

CALCULO MECANICO DE LOS CONDUCTORES DE LINEAS ELECTRICAS AEREAS

Por ANTONIO ANGULO ALVAREZ
Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos.

Termina el presente trabajo iniciado en nuestro número anterior con la exposición del interesante tema reseñado en el subepígrafe que va debajo de estas líneas, que se aplica después a ejemplos prácticos, permitiendo llegar a conclusiones de importancia a la que remitimos al lector.

(Conclusión)

COMPORTAMIENTO ELASTICO PLASTICO DE LOS CABLES

Los cables, que para los cálculos se han supuesto como perfectamente elásticos, en la realidad no se comportan como tales, presentando fenómenos que pueden asimilarse a un comportamiento plástico.

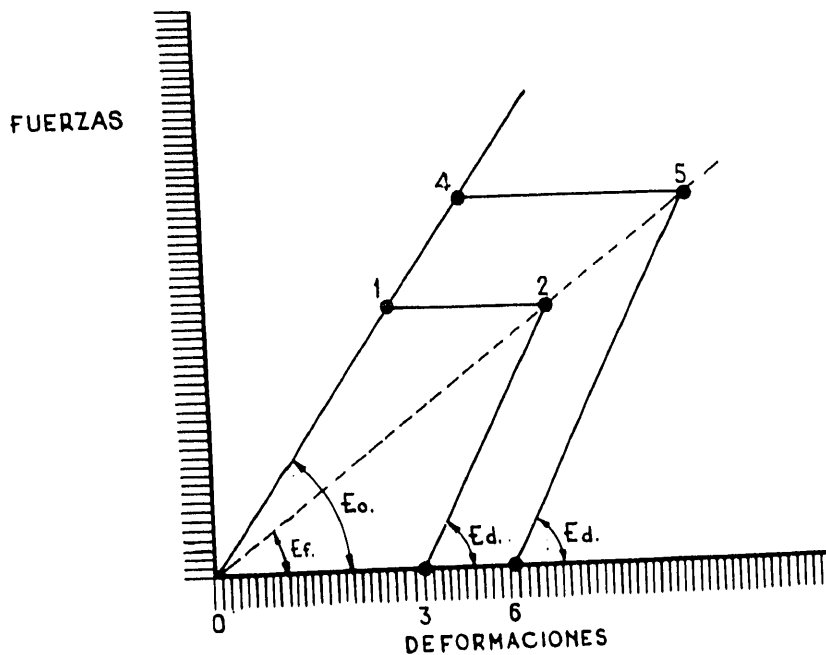


Figura 4.

Como se menciona anteriormente, se ha estudiado este efecto por los ingenieros italianos F. Donati y P. de Nicola, los cuales han publicado sus resultados en la *Rivista Tecnica delle Ferrovie Italiane*, en marzo de 1942, de cuyo artículo se ha verificado una reseña en la REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS de febrero de 1943.

Resumiremos las conclusiones sacadas en dicho estudio: En un cuerpo elástico, la deformación es proporcional a la carga. Si en la figura 4.ª representamos dos ejes cartesianos, con abscisas proporcionales a las deformaciones y ordenadas proporcio-

nales a las fuerzas, el funcionamiento de un cable perfectamente elástico corresponde a la recta 01 .

De un modo aproximado, los cables empleados en las líneas, se conducen en principio como si fueran elásticos, es decir, que siguen la recta 01 caracterizada por un módulo de elasticidad E_0 . Al cabo de algún tiempo, y sin variar la tensión mecánica que se mantenía en los ensayos por medio de contrapesos, este cable se alarga produciéndose la deformación permanente $1-2$. Si ahora el cable se descarga, funciona con arreglo a una recta, la $2-3$, caracterizada por el módulo de elasticidad E_f .

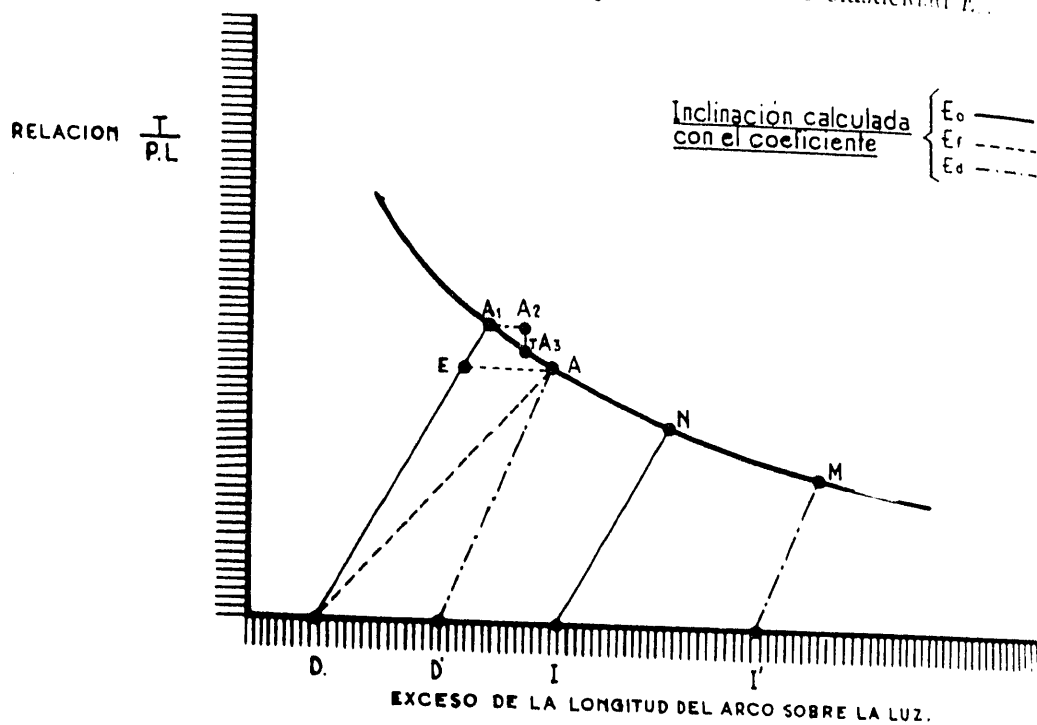


Figura 5.

Este alargamiento plástico se produce en un plazo relativamente breve, siendo de mayor intensidad los primeros momentos, y reduciéndose ésta a medida que pasa el tiempo. En los ensayos efectuados, al cabo de diez días se había alcanzado prácticamente la totalidad de esta deformación plástica $1-2$.

Si se repite el ensayo con otro trozo de cable virgen, sometido a otro esfuerzo distinto que el anterior, comienza el proceso de deformaciones con arreglo al mismo módulo de elasticidad E_0 ; pero la deformación plástica no es igual que el caso anterior, sino que resulta aproximadamente proporcional al esfuerzo máximo. Refiriendo esto al gráfico de la figura 4.^a, la deformación plástica $1-2$, en un caso, y $4-5$ en otro, resulta proporcional a la ordenada del punto 1 ó 4 , respectivamente. Esto quiere decir que el lugar geométrico de los puntos 2 y 5 es una recta, que puede suponerse definida por un módulo ficticio de elasticidad E_f .

A cualquier punto que se llegue después de haber sufrido el cable la deformación plástica, la descarga del cable obedece en su deformación a la existencia del módulo de elasticidad E_d . Es decir, las rectas $2-3$ y $5-6$ son paralelas.

Por esto, resulta que después de haber tendido un conductor y habiendo procedido a un ajuste minucioso, al cabo de algún tiempo están totalmente falseados los cálculos.

Hay un procedimiento expeditivo para evitar la producción de tales perturbaciones, que consiste en tender el cable a una elevada carga de trabajo, y después producida la deformación plástica, verificar el tendido y ajuste con arreglo al módulo de elasticidad que entonces tenga, que es el mencionado E_d .

Este procedimiento de montaje, utilizado en América en las líneas de alta tensión, no parece apto para el tendido de líneas de contacto ferroviarias, por las molestias que ocasiona tener tendidos los sustentadores a carga elevada durante el tiempo que se produce su deformación plástica.

Esta razón indujo a estudiar cómo debe calcularse una línea para tener en cuenta los mencionados efectos.

Volvamos a nuestro gráfico, que se indica en la figura 5.^a. Supongamos que en el momento del tendido del conductor queda éste en la posición definida por el punto N . Antes de dar lugar a que sufra ningún alargamiento de tipo plástico, nos encontramos que la longitud del hilo, sin sufrir estiramiento, está definida por el punto I , al cual se llega desde N mediante una recta cuya inclinación es:

$$\frac{p \cdot L}{E_0 \cdot \Omega}$$

Destacamos que debe tenerse en cuenta el módulo de elasticidad E_0 , puesto que suponemos que no se ha producido ninguna dilatación plástica.

Supongamos ahora que disminuye la temperatura y aumentan las cargas hasta situarnos en la hipótesis más desfavorable. La contracción térmica está medida por la longitud $I-D$. A partir de este punto, suponiendo que aún no se ha producido ninguna deformación plástica, encontramos el punto (A_1) mediante la nueva recta inclinada:

$$\frac{p_m \cdot L}{E_0 \cdot \Omega}$$

Se hace la salvedad que el actual valor de p_m es el correspondiente a la hipótesis más desfavorable, o sea que comprende la carga y sobrecargas. Ahora bien, la máxima carga de trabajo no la define el punto A_1 , puesto que se producirá la deformación plástica, por ejemplo, en una longitud $A_1 - A_2$, pero en el momento que hay un alargamiento del sustentador, las cargas disminuyen y el punto de funcionamiento no sería el A_2 , que está fuera de la curva, sino el A_3 . Así continuará inestable la dilatación plástica, hasta encontrar una situación de equilibrio, que es el punto A , para el cual ha sufrido toda la dilatación plástica, y se determina este punto ligándolo con el D mediante la recta cuya inclinación sea:

$$\frac{p_m \cdot L}{E_f \cdot \Omega}$$

Este punto A es el que indica la máxima carga permanente del conductor, pues si bien es verdad que el punto A_1 indicaba una carga más elevada, ésta sólo existiría si no hubiese ninguna dilatación plástica hasta el momento de sufrir la carga. Por tanto, la situación pésima debe considerarse como la definida por el punto A .

A partir de este momento el cable se comporta como elástico, pero con un coeficiente de elasticidad E_d . Por lo tanto, la longitud del hilo sin carga está definida por el punto D' , obtenido partiendo del punto A con arreglo a la inclinación de la

recta $A-D'$ con módulo de elasticidad E_d y carga más sobrecarga de la hipótesis p^oxima considerada. Ya en posesión del punto D' si aumenta la temperatura y var^o las cargas, podemos obtener fácilmente los puntos de funcionamiento, como se l^o hecho anteriormente, teniendo en cuenta el módulo de elasticidad E_d y la carg^o normal, por ejemplo: Así, podemos situar el punto I' , suponiendo un aumento de temperatura que origine la dilatación $D'I'$, y desde este punto marcar el M , corre^o pondiendo a la carga normal y el módulo E_d .

Queda por aclarar que a este mismo resultado debe llegarse siempre, aun cuan^o do no se haga la hipótesis de que no hay dilatación plástica en tanto que no se producen las condiciones pésimas, que es lo que hemos supuesto. En efecto, la dilatación plástica que debe producirse está medida por el trozo de horizontal AE , lo mismo da que parte de la dilatación se produzca antes de llegar a las condic^o nes pésimas, o ya en ellas, puesto que, de todos modos, la dilatación total depende de estas condiciones y no de los estados intermedios. La dilatación plástica es proporcional a la carga máxima, y este valor es independiente de la forma de producirse la dilatación, bien sea en una sola vez o en varias.

EJEMPLO DE CALCULO ELASTICO. PLASTICO DE UN CONDUCTOR

Utilizamos el mismo conductor mencionado anteriormente, y del que han obtenido, mediante ensayos, los Ingenieros italianos antes citados, los siguientes valores del módulo de elasticidad:

$$E_0 = 5\,970 \text{ Kg./mm.}^2.$$

$$E_f = 4\,550 \text{ Kg./mm.}^2.$$

$$E_d = 7\,690 \text{ Kg./mm.}^2.$$

Suponemos que el coeficiente de dilatación sea el mismo obtenido en el ejemplo anterior, ya que se trata del mismo cable.

Partimos del mismo punto A (fig. 6.^o) que, en las condiciones pésimas (temperatura = -9° , peso por metro = 1,588 Kg.) define una carga máxima que coincide con la admisible de 2.640 Kg.

Este punto A tiene una ordenada que vale $\frac{T}{p \cdot L} = 4,73$, como antes se obtuvo.

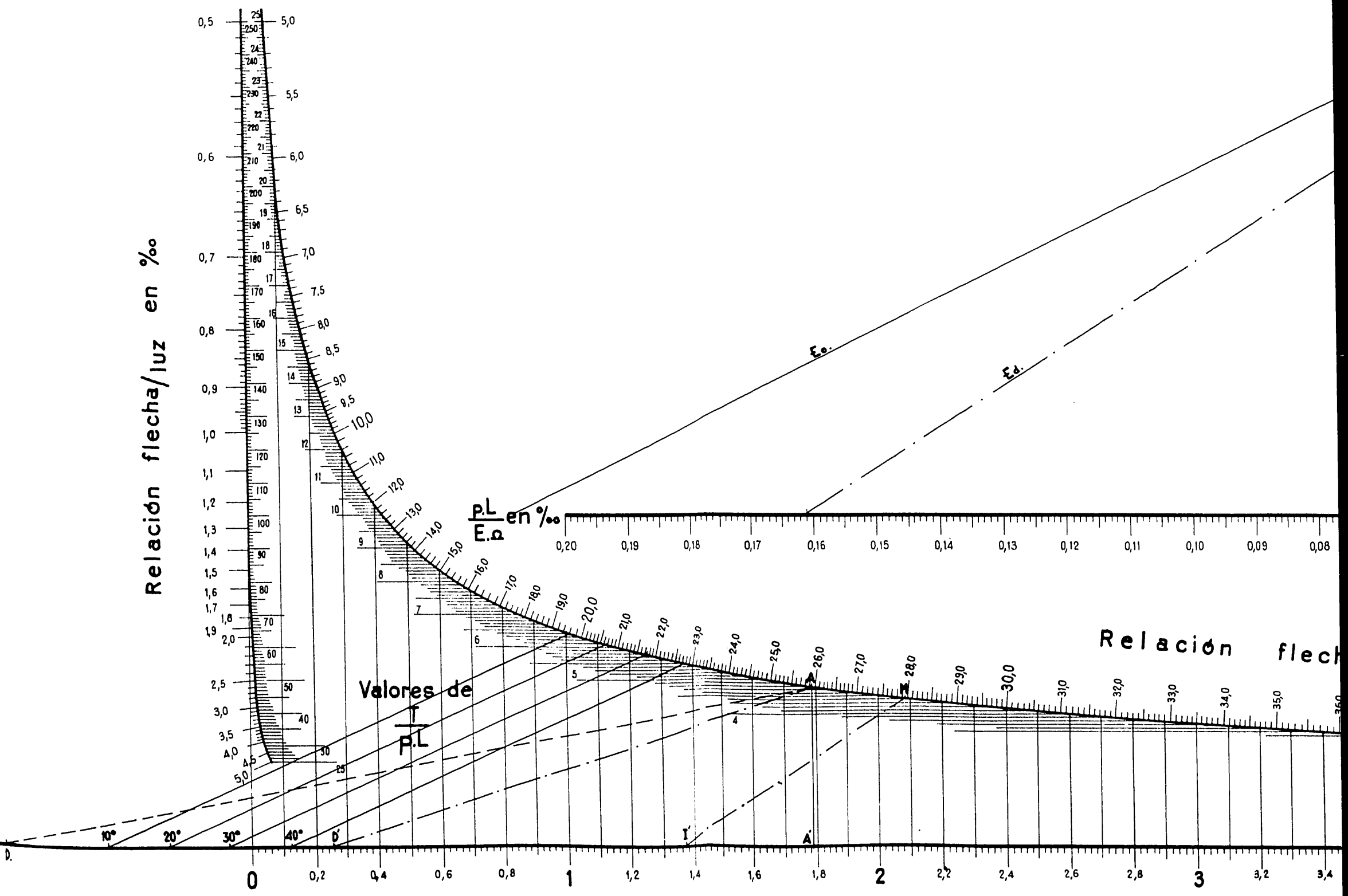
La contracción total (elástica y plástica) debida a esta carga, se obtiene utilizando el módulo de elasticidad ficticio E_f (en nuestro caso 4,550 Kg./mm.²) resultando:

$$\frac{T}{E_f \cdot \Omega} = \frac{2\,640}{4\,550 \times 222,25} = 2,60 \times 10^{-3}.$$

De modo análogo al ejemplo anterior tomamos, a la izquierda del punto A' , el valor de esta contracción, recién calculada. Esto define el punto D , antes de producirse las deformaciones plásticas.

Como el tendido se hace antes que se produzca ninguna deformación, debemos considerar a la derecha de este punto D las situaciones térmicas correspondientes a una variación de temperaturas entre $-9, 10, 20, 30$ y 40° , a cuyas temperaturas podrá efectuarse el tendido.

Como al verificar el tendido, el conductor no tendrá sobrecarga, la inclinación



Exceso de la longitud

Figura 6.ª

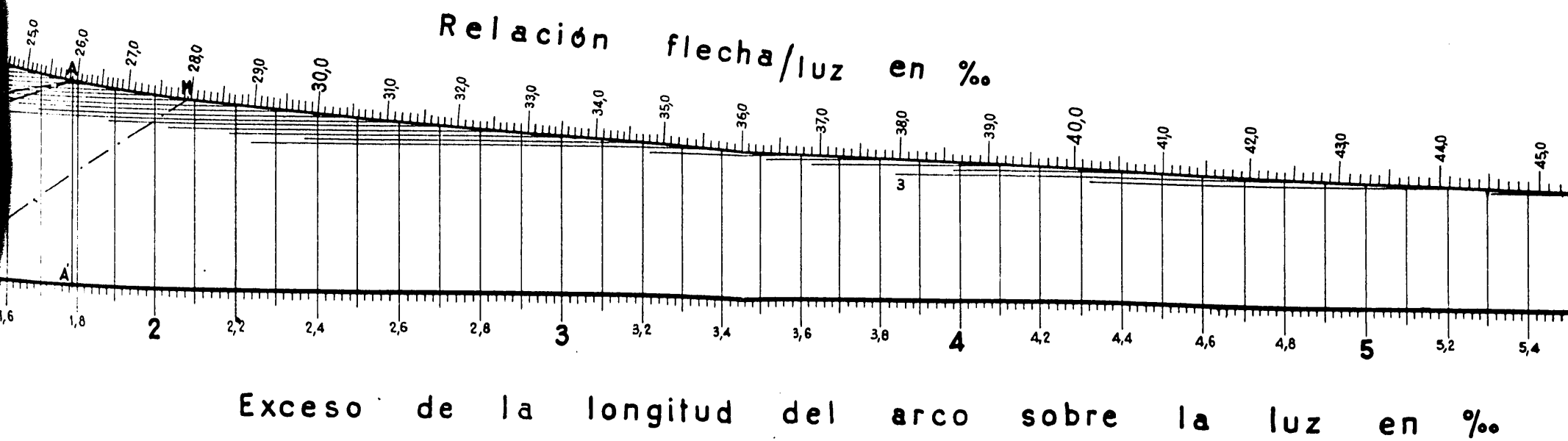
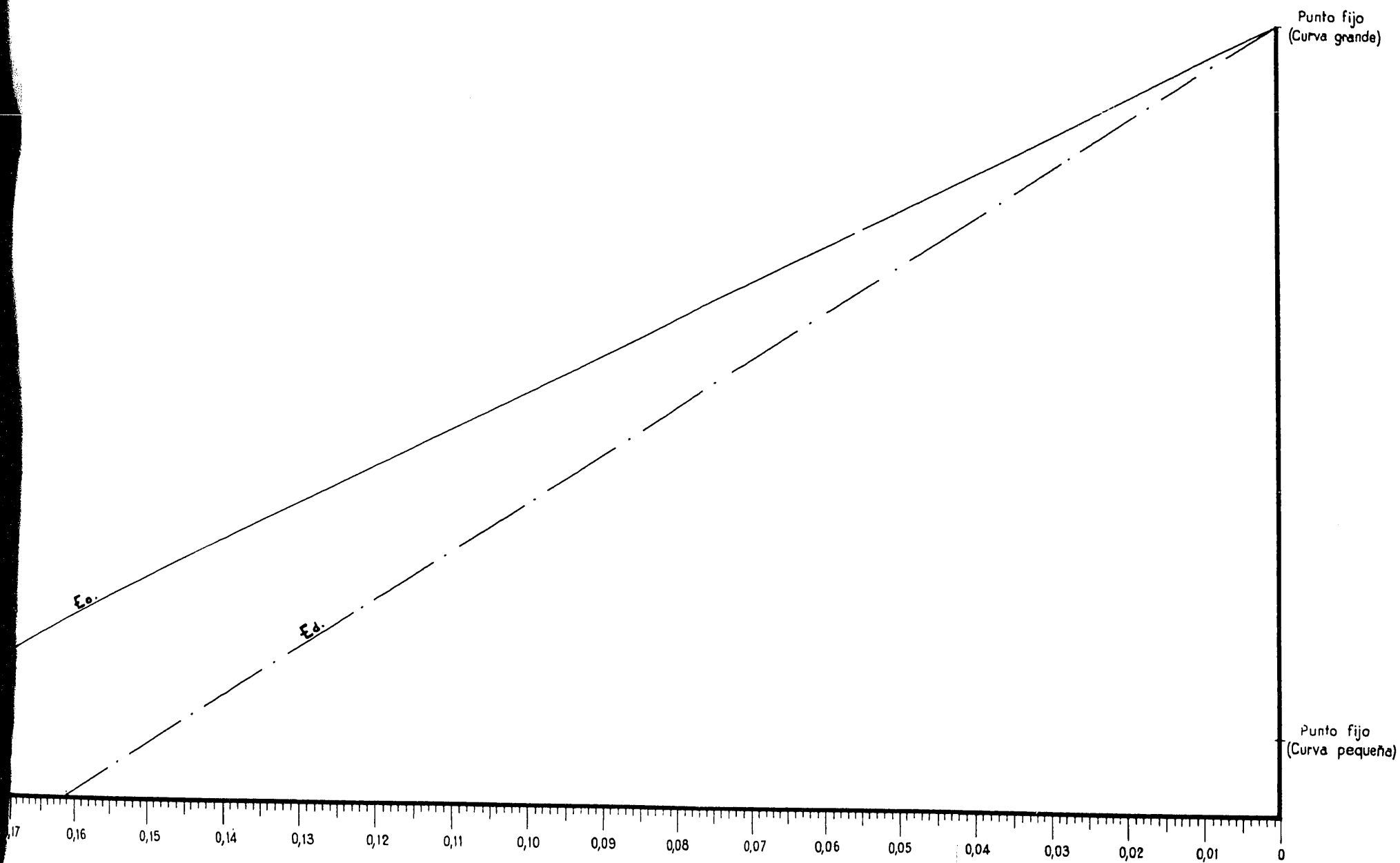


Figura 6.ª.

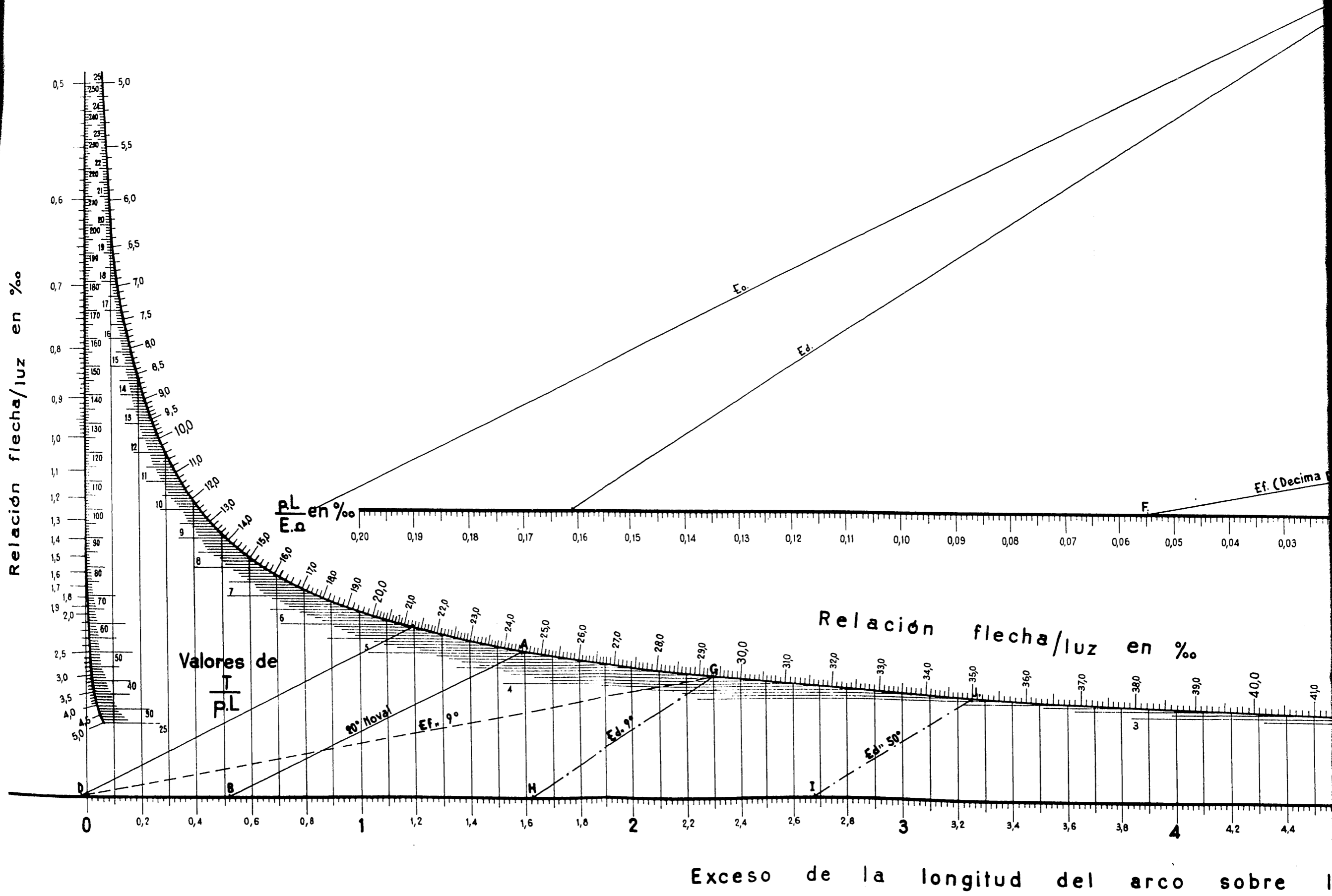


Figura 7.ª.

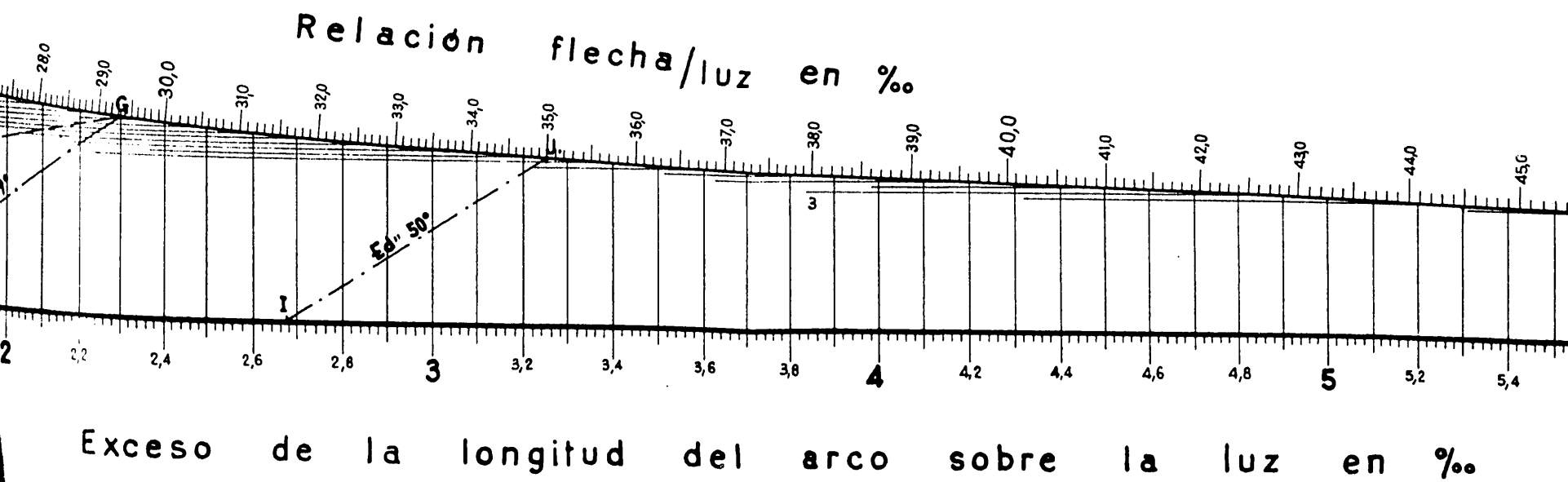
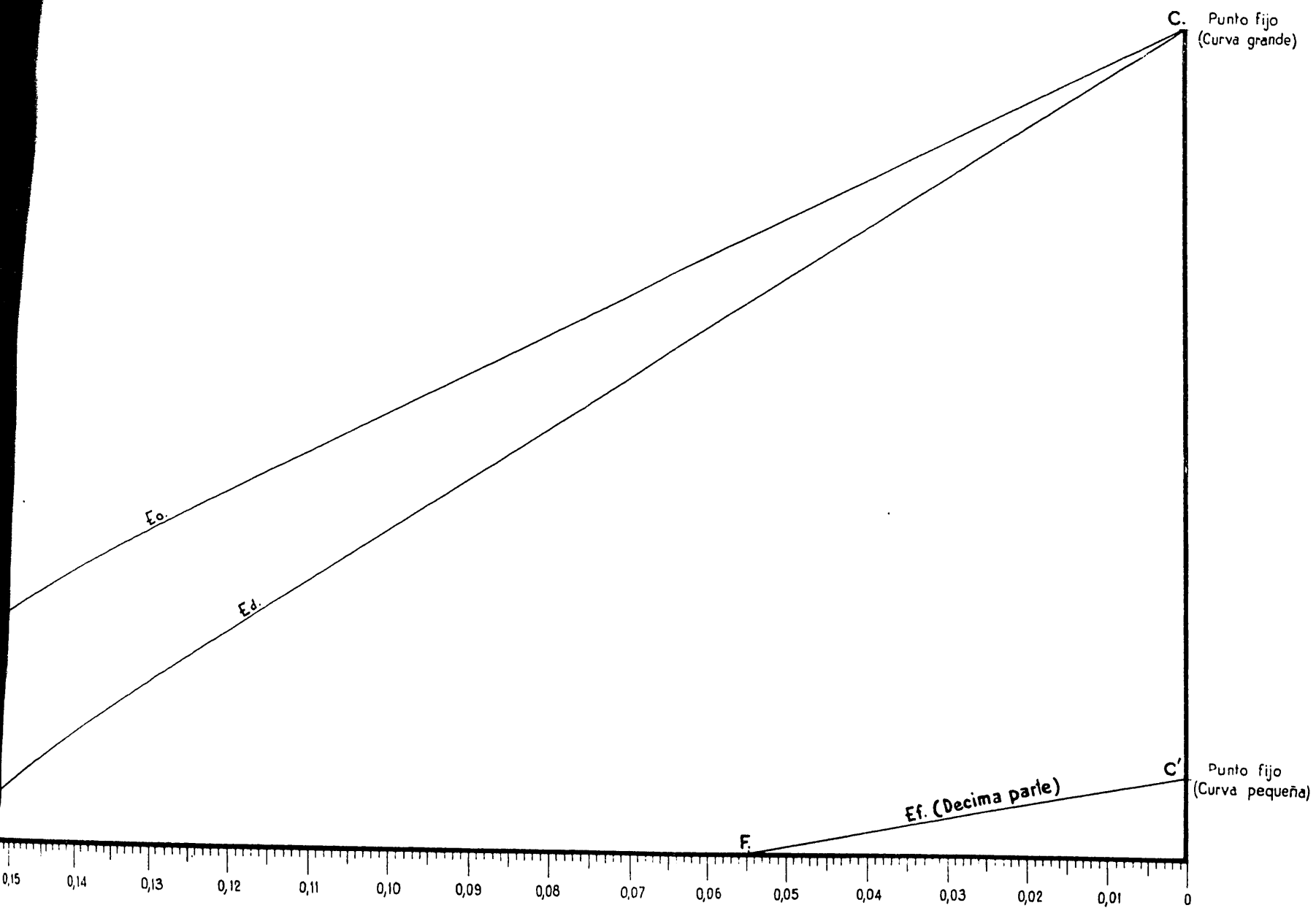


Figura 7.^a

de las rectas correspondientes será la definida por el módulo de elasticidad noval ($E_0 = 5\,970 \text{ Kg./mm.}^2$) y el peso propio del conductor (0,788 Kg./m.).

La inclinación correspondiente se obtiene en la parte superior del nomograma para el siguiente valor:

$$\frac{p \cdot L}{E_0 \cdot \Omega} = \frac{0,788 \cdot 350}{5\,970 \times 222,35} = 208 \times 10^{-3},$$

que situamos fuera de la escala, por ser un valor ligeramente superior al límite de la misma.

Por los puntos que definen las temperaturas mencionadas en el eje de abscisas, trazamos las paralelas a la línea (E_0), cuya inclinación acabamos de determinar, y por su intersección con la curva se obtienen los distintos valores de la relación flecha/luz, según la temperatura.

En el cuadro que se indica a continuación, se reflejan los valores de la relación flecha/luz para las citadas temperaturas, y en la columna siguiente la magnitud de la flecha, que se obtiene multiplicando por 350 metros (valor de la luz) las relaciones flecha/luz que acabamos de mencionar.

Temperatura	Flecha/luz	Flecha metros
10°	19,6	6,85
20°	20,65	7,22
30°	21,7	7,59
40°	22,71	7,96

Queda por calcular la flecha máxima que tomará el conductor después de haber sufrido toda la deformación plástica, y se producirá, por lo tanto, al cabo de bastante tiempo y, desde luego, con posterioridad a haber sufrido las condiciones pésimas durante un lapso de tiempo determinado.

Para ello, partimos del punto A y buscamos el punto D' , situado a su izquierda, en magnitud que equivale al acortamiento elástico correspondiente al módulo de elasticidad definitivo E_d , cuando el conductor sufra su máxima carga.

También para precisar su posición calculamos seguidamente la distancia $A'D'$, que vale:

$$\frac{T}{E_d \cdot \Omega} = \frac{2\,640}{7\,690 \times 222,35} = 1,54 \times 10^{-3}.$$

En poder es este punto D' , buscamos a la derecha I' , que está separado lo correspondiente a una diferencia de temperatura comprendida entre 50° de máxima y —9 de mínima, es decir, 59°.

La dilatación térmica valdrá, pues,

$$\alpha \cdot \Delta t = 18,9 \times 10^{-6} \cdot 59 = 1,115 \times 10^{-3}.$$

Para obtener el punto M trazamos primero, en la parte superior del nomograma, la recta definida por la carga normal (0,788 Kg./m.), y el módulo de elasticidad definitivo E_d , igual a 7 690 Kg./mm.².

A esta línea la hemos señalado con la indicación E_d , y alcanza hasta el punto que en la horizontal tiene el siguiente valor:

$$\frac{p \cdot L}{E_d \cdot \Omega} = \frac{0,788 \times 350}{7\,690 \times 222,35} = 0,161 \times 10^{-3}.$$

Trazando por I' la paralela a esta recta que acabamos de determinar se llega al punto M , en el que la relación flecha/luz vale 27,95 por 1 000.

La flecha medirá:

$$27,95 \times \frac{1}{1\,000} \times 350 = 9,76 \text{ m.}$$

Con lo anterior, queda totalmente calculado el conductor desde el punto de vista mecánico.

Sin embargo, la facilidad ofrecida por el nomograma para apreciar las distintas circunstancias del conductor sugiere el planteamiento del siguiente problema. El conductor ha sido montado a una temperatura determinada (por ejemplo 20° con la flecha correspondiente al cálculo elástico, y se desea saber la flecha máxima que tomará cuando la temperatura sea de 50° y se haya producido la deformación plástica correspondiente a las condiciones pésimas.

Como se ha calculado anteriormente, la relación flecha/luz considerando la hipótesis elástica, y la temperatura de 20°, era de 25,5 por 1 000.

A partir de esta situación se hace uso de los módulos de elasticidad obtenidos en los ensayos reseñados anteriormente.

En el nomograma de la figura 7.ª tenemos definido el punto A para el que la relación flecha/luz vale 25,5 por 1000. Por este punto trazamos la paralela a la recta definida por E_0 en la parte superior del nomograma, y que se obtuvo en este mismo ejemplo. Está definida por el valor de la relación

$$\frac{p \cdot L}{E_0 \cdot \Omega} = 0,208 \times 10^{-3}$$

Así obtenemos el punto B , que representa la longitud del conductor (antes de sufrir dilataciones) en el momento de su colocación.

Para pasar la longitud correspondiente a la de mínima temperatura, hemos de restar el valor de

$$\alpha \cdot \Delta t = 18,9 \times 10^{-6} \times 29 = 5,48 \times 10^{-3}.$$

La variación de temperatura es la comprendida entre la mínima (—9°) y la de colocación (20°). Esta diferencia vale 29°, cuya cifra se ha tenido en cuenta en el cálculo anterior.

Llevando esta contracción a la izquierda del punto B llegamos al punto D .

Por este punto hemos de trazar la recta inclinada correspondiente a la carga máxima (1,588 Kg./m.) y el módulo de elasticidad ficticio ($E_0 = 4\,550 \text{ Kg./mm.}^2$).

La inclinación de la recta correspondiente para aplicar la parte superior del nomograma será, por lo tanto:

$$\frac{p \cdot L}{E_f \cdot \Omega} = \frac{1\,588 \times 350}{4\,550 \times 222,35} = 0,547 \times 10^{-3}.$$

Como esta magnitud es superior al límite de la escala horizontal, partimos de su décima parte y también hacemos uso del punto fijo más bajo, situado a la décima parte de la altura propia del punto fijo normal.

Tenemos así el punto *F* y trazando la paralela por *D* llegamos al punto *G* determinado por una relación flecha/luz igual a 29,4 por 1000.

Por este punto recién determinado, que corresponde a la situación del conductor, bajo las condiciones pésimas de carga (1,588 Kg./m. y una temperatura de -9°) después de haber sufrido las dilataciones plásticas, trazamos la paralela a la recta indicada por E_d en la parte superior del nomograma.

La inclinación de esta recta E_d fué determinada anteriormente para su peso propio ($p = 0,788$ Kg./m.) y con el módulo de elasticidad E_d . Resulta ser de $0,161 \times 10^{-3}$.

Así tenemos el punto *H* a cuya derecha debemos tomar el aumento de longitud correspondiente a la dilatación térmica comprendida entre -9° y 50° . Esta dilatación también fué calculada anteriormente y vale $1,115 \times 10^{-3}$.

Así obtenemos el punto *I*, por lo que trazamos la paralela a la misma recta I_d cuya inclinación se ha mencionado.

La intersección de esta recta con la curva del nomograma fija el punto *J*, para el que la relación flecha/luz vale 35,0 por 1 000.

Por lo tanto, la flecha máxima a 50° , que tomará el conductor después de haber sufrido la dilatación plástica, será de:

$$35,0 \times \frac{1}{1000} \times 350 (\text{m}) = 12,25 \text{ m.},$$

con lo cual queda resuelto el problema propuesto anteriormente.

COMPARACION DE RESULTADOS Y COMENTARIOS

Para mejor apreciar los resultados obtenidos, se han reflejado éstos gráficamente en la figura 8., en la cual se ha tomado como eje de abscisas la de temperaturas, y en las ordenadas se han anotado las magnitudes de la flecha, en metros.

Cuando el cálculo se realiza sobre hipótesis elásticas, la variación de la flecha resulta una ley prácticamente lineal, debiendo interpretarse la parte correspondiente a las temperaturas comprendidas entre 10° y 40° como "tabla de tendido" a la cual deben atenderse los montadores al efectuar el tensado del conductor, según la temperatura del mismo, cuyo montaje se verifica cuando no actúan sobrecargas.

A temperatura de 50° , la flecha correspondiente es la máxima, y debe considerarse, por ello, en la determinación de la altura de los postes, separación entre conductores y entre éstos y los apoyos.

Cuando el cálculo se ha realizado bajo la hipótesis de la existencia de deformaciones plásticas, las flechas a establecer en el momento del tendido resultan notablemente inferiores a las obtenidas del cálculo elástico.

Por el contrario, la flecha máxima, sin sobrecargas, a la temperatura de 50° , es del mismo orden que la obtenida en los cálculos elásticos.

Por último, si se presentase en los conductores un comportamiento elástico-plástico, y se hubiese tendido considerando únicamente las deformaciones elásticas, la flecha hubiese aumentado notablemente hasta alcanzar 12,25 metros, es decir, un 26,3 por 100 más que si no se hubiese producido deformación plástica alguna.

Como quiera que la deformación plástica repercute en un alargamiento con carácter permanente, puede asimiliarse a una dilatación producida por un aumento de temperatura. Para ello, contamos con que el alargamiento por temperatura viene expresado por $\alpha \cdot \Delta t$, y la deformación plástica debe ser la diferencia entre la deformación producida por la carga máxima $T_{\text{máx}}$ y el módulo de elasticidad ficticio E_f y la debida a la misma carga, aplicando el módulo de elasticidad definitivo E_d .

Las anteriores consideraciones nos permiten establecer la siguiente igualdad:

$$\alpha \cdot \Delta t = \frac{T_{\text{máx}}}{Q} \left(\frac{1}{E_f} - \frac{1}{E_d} \right),$$

de lo que se obtiene:

$$\Delta t = \frac{T_{\text{máx}}}{Q \cdot \alpha} \left(\frac{1}{E_f} - \frac{1}{E_d} \right),$$

y aplicando a esta expresión los valores utilizados en el ejemplo anterior ($T_{\text{máx}}$

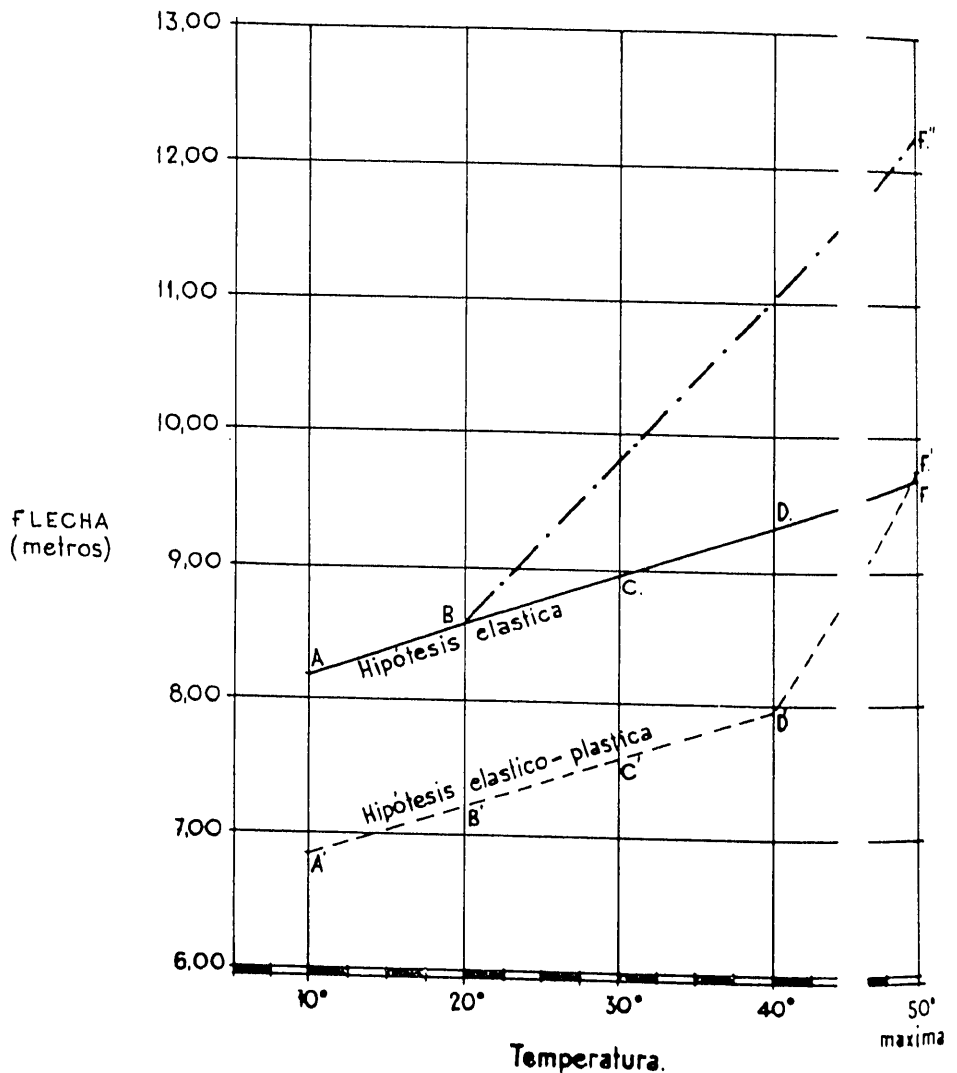


Figura 8.

$= 2\,640 \text{ Kg.}$, $\alpha = 18,9 \times 10^{-6}$, $\Omega = 222,35 \text{ mm.}^2$, $E_f = 4\,550 \text{ Kg./mm.}^2$, $E_d = 7\,690$ kilogramo/mm.²) incremento ficticio de temperatura:

$$\Delta t = 56,5^\circ.$$

Este aumento ficticio de temperatura, equivalente por su alargamiento a la deformación plástica, parece algo elevado. Si bien debe tenerse en cuenta que la carga máxima ($T_{\text{máx.}}$) que se ha utilizado es también bastante elevada, así como el hecho de que, para que se produzca toda la deformación plástica, es preciso que el conductor soporte su carga máxima durante un tiempo del orden de diez días, lo cual es una hipótesis excesivamente dura.

Conclusiones.

Como resumen de lo expuesto anteriormente, se pueden concretar las siguientes conclusiones:

1.ª Los cables utilizados en las conducciones de energía eléctrica sufren deformaciones plásticas y, por lo tanto, irre recuperables.

Este hecho es importante en todos los casos, pero presenta su máximo interés para las dependencias del Ministerio de Obras Públicas encargadas de la inspección de los cruces de las líneas eléctricas con las vías de comunicación (carreteras, ríos, ferrocarriles, etc.), ya que es normal que al recibir una línea se encuentren correctas sus alturas, pero al producirse las deformaciones plásticas, pueden quedar los conductores a una altura inferior al límite admisible correspondiente.

Sirva esta ocasión para mencionar, una vez más, la conveniencia de que el Ministerio de Obras Públicas disponga de alguna Dependencia que comprubase sistemáticamente las condiciones que deben cumplir las líneas eléctricas en la parte de las mismas que dependen del citado Ministerio, y que, según la vigente Legislación, son los cruces con vías de comunicación y las partes de línea situadas sobre terrenos de dominio público.

2.ª Para el cálculo de los conductores, teniendo en cuenta su funcionamiento elástico-plástico, se dispone de los medios matemáticos descritos en el presente artículo.

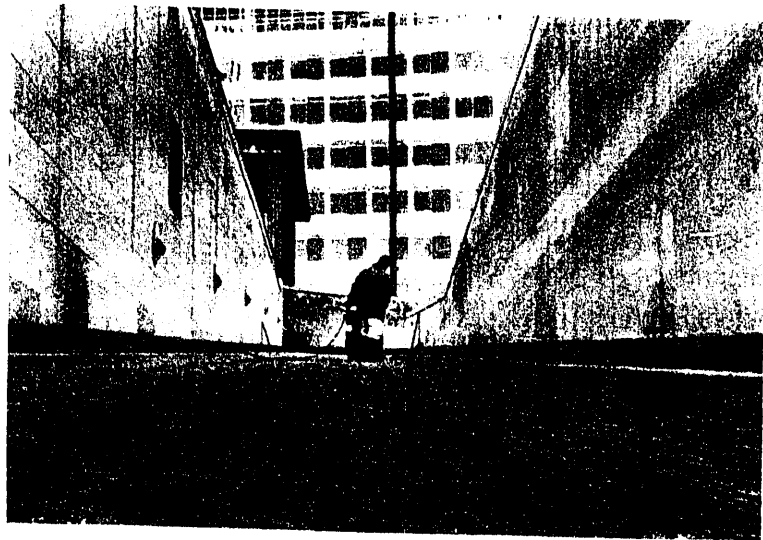
3.ª Los valores de los módulos de elasticidad definidos en el artículo, así como el coeficiente de dilatación de los conductores, conviene sean obtenidos tras una minuciosa experimentación, que daría lugar al logro de fórmulas que fijen los mencionados valores de un modo apriorístico para cualquier composición de cable.

Resulta, pues, evidente la conveniencia de organizar una serie de ensayos, conducentes a la obtención de los valores citados en el párrafo anterior.

4.ª Por la importancia del tema es de esperar que las empresas eléctricas más importantes de la Nación, deseen colaborar con el Ministerio de Obras Públicas para lograr un mejor conocimiento del comportamiento mecánico de los conductores empleados en las líneas eléctricas. El artículo reseñado de nuestro compañero José Carrasco, constituye una firme base para sustentar la esperanza que se acaba de apuntar.



Unos 14 000 pies de cable fueron usados para la instalación de un sistema de calefacción en el aparcamiento de coches del Shell Center. Los cables fueron colocados en unos canales de 1 1/2 pulgadas de profundidad y con una separación entre sí de 6 pulgadas, aserrados en el asfalto por hojas de sierra diamantadas.



Una sierra diamantada Concut CP 181 abre canales en el suelo de la rampa que conduce al aparcamiento subterráneo del Shell Center, en el London's South Bank. Estos canales fueron necesarios para la instalación de un sistema eléctrico anti-congelante.