

ESTUDIO DE LA HINCA DE PILOTES POR MEDIO DEL METODO DE BERGERON (*)

Por JOSE ANTONIO HERRERO GOMEZ
Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos.

Sabido es el gran número de soluciones que se han dado al problema de establecer una relación entre el rechazo de un pilote y la resistencia a la penetración del mismo. En todas ellas el coeficiente de seguridad que se aplica es mucho mayor que en el resto de las soluciones de los problemas ingenieriles, al mismo tiempo que, comparados entre sí los resultados de todas ellas, la disparidad de soluciones es grandísima; de tal forma que, hasta el momento, no existe fórmula alguna que resuelva con un margen de seguridad aceptable el problema.

El objeto de este estudio es tratar de resolver, una vez más, el problema teniendo en cuenta todas las variables que entran en juego, y de la comparación de resultados, al ir eliminando variables, sólo se tienen en cuenta, al final, las que realmente influyen en el problema.

Los principios en que nos basaremos son los establecidos por Bergeron en su libro "Du coup de belier au coup de foudre", y la aplicación que él hace a barras sometidas a un esfuerzo de compresión brusco es el punto de partida para todo este estudio.

En primer lugar estableceremos las leyes matemáticas por las que relacionamos el esfuerzo y la velocidad de los puntos de una barra debidas a la alteración producida por una percusión, y, una vez establecidas, las aplicaremos a nuestro caso particular de hincas de pilotes.

Resolvemos en primer lugar el caso práctico de hincas de un pilote sin sombrerete y en el que la resistencia del terreno es sólo por punta, determinando el rechazo y los esfuerzos máximos de compresión y tracción. Pasamos a continuación a estudiar la influencia del sombrerete en el rechazo y los esfuerzos, resolviendo el caso de hincas de pilotes con sombrerete en el supuesto de resistencia del terreno por la punta. Finalmente se estudia el caso de resistencia del terreno por el fuste y por la punta.

SOLUCION ANALITICA

Estableceremos, en primer lugar, la solución analítica del problema derivado de la variación de esfuerzos y velocidades a lo largo del tiempo de los puntos de una barra prismática, a la que se somete a una percusión.

Para ello, consideramos una barra AB de sección constante s , a la que se

somete a la acción de un golpe en A (fig. 1.^a). Debido a esta alteración, que se propagará a lo largo de la barra con la velocidad a de las ondas de propagación, cada sección transversal de la barra situada a una distancia x del punto A, estará sometida a un cierto esfuerzo P , y tendrá una cierta velocidad V .

Estas dos últimas magnitudes, al variar para cada sección transversal y para cada instante, serán funciones de las variables x y t , es decir:

$$P = P(x, t) \quad V = V(x, t)$$

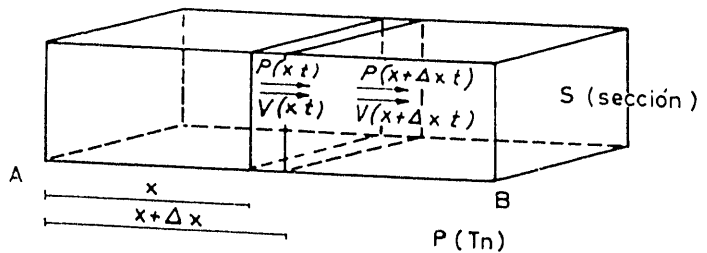


Figura 1.^a

(*) Este trabajo ha sido ejecutado en el Laboratorio del Transporte y Mecánica del Suelo, como parte del plan de investigaciones de dicho Organismo. Deseo agradecer a su Director, D. José Luis Escario, el permiso para su publicación, y a su Subdirector, D. José Antonio Jiménez Salas, sus valiosas indicaciones y consejos.

Consideremos ahora el sólido formado por las secciones de la barra a las distancias x y $x + \Delta x$ del punto A , en que se aplica el golpe, y apliquémosle el teorema fundamental de la dinámica.

Tendremos, por tanto:

$$P(x + \Delta x, t) - P(x, t) = -\frac{w s \Delta x}{g} \frac{\partial v}{\partial t},$$

en la que w es el peso específico de la barra.

Ecuación que para $\Delta x \rightarrow 0$, equivaldrá a:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\frac{w s}{g} \frac{\partial v}{\partial t}.$$

Si establecemos ahora la igualdad de deformaciones en el sólido, producidas por las tensiones y expresadas por la diferencia de recorridos en sus caras extremas, tendremos:

$$[V(x + \Delta x, t) - V(x, t)] \Delta t = \frac{P(x, t + \Delta t)}{E s} \Delta x - \frac{P(x, t)}{E s} \Delta x;$$

en la que E es el módulo de elasticidad de la barra.

Ecuación que se reduce a:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial t} \frac{1}{E s}. \quad [2]$$

Hallemos ahora la velocidad a de las ondas de propagación, para lo cual tendremos en cuenta que, mientras la onda de alteración no ha llegado a B y se ha reflejado, la variación de esfuerzos y velocidades de los puntos de la barra a lo largo del tiempo, viene representada por una cierta curva que se mantiene indeformable, pero que se traslada a la velocidad a de las ondas de propagación, por lo cual se verificará:

$$\begin{aligned} P(x + a \Delta t, t + \Delta t) &= P(x, t) \\ V(x + a \Delta t, t + \Delta t) &= V(x, t); \end{aligned}$$

de donde deducimos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial x} a + \frac{\partial P}{\partial t} &= 0; \\ \frac{\partial V}{\partial x} a + \frac{\partial V}{\partial t} &= 0. \end{aligned} \quad [3]$$

Si introducimos [1] y [2] en [3], obtenemos:

$$\begin{aligned} \frac{w s}{g} \frac{\partial V}{\partial t} a + E s \frac{\partial V}{\partial x} &= 0; \\ \frac{\partial V}{\partial x} a + \frac{\partial V}{\partial t} &= 0, \end{aligned}$$

para lo cual se tendrá que verificar:

$$\begin{vmatrix} \frac{a w s}{g} E s & \\ 1 & a \end{vmatrix} = 0 \rightarrow \frac{a^2 w}{g} = E;$$

y deducimos la velocidad a de las ondas de propagación:

$$a = \sqrt{\frac{gE}{w}}$$

Ha de tenerse en cuenta que las igualdades [3] son sólo ciertas mientras no aparece la onda reflejada.

Una vez determinado a , volvamos al caso general e introduciendo el valor de a en las ecuaciones generales [1] y [2]; éstas nos quedan definitivamente:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{g}{a^2 w s} \frac{\partial P}{\partial t};$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{g}{s w} \frac{\partial P}{\partial x}.$$

Integrando ahora este sistema de ecuaciones en derivadas parciales obtenemos:

$$P - P_0 = w s \left[F \left(t - \frac{x}{a} \right) + f \left(t + \frac{x}{a} \right) \right];$$

$$V - V_0 = -\frac{g}{a} \left[F \left(t - \frac{x}{a} \right) - f \left(t + \frac{x}{a} \right) \right].$$

Si estudiamos ahora la variación de la función $F \left(t - \frac{x}{a} \right)$ nos encontramos con que si la conocemos en un instante t_1 , en cualquier otro instante t_2 la función será la misma que en t_1 , pero trasladada la magnitud $l = (t_2 - t_1) a$, pues se verifica que:

$$F \left(t_1 - \frac{x}{a} \right) = F \left(t_2 - \frac{x + (t_2 - t_1) a}{a} \right),$$

por lo cual, si referimos la variación de dicha función a unos ejes que se muevan a la velocidad a en el sentido $A - B$, su valor se mantendrá constante.

Por el mismo razonamiento llegamos a la conclusión de que el valor de $f \left(t + \frac{x}{a} \right)$ es constante para un observador que se mueva con la velocidad a en el sentido $B - A$, pues se verifica:

$$f \left(t_1 + \frac{x}{a} \right) = f \left(t_2 + \frac{x - (t_2 - t_1) a}{a} \right).$$

Una vez dicho esto, supongamos conocidos en un instante y en un punto Q de la barra, los valores F_0 , P_0 y V_0 y referamos el fenómeno a unos ejes que se muevan en el sentido $A - B$ a la velocidad a , con lo que $F \left(t - \frac{x}{a} \right)$ será constantemente igual a $F_0 \left(t - \frac{x}{a} \right)$ y podremos escribir:

$$P - P_0 = w s \left[F_0 \left(t - \frac{x}{a} \right) + f \left(t + \frac{x}{a} \right) \right];$$

$$V - V_0 = -\frac{g}{a} \left[F_0 \left(t - \frac{x}{a} \right) - f \left(t + \frac{x}{a} \right) \right].$$

Si restamos, obtenemos:

$$\frac{P - P_0}{w S} - \frac{V - V_0}{g a} = 2 F_Q.$$

Esta última igualdad se tendrá que verificar para cualquier punto de la barra, y, en particular, para el punto Q, con lo que tendremos:

$$\frac{P_Q - P_0}{w S} - \frac{V_Q - V_0}{g a} = 2 F_Q.$$

Restando estas dos últimas igualdades obtenemos:

$$\frac{P - P_Q}{w S} - \frac{V - V_Q}{g a} = 0;$$

o sea:

$$P - P_Q = \frac{a w s}{g} (V - V_Q). \quad [4]$$

Si en vez de referir el fenómeno a unos ejes que se muevan en el sentido A — B, los referimos a unos que se muevan en el B — A, y operando de la misma forma que lo hemos hecho anteriormente, llegamos a la expresión:

$$P - P_{Q'} = - \frac{a w s}{g} (V - V_{Q'}). \quad [5]$$

Estas dos últimas ecuaciones [4] y [5] nos bastarán para resolver nuestro problema gráficamente, para lo cual representaremos el fenómeno en unos ejes cartesianos de velocidades-esfuerzos (figura 2.^a).

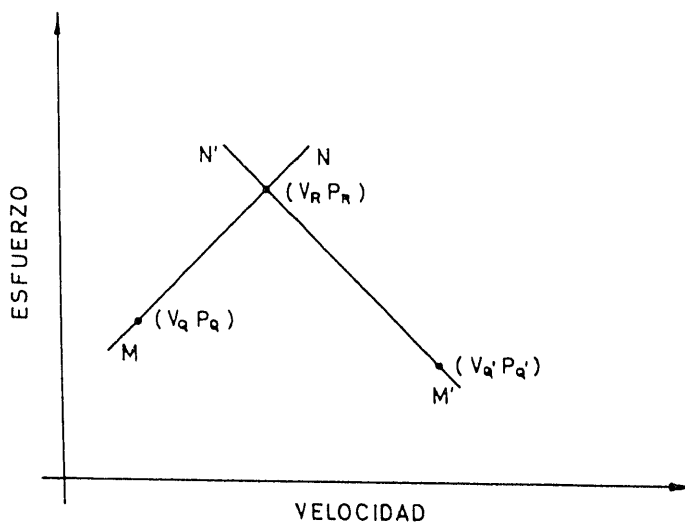


Figura 2.^a

Entonces, cada punto de la barra en cada instante, estará sometido a un cierto esfuerzo P y tendrá una velocidad V que, representado en dichos ejes cartesianos, nos definirá el punto (VP) , al que llamaremos punto figurativo del de la barra en el instante considerado, y al que designaremos por medio de una letra con un subíndice numérico, de tal manera que la letra nos designe el punto de la barra y el subíndice el instante considerado, de tal forma que el punto figurativo del punto Q de la barra en el instante 5 lo designaremos Q_5 .

Una vez dicho esto, si conociéramos el punto figurativo $(V_Q P_Q)$ de un punto Q de la barra; para un observador que se dirija de Q a B a la velocidad a , los puntos

figurativos de los de la barra en el instante en que pasa por ellos estarán en la recta MN (fig. 2.^a), que pasa por (V_Q, P_Q) y tiene de pendiente $\frac{aw_s}{g}$, y si conociésemos el de otro punto Q' , para un observador que fuese de Q' a A , los puntos figurativos de los de la barra cuando pasa por ellos estarían en la recta $M'N'$ que pasa por (V_Q, P_Q) y tiene de pendiente $-\frac{aw_s}{g}$. Entonces, si queremos hallar el punto figurativo de un punto R , intermedio entre Q y Q' , no tendremos más que hacer salir a los observadores de Q y Q' , de tal forma que al cruzarse lo hagan en el punto R y en el instante elegido, pues en ese caso el punto de intersección de las dos rectas MN y $M'N'$ nos definirá el punto figurativo (V_R, P_R) buscado que nos dará su velocidad y esfuerzo en ese instante.

Resuelto, pues, el fenómeno teóricamente, apliquémosle a nuestro caso de hincas de pilotes a golpes de una maza que cae desde cierta altura. Empezaremos por el caso más sencillo de pilote sin sombrerete para luego tenerlo en cuenta. En un principio, supondremos que el terreno no ofrece resistencia más que por la punta, para luego tener también en cuenta la resistencia por el fuste.

Empezaremos por resolver el siguiente caso práctico:

Características del pilote.....	}	Longitud: 15 m. Sección: $0,35 \times 0,35$. Material: hormigón.
Características de la maza.....	}	Longitud: 2 m. Sección: $0,50 \times 0,50$. Material: acero. Altura de caída: 1 m.

Queremos hallar el rechazo que sufriría el pilote para una resistencia por la punta del terreno de 25 Tn.

Las constantes que vamos a manejar son:

Hormigón:	$E = 210.000 \text{ Kg./cm.}^2$;	$w = 2,4 \text{ Tn./m.}^3$.
Acero:	$E = 2.100.000 \text{ Kg./cm.}^2$;	$w = 7,7 \text{ Tn./m.}^3$.

De ellas deducimos:

$a = \sqrt{\frac{g}{w} E}$	Hormigón:	$a_1 = 2.920 \text{ m./seg.}$
	Acero:	$a_2 = 5.160 \text{ m./seg.}$
$tgr = \frac{w}{g} a s$	Pilote:	$tgr_1 = 87 \text{ Tn./m./seg.}$
	Maza:	$tgr_2 = 1.000 \text{ Tn./m./seg.}$

Tiempos que tardan las ondas en recorrer maza y pilote:

$$T_2 = \frac{l_2}{a_2} = \frac{2}{5.160} = 0,00037 \text{ seg.}$$

$$T_1 = \frac{l_1}{a_1} = \frac{15}{2.920} = 0,00518 \text{ seg.}$$

Tomaremos como unidad de tiempo $T_1 = 0,00518$ seg.; entonces:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{0,00518}{0,00037} = 14 \text{ unidades de tiempo.}$$

Representaremos en unos ejes de velocidades-esfuerzos el fenómeno (fig. 3.^a).

Como origen de tiempos, tomaremos el instante en que chocan maza y pilote.

Veamos cuáles serán los puntos de funcionamiento del punto A, punta del pilote y del punto C, origen de la maza. El del punto A, antes de que llegue a él la alteración producida por el golpe, es decir, hasta el instante 1 será el $V = 0$, $P = 0$, y a partir de ese instante, como el pilote empieza a avanzar y, por tanto, a vencer la resistencia que le opone el terreno, desconoceremos su velocidad pero no así el esfuerzo a que está sometida, que será de 25 Tn., lo que obliga a que su punto de funcionamiento a partir del instante 1 esté en la recta $P = 25$ Tn. Por otra parte, el del punto C será el ($v = \sqrt{2gh} = 4,45$ m./seg. $P = 0$) hasta el instante $\frac{1}{14}$ en que llega a él la alteración producida por el choque, y a partir de ese instante también desconoceremos su velocidad, pero lo que sí conoceremos será su esfuerzo que será constantemente nulo.

Establecido esto, para el observador que sale de C en dirección a B en el instante $-\frac{1}{14}$, cuyo punto de funcionamiento es el $C_{-\frac{1}{14}}$ (4,45; 0), los puntos de funcionamiento de los de la maza estarán en la recta que, pasando por $C_{-\frac{1}{14}}$ tenga de pendiente -1000 , o sea en

$$P = -1.000(V - 4,45); \quad [1]$$

y, en particular, contendrá a B_0 , punto de funcionamiento del B extremo de la maza y cabeza del pilote en el instante del choque, es decir, en el instante cero. Por otra parte, para el observador que sale de A en el instante -1 y se dirige hacia B, los puntos de funcionamiento de los del pilote estarán en la recta:

$$P = 87V; \quad [2]$$

entonces la intersección de las dos rectas [1] y [2] nos determinarán el punto B_0 de funcionamiento de B en el instante del choque (fig. 3.^a). Siguiendo el proceso, el observador parte de B en el instante cero y se dirige hacia C; para él los puntos de funcionamiento de los de la maza estarán en la recta de pendiente 1000 pasando por B_0 , y al llegar a C, en el instante $\frac{1}{14}$ se encuentra con un esfuerzo nulo, por lo que $C_{\frac{1}{14}}$ estará en la intersección de la recta antedicha con el eje de las V.

Determinado $C_{\frac{1}{14}}$, el observador parte de C en el instante $\frac{1}{14}$ hacia B al que llega en el instante $\frac{2}{14}$, y como todos los puntos de funcionamiento de B desde el instante 0 al 2 están en la recta [2], por intersección de esta recta con la de pendiente -1000 que pasa por $C_{\frac{1}{14}}$, determinamos $B_{\frac{2}{14}}$.

