac{7,5}{20}} \end{aligned}$$

y en general, por si hubiese que estudiar otro caso nos daría $\frac{750}{2 K T}$; para comentar nuestro caso sigamos con nuestro valor $\alpha = 0,137$; la primera parte de la integral sería:

$$+ \int_0^{\alpha_0} T \alpha [15 \alpha d x + 0,01 K T d \alpha = T [5 \alpha^3_0 + 0,01 K T \alpha^2_0]]$$

Ahora bien, teniendo en cuenta que:

$$7,5 \alpha^2_0 = 7,5 - 0,02 K T x_0$$

quedaría:

$$T \left[\left(5 - \frac{0,04}{3} K T \alpha_0 \right) + \alpha_0 + \frac{0,01}{2} K T \alpha^2_0 \right] = T \left[5 \alpha_0 - \frac{0,05}{6} K T \alpha^2_0 \right]$$

Pero hemos quedado en que $\alpha_0 \approx \frac{750}{2 K T}$, y por consiguiente, quedará para esta primera parte la expresión:

$$T \left[\frac{5 \times 750}{2 K T} - \frac{0,05 K T 750^2}{6 \times 4 K^2 T^2} \right] = T \cdot \frac{1703}{K}$$

expresión que nos da muy parecida a la obtenida anteriormente, dividiendo por dos:

A este valor hay que añadirle el valor de la parte lenta, es decir:

$$-\int_{\alpha_0}^1 T \cdot \alpha d \frac{(7,5^2) (1 - \alpha^2)^2}{2 \times 0,02 K T \alpha} = -\frac{7,5^2}{0,04 K} \int_{\alpha_0}^1 \alpha d \frac{(1 - \alpha^2)^2}{\alpha}$$

Hallamos esta integral:

$$-\int_{\alpha_0}^1 \alpha d \frac{(1 - \alpha^2)^2}{\alpha} = -\int_{\alpha_0}^1 \alpha \left[\frac{1}{\alpha^2} d\alpha - 2 d\alpha + 3 \alpha^2 d\alpha \right] = +L\alpha + \alpha^2 - \frac{3}{4} \alpha^4$$

Para 1 el valor es $\frac{1}{4}$, luego el valor es:

$$\frac{7,5^2}{0,04 K} \left[\frac{1}{4} - L\alpha_0 - \alpha_0^2 + \frac{3}{4} \alpha_0^4 \right]$$

Sustituyendo el valor $\alpha_0 = 0,137$ tenemos que queda $\frac{3116}{K}$ y sumando queda $\frac{3828}{K}$, o sea, 2,7 veces más en esta longitud de 50 m.

Luego por esta parte vemos que tampoco es aconsejable aumentar la longitud. En efecto, el tiempo total de desagüe queda multiplicado por 7,2 y el agua metida dentro del pavimento por 2,7.

La condición catorceava sobre situación de enlaces, por su evidencia, ni siquiera la comentamos. No se deben situar en tramos en radios R_H inferiores a 1 500 metros, deseable $R_H \geq 3 000$ m.

(Continuará.)