

EXPLANACION DE TERRENOS EN PARAJES DE TOPOGRAFIA INTRINCADA

Por JUAN J. GOMEZ-CORDOBES
HERNANDEZ

Ingeniero de Caminos

Con el presente trabajo, trata el Autor de descubrir, en plan de investigación, las posibilidades del Tramo Cantilever en proyectos de gran altura de rasante. Con los resultados obtenidos, los Projectistas encontrarán fácilmente el camino a seguir para obtener la solución armónica entre la seguridad, la rapidez y la economía.

I. Consideraciones preliminares.

A varios de los veintidós pueblos de la "Comunidad de Albarracín", todos ellos comunicados por Carreteras del Estado y por Caminos Vecinales Provinciales, les ocurre que durante el invierno se cierra el Puerto de Orihuela del Tremedal (Provincia de Teruel) por causa de fuertes y persistentes nevadas, permaneciendo mucho tiempo incomunicados. Según informes dados por los pueblos más intensamente afectados por tal situación y, por lo tanto, los más interesados en encontrar una solución, construyendo un camino vecinal entre los pueblos Villar de Cobo y Noguera de Albarracín, se completa un itinerario por el que se puede circular normalmente en todo tiempo, camino que fué estudiado pocos años después de nuestra última guerra de liberación. En la proximidad del segundo de los citados pueblos, comunicado por carretera del Estado, en la que termina el camino, empalmando en ella su trazado, existe un gran barranco que exige la construcción de un gran Viaducto (figura 1.ª), en el que jamás habían pensado los pueblos interesados.

A la salida del viaducto se halla Noguera de Al-

barracín, en una de las laderas del barranco, pueblo que tiene sus labores agrícolas, en gran parte, en la otra ladera del mismo, lo que desde tiempo inmemorial obliga a los vecinos a realizar un penosísimo recorrido por sendas surgidas en terreno sumamente escabroso con un fuerte descenso hasta cruzar el barranco y un fuerte ascenso hasta llegar a las mentadas labores agrícolas, y al terminar la jornada se repite el mismo recorrido en sentido inverso para regresar a sus hogares.

Cuando el Ingeniero fijaba la rasante del viaducto se hallaban presentes con el Sr. Alcalde de Noguera D. Francisco Aliaga, algunos vecinos del pueblo, y el Alcalde dijo: Si conseguimos construir esta obra se queda llano el término municipal. Fué un momento inesperado, y en las caras de los interesados presentes se observó una alta satisfacción. Como suele decirse, de un tiro se mataron dos pájaros: uno, previsto, el del aseguramiento de las comunicaciones cuando en el invierno se cierra con las nieves el citado Puerto, y otro, imprevisto, de altísimo interés para el vecindario de Noguera, el fácil acceso desde el pueblo al lugar en que se halla una gran parte de las labores agrícolas.

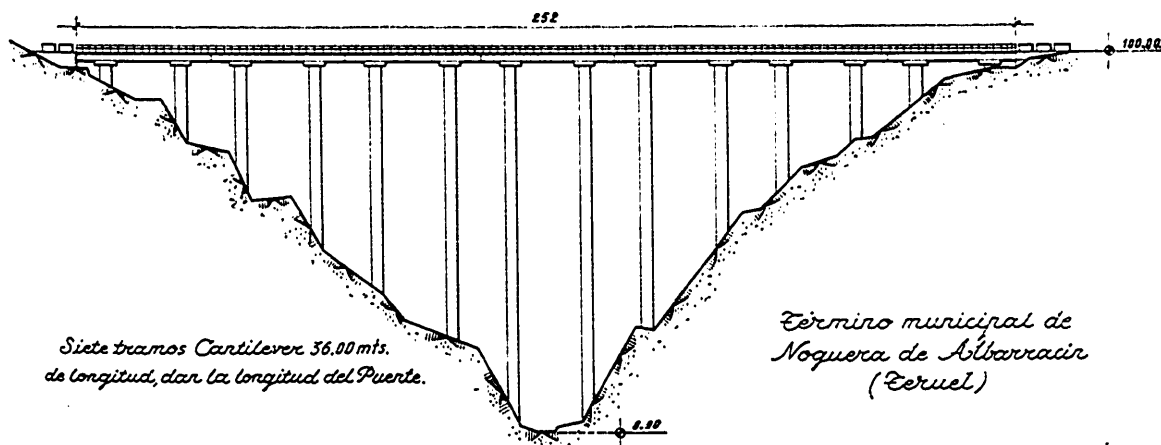


Fig. 1.ª. — Alzado del Viaducto Francisco Aliaga. Tercera solución.