Repitiendo este proceso, determinamos $C_{\frac{3}{14}}$, $C_{\frac{5}{14}}$, ..., y en B, $B_{\frac{4}{14}}$, ..., $B_{\frac{16}{14}}$, ...

B_2 . Una vez determinados B_0, B_1, B_2 prescindimos de la maza y seguimos el proceso en el pilote.

Entonces el observador parte de B en el instante 0 y se dirige a A al que llega en el instante 1, encontrándose con el esfuerzo de 25 Tn.; por la tanto, determinamos A_1 por intersección de $P = 25$ Tn. con la recta que, pasando por B_0 , tiene de pendiente -87 . De la misma forma, obtenemos A_2 y A_3 siempre en la recta $P = 25$ toneladas. Saliendo ahora el observador de A_1 en el instante 1, llegará a B en el ins-

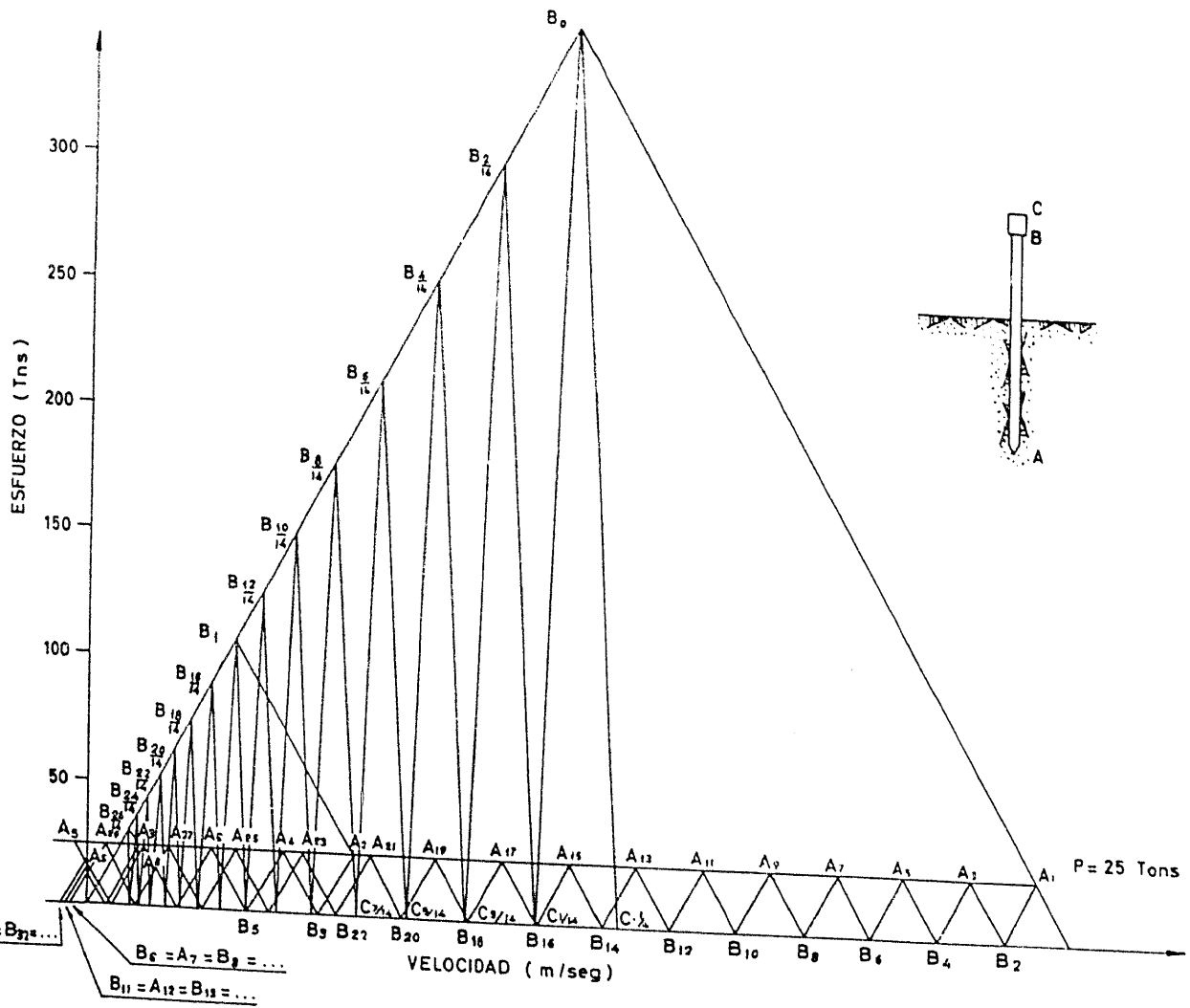


Figura 3.^a

tante 2, y para él el punto B_2 estará en la recta que, pasando por A_1 , tiene de pendiente 87, pero, por otra parte, B_2 ya lo habíamos determinado anteriormente, por lo que en caso de ir juntos maza y pilote, el punto de funcionamiento B_2 tendría que estar en la vertical trazada por B_2 y en la recta antedicha, pero de esta forma se nos determinaría en B un esfuerzo de tracción, lo cual es imposible, por lo que deducimos que maza y pilote en el instante 2 se separan y, por tanto, el esfuerzo en B a partir de este instante será nulo, con lo que B_2 estará en el eje de las V y será el punto definido en la (fig. 3.^a). Análogamente, determinamos B_3 y B_4 ya siempre so-

bre el eje de las V . Entonces, a partir del instante 2 en que maza y pilote se separan, el punto figurativo de B estará siempre en el eje de las V y el fenómeno se proseguirá, por tanto, por reflexión de las rectas $P = 25 T_n$ y $P = 0$ bajo ángulos de pendiente ≈ 87 .

De esta forma, en el gráfico, partiendo de B_2 , obtenemos A_3, A_5, \dots , y B_4, B_6, \dots ; partiendo de B_3 , obtenemos A_4 y A_6, \dots , y B_5, B_7, \dots , y partiendo de B_4 , obtenemos A_5 que ya, siguiendo el mismo proceso, se puede ver en la figura que nos daría el punto A'_5 , que determina una velocidad negativa con esfuerzo de compresión, lo cual es imposible, y que, por tanto, tendrá que estar ya en el eje $V = 0$. Partiendo de A_5 , por reflexión bajo ángulo de pendiente $+ 87$, nos determina sobre $P = 0$ B_6 , y ya a partir de este instante, como la velocidad en A es negativa, por tanto, su es-

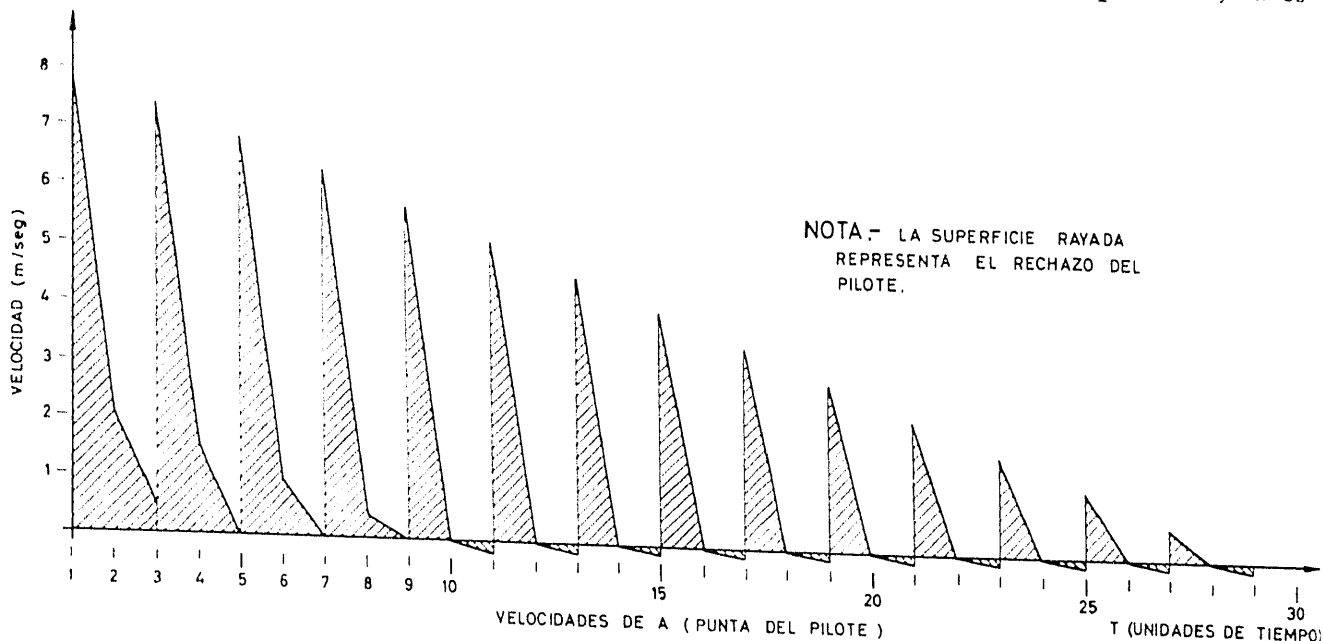


Figura 4.ª

fuerzo será nulo, el punto A_7 coincidirá con B_{10}, A_8, B_9, \dots . Partiendo del punto B_{10} , llega un momento en que los puntos figurativos de A determinan una velocidad negativa, y por la misma razón de antes, coinciden ya los del punto A y el punto B ; en nuestro caso $B_{30} = A_{31} = B_{32}, \dots$. Análogamente, los que parten de B_1 , en el instante 10 definen una velocidad en A negativa, con lo que entonces $B_{11} = A_{12} = B_{13}, \dots$. De todo lo dicho deducimos que, a partir del instante 30, cabeza y punta del pilote llevan una velocidad negativa y de valor muy reducido (en el gráfico es del orden de 0,15 m./seg.), por lo que podemos dar por terminado la primera parte del fenómeno, pues ya están tan amortiguados los efectos del golpe que el espacio recorrido por el pilote va a ser casi nulo.

Para terminar de estudiar el fenómeno, habremos de tener en cuenta que si maza y pilote se separaron en el instante 2 y el pilote va reduciendo cada vez más su velocidad, mientras que la maza al separarse marcha con una velocidad definida por B_2 , que va aumentando por la acción de la gravedad, llegará un instante en que maza y pilote vuelvan a chocar, con lo cual se reproducirá el fenómeno anterior, pero ya amortiguado. Estudiemos, por tanto, la segunda parte del fenómeno, para lo cual determinaremos el instante en que maza y pilote vuelven a chocar.

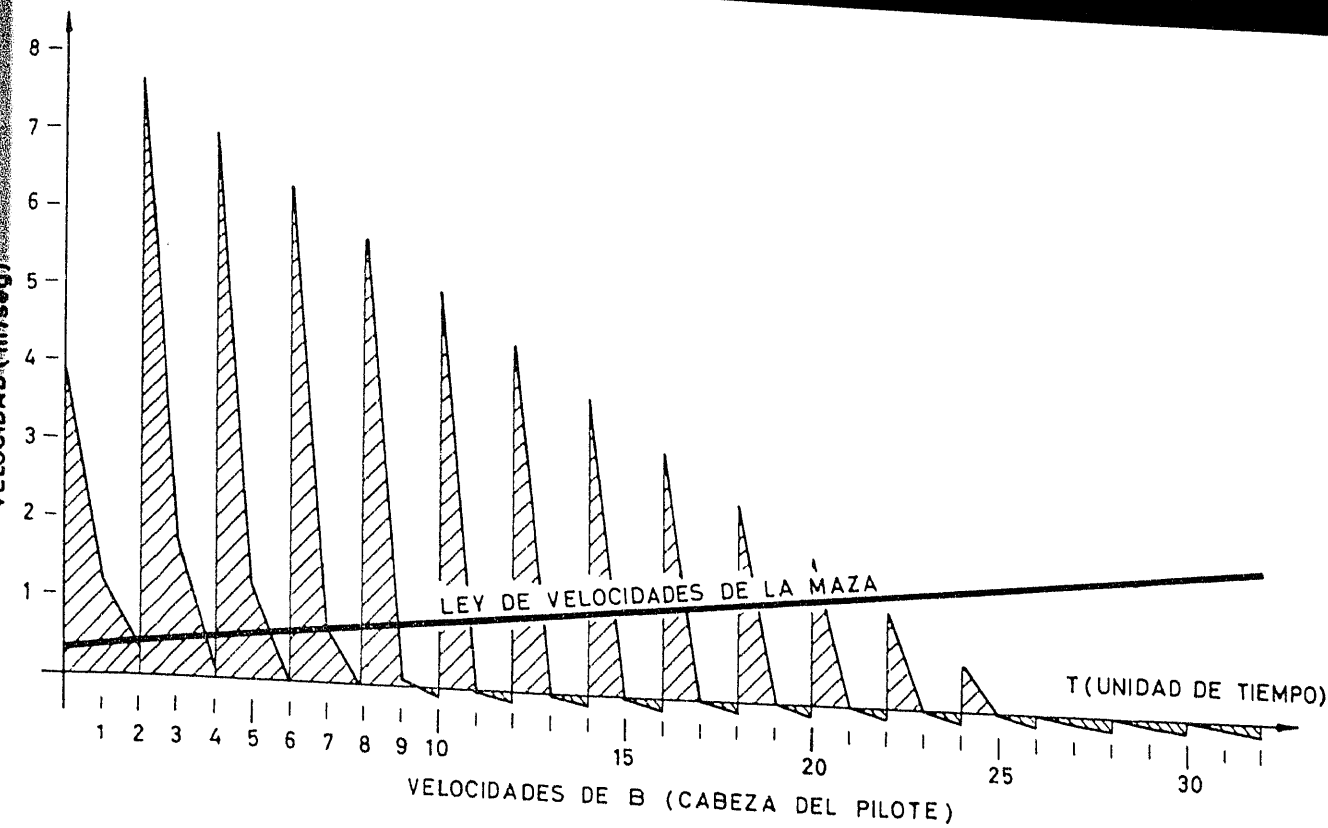


Figura 5.ª

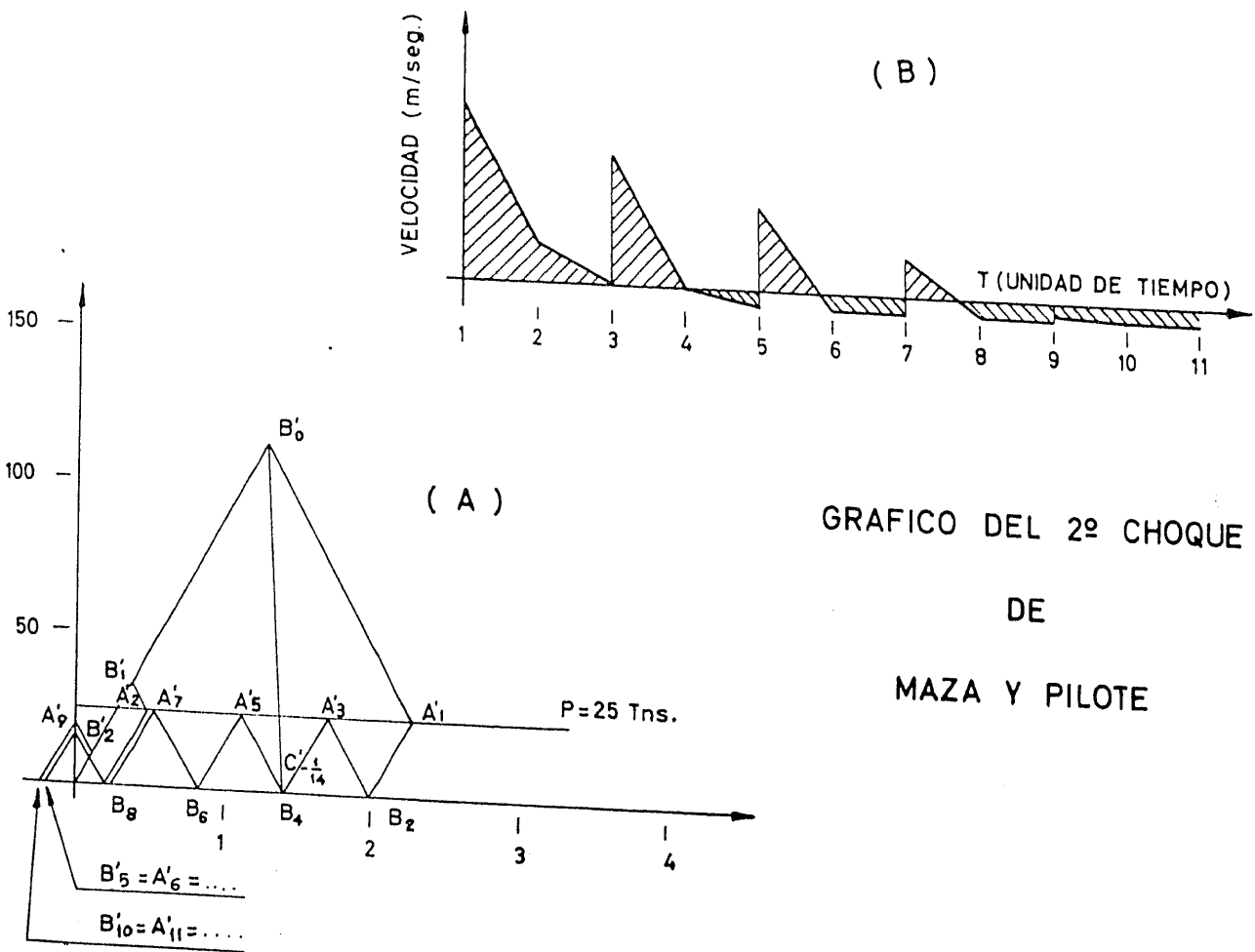


Figura 6.ª

Para ello, dibujaremos sobre un mismo gráfico (fig. 5.^a) las leyes de velocidades-tiempos del punto *B*, considerado como de la maza, y el *B*, considerado como del pilote.

El de *B*, considerado como del pilote, se deduce de la figura 3.^a, y como de la maza, el gráfico corresponde al de un sólido cayendo libremente con la velocidad inicial V_{B_2} .

Dibujadas dichas curvas, hallamos el punto en el que ambas tienen la misma área que nos define el instante en que vuelven a chocar, que en este caso particular es de 30 unidades de tiempo después de separarse, es decir, en el instante 32, posterior al instante 30 en que hemos dado por amortiguado el fenómeno. Por tanto, el punto figurativo de los del pilote en ese instante será el $V = 0, P = 0$. Entonces, para proseguir el fenómeno no tenemos más que volver a repetir el proceso anterior, con la única variación de la velocidad de caída de la maza que, deducida también de la figura 5.^a, resulta ser $V = 1,471$ m./seg. En la figura 6.^a está representado el fenómeno hasta amortiguarse de la misma manera que lo hemos hecho antes. Estamos ya en condiciones de hallar el rechazo del pilote, pues si representamos en un gráfico de velocidades-tiempos (fig. 4.^a) las de *A*, deducidas de la figura 3.^a, el área definida por la curva y el eje de abscisa nos dará el rechazo que sufre el pilote en la primera parte del fenómeno, y análogamente obtenemos el que se produce en el segundo choque. Sumando ambos resultados obtendremos el rechazo total. Si comparamos los dos gráficos de la figura 4.^a y figura 6-B, vemos que el segundo sumando es muy pequeño respecto del primero, y dado que al resultado final lo vamos a asignar un coeficiente de seguridad expresado por un número entero, en los casos prácticos lo mejor será tomar como rechazo total el deducido de la primera parte del fenómeno. De todas formas, en los casos que se quiera obtener mayor exactitud, ya hemos visto la forma de proceder, lo que sí sería ya un exceso de exactitud es tener en cuenta el rechazo deducido del tercer choque de maza y pilote.

Pasemos ahora a estudiar los esfuerzos que se producen en la hincia. Como ya hemos visto, en la punta del pilote el esfuerzo máximo es igual a la resistencia del terreno, y en la cabeza el máximo se produce en el instante 0 y viene definido por B_0 ; sólo nos queda por estudiar los esfuerzos en los puntos intermedios (fig. 7.^a).

Por ejemplo, para determinar el de *D* (punto intermedio del pilote), en el instante 1,5 hacemos salir a un observador de *B* hacia *A* en el instante 1 y otro de *A* hacia *B* en el mismo instante, para el primero los puntos figurativos estarán en la recta que, partiendo de B_1 , tienen de pendiente $- 87$, y para el segundo, la recta que, pasando por A_1 , tiene de pendiente $+ 87$; la intersección de ambas nos define $D_{1,5}$ que nos da un esfuerzo de tracción. Si queremos hallar el esfuerzo que se produce en el punto infinitamente próximo al *B* en el instante 2, haremos salir a un observador de *A* en el instante 1 y de *B* en el instante 2; la intersección de ambas rectas nos define el punto B'_2 , en el que se produce el máximo esfuerzo de tracción. En el gráfico se puede ver cómo a partir del instante 2 se va amortiguando dicho esfuerzo de tracción, de tal forma que en este caso quedan determinados por B_0 y B'_2 los máximos esfuerzos de compresión y tracción que se producen en la hincia. Como se ve en el gráfico, el esfuerzo máximo de tracción es exageradamente alto, cosa que no se produce en la práctica, ya que al principio de la hincia del pilote, en que toda la resistencia es por la punta, las alturas de caída de la maza son mucho más reducidas para evitar la rotura del pilote por tracción. Con todo lo expuesto hasta aquí, dejamos resuelto totalmente este caso, ya que determinamos con toda la aproximación que se quiera el rechazo y los esfuerzos máximos que se producen en la hincia.

Pasemos ahora a estudiar la influencia de los sombreretes en el rechazo y los esfuerzos que sufre el pilote, para lo cual empezaremos por estudiar el fenómeno cuando se coloca encima del pilote un taco de madera de $0,35 \times 0,35$ de sección y 1,43 metros de longitud, teniendo en cuenta que hemos elegido esta longitud en un principio por claridad en la forma de producirse el fenómeno, pues así el tiempo que

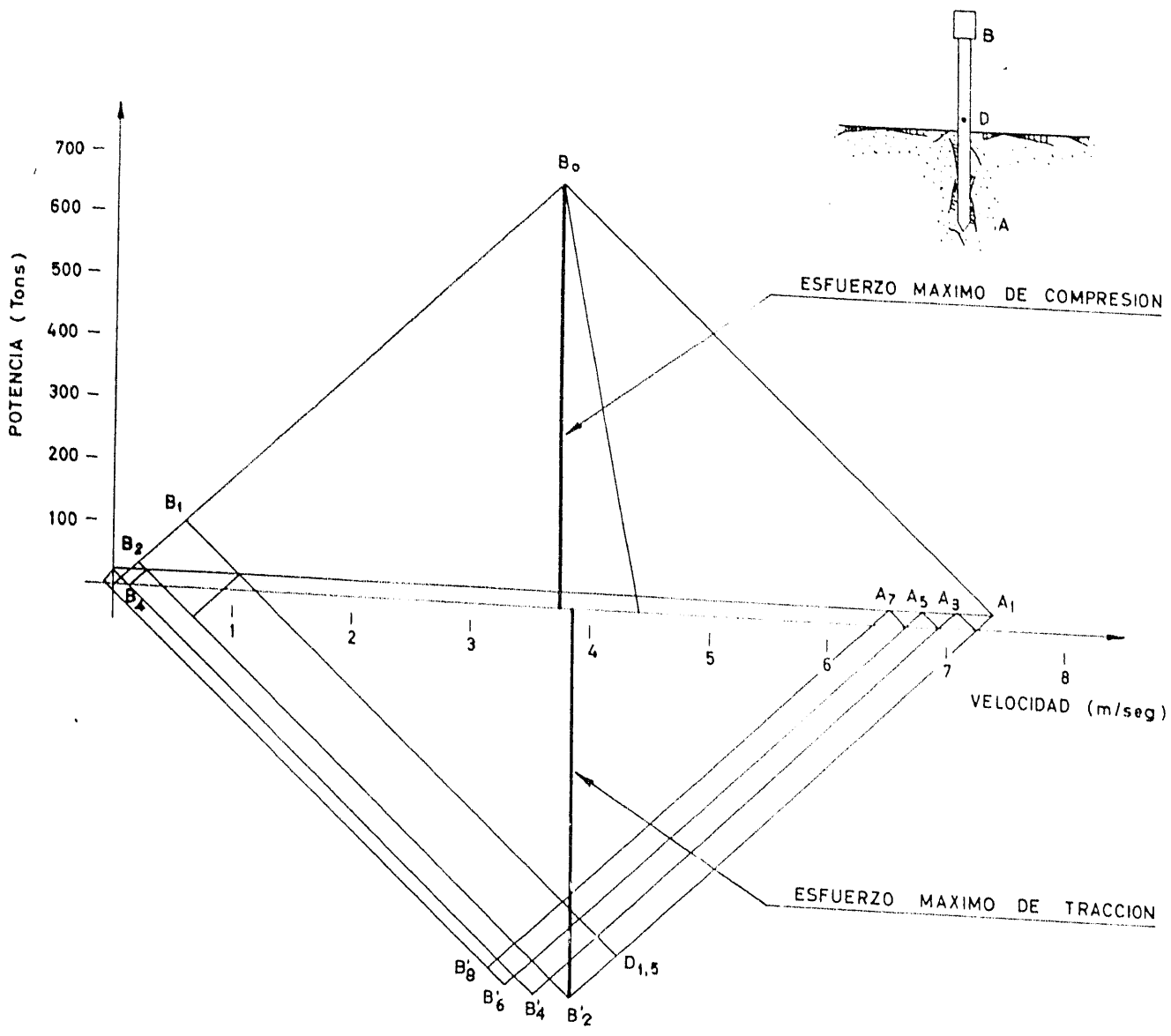


Figura 7.ª

tardan las ondas en recorrer maza y sombrerete son iguales; más adelante daremos al sombrerete las dimensiones normales.

Las características del sombrerete serán, por tanto:

$$\begin{aligned}
 E &= 125.000 \text{ Kg./cm.}^2 & w &= 0,9 \text{ Tn./m.}^3; \\
 a &= 3.700 \text{ m./seg.} & t_{gr} &= 45 \text{ Tn./m./seg;}
 \end{aligned}$$

y el tiempo que tardarán las ondas en recorrerle será:

$$\tau_3 = \frac{1,43}{3700} = 0,00037 = \tau_1.$$

Las demás variables serán las mismas que en el caso anterior, y de la misma forma que hemos hecho antes tomaremos como origen de tiempos el instante en que llega la alteración a la cabeza del pilote y como unidad de tiempo el que tardan las ondas en recorrer el pilote. Nos limitaremos en este caso, como en los siguientes, a determinar los puntos figurativos B_0 , B_1 y B_2 del punto B cabeza del pilote hasta que el pilote y sombrerete se separan, pues el resto del proceso no es sino repetición del caso anterior.

En la figura 8.^a podemos ver el proceso. Obtendremos en primer lugar el punto de funcionamiento de C , origen del sombrerete en el instante del choque, para lo cual saldrá el observador de D en el instante $-\frac{2}{14}$ ($D_{-\frac{2}{14}}$; $V = \frac{1}{2}g$; $P = 0$), y otro de B en el mismo instante ($B_{-\frac{2}{14}}$; $V = 0$; $P = 0$); para el primero, los puntos de funcionamiento de la masa estarán en la recta que, pasando por $D_{-\frac{2}{14}}$ tiene de pendiente -1000 , y para el segundo los puntos de funcionamiento del sombrerete estarán en la recta de pendiente 45 pasando por $B_{-\frac{2}{14}}$. Estas dos rectas, al cortarse, determinan $C_{-\frac{1}{14}}$. Entonces el observador sale de C en ese instante hacia B , haciéndolo sobre la recta de pendiente -45 pasando por $C_{-\frac{1}{14}}$ y coincidirá en B en el instante 0 con el que salió de A en el instante -1 , para el cual los puntos de funcionamiento de los del pilote estarán en la recta de pendiente 87 , pasando por A_{-1} ($0, 0$); de esta manera, por intersección de ambas rectas, determinamos B_0 . Prosiguiendo el fenómeno, el observador sale de B hacia C sobre la recta de pendiente 45 pasando por B_0 , y cortará a la recta $D_{-\frac{2}{14}}$, $C_{-\frac{1}{14}}$ en el punto $C_{\frac{1}{14}}$; volviendo otra vez hacia B , por la recta de pendiente -45 , cortará en $B_{\frac{1}{14}}$ a la recta de pendiente 87 pasando por el origen, pues en esta recta estarán los puntos de funcionamiento de B hasta el instante 2 . Para determinar $C_{\frac{3}{14}}$ el observador saldrá de C en el instante $\frac{1}{14}$ hacia D , donde encontrará un esfuerzo nulo, y por intersección con $P = 0$ de la recta de pendiente 1000 pasando por $C_{\frac{1}{14}}$ determinamos $D_{\frac{2}{14}}$. Sale de este punto el observador hacia C por la recta de pendiente 1000 pasando por $D_{\frac{2}{14}}$, recta en la que tendrá que estar $C_{\frac{3}{14}}$, que, por otra parte, estará también en la que pasando por $B_{\frac{2}{14}}$ tiene de pendiente 45 . De esta manera, por intersección de ambas rectas, determinamos $C_{\frac{3}{14}}$.

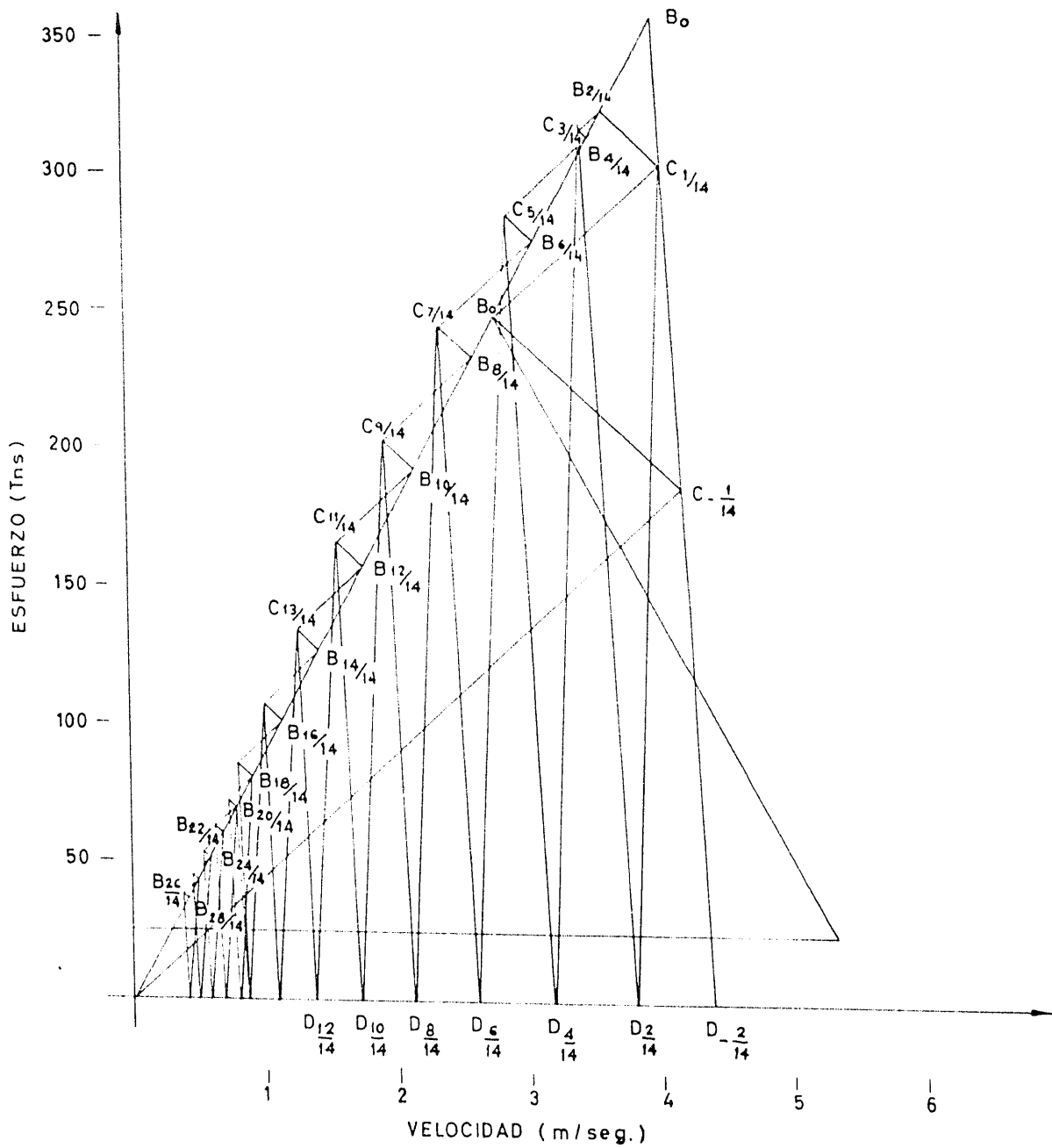


Figura 8.ª

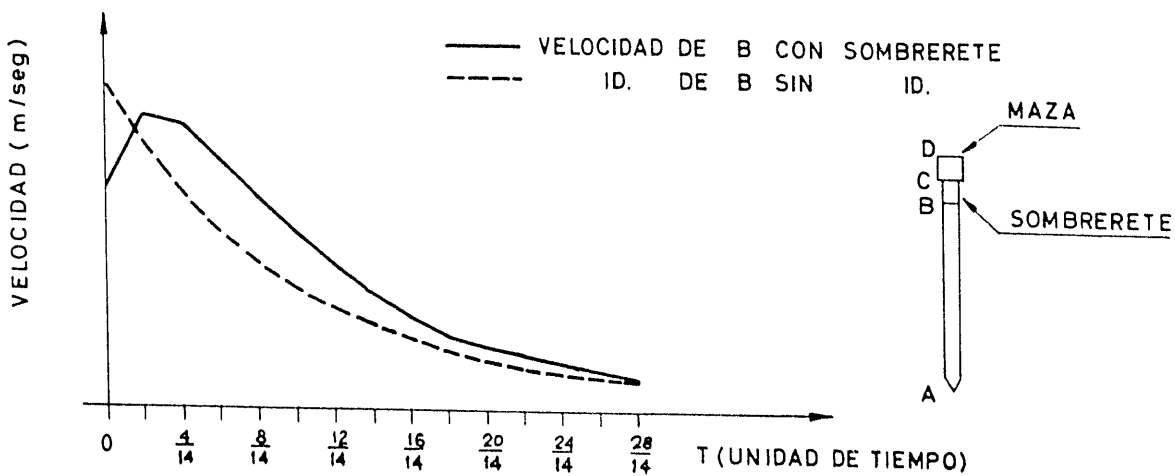


Figura 9.ª

Con lo que el resto del proceso se prosigue fácilmente en el gráfico de la figura 8.^a, en la que están determinados los puntos figurativos de B hasta el instante en que se separan pilote y sombrerete. El resto del proceso se prosigue de la misma manera que en el primer caso.

En la figura 9.^a hemos representado el gráfico de velocidades-tiempos de la cabeza del pilote hasta el instante 2, en los dos casos, con o sin sombrerete; en él se puede ver que, si bien en el instante 0 la velocidad de B es menor con sombrerete

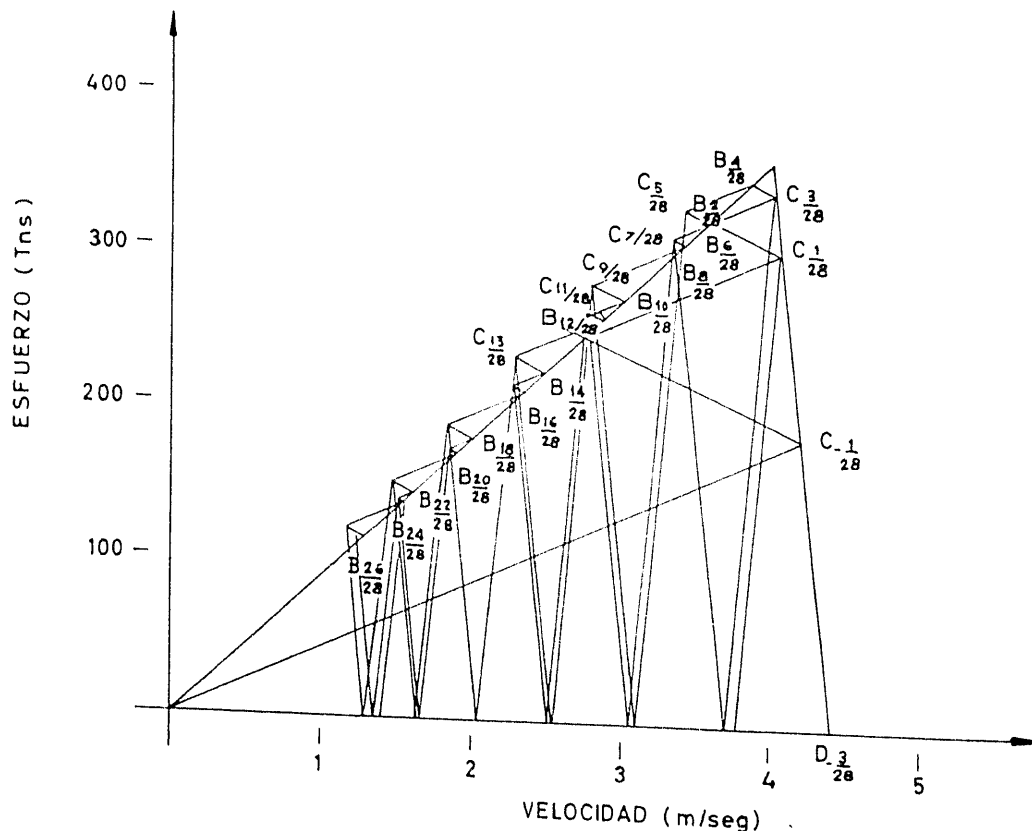


Figura 10.

que sin él, luego va aumentando hasta superarla, terminando las dos curvas en el instante 2 casi coincidentes. Por otra parte, como el rechazo del pilote viene dado por la suma de las áreas de una serie de curvas semejantes a las representadas en la figura 9.^a, pero amortiguadas, ya se puede intuir que, aun con un sombrerete de las exageradas dimensiones que hemos considerado, no va a influir mucho en el cálculo del rechazo la existencia del sombrerete.

Con el fin de irnos acercando más a los casos prácticos, vamos a ir reduciendo la longitud del sombrerete hasta darle las dimensiones que se emplean en la realidad. Para ello estudiaremos a continuación el caso de un sombrerete de longitud la mitad del anterior, es decir, $l = \frac{1,43}{2} = 0,715$ m., con lo que el tiempo τ_2 que tardan las ondas en recorrerle será $\frac{1}{28}$ unidades de tiempo, teniendo en cuenta que tomamos como unidad de tiempo el mismo que en el caso anterior, es decir, el que tardan las ondas en recorrer el pilote. En la figura 10 está hecha la representación gráfica del fenómeno, en el que se han determinado de la misma manera que en el ejem-

plote anterior los puntos figurativos B_0, B_2, \dots, B_{20} que nos servirán para compararlo con los resultados obtenidos anteriormente, cosa que hemos hecho en la figura 11, en que están dibujados los gráficos de velocidades-tiempos de la cabeza del pilote sin sombrerete y con sombrerete de las dos dimensiones estudiadas. En él se puede ver que el B_0 en los dos casos es, naturalmente, el mismo, mientras el B_{\max} en el segundo caso es mayor, acercándose mucho al correspondiente a pilote sin sombrerete; también podemos ver que a partir del instante en que se produce el B_{\max} la curva se ciñe más a la correspondiente a pilote sin sombrerete.

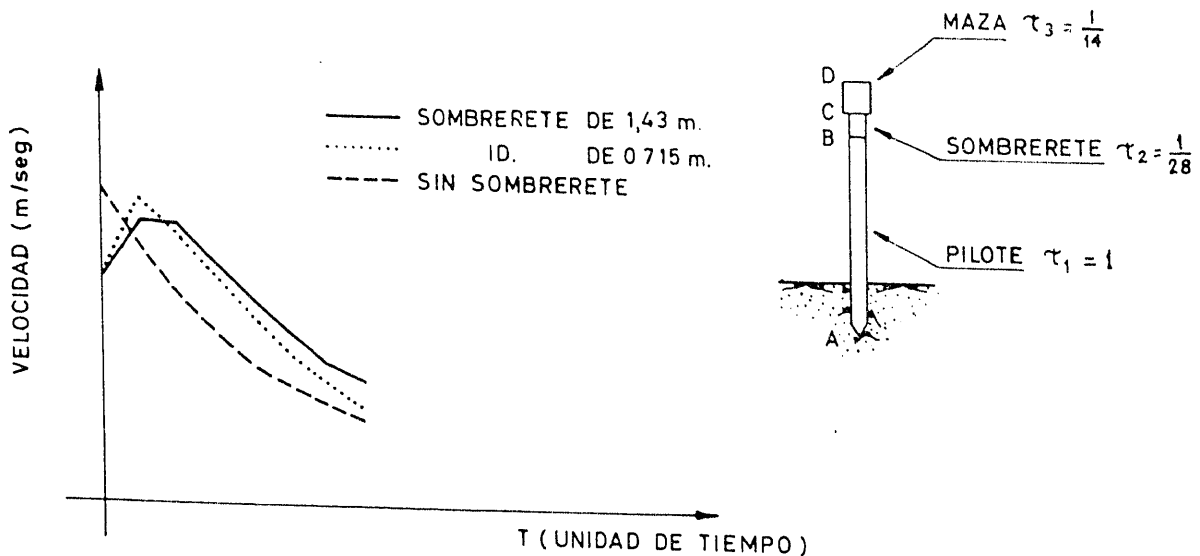


Figura 11.

En la figura 12 se representa el proceso para un sombrerete de longitud $l = \frac{1,43}{4} = 0,3525$ m., y en la figura 13 el gráfico de velocidades-tiempos, en este caso y en los anteriores, también podemos ver en él que el B_0 coincide para todos los casos con sombrerete y el B_{\max} se acerca todavía más al caso de pilote sin sombrerete.

En la figura 14 está representado el siguiente caso práctico:

Pilote	de $0,35 \times 0,35 \times 15$.	
Sombrerete de madera	de $0,38 \times 0,38 \times 0,22$.	
Maza	de $0,50 \times 0,50 \times 1,55 \rightarrow 3$ Tn.	
Pilote	$t g r_1 = 87$ Tn./m./seg.	$\tau_1 = 0,0054$ seg.
Sombrerete	$t g r_2 = 49$ Tn./m./seg.	$\tau_2 = 0,0000594$ seg.
Maza	$t g r_3 = 1\ 000$ Tn./m./seg.	$\tau_3 = 0,0003$ seg.

En este caso hemos tomado como unidad de tiempo el que tardan las ondas en recorrer el sombrerete, de tal manera que:

$$\tau_1 = 90; \quad \tau_2 = 1; \quad \tau_3 = 5.$$

En la figura 15 se ha hecho el gráfico de velocidades-tiempos con sombrerete y sin él. Del estudio de todos estos gráficos se deducen tres elementos fijos que nos ser-

virán para determinar fácilmente la curva de velocidades-tiempos en el caso de existencia de sombrerete. La primera de ellas es que el B_0 con sombrerete no depende más que de la sección del sombrere y de sus características físicas, y que su determinación es inmediata. La segunda es que para sombreretes de las dimensiones usadas en la práctica, el $B_{m\acute{a}x}$ es casi exactamente igual que el B_0 obtenido sin sombrerete y que además se produce en el instante $2\tau_3$, siendo τ_3 el tiempo que tardan las ondas

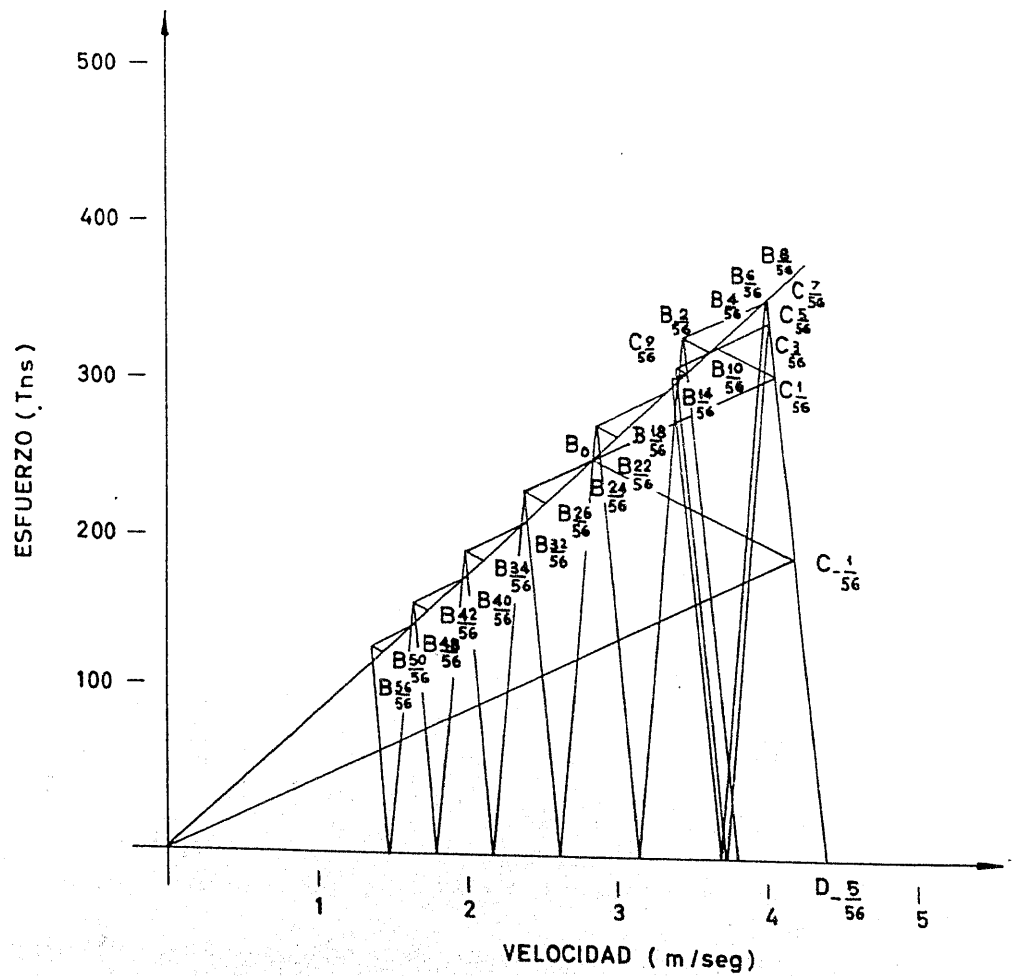


Figura 12.

en recorrer la maza. Por último, hemos podido ver que todas las curvas velocidades-tiempos de la cabeza del pilote con sombrerete son asintóticas a la curva correspondiente a pilote sin sombrerete.

Con todos estos datos el problema se reduce a determinar la curva de velocidades — tiempos sin sombrerete y el punto B_0 en las condiciones reales del problema con sombrerete, pues de esta manera, uniendo el punto 1 con el 2 de ordenada B_0 sin sombrerete y abscisa $2\tau_3$ (fig. 15), y a partir de 2, trazando una curva asintótica con la correspondiente a pilote sin sombrerete, tendremos la curva completa de velocidades-tiempos de la cabeza del pilote en las condiciones reales del problema, con lo cual queda resuelto el problema totalmente, pues ya el resto del proceso es idéntico al del primer caso.

Hasta aquí solamente hemos considerado el sombrerete como formado por un

taco de madera, mientras que en la práctica, el sombrerete empleado suele estar formado por un taco de madera, colocado encima de una mordaza de acero, la cual, a su vez, se fija a la cabeza del pilote, por lo que para resolver el problema completamente estudiaremos el caso de interponer entre la maza y el pilote un som-

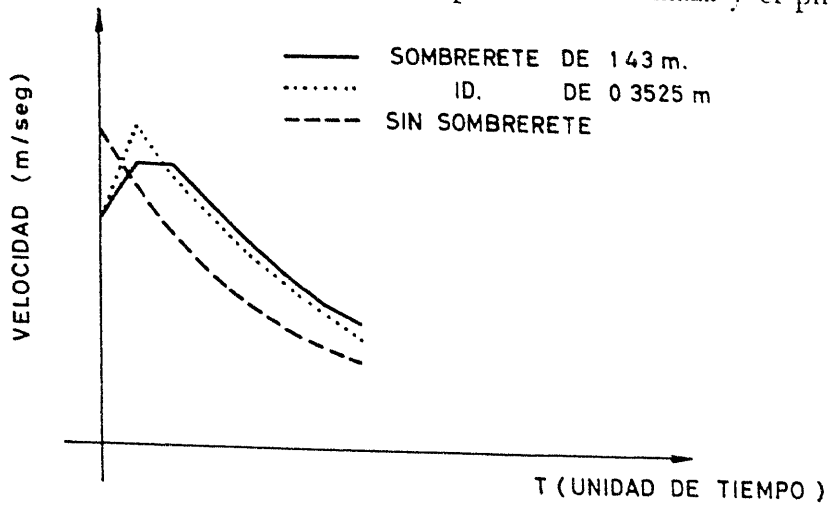


Figura 13.

brerete de madera y la mordaza, que la asimilaremos a una cierta sección de acero con el espesor que tenga en la realidad.

Con el fin de seguir con más facilidad el proceso, y en plan teórico, supondre-

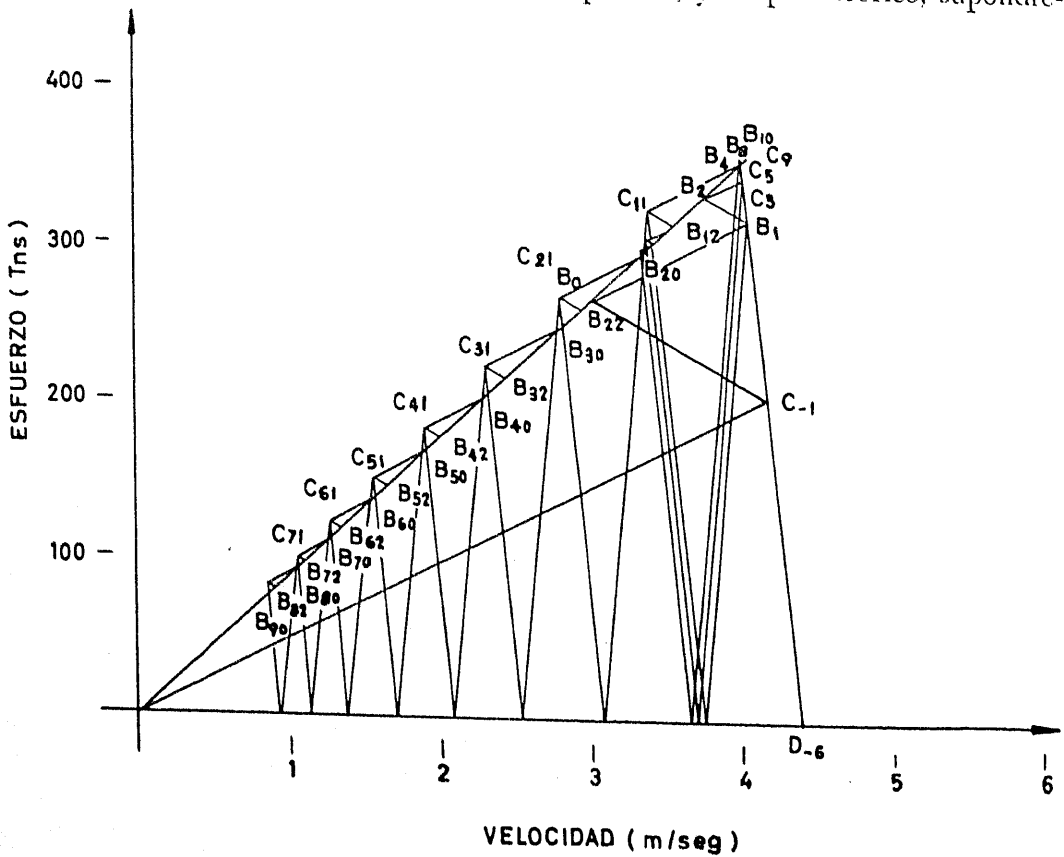


Figura 14.

mos, en primer lugar, que el taco de madera es de 1,43 m. de longitud y de las mismas características que en el ejemplo de la figura 3, y el sombrero de acero es de la misma sección que la maza, y de una longitud tal que las ondas tarden el mismo tiempo en recorrerle que al sombrero de madera. En la figura 16 podemos seguir el fenómeno, en el cual hemos determinado B_0 , B_2 , B_4 , B_6 y B_8 , y en la figura 17 está representada la ley de velocidades-tiempos de la cabeza del pilote en los tres casos de pilote sin sombrero, con sombrero de madera y sombrero de madera y acero. En el gráfico se puede ver que, si bien la curva es del mismo tipo que las anteriormente obtenidas, en cambio, debido a las grandes di-

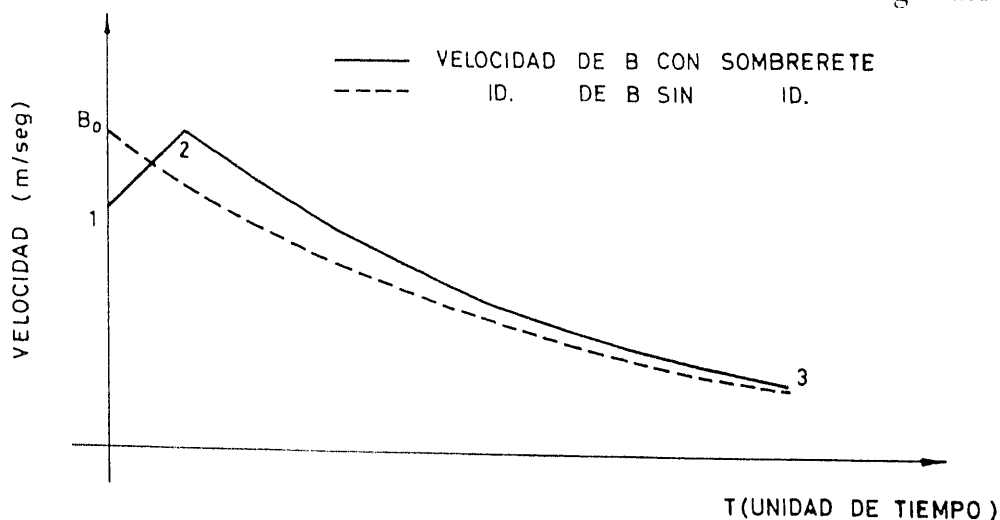


Figura 15.

mensiones del sombrero de acero consideradas las velocidades están ya considerablemente reducidas.

Por último, en la figura 18 está representado gráficamente el caso práctico de las siguientes características:

Pilote	0,35 × 0,35 × 15.
Maza	0,50 × 0,50 × 1,55 , 3 Tn.
Sombrero de madera.....	0,38 × 0,38 × 0,22.
Sombrero de acero.....	0,38 × 0,38 × 0,03.

En la figura 19 hemos dibujado el gráfico de velocidades-tiempos en este caso y sin sombreros; como se pueden ver en el gráfico, no existe gran diferencia entre las dos curvas y, por tanto, al ser el rechazo la suma de las áreas de una serie de curvas semejantes a las representadas, tampoco va a variar mucho el rechazo al dejar de tener en cuenta los sombreros.

A la vista de estos resultados podemos sacar las siguientes conclusiones:

1.º Hemos visto que por cada golpe de maza se producen varios choques entre maza y pilote, pero de todos ellos es, naturalmente, el primero el que produce la mayor parte del rechazo, pues ya el efecto del segundo choque es muy pequeño en comparación con el primero, pero de todas formas hemos dado el camino a seguir para determinar el rechazo debido a este segundo choque. Lo que ya sería pecar de exactitud, sería tener en cuenta el efecto debido al tercer choque.

2.ª La única dificultad al tener en cuenta los sombreretes en el cálculo del rechazo estriba en la determinación de los puntos figurativos de la cabeza del pilote hasta que se separa de los sombreretes, cosa que ocurre en el instante en que la

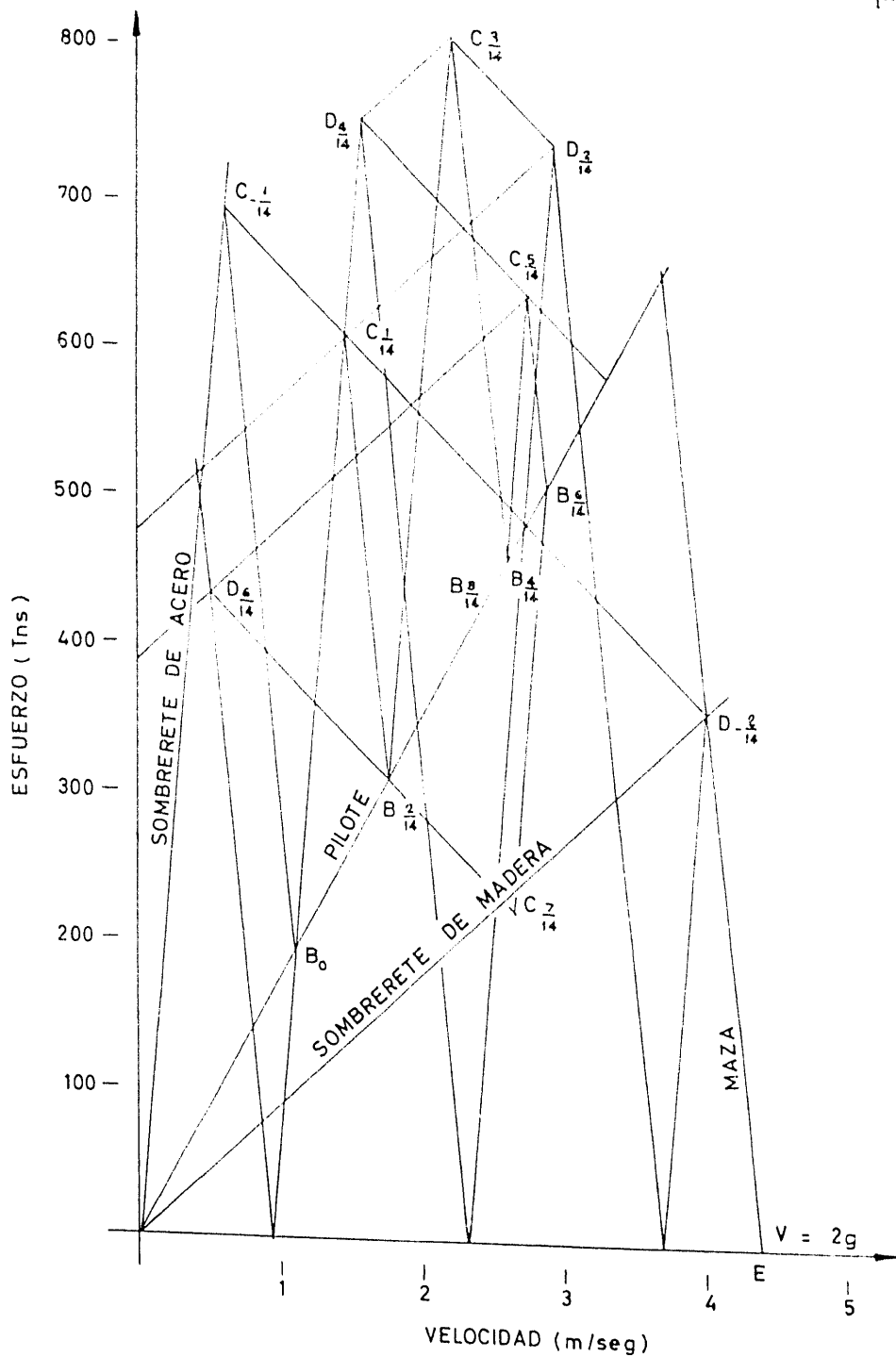


Figura 19.

onda reflejada alcanza la cabeza del pilote; en todos los casos hemos determinado dichos puntos figurativos, incluso hemos dado un procedimiento simplificado, partiendo del cálculo de los puntos figurativos en el caso de no existir sombrerete para

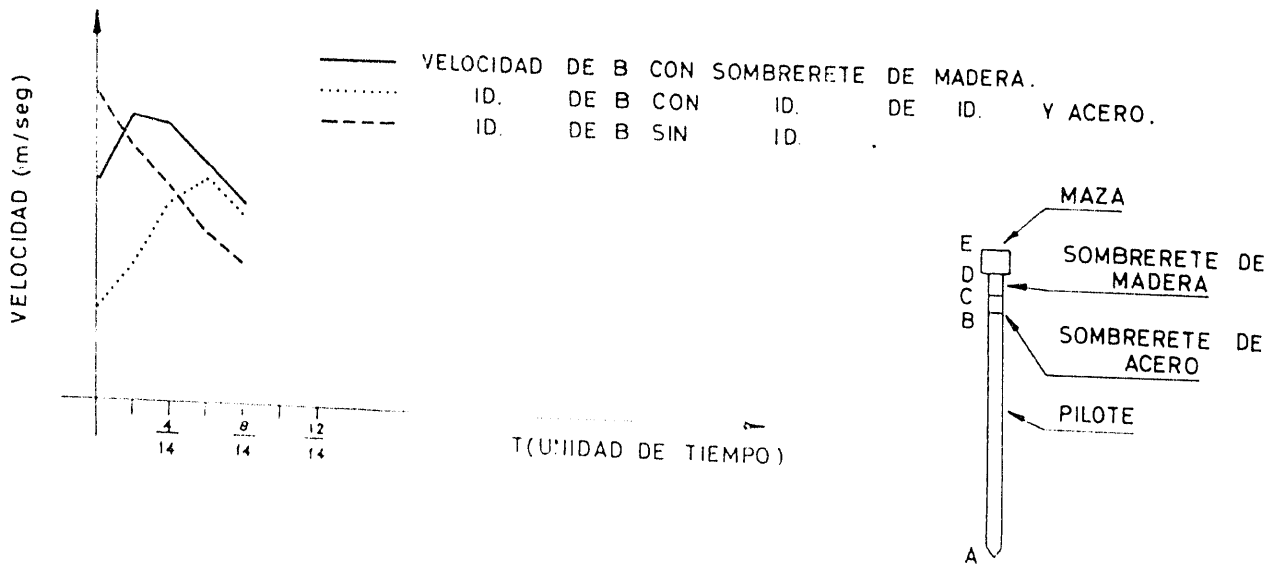


Figura 17

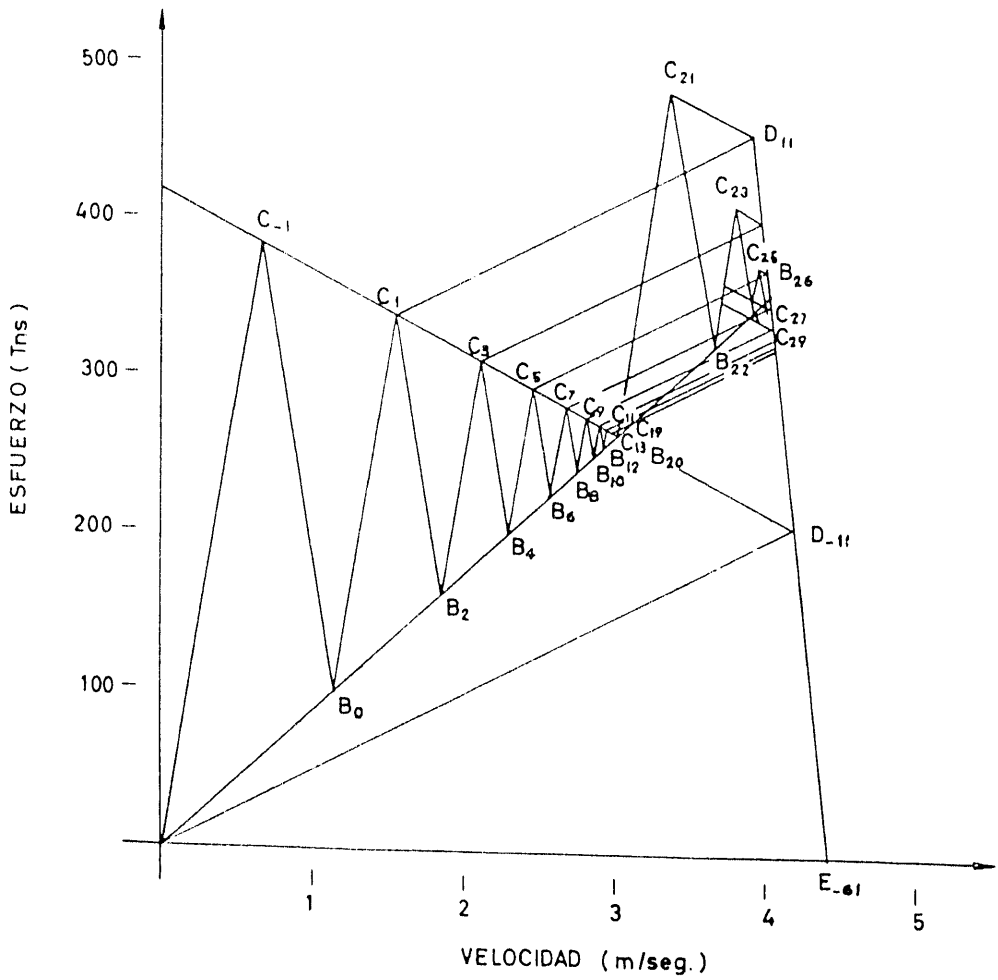


Figura 18.

determinarlos; pero a la vista de los gráficos de velocidades-tiempos con sombreretes y sin ellos, se hace patente la escasa diferencia que hay entre esas curvas y, por tanto, entre los rechazos, de tal forma que en todos los casos la diferencia entre las áreas de dichas curvas es menor del 10 por 100, y dado que el coeficiente de seguridad a aplicar será de 2 como mínimo, en los casos prácticos se podrá prescindir del sombrerete para el cálculo del rechazo. De todas formas, si se quiere determinar el rechazo con mayor exactitud, teniendo en cuenta los sombreretes, ya hemos indicado la forma de calcularlo.

3.º En cuanto a esfuerzos se refiere hemos visto en el primer ejemplo que el mayor esfuerzo de compresión se producía en el instante 0, mientras que cuando

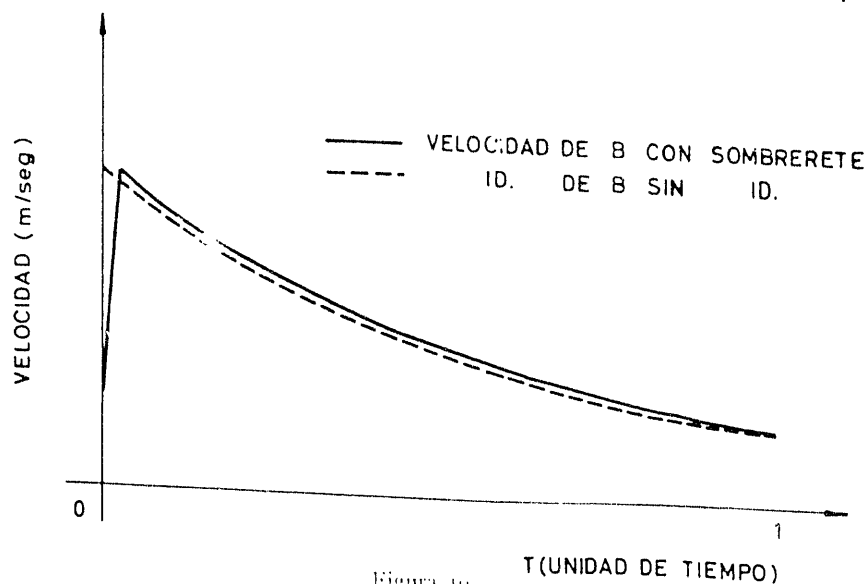


Figura 10.

existen sombreretes de los usados en la práctica, dicho esfuerzo máximo era alcanzado en el instante $2\tau_0$, apareciendo en el instante 0 un esfuerzo mucho más pequeño para ir aumentando hasta alcanzar casi el mismo valor que en el caso de no existir sombrerete, con lo cual se mejora, en lo que a la cabeza del pilote se refiere, la forma de aplicación de este esfuerzo. Se ha determinado también el máximo esfuerzo de tracción que en el primer caso se producía en el instante 2 en la cabeza del pilote y cuya magnitud era casi del mismo orden que el máximo esfuerzo de compresión, cosa que en la práctica se evita, ya que los primeros golpes que se dan al pilote, cuando apenas está hincado en el terreno, y la resistencia es sólo por punta, son mucho más reducidos que el que hemos considerado, pues de otra forma el pilote se rompería por tracción. En realidad, el máximo esfuerzo de tracción viene definido por la diferencia de ordenadas entre el B_{max} y el punto de funcionamiento de la cabeza del pilote en el instante en que se separa de la maza, que a su vez es función de la longitud de pilote hincado en el terreno, de tal manera que, a mayor longitud de pilote hincado, menor será la diferencia entre estas ordenadas, y menor, por tanto, el esfuerzo de tracción. Por otra parte, la única influencia de los sombreretes sobre los esfuerzos de tracción es que el esfuerzo máximo en vez de producirse en la cabeza en el instante 2, se produce en un punto distante $2\tau_0 \times a$ de la cabeza, y el valor máximo alcanzado es casi el mismo que si no hubiera sombreretes.

Vamos ahora a resolver el caso de hinca de pilotes con sobrepilote, para lo cual, teniendo en cuenta la afirmación anteriormente hecha de la escasa influencia del sombrerete en el rechazo total, prescindiremos en el cálculo de los sombreretes, y sólo tendremos en cuenta la maza, el sobrepilote y el pilote. Como hasta ahora hemos hecho, consideraremos solamente que existe resistencia por la punta.

Calcularemos el rechazo de un pilote con sobrepilote de las características siguientes:

Pilote	0,35 × 0,35 × 15 m.
Sobrepilote	Sección 0,03 m. ³ .
	Longitud 10 m.
Maza	0,50 × 0,50 × 1,55 = 3 Tn.

Hallaremos el rechazo para una resistencia por punta de 35 Tn.:

Pilote	$tg r_1 = 87 \text{ Tn./m./seg.}$	$\tau_1 = 0,0054.$
Sobrepilote	$tg r_2 = 121 \text{ Tn./m./seg.}$	$\tau_2 = 0,0018.$
Maza	$tg r_3 = 1.000 \text{ Tn./m./seg.}$	$\tau_3 = 0,003.$

Tomaremos como unidad de tiempo:

$$\tau_3 = 0,0003;$$

entonces:

$$\tau_2 = 6 \text{ unidades de tiempo;}$$

$$\tau_1 = 18 \text{ unidades de tiempo.}$$

En la figura 20 está representado el proceso. Sale el observador en el instante -7 del punto D_{-7} (4,41; 0) con pendiente 1.000 y encuentra al que salió en el instante -12 de B_{-12} (00) en el punto C_{-6} y obtenemos por reflexión bajo ángulo de pendiente 1.000 sobre $V = 0$ los puntos C_{-4} , C_{-2} , C_0 , C_2 , C_4 , C_6 y en el instante 6 maza y sobrepilote se separan. Partiendo de C hacia B con pendiente -121 , obtenemos sobre la recta $P = 87 V$ los puntos B_0 , B_2 , B_4 , ..., B_{12} . Como en el instante 6 se han separado maza y sobrepilote, los puntos C_8 , C_{10} , ..., estarán sobre $P = 0$, y se obtendrán cortando las rectas de pendiente 121 pasando por B_2 , B_4 , ..., por la recta $P = 0$, y así obtenemos C_8 , C_{10} , ..., C_{18} , y procediendo análogamente determinamos los puntos B_{14} , B_{16} , ..., B_{24} , B_{26} , ..., B_{36} . Una vez determinados estos puntos, representamos en la figura 21 los puntos $B'_0 = B_0$; $B'_1 = B_{18}$ y $B'_2 = B_{36}$, en la que solamente hemos cambiado la unidad de tiempo, tomando como unidad ahora 18 unidades de tiempo antiguas, y seguimos el fenómeno como en el ejemplo primero, prescindiendo del sobrepilote y la maza, pues a partir del instante 2 se han separado pilote y sobrepilote, hasta que se amortigua al alcanzar velocidades negativas muy pequeñas. En la figura 22 está representado el gráfico de velocidades-tiempos de la punta del pilote y el área rayada nos da el rechazo del pilote.

Con el fin de ver la influencia del sobrepilote en el rechazo hemos determinado en la figura 23 los puntos figurativos B_0 , B_1 y B_2 (en la fig. $B_0 - B_{18} - B_{36}$) de la cabeza del pilote en el caso de que no existen sobrepilotes, y en la figura 24 hemos dibujado las dos curvas de velocidades-tiempos de la cabeza del pilote, con

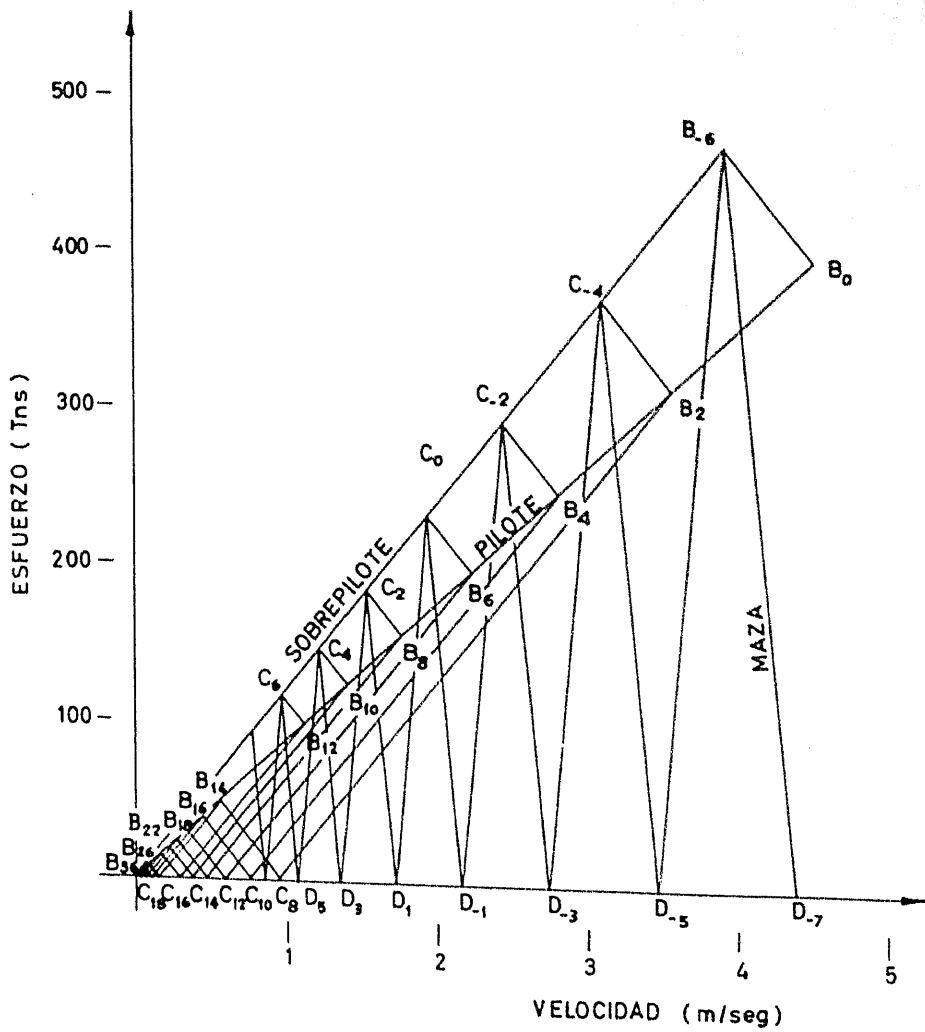


Figura 20.

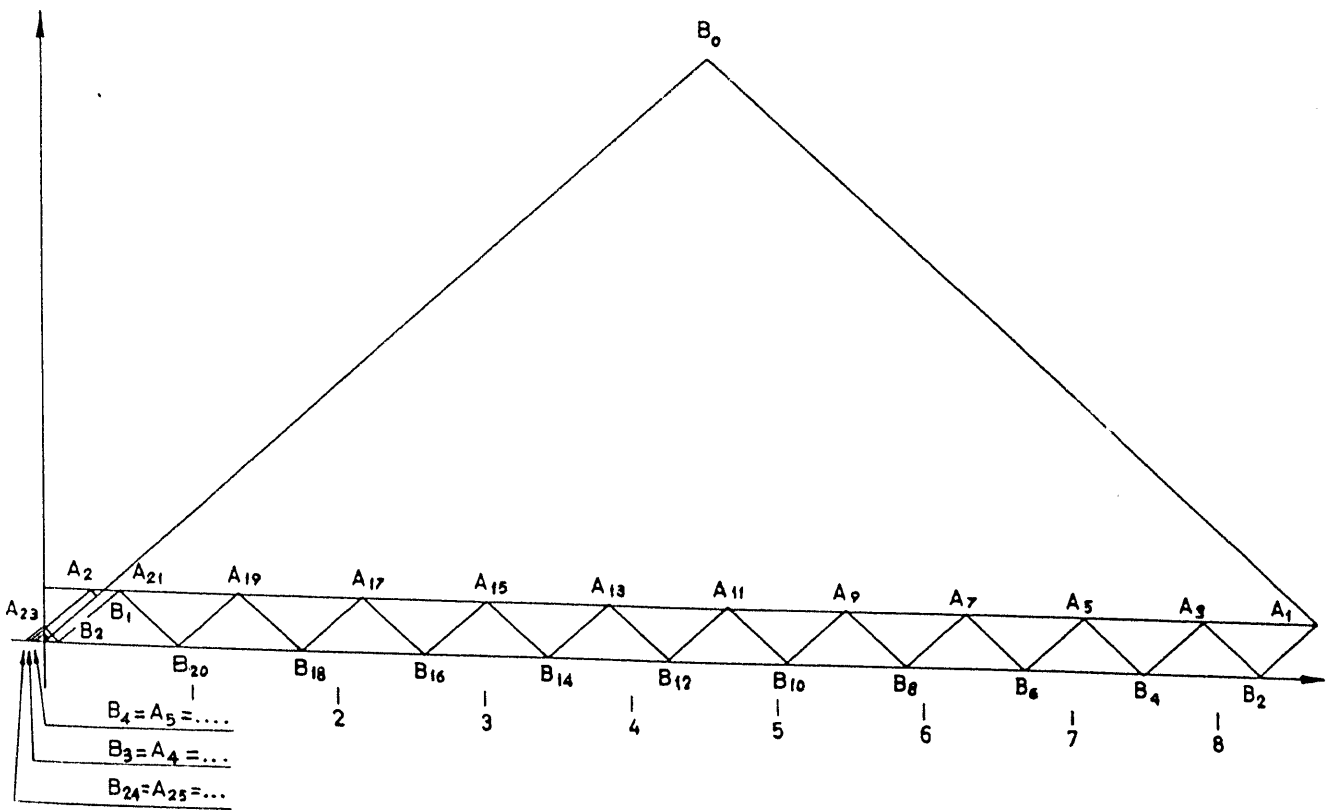


Figura 21.

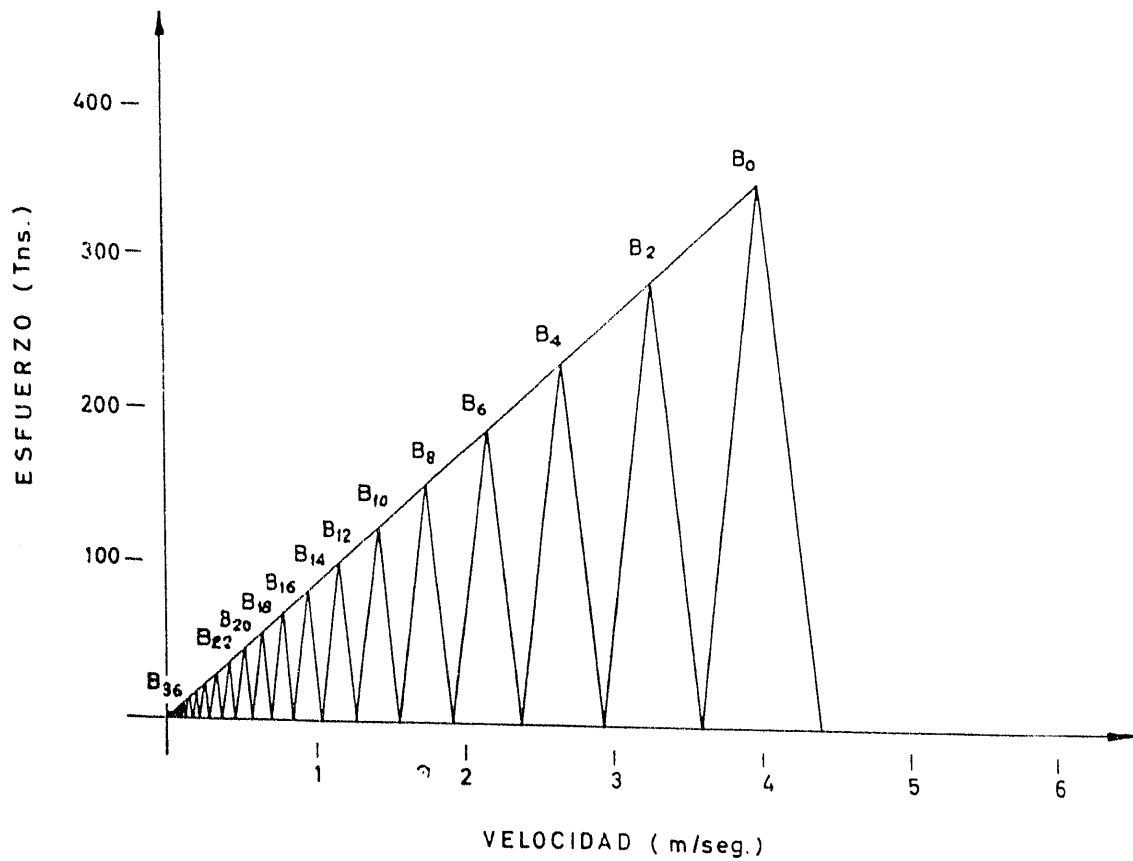


Figura 23.

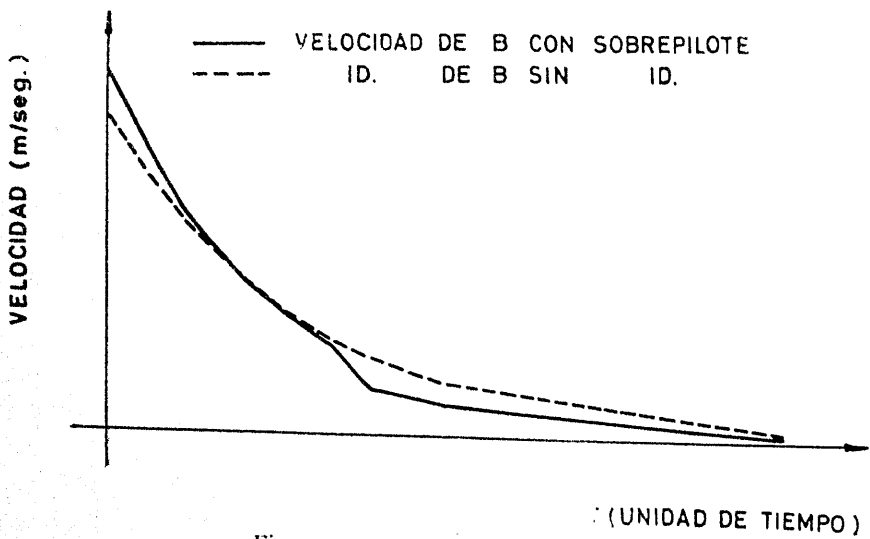
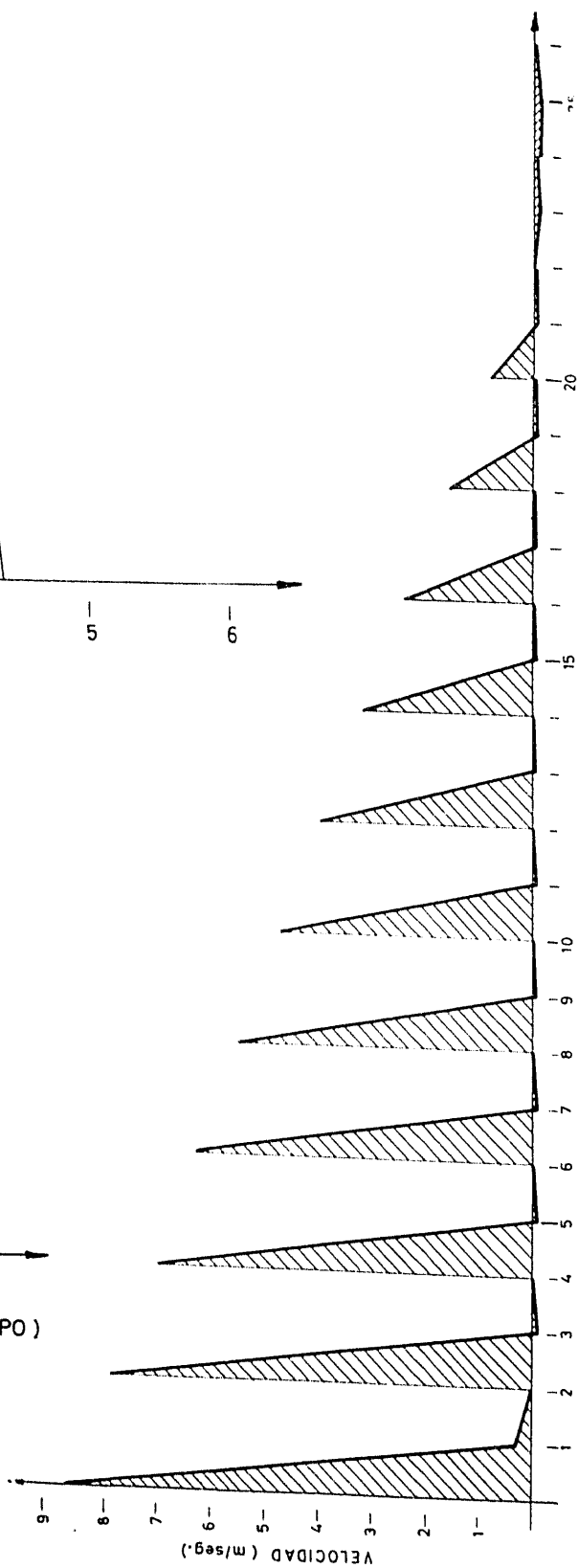


Figura 24.



y sin sobrepilote; en dicha figura se puede ver la pequeña diferencia que hay entre las dos curvas, de la que deducimos la escasa influencia que ejerce sobre el rechazo el interponer un sobrepilote de los normalmente usados.

Resistencia del pilote por la punta y por el fuste.

Hasta ahora se ha supuesto que toda la resistencia del terreno estaba aplicada en la punta, lo cual no es sino un caso totalmente teórico, y que sólo se produce en el principio de la hincada, cuando los golpes de maza que se aplican son desde muy escasa altura. Vamos ahora a resolver el caso general de resistencia por la punta y el fuste, para lo cual habremos de tener en cuenta que la resistencia por el fuste es debida a las fuerzas de rozamiento, y que, por tanto, no alcanzarán todo su valor hasta que el pilote se mueva. Esto ocurrirá a partir del instante en que llega la alteración producida por el golpe a la punta del pilote, instante en el que el esfuerzo que se va a producir en la punta será, precisamente, la resistencia por la punta del pilote, y según va ascendiendo la honda reflejada se irá encontrando con un esfuerzo igual a la resistencia por la punta, más la debida al rozamiento de terreno y pilote hasta la sección alcanzada por la onda, de tal manera que, al llegar al punto *C*, situado a la altura del terreno, el esfuerzo que se producirá será la resistencia total a la penetración. Una vez dicho esto, si llamamos *t* el tiempo que tarda la onda en ir de *A* a *C* (figura 25), tendremos que el punto de funcionamiento de *C*, a partir del instante $t + t$, tendrá que estar en la recta $P = R$, siendo *R* la resistencia total a la penetración por tanto, estaremos en las mismas condiciones que en el caso de resistencia por la punta, pues conocemos los puntos de funcionamiento de la cabeza del pilote y del punto *C* a la altura del terreno y la forma de operar será la misma que hemos explicado anteriormente. Lo único que nos queda por determinar es la posición del punto *C*, pues nosotros podemos siempre calcular el rechazo para una resistencia fija a la penetración, siendo *C* cualquier punto del pilote, pero solamente será en una posición del punto *C* en la que coincidan las condiciones teóricas impuestas para el cálculo, con las que se producen en la práctica, pues en el terreno, a cada longitud de pilote hincado le corresponderá una diferente resistencia a la penetración. Para salvar esta indeterminación operaremos de la siguiente manera: Si llamamos *l* la longitud de pilote hincado, y *L* la del pilote, determinaremos los rechazos del pilote para la resistencia a la penetración considerada para diferentes valores de *l*, por ejemplo, para $l = 0$, $l = 1/4 L$; $l = 1/2 L$; $l = 3/4 L$; $l = L$; con estos datos dibujamos la curva de abscisas, los valores de *l* y ordenados los rechazos obtenidos para cada valor de *l*, la cual nos resolverá el problema. Efectivamente, definida esta curva, ya una vez en el terreno, hincando el pilote, podremos dibujar, también sobre el mismo gráfico, la deducida de la hincada, en la que las abscisas serán también la longitud de pilote hincado, y las ordenadas los rechazos; entonces el punto de intersección de las dos curvas nos señalará el final de la hincada, pues en ese instante la resistencia a la penetración del pilote es la considerada, ya que el punto de intersección pertenece a la primera curva, calculada con esta condición (fig. 26). Sólo nos falta ver que estas

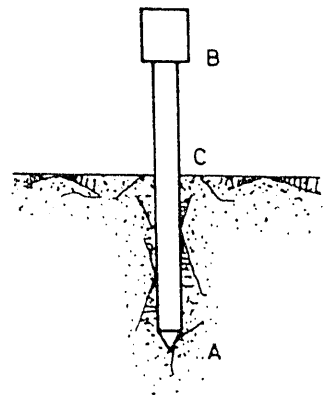


Figura 25.

dos curvas se cortan, lo cual tiene que ocurrir forzosamente, ya que al principio de la hincada, al ser menor la resistencia del terreno que la considerada, la curva deducida de la hincada estará por encima de la deducida del cálculo, y al final, cuando la longitud de pilote hincado es mayor que la necesaria y, por tanto, la resistencia de la penetración es también mayor, la curva deducida de la hincada estará por debajo de la deducida del cálculo; por lo tanto, tendrá que haber un punto intermedio en que las dos curvas se cortan.

Determinemos ahora la curva antedicha en las mismas condiciones que en el primer ejemplo, en lo que se refiere a pilote y maza, calculando los rechazos del pilote para $l = \frac{1}{4} L$; $l = \frac{1}{2} L$; $l = \frac{3}{4} L$; $l = L$; y siempre para una resistencia

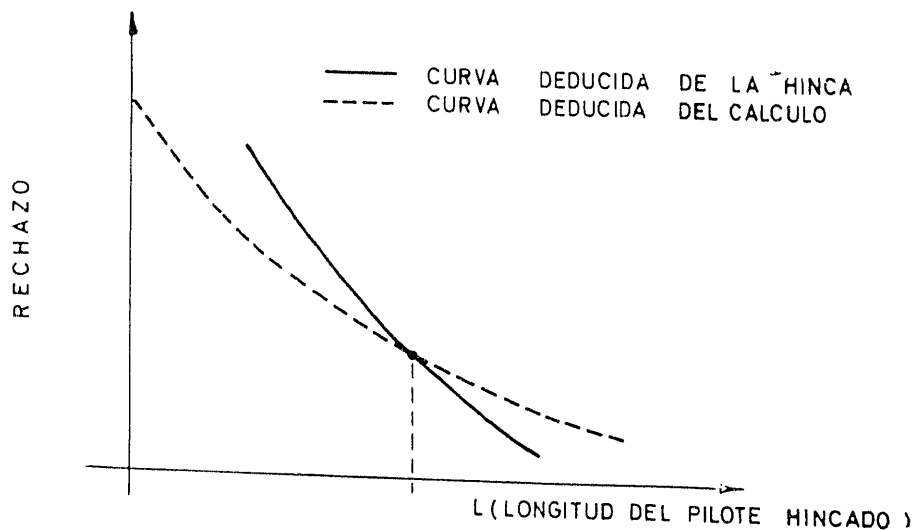


Figura 29.

tital a la penetración de 25 Tn. Para $l = 0$ ya lo hemos determinado en el primer ejemplo, en el que el rechazo obtenido, deducido de la figura 28, era:

$$h = 32.5 \times 0,00518 = 0,168 \text{ m.} = 168 \text{ mm.}$$

En todo el cálculo prescindiremos de los sombreretes, y sólo se tendrá en cuenta el efecto del primer choque de maza y pilote. Hay que tener en cuenta también que los puntos figurativos $B_0, B_2, B_4, \dots, B_{28}$, serán los mismos en todos los casos que los deducidos en la figura 27.

En la figura 27 podemos seguir el proceso en el caso de $l = \frac{1}{4} L$. En ella están representados sobre la recta $p = 87 V$ los puntos figurativos B_0, B_2, \dots, B_{28} , que coincidirán con los de C en los instantes $\frac{3}{4}, \frac{3}{4} + \frac{2}{14}, \dots$, respectivamente, hasta el instante $1 + \frac{3}{4}$ en el cual el esfuerzo en C tendrá que ser igual a la resistencia a la penetración. Para obtener el punto figurativo de C en dicho instante, el observador saldrá de B en el instante $\frac{7}{14}$ cuyo punto figurativo será B_7 y para él los puntos fi-

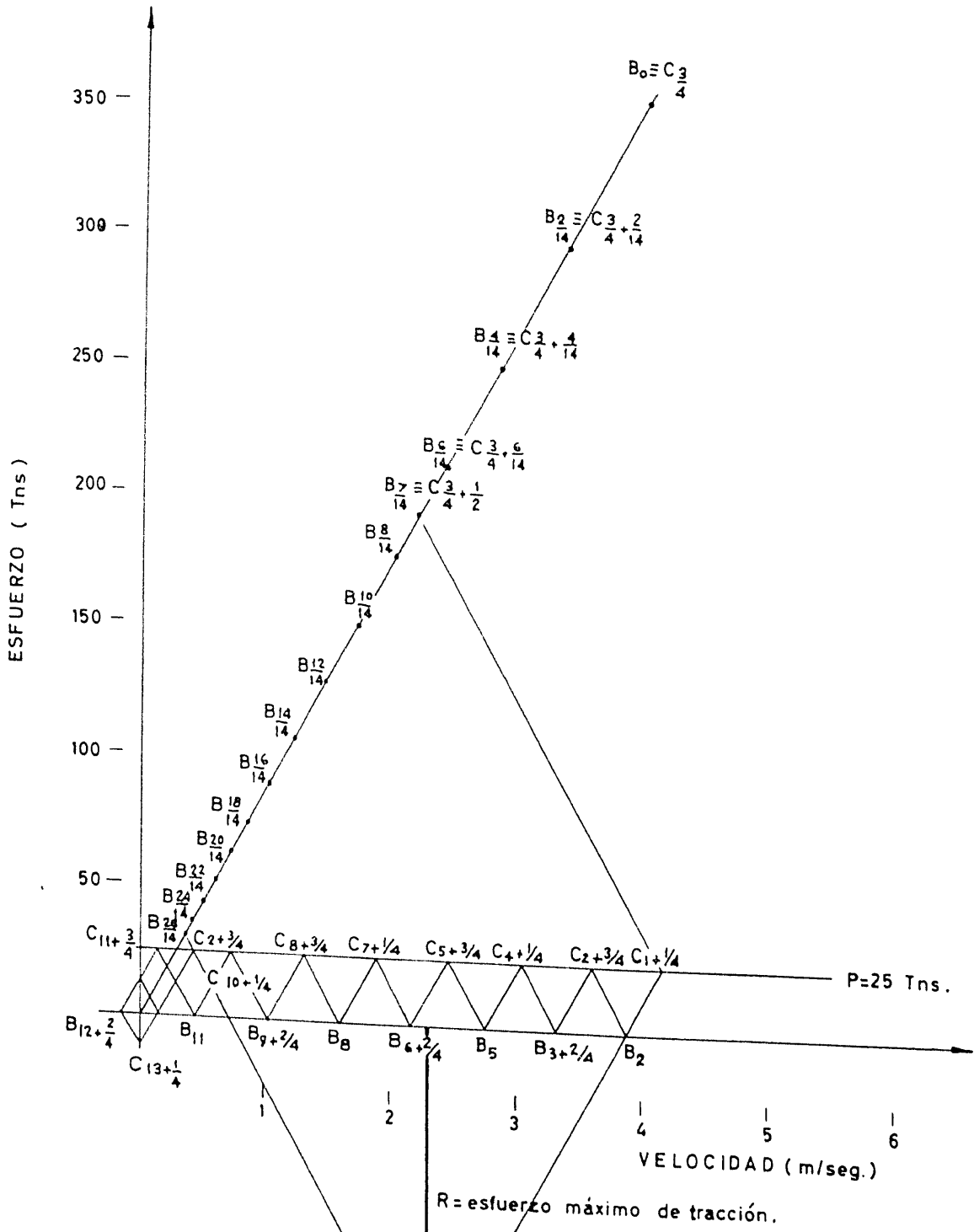


Figura 27.

gurativos de los del pilote estarán en la recta que pasando por B_{14} tiene de pendiente -87 y llegará a C en el instante $1 + \frac{7}{14}$, con lo que determinamos el punto figurativo $C_1 + \frac{1}{4}$ por intersección de dicha recta con la horizontal correspondiente a 25 Tn . Una vez determinado este punto, el proceso continúa como lo hemos hecho anteriormente, de esta manera determinamos los puntos $C_2 + \frac{3}{4}$, $C_4 + \frac{1}{4}$, ... $C_{11} + \frac{3}{4}$. punto a partir del cual varía la forma de operar, pues ya al existir rozamiento entre el terreno y el fuste, tendrá que haber una cierta resistencia a la extracción, siempre menor que a la penetración, lo cual hará posible el que se produz-

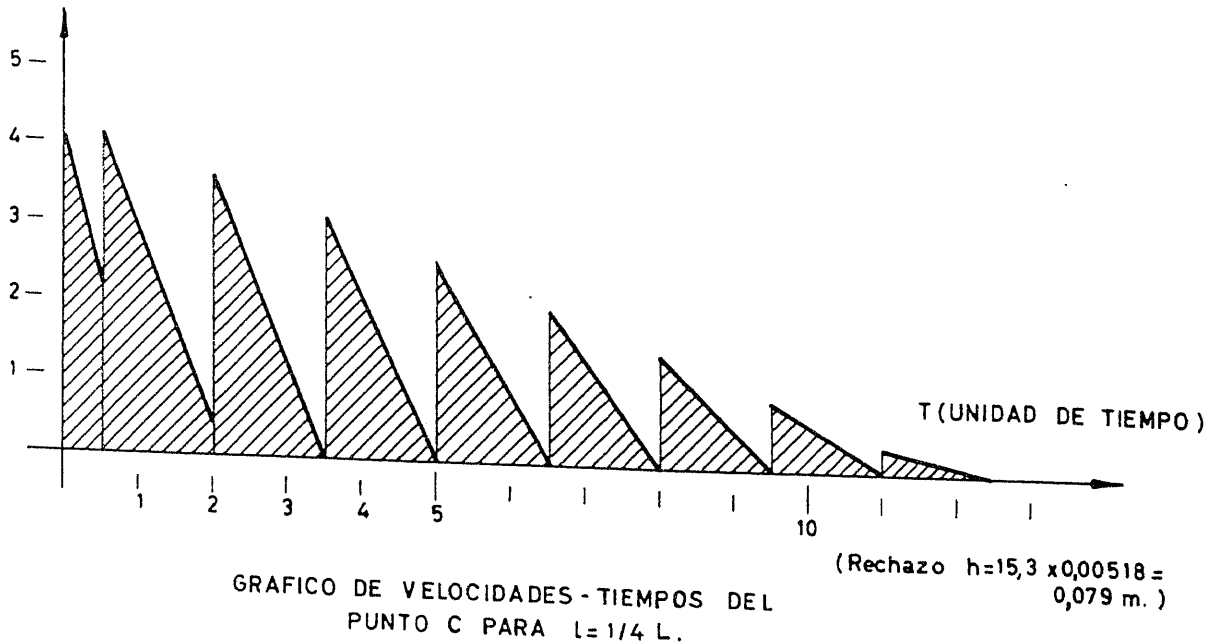


Figura 28.

can en C esfuerzos de tracción para una velocidad nula o negativa, por lo que el punto $C_{13} + \frac{1}{4}$ tendrá que estar en la intersección de la recta trazada por $B_{12} + \frac{2}{4}$ y dependiente -87 con el eje de las V , con lo que determinamos dichos puntos que define un esfuerzo de tracción en C . En este instante damos por terminado el proceso en lo que al cálculo del rechazo se refiere, pues a partir de él las velocidades de C serán nulas, y, por tanto, el espacio recorrido también lo será. En el gráfico hemos supuesto que la resistencia a la extracción era mayor que la mitad de la resistencia a la penetración, razón por lo cual el punto $C_{13} + \frac{1}{4}$ está en el eje de las V ; de todas formas, cualquiera que sea dicha resistencia a la extracción, su influencia en el resultado final sería muy pequeño, como fácilmente se deduce del gráfico.

En la figura 28 está representado el gráfico de velocidades-tiempos del punto C , y el área rayada nos define el rechazo.

En la figura 29 está representado el proceso para una longitud de pilote hincado de $l = \frac{L}{2}$, y en la figura 30 el gráfico de velocidades-tiempos del punto C , que nos

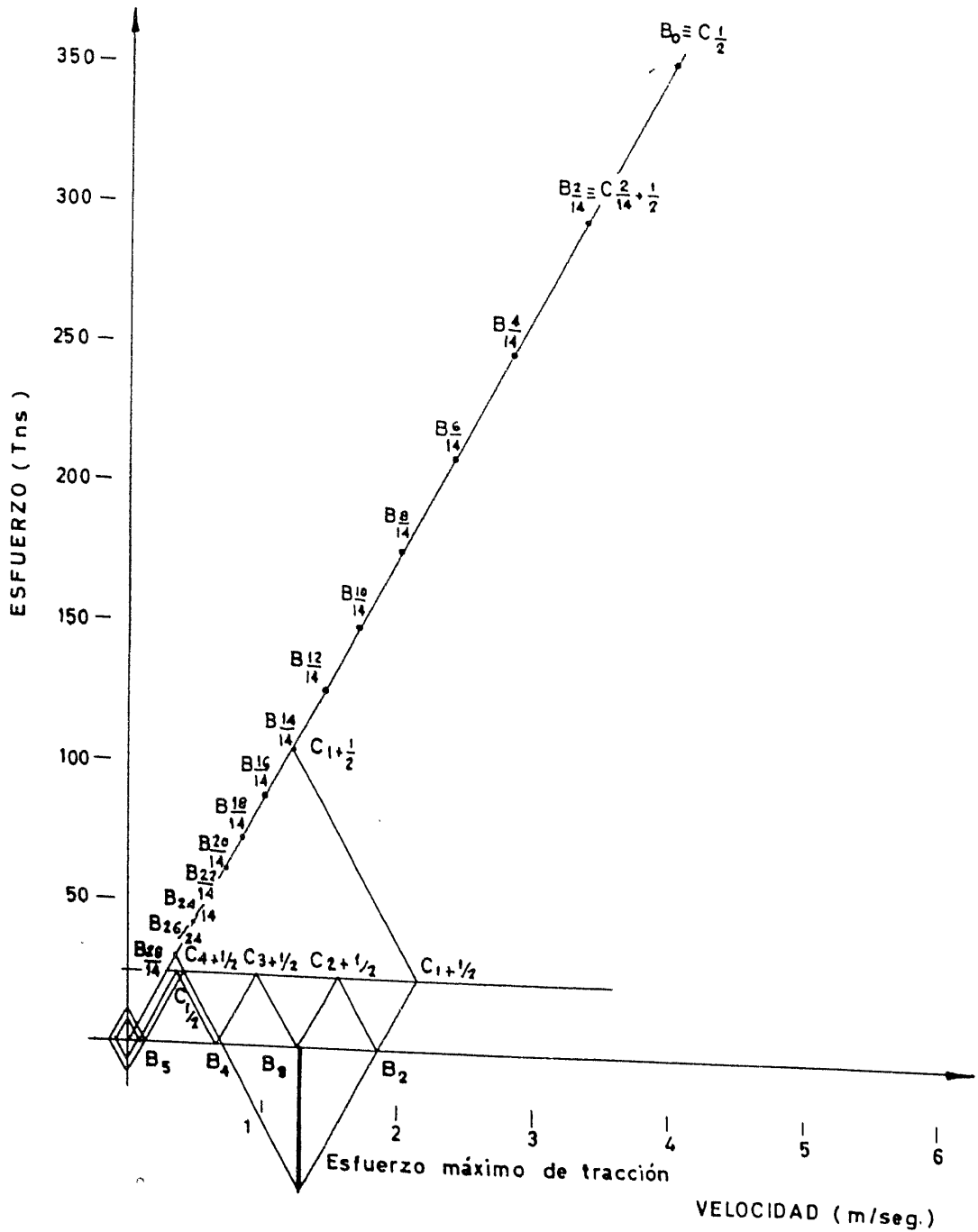


Figura 29.

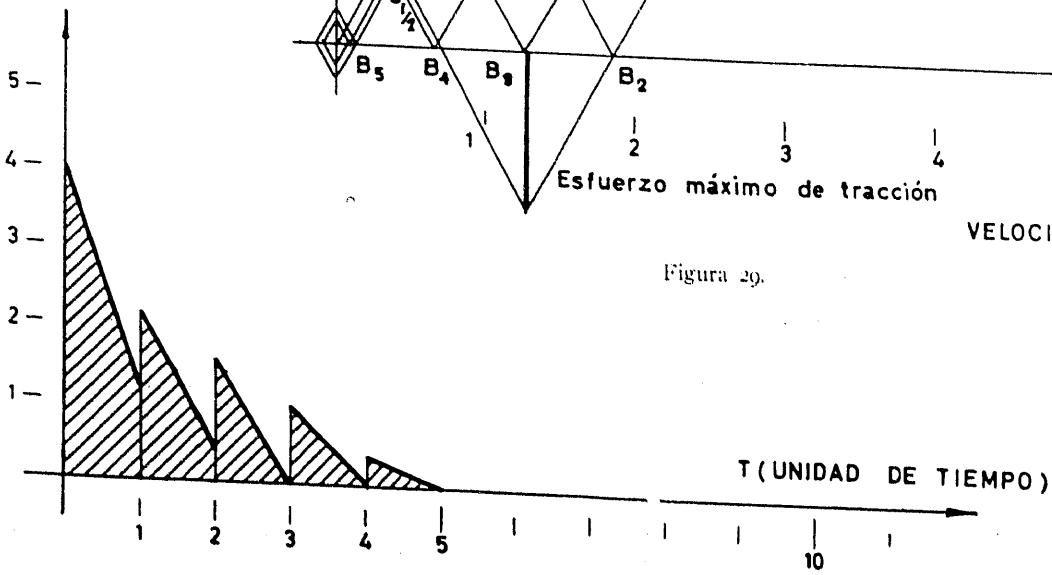


GRAFICO DE VELOCIDADES - TIEMPOS DEL PUNTO C PARA $L=1/2 L$.

Figura 30.

define el rechazo que sufre el pilote en este caso. Finalmente, en las figuras 31 y 32 vuelve a repetir el gráfico para una longitud de pilote hincado de $l = \frac{3}{4} L$. Con estos datos ya podemos dibujar la curva de rechazos-longitud de pilote hincado, que viene representado en la figura 33 y que nos definirá, juntamente con la deducida en

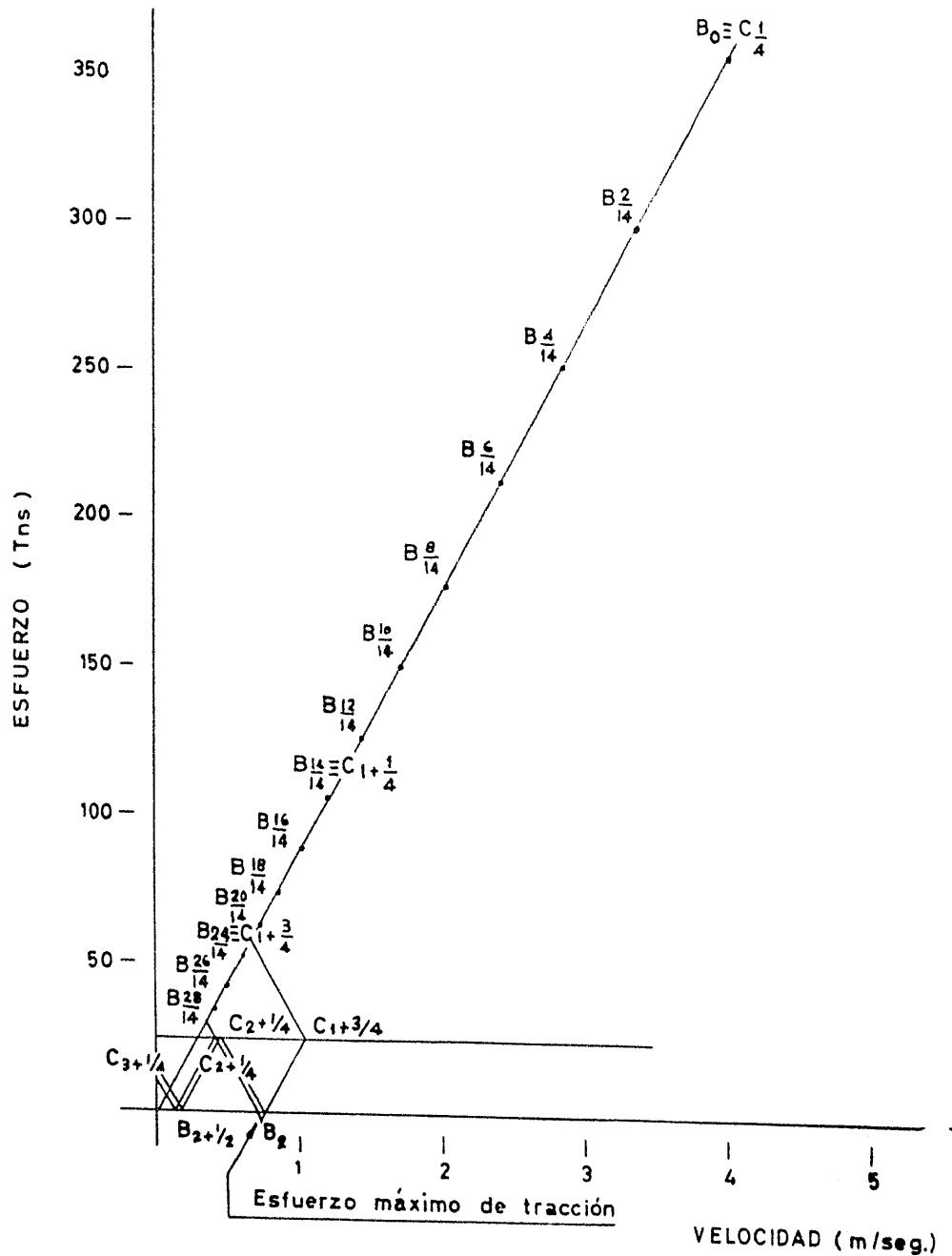


Figura 31.

la hinca sobre el terreno, la longitud necesaria de pilote que habrá que hundir en el terreno para que la resistencia a la penetración sea la exigida, al mismo tiempo que nos define el instante en que habremos de detener la hinca del pilote.

Con esto dejamos resuelto también el caso de resistencia por el fuste en lo que

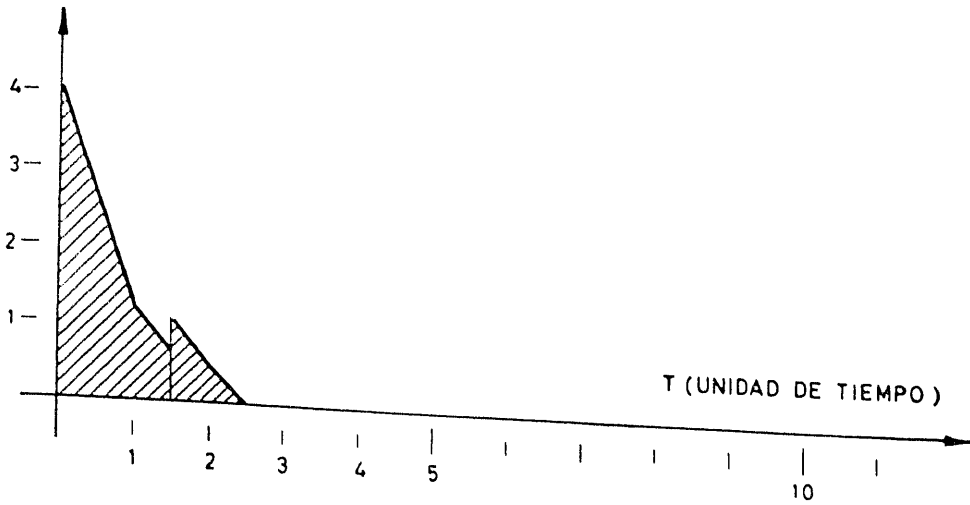


GRAFICO DE VELOCIDADES - TIEMPOS DEL PUNTO C PARA $L = 3/4 L$

(Rechazo $h = 3,62 \times 0,00518 = 0,019 \text{ m}$)

Figura 32.

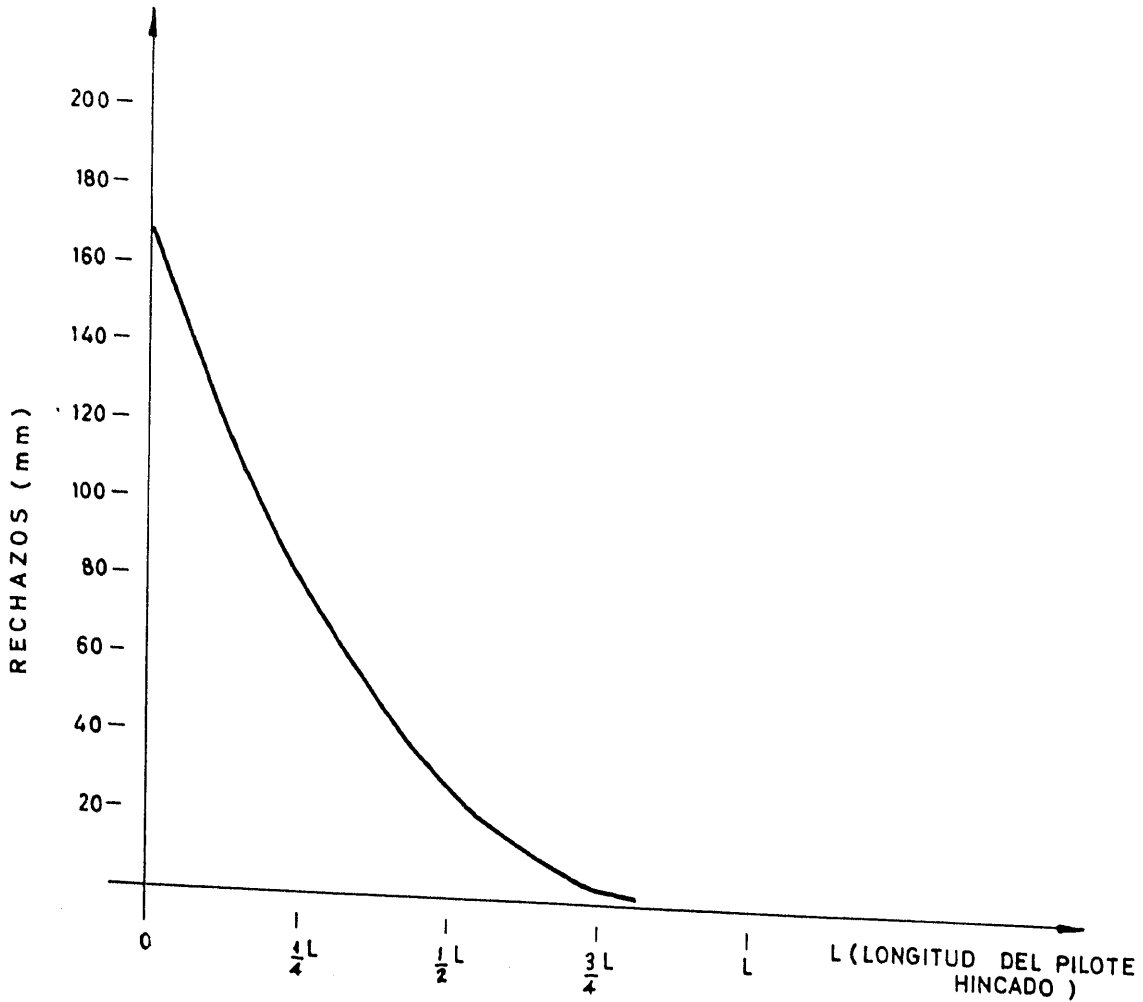


Figura 33.

a rechazos se refiere. En cuanto a los esfuerzos que se producen en la hincas, como se puede ver en el gráfico, los de compresión alcanzan siempre el mismo valor máximo que viene dado por B_0 , mientras que el máximo esfuerzo de tracción va disminuyendo según va aumentando la longitud de pilote hincado en el terreno, de tal forma que a partir de $l = \frac{3}{4} L$, casi desaparece el esfuerzo de tracción.

Finalmente, y como resumen de lo escrito, podemos afirmar que con este método se puede resolver con toda la exactitud que requiere el caso, la determinación del rechazo para una resistencia portante determinada, aun teniendo en cuenta los sombreretes, pero de los ejemplos realizados se deduce su escasa influencia en el rechazo. También resuelve totalmente el caso de hincas de pilotes con sombreretes, cosa que no resuelven ninguna de las fórmulas empleadas hasta ahora. Asimismo, se puede determinar, por otra parte, todos los esfuerzos que se producen en la hincas y, por último, y debido al completo conocimiento del fenómeno, el coeficiente de seguridad a aplicar con este método se puede reducir a dos, lo cual representa una considerable ventaja sobre el resto de las fórmulas que se emplean para la determinación del rechazo.
