

¿QUE ES LA INVESTIGACION OPERATIVA?

Por JOSE MARIN TOYOS

Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos.
De la Academia de Doctores de Madrid.

En el número de diciembre último de la REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS se hace una referencia a la Investigación Operativa relacionada con la colaboración que le pueden prestar las calculadoras electrónicas. Que yo sepa, es la primera vez que se cita esta interesante técnica. Es lo que me ha movido a tratar de definir lo que es y a dar una idea de algunos de los métodos que utiliza en sus investigaciones.

Una definición.

Siempre es difícil definir una disciplina; lo lógico sería deducirla después de conocida a fondo; pero si, además, se trata no de una disciplina, sino de una técnica nueva en pleno desarrollo, que por añadidura reclama para cumplir sus fines la colaboración de otras tan diversas que van desde las matemáticas hasta las biológicas y las sociales, la dificultad de definir la Investigación Operativa es casi insuperable, y exige para que tenga sentido hacer comentarios sobre su contenido.

Aristóteles en el libro primero de su *Metafísica* dice:

La ciencia soberana, la ciencia de las ciencias, aquella que no conoce subordinación, es la que sabe el "porqué" hay que hacer algo. Ese "porqué" es el bien de cada ser; tomado en general, es lo mejor entre todo el cómputo de seres.

Si se aplica esta sentencia aristotélica a la Investigación Operativa se podría decir que pretende explicar cómo, pero no dice el porqué de la investigación de las operaciones. Este "porqué" permanecerá como la más bella de las preguntas que se harán los hombres, y ciertamente no será la Lógica quien proporcione la respuesta.

En la segunda guerra mundial — donde surgió la Investigación Operativa para resolver cuestiones militares exclusivamente —, los aliados descubrieron que un poco de álgebra les permitía utilizar más inteligentemente el radar que acababan de descubrir a costa de cuantiosos gastos, y que con el cálculo de probabilidades se podrían organizar convoyes de buques menos vulnerables a los submarinos alemanes, y entonces surgió la curiosa definición de que "la Investigación Operativa existe cuando un Premio Nobel trabaja con el General en Jefe".

El Congreso Internacional de Investigación Operativa celebrado en Oslo en 1957, dedicó una sesión entera a discutir su definición, sin que se llegase a un acuerdo. El Presidente de la Sociedad Francesa de Investigación Operativa, escribía no hace mucho tiempo: "... y por qué no reconocer que no se sabe lo que es porque no se ha estudiado ella misma?"

Pero después de esta época de hace ocho o diez años, aunque los investigadores tampoco se hayan estudiado a sí mismos por falta de tiempo, han trabajado tanto y con tanto éxito en diferentes campos y ambientes, que los resultados obtenidos per-

NOTA. — Las referencias numéricas están relacionadas con la bibliografía final.

miten abordar una definición de la Investigación Operativa con menos escrúpulo que hace poco tiempo, aunque pueda parecer infinitamente ambiciosa o infinitamente modesta; es esta.

La Investigación Operativa tiene por objeto la preparación de las decisiones que incumben a una autoridad responsable, mediante la utilización de medios científicos, en donde la matemática tiene un lugar destacado y las disciplinas científicas más variadas pueden prestar una valiosa colaboración; la autoridad aludida puede ser la dirección de una empresa o la de un organismo administrativo.

Para quien no haya tenido ocasión de conocer su desarrollo o de tener alguna noticia sobre la materia, esta definición es insólita; otros, la encontrarán demasiado ambiciosa porque comprende toda clase de empresas y, además, la Administración en su más amplio sentido; pero hay que considerar que una buena parte de la actividad de los hombres está dedicada a preparar las resoluciones de los jefes respectivos, y esto entra de lleno en el cuadro de la Investigación Operativa, y que si se utilizan los recursos que pueden proporcionar, la labor será mucho más eficaz.

Las decisiones ⁽¹⁾.

Cuando una ama de casa va al mercado a comprar fruta o a una tienda a adquirir una tela, tiene que tomar una decisión entre la mercancía que le ofrecen y las necesidades que quiere satisfacer con la compra, pero antes de decidir puede palpar, sopesar, juzgar de la calidad o del color y hasta probarla, si se trata de la fruta, y cuando por fin toma la decisión es porque está fundada en una apreciación directa, experimental, de las consecuencias de su elección.

La mayor parte de nuestras decisiones diarias se pueden tomar con la misma sencillez y seguridad en las consecuencias ulteriores, que lo hace el ama de casa en las suyas. Pero cuando se trata de un jefe de empresa que con mucha frecuencia tiene que decidir ⁽²⁾ sobre compras, o sobre ventas, o sobre inversiones financieras, no puede poner a prueba sus decisiones sin correr un riesgo u ocasionar una demora, y, sin embargo, necesita tener una orientación de las consecuencias que puede acarrear una decisión antes de tomarla; precisa también de una valoración de las consecuencias de sus resoluciones, a veces lejanas y rara vez evidentes; ha de tener en cuenta los datos técnicos imprescindibles, pero a la vez cuanto se refiera a los costes y acaso los límites de su mercado, las reacciones de la competencia, las repercusiones psicológicas y sociales.

Evaluar todo esto es muy complicado; hay que acudir a ciertas simplificaciones para que el problema sea abordable aunque se pierda exactitud, pero sin olvidar que se requiere un cierto rigor. A pesar de su complejidad es indispensable acometer un estudio de esta índole, si se pretende que la decisión adoptada tenga algo de racional y nada de empirismo.

Para conseguirlo se recurre al estudio de un modelo científico ^(*) de la cuestión, y después se calculan con él las diferentes soluciones posibles con enunciación de las ventajas e inconvenientes que cada una presente. Este es precisamente el objeto de la Investigación Operativa.

^(*) Modelo científico es una representación matemática de los conceptos de información utilizados al enfocar el problema, con vistas a la previsión o al control. Su misión es permitir la determinación de cómo influye la modificación introducida en una o varias partes de la entidad representada en las demás partes o en el conjunto de la misma entidad.

Surge inmediatamente la objeción de que el cálculo que se practica habitualmente maneja sólo conceptos cifrables y que ahora se pretende dar esta representación a todos los elementos que intervienen en el estudio de una decisión, y como muchos no la admiten, el problema tendrá que sufrir mutilaciones graves que harán perder eficacia a su solución.

Esta objeción llena de lógica, requiere aclarar y precisar que en Investigación Operativa la palabra *cálculo* tiene un sentido muy amplio y que los matemáticos han aprendido a manejar elementos distintos de los números ordinarios; utilizan en sus teorías y en sus cálculos conceptos más refinados, o al contrario más groseros, que los de la aritmética elemental; las enseñanzas del álgebra moderna y de la teoría de las probabilidades, han abierto o desarrollado campos de aplicación que rebasan las técnicas tradicionales; estas aplicaciones se han extendido hasta las disciplinas calificadas de sociales o de humanas⁽⁶⁾.

De lo anterior resulta que al emplear la palabra *matemática* no hay que pensar en lo que se aprendía en el Instituto, ni tampoco en la Escuela especial; bajo una pluma moderna, esa palabra cubre todo lo que se desprende de una lógica rigurosa y consciente; el lenguaje y las notaciones habituales de los matemáticos no son otra cosa que un soporte cómodo para los conceptos lógicos.

Dificultades de esta clase de investigación.

Las dificultades que se le presentan al investigador son múltiples, pero también tiene a su alcance métodos que vienen en su ayuda para resolverlas. No es cuestión de inventariar de manera exhaustiva unas y otros, sólo haremos mención, para formar un criterio de lo que es la Investigación Operativa, de las dificultades originadas por la *complejidad, los encadenamientos, la incertidumbre y las oposiciones*.

La complejidad.

La complejidad es una característica de los problemas de decisión, aunque se haya conseguido esquematizarlos al máximo. Basta considerar el problema del viajante de comercio⁽⁵⁾ que tiene que visitar varias poblaciones con un itinerario tal, que el recorrido sea mínimo. Se trata de definir este itinerario óptimo, problema que no requiere más datos que las distancias entre las poblaciones que se encuentran en cualquier guía de ferrocarril o plano de carreteras. El método a seguir es evidente: ensayar todos los itinerarios posibles y después escoger el más corto; esto es muy sencillo, pero si el número de plazas en las que tiene que trabajar el viajante es, por ejemplo, 32, resulta que los itinerarios a ensayar es factorial de 32, que es un número de 30 cifras, lo que está fuera del alcance de los calculadores más potentes. Para salvar esta enorme complejidad, hay que pensar en otro medio de selección suficientemente eficaz para eliminar rápidamente la mayor parte de los posibles itinerarios.

Un problema de esta índole se le presentó a Electricité de France⁽⁷⁾ (entidad estatal procedente de la nacionalización de la industria eléctrica privada) cuando abordó el programa general de instalaciones eléctricas para satisfacer eficazmente la demanda nacional con una inversión mínimo. Tuvo que decidir la mejor so-

lución entre varias docenas de proyectos que comprendían la energía hidráulica, la térmica y la ya instalada.

El problema planteado ⁽⁶⁾ es de una enorme complejidad, pero se pudo resolver empezando por establecer simplificaciones permitidas por la agrupación de soluciones suficientemente semejantes, determinando después las incógnitas (volumen de cada categoría de las centrales a construir) que habrían de verificar a un cierto número de ecuaciones y de inecuaciones (que expresan limitaciones físicas, incompatibilidades entre proyectos, condiciones sobrantes de energía, etc.), y estudiando la adecuada selección de incógnitas que permitan establecer una función económica que integre todos los gastos de construcción y de explotación, que es la que interesa hacer mínima; como todas las ecuaciones e inecuaciones eran lineales, el problema se transformó en un sistema de varias docenas de ecuaciones, con otras tantas inecuaciones, que representan las restricciones a que las incógnitas tienen que satisfacer y con un número semejante de éstas.

Así, el problema quedaba totalmente planteado, pero resultó un determinante de orden 100, y ¿quién es capaz de resolverlo, aun contando con las modernas calculadoras?

Sin embargo, los métodos que proporciona la *Programación lineal* ⁽⁴⁾ consiguieron hallar la solución con relativa facilidad con la colaboración de los cerebros electrónicos.

Los encadenamientos.

Toda decisión lleva consigo ciertos encadenamientos, que es otra de las dificultades que tiene que solventar el investigador. Por ejemplo, en materia de *stocks*, las decisiones que se vayan a tomar hoy pueden depender de lo que sea conveniente decir mañana, o la semana próxima o el mes que viene. La investigación económica tiene que tener en cuenta estos encadenamientos.

Para cierta clase de problemas existen ya modelos científicos estudiados y los métodos correspondientes, que están al alcance de cualquier investigador. Con ellos se puede organizar un almacén de régimen totalmente racional, alcanzando los beneficios que su estudio proporciona.

En esta clase de cuestiones las ecuaciones de recurrencia son las que permiten expresar los distintos encadenamientos y facilitar su resolución. La teoría de estas ecuaciones ha adquirido gran importancia en las enseñanzas matemáticas por su útil aplicación en el cálculo moderno.

Como el porvenir es poco conocido, la dificultad que se deriva de los encadenamientos es además inseparable de la que presenta la incertidumbre a la que nos referimos a continuación.

La incertidumbre.

Cuando se toma una decisión se hace con vistas a conseguir las mejores consecuencias: beneficio personal, ganancia para una empresa, mejor rendimiento laboral, etc. Pero los resultados de la decisión son generalmente futuros y pueden depender de la lluvia o del buen tiempo (mayor venta de paraguas o de estufas, o de frigoríficos, etc.), de la evolución de la renta nacional, de la moda, de la paz so-

cial o de una recesión económica en los Estados Unidos y de tantos otros factores, todos ellos aleatorios.

Que estos múltiples factores sean aleatorios significa que no se les puede asignar un estado futuro perfectamente determinado, pero sí se puede en muchos de ellos inventariar estadísticamente las situaciones pasadas y también es posible afectar a cada situación de una probabilidad, y entonces la decisión se puede tomar basándola en consideración de estas probabilidades que ponderan las posibles situaciones del porvenir.

Así se llega a calcular la *esperanza matemática* que es el valor medio de las consecuencias resultantes ponderadas por sus respectivas probabilidades.

Esta esperanza matemática es la que interesa conocer para investigar la decisión que puede ser óptima; se considera como la posibilidad más satisfactoria para resolver los problemas de decisión ante la incertidumbre, pues se ha comprobado que es el único método para evitar en cualquier circunstancia el riesgo de cometer incoherencias o contradicciones entre las decisiones, en apariencia de ser adoptadas.

El cálculo de probabilidades⁽³⁾, aunque lógicamente se pueda considerar solamente como un medio esquemático y hasta arbitrario, de representar en forma abstracta las situaciones de incertidumbre en que es frecuente encontrarse al tener que tomar una decisión, debe estimarse como el que mejor expresa una necesidad lógica. A pesar de estas cualidades, no se eliminan con su aplicación todas las dificultades que se presentan en la investigación, porque cuando se trata de decisiones económicas intervienen conceptos que no se pueden cifrar como son: prever riesgos de penuria, de quiebra de empresas, de reacciones humanas o sociales, etc., pero entonces se acude a la Estadística si las probabilidades de acontecimientos futuros pueden basarse razonablemente en conjuntos de observaciones pasadas.

Pero todavía se presentan casos más difíciles, como la incertidumbre sobre el porvenir de la energía nuclear, o sobre las consecuencias político-económicas, cuando no existen datos estadísticos en que fundar una probabilidad; no existe más información que las opiniones puramente subjetivas de los expertos cualificados, y entonces lo más aconsejable es renunciar al modelo probabilístico y acudir a otros recursos que pueden encontrarse.

Para estos casos los estadísticos han estudiado un método de selección bastante natural que consiste en aceptar la decisión que hace mínima las desviaciones máximas entre el resultado que se obtendrá con ella y las que se hubieran podido obtener con la ayuda de una previsión perfecta del porvenir. Este método se funda en el *principio del minimax*, que tiene mucha aplicación en la teoría de los juegos.

La oposición de intereses.

Cuando en los libros modernos se habla de la teoría de los Juegos — M. Guibaud califica de irrisorio este título —, no hay que pensar solamente en el estudio de los juegos de azar, aunque ciertamente sean la base de numerosos ejercicios en la enseñanza elemental del Cálculo de Probabilidades, sino en que esa teoría persiga con carácter general el análisis de las situaciones en que se encuentran adversarios con intereses opuestos y la investigación de la mejor manera de actuar. Si con esta teoría se han resuelto problemas complejos de juego, se concibe que pueda proporcionar buenos modelos científicos — todavía esquematizados, pero sometidos a

un tratamiento riguroso — para representar problemas de oposición como los que se plantean entre un comerciante y su clientela, entre las empresas concurrentes a una subasta, entre los dos beligerantes en una acción militar ⁽⁸⁾ y hasta entre colectividades, cualesquiera que sea su naturaleza y su importancia.

El caso más sencillo de la Teoría de los Juegos es el en que se analiza el comportamiento de una partida entre dos jugadores cuyos intereses son totalmente opuestos; lo que uno gana lo pierde el otro. Si existe la debida prudencia en cada jugada y si cada jugador puede suponer que su adversario sabe jugar, la investigación demuestra que existe siempre una regla que hace mínima la pérdida máxima que un jugador puede sufrir, lo que obedece al principio del minimax antes citado.

Pero la investigación no se limita a definir aisladamente la actitud que debe adoptar un jugador ante tal o cual situación, sino que antes de comenzar la partida determina todas las actitudes que deberá adoptar ante todas las circunstancias que se le pueden presentar durante el juego; es lo que se llama una *estrategia*, es decir, unas normas que definen totalmente el curso de la partida.

En los problemas de oposición — juegos — aparecen siempre las reacciones mutuas entre las decisiones, es decir, los encadenamientos, pero el análisis ha llegado a resolverlos totalmente en una amplia variedad de problemas.

Otro fenómeno a tener en cuenta en esta clase de investigaciones es la posible coalición entre jugadores; se adivina el interés que tiene la cuestión, pero todavía no se ha llegado en su estudio más que a una imagen grosera de a lo que puede llegar en la realidad y de las posibles deducciones aplicables a problemas económicos y también políticos y sociales.

La colaboración de otras disciplinas.

Quizá hayamos concedido demasiada importancia a los métodos matemáticos en la Investigación Operativa, pero obedece a que su empleo constituye en la actualidad la base principal de los éxitos alcanzados en las aplicaciones industriales.

Sin embargo, hay que tener en cuenta que sus métodos son puramente abstractos y obedientes a los factores que maneja la matemática en sus cálculos y para sus deducciones, y esto exige una acertada elección de los entes matemáticos que vayan a intervenir; para conseguir esto no basta la matemática, es preciso acudir a otras disciplinas hasta el límite que marca la frase que parece paradójica y no lo es más que en apariencia, de que un buen modelo depende de aquellos elementos que se *renuncia a hacerlos intervenir*. Es imprescindible la colaboración de especialistas en diversas materias y de aquí resulta la receta de que para conseguir buenos resultados de la Investigación Operativa hay que mezclar un matemático, dos físicos, un biólogo, tres ingenieros, un psicólogo...

Pero además de todo esto, hay que pensar que la finalidad que se persigue es la de preparar las decisiones que habrán de ser tomadas por hombres y para hombres; esta consideración aconseja que las ciencias humanas tengan también intervención en la elaboración de los modelos; desde ahora se podrían citar muchas realizaciones de investigación en las que las ciencias humanas han tenido intervención provechosa ^(9 y 10).

• • •

No se si habré conseguido mi propósito de dar una idea de lo que es la Investigación Operativa; la empresa es muy difícil por su complejidad, por sus vastísimas aplicaciones, por sus conceptos modernos que superan todo lo conocido, porque todavía, y a pesar de su espectacular desarrollo y de su amplia bibliografía, no ha plasmado en teorías concretas. Por lo menos, creo que mis cuartillas habrán despertado la curiosidad de algunos y servirán para poner de manifiesto los amplios horizontes que se le ofrecen y la esperanza que hay puesta en sus resultados.

B I B L I O G R A F I A

- (1) BROSS IRWIN, D. J.: *Design for Decision* (La concepción de las decisiones). University of Chicago Press, Chicago (1953).
 - (2) EDWARDS, W.: "The Theory of Decision Making (La teoría de las decisiones)". *Psych, Bull*, 51, núm. 4 (julio de 1954).
 - (3) FRY, T. C.: *Probability and Its Engineering Uses* (Las probabilidades y sus aplicaciones industriales). D. Van Nostrand and Co. New York.
 - (4) CHARNES, A.; COOPER, W. W., and ENDERSON: *An introduction to linear programming* (Introducción a la programación lineal). John Wiley and 30 n. New York (1953).
 - (5) THE TRAVELING: *Saleman Problem* (El problema del viajante de comercio). Operations Research for Management. The Johns Hopkins Press, Baltimore (1956).
 - (6) KAUFMANN: *Métodos y modelos de investigación operativa*, pág. 70. Editorial Continental, Méjico (1962).
 - (7) E. VENTURA: *Un ejemplo de Investigación Operativa a la determinación de un plan óptimo de producción de energía eléctrica por el método de Programación lineal*: Publicación de la Sociedad Francesa de Investigación Operativa, París (1955).
 - (8) CAYWOOD, T. E. and THOMAS, C. J.: "Application of Game Theory in Fighter Versus Bomber Combat" (Aplicación de la Teoría de los Juegos al combate entre el caza y el bombardero): *J. Opons, Res. Soc. Amer*, 3, núm. 4 (1953).
 - (9) ACKOFF, RUSEEL, L: *The Design of social Research* (La concepción de la investigación en las Ciencias Sociales). University of Chicago Press, Chicago (1953).
 - (10) ARROW, K. J.: *Mathematical Models in the Social Sciences* (Los modelos matemáticos en las Ciencias Sociales).
-