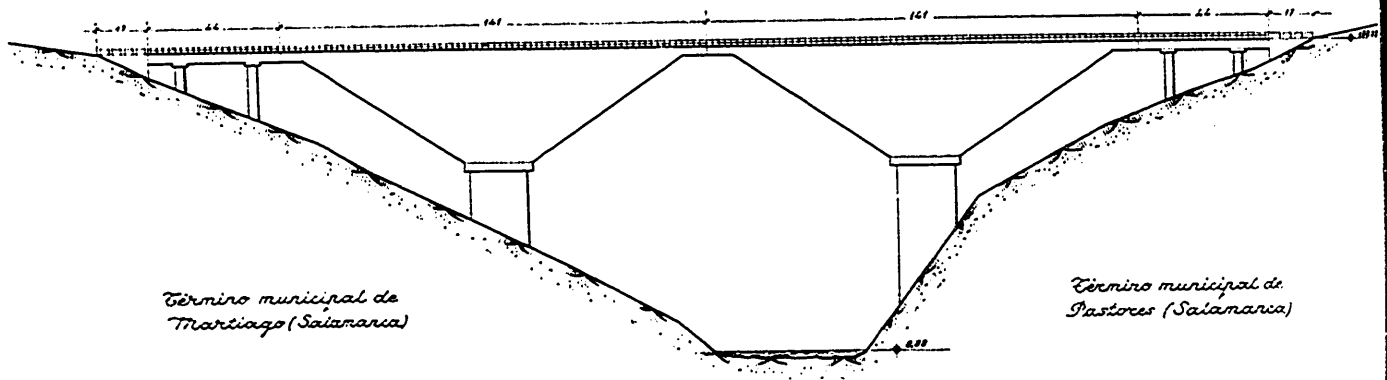


Fig. 2.^a. — Alzado del Viaducto del río Agueda. Cuarta solución. Longitud = 404 m.

Haciéndonos eco de las palabras pronunciadas por D. Francisco al contemplar la rasante dada al viaducto, hemos dado al presente trabajo el título que lo encabeza.

En todas las provincias existen pueblos que necesitan vencer o superar alguna dificultad o inconveniente. En la de Salamanca, el río Agueda limita los términos municipales de Pastores y de Martiago, río

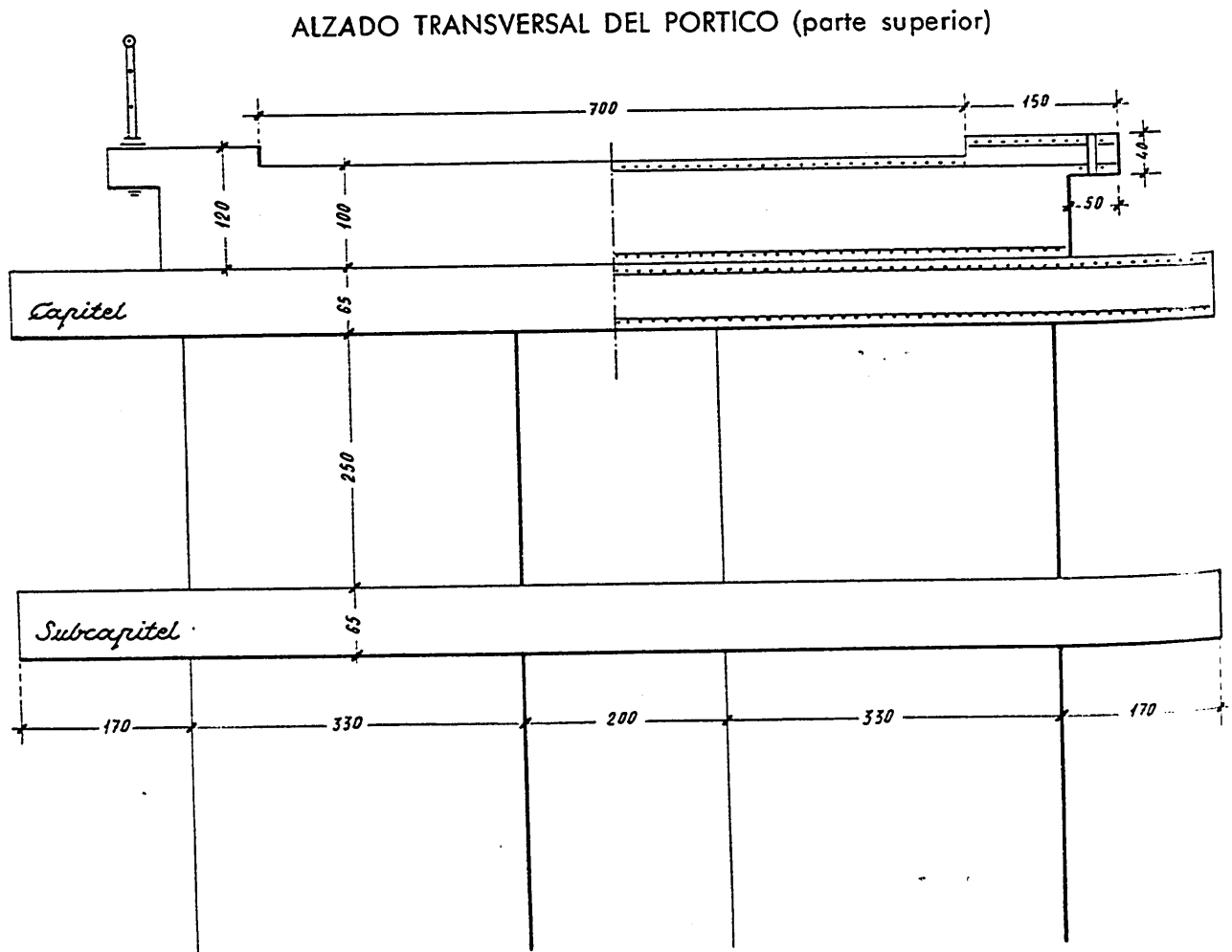


Figura 3.^a.

que es cruzado con un puente de baja rasante por el Camino Vecinal Provincial que los une, punto obligado para los pueblos citados y para otros de la misma provincia y de otras limítrofes. Las laderas del cauce del río son muy accidentadas en terreno de roca dura, muy costoso para la construcción de obras económicas. En una longitud de tres a cuatro kilómetros, el trazado del camino está integrado por alineaciones rectas y curvas de pequeña longitud con pendientes fuertes, algunas de ellas antirreglamentarias, pues hay que descender para cruzar más de cien metros y ascender después otros tantos. El tránsito por tal camino se hace con mucha dificultad, y los circulantes por el mismo recibirán una gran satisfacción cuando

tercera solución a base del pórtico Cantilever, en el que existe la ménsula. Siete tramos de 36 m. de longitud horizontal, integran la figura 1.^a, la longitud total del viaducto representado, 252 m. con altura de rasante de 100 m., alcanzada solamente por el tramo central.

Para reducir lo más posible el empuje del viento, se forma el tramo horizontal con una losa de 36 m. de longitud por 10 m. de anchura, con espesor de 1 m. en los siete metros centrales de la calzada y de 1,20 m. en las dos aceras de 1,50 m. de anchura cada una, con lo que el empuje del viento en la coronación se ha reducido a la mitad del que se obtenía con otras soluciones tanteadas. Por otra parte, el fuerte espesor

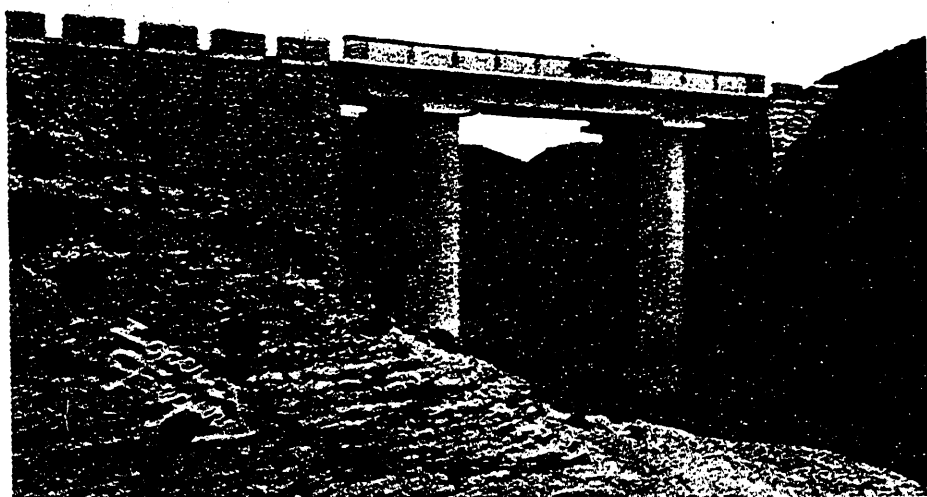


Figura 4.^a.

vean marcado el trazado de la variante que, sirviéndose de las Hojas del Instituto Geográfico y Estadístico, representamos en la figura 2.^a, a título de tanteo provisional. La obra de fábrica tiene una longitud de 404 m. con altura de rasante que fijamos en 100 m., aproximadamente. La circunstancia de estar emplazada la obra en la cola del embalse denominado del Agueda, la solución cuarta de la figura 2.^a puede ser conveniente. En los números de la REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS, correspondientes a los meses de marzo y agosto del año 1953, se publica un artículo titulado *Nuevo tipo de puente formado por ménsulas unidas en continuidad*, y a lo que entonces se dijo añadimos que la construcción de las ménsulas se funda en el empleo de encofrados que produzcan flecha despreciable, lo que se consigue con tensiones bajas de trabajo del material empleado en su construcción.

En el presente trabajo nos vamos a ocupar de la

de la losa está muy indicado para reducir el efecto térmico y la eliminación de armadura para resistir al esfuerzo cortante (fig. 3.^a).

Tenemos construidas obras de este tipo Cantilever (figs. 4.^a y 5.^a), que llevan de existencia treinta años, cuando el ingeniero llevaba unos doce años de ejercicio de la profesión dedicado al hormigón armado en Empresas Constructoras particulares y del Estado. Consultados los capataces encargados de la vigilancia y conservación de los Caminos Vecinales Provinciales, en los que se hallan situadