

ESFUERZOS DE FRENADO EN PUENTES

Por GERMAN LABRADOR

Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

JOSE LUIS SERVET

Dr. Ingeniero Aeronáutico

Los autores desarrollan un método para obtener los esfuerzos de frenado en puentes solicitados por cualquier tipo de tren de cargas. Se hace una aplicación práctica utilizando los trenes de la Instrucción Española, ofreciendo los resultados análogos de aplicación directa.

1. Introducción.

Se pretende con el presente estudio dar al proyectista un instrumento más de trabajo que le permita determinar los esfuerzos de frenado que deberá soportar su estructura. Dado que el vehículo es una máquina dirigida por un ser humano, es obvio que todos los parámetros de tipo mecánico y psicológico pueden fluctuar en gran manera, por lo que ha sido necesario idealizar el conjunto máquina-hombre para obtener unos resultados de carácter general, que puedan particularizarse en cada caso.

En definitiva, el estudio tiene por objeto determinar el tren frenante, es decir, el número y la situación relativa de aquellos vehículos cuyas acciones se superponen, en función de una serie de parámetros que pueden particularizarse, dándoles el valor que figura en las Normas e Instrucciones vigentes, o según el criterio del proyectista.

2. Notaciones.

P = Peso del vehículo.

V_0 = Velocidad inicial del tren.

D = Separación entre vehículos cuando circulan con velocidad V_0 .

t_R = Tiempo de reflejo (intervalo de tiempo entre el frenado de dos vehículos consecutivos).

V = Velocidad en el instante t .

g = Aceleración de la gravedad.

f = Coeficiente de rozamiento longitudinal.

L_f = Longitud de frenado (longitud recorrida desde el instante de aplicación de los frenos).

t = Tiempo invertido por el vehículo en el proceso de frenado.

T_i = Tiempo que tarda el vehículo i en detenerse.

L_i = Longitud recorrida por el vehículo i durante el frenado del primero.

D_{1-i} = Distancia que media entre el primer vehículo y el i cuando el primero se ha detenido.

n = Número de vehículos que frenan durante el frenado del primero.

L_T = Longitud del tren frenante.

F_T = Fuerza de frenado producida por el tren.

c = Longitud total del vehículo.

e = Distancia entre ejes del vehículo.

(E) = Parte entera.

V_i = Velocidad del vehículo i cuando el primero se ha detenido.

F_{Tm} = Fuerza de frenado producida en una calzada de m vías.

3. Hipótesis.

3.1. Se considera un tren indefinido de vehículos de peso P , que circulan a una velocidad V_0 , y separados una distancia D .

3.2. Se admite que el tiempo de reflejo t_R es constante en todos los conductores.

3.3. Se considera que el coeficiente de rozamiento longitudinal es una determinada función de la velocidad $f = f(V)$.

3.4. El movimiento es decelerado no uniforme.

3.5. Se considera que los vehículos tienen igual potencia de frenado.

3.6. Cada vehículo comienza a frenar cuando transcurre un tiempo t_R a partir de la iniciación del frenado del que le precede.

3.7. No se admite colisión de vehículos.

4. Desarrollo.

De acuerdo con 3.7 se verifica:

$$D - V_0 t_R = 0 \quad (1)$$

Según el principio de D'Alembert:

$$\frac{P}{g} \frac{dV}{dt} = P \cdot f(V) \quad (2)$$

de donde:

$$\frac{dV}{dt} = g \cdot f(V) \quad (3)$$

La velocidad viene definida por:

$$V = \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{dV} \cdot \frac{dV}{dt} \quad (4)$$

y teniendo en cuenta (3):

$$ds = \frac{V dV}{g f(V)} \quad (4')$$

con lo que:

$$L_f = \frac{1}{g} \int_0^{V_0} \frac{V dV}{f(V)} \quad (5)$$

Integrando (3) se obtiene:

$$t = \frac{1}{g} \int_0^{V_0} \frac{dV}{f(V)} \quad (6)$$

que define el tiempo invertido por el vehículo i en el proceso de frenado.

Teniendo en cuenta (6), el tiempo a partir del instante de comienzo de frenado, tiene por valor:

$$T_i = t + t_R (i - 1) \quad (7)$$

La longitud recorrida por el vehículo i durante el frenado del primero tiene por valor:

$$L_i = V_0 t_R (i - 1) + \frac{1}{g} \int_{V_i}^{V_0} \frac{V dV}{f(V)} \quad (8)$$

El valor del límite inferior V_i se obtiene de la igualdad:

$$T_1 - t_R (i - 1) = \frac{1}{g} \int_{V_i}^{V_0} \frac{dV}{f(V)} \quad (9)$$

y según (6):

$$t_R (i - 1) = \frac{1}{g} \int_0^{V_i} \frac{dV}{f(V)} \quad (10)$$

La distancia que media entre el primer vehículo y el i , cuando el primero ha terminado de frenar, es:

$$D_{1-i} = L_f + (i - 1) D + (i - 2) c - L_i \quad (11)$$

y teniendo en cuenta (5) y (8):

$$D_{1-i} = (i - 2) C + \frac{1}{g} \int_0^{V_i} \frac{V dV}{f(V)} \quad (12)$$

El número de camiones que frenan en el tiempo T_1 viene dado por:

$$n = \frac{T_1}{T_R} \text{ si } n \text{ es entero.} \quad (13)$$

$$n = E\left(\frac{T_1}{T_R}\right) + 1 \text{ si } n \text{ no es entero} \quad (14)$$

y en consecuencia:

$$L_T = D_{1-n} + c + e \quad (15)$$

$$F_T = \sum_1^n f P \quad (16)$$

Deduciéndose para cada vehículo los valores de f , teniendo en cuenta (10).

Para el caso de varias vías de circulación en el mismo sentido, podría admitirse que todas ellas están ocupadas por el mismo tipo de tren, y que todos los trenes frenan simultáneamente.

No obstante, a efectos de esfuerzos en servicio, parece muy improbable la anterior condición; por lo que suponemos que el resto de las vías están ocupadas por trenes de vehículos ligeros, admitiéndose que todos frenan al mismo tiempo que el tren de vehículos pesados.

Es lógico suponer, para los vehículos ligeros, una velocidad superior a la del tren de camiones, lo que conduce a una longitud de frenado distinta a la determinada para el tren de vehículos pesados. Como la longitud depende,

para los vehículos ligeros, de parámetros distintos, y, al mismo tiempo, se considera arbitrariamente que se superponen los efectos, parece razonable desde un punto de vista simplista suponer un peso de vehículos ligeros moderadamente alto, y mantener la misma velocidad para todos los trenes.

Se supone que el peso del vehículo ligero es el 10 por 100 del peso del vehículo pesado.

La fuerza total de frenado para m vías de circulación en el mismo sentido, será:

$$F_{Tm} = \frac{9+m}{10} \sum_1^n f P \quad (17)$$

5. Conclusiones.

De las fórmulas obtenidas en el desarrollo se deduce:

5.1. La fuerza máxima de frenado del tren corresponde al instante en que se detiene el primer vehículo que forma el tren frenante.

5.2. La distancia que media entre los distintos vehículos del tren frenante es independiente de la velocidad inicial V_0 , dependiendo exclusivamente del tiempo de reflejo, de la longitud de los vehículos y del número de orden que corresponda a cada uno.

5.3. La velocidad de cada vehículo en el instante de parada del primero es independiente de la velocidad inicial V_0 , dependiendo exclusivamente del tiempo de reflejo y del número de orden que corresponda a cada uno.

5.4. La fuerza de frenado producida por el vehículo i del tren es independiente de la velocidad inicial, dependiendo exclusivamente del tiempo de reflejo, de su número de orden y del peso del vehículo.

5.5. El número de vehículos que forman el tren de frenado depende de la velocidad inicial y del tiempo de reflejo.

5.6. En consecuencia, fijado el tiempo de reflejo, la formación del tren indefinido de frenado es única en su geometría y fuerzas unitarias de frenado por vehículo. Fijado el valor de la velocidad inicial V_0 , se define el tren en un número determinado de vehículos y, por tanto, el tren frenante para esa velocidad.

5.7. Con el tren de frenado determinado, según las especificaciones particulares del pro-

yecto que se estudie, pueden calcularse las acciones que produce sobre los distintos elementos de la estructura de acuerdo con sus características geométricas, trasladando el tren del principio al fin de la misma.

6. Aplicación práctica.

Se toma un tren formado por los vehículos de 20 Tn. definidos en la "Instrucción para el cálculo de tramos metálicos y previsión de los efectos dinámicos de las sobrecargas en los de hormigón armado" del Ministerio de Obras Públicas.

La Instrucción de Carreteras fija el valor de t_R en 2 sg., y la relación entre f y V viene dada por la curva de la figura 1.

Se puede tomar con suficiente aproximación la ecuación:

$$f = 1,25 \cdot 10^{-5} (V^2 - 220 V + 37500) \quad (18)$$

como expresión analítica de la curva de la figura 1.

6.1. Longitud de frenado.

De (5) y de acuerdo con (18):

$$L_f = 314,619 L (V_0^2 - 220 V_0 + 37500) + 434,298 \text{ arc. tg. } \left(\frac{2 V_0 - 220}{318,75} \right) - 4415,773 \quad (19)$$

L_f en m. V_0 en Km./hora.

6.2. Tiempo de frenado.

De acuerdo con (6):

$$t = 14,2136 \text{ arc. tg. } \frac{V_0 - 110}{159,375} - 36,071416 \quad (20)$$

t en sg. V_0 en Km./hora.

6.3. Número de vehículos que forman el tren frenante.

Admitiendo para nuestro caso una velocidad inicial límite de 100 Km./h. y según (14):

$$n = E \left(7,1068 \text{ arc. tg. } \frac{100 - 110}{159,375} - 18,035708 \right) + 1 = 4 \quad (21)$$

6.4. Velocidad del vehículo i cuando el primero se detiene.

De acuerdo con (10):

$$2(i-1) = 14,2136 \operatorname{arc. tg.} \frac{V_i - 110}{159,375} - 36,071416 \quad (22)$$

para:

$$i = 2, 3, 4 \quad V_i \text{ en Km./hora.}$$

6.5. Distancia entre el primer vehículo y el i .

De acuerdo con (12) y según los valores de $V_i = V_2, V_3, V_4$ deducimos de (22):

$$D_{1-i} = 6(i-2) + 314,619 L (V_i^2 - 220 V_i + 37500) + 434,298 \operatorname{arc. tg.} \left(\frac{2 V_i - 220}{318,75} \right) - 4.415,773 \quad (23)$$

para:

$$i = 2, 3, 4 \quad D_{1-i} \text{ en m.}$$

$$V_i = V_2, V_3, V_4 \quad V_i \text{ en Km./hora.}$$

6.6. Longitud del tren de frenado.

Considerando como tal la distancia entre el primer eje del primer vehículo y el último eje del cuarto, de acuerdo con (15) y según (23):

$$L_T = D_{1-4} + 9,5 \quad (24)$$

$$L_T \text{ en m.} \quad D_{1-4} \text{ en m.}$$

6.7. Fuerza de frenado.

Teniendo en cuenta (22) y según (18):

$$f_i = 1,25 \cdot 10^{-5} (V_i^2 - 220 V_i + 37500) \quad (25)$$

para $i = 1, 2, 3, 4$, y en consecuencia:

$$F_T = P_1 (f_1 + f_2 + f_3 + f_4) \quad (26)$$

7. Presentación de resultados.

A continuación se representan en cuadros y gráficos los valores de los distintos factores que intervienen en el tren de frenado.

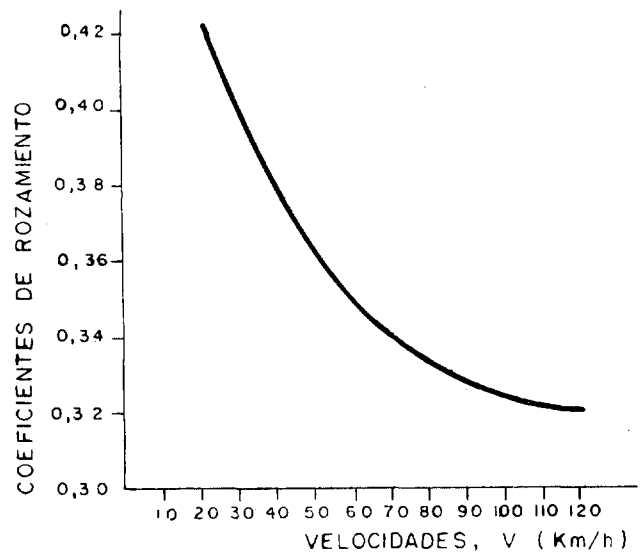


Fig. 1. — $f = f(V)$.

$$f = 1,25 \cdot 10^{-5} (V^2 - 220 V + 37500)$$

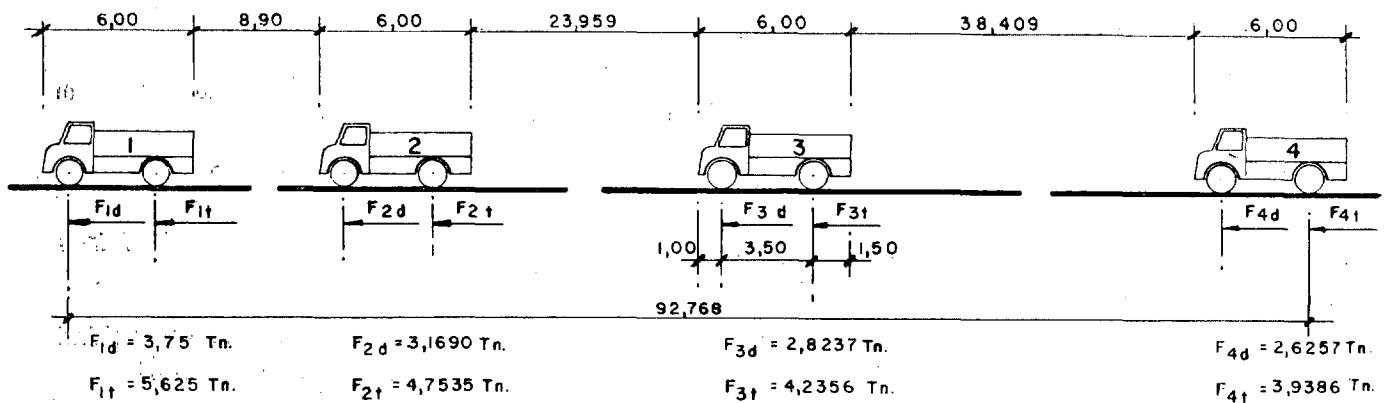


Fig. 2. — Tren de frenado para una velocidad límite de 100 Km./hora.

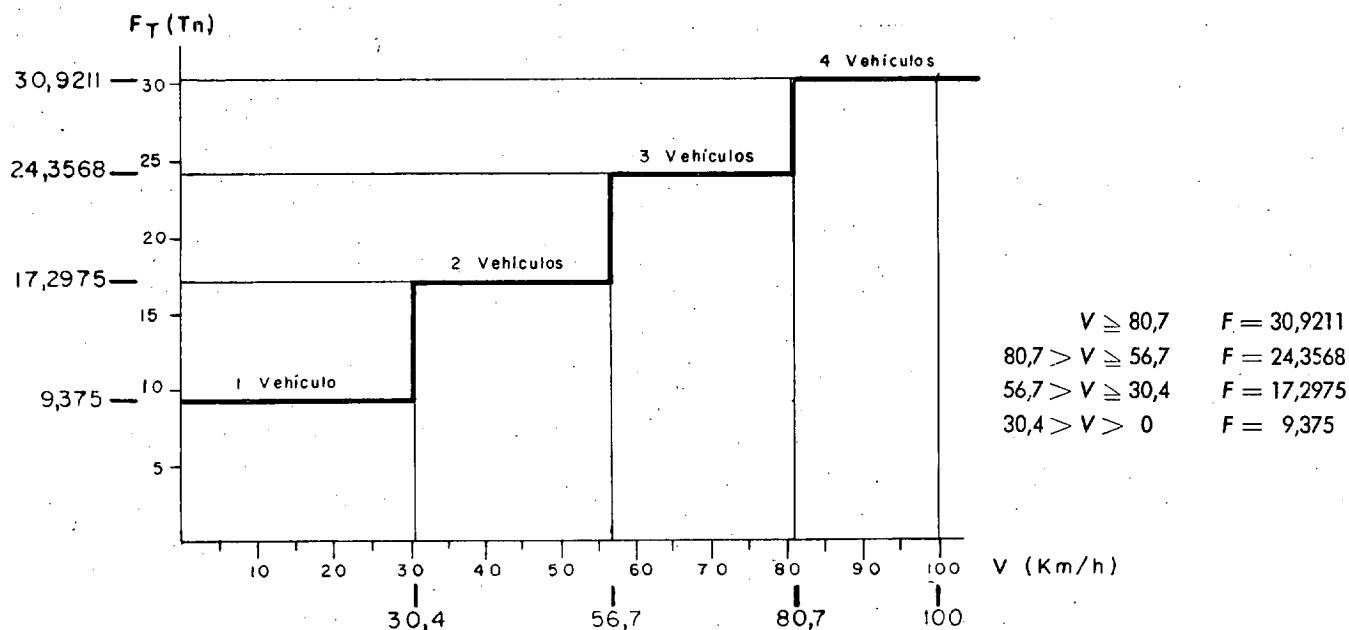


Fig. 3. — Relación entre la fuerza total de frenado producida por i vehículos y la velocidad inicial V_0 .

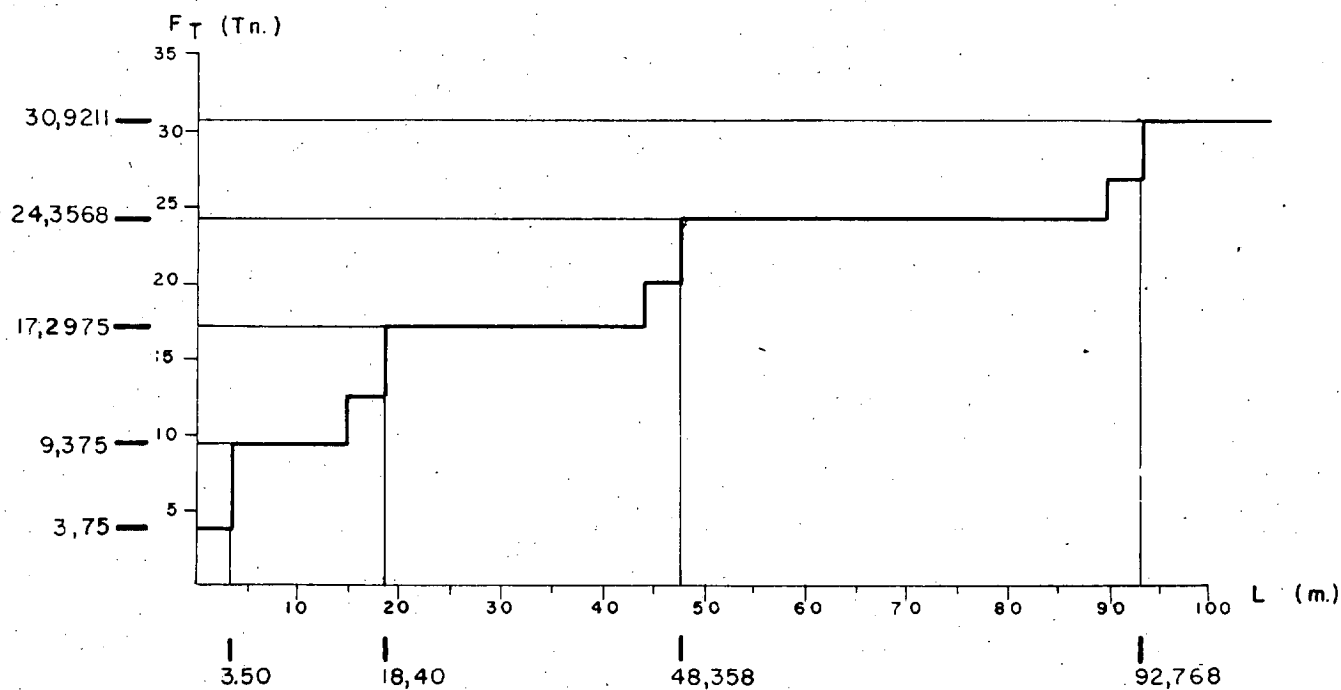


Fig. 4. — Relación entre la fuerza total de frenado y el espacio ocupado por el tren que produce la fuerza.

$L \geq 92,768$	$F = 30,9211$	$44,858 > L \geq 18,40$	$F = 17,2975$
$92,768 > L \geq 89,268$	$F = 26,9825$	$18,40 > L \geq 14,90$	$F = 12,544$
$89,268 > L \geq 48,358$	$F = 24,3568$	$14,90 > L \geq 3,5$	$F = 9,375$
$48,358 > L \geq 44,858$	$F = 20,1212$	$3,5 > L > 0$	$F = 3,75$

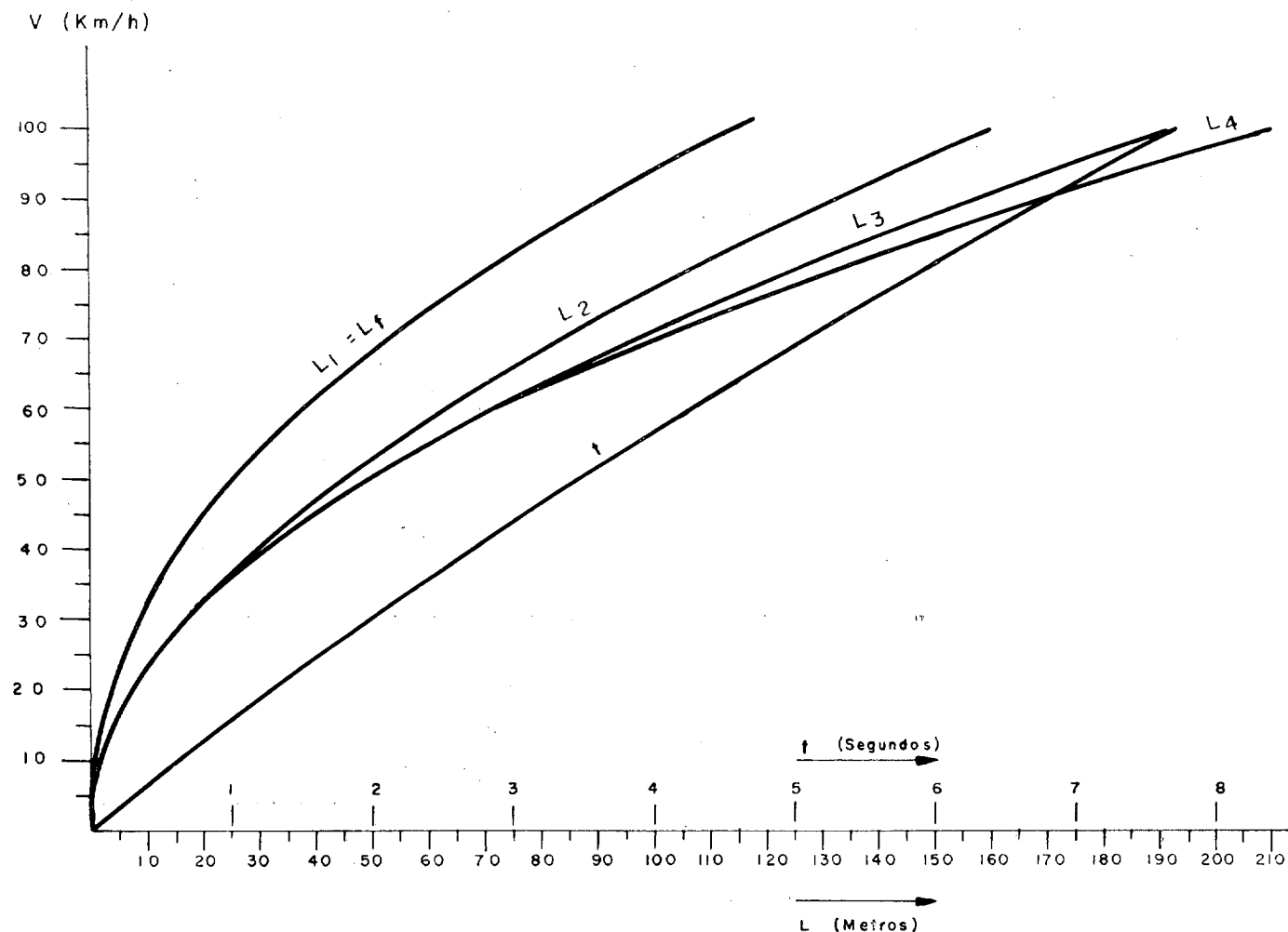


Fig. 5. — Longitud recorrida por el vehículo l durante el frenado del primero y tiempo de accionamiento de los frenos, en función de la velocidad inicial V_0 .

8. Observaciones.

En el cuadro que figura a continuación se ha determinado el número de vehículos ligeros de 2 Tn., circulando a 100 Km./h. que serían necesarios, así como el espacio que ocupan, para producir el mismo efecto que el tren de camiones circulando a 60 y 100 Km./h.

Del estudio del cuadro se observa que parece suficiente el considerar una velocidad máxima de 100 Km./h. y un solo tren de vehículos pesados.

N = Número de vías de circulación.

V_0 = Velocidad inicial de los vehículos en Km./h.

n = Número de vehículos por vía.

e = Longitud de vía que ocupan en metros.

N	V_0	n	e
1	100	40	2400
	60	31	1850
2	100	22	1300
	60	17	990
3	100	16	930
	60	12	685
4	100	13	740
	60	10	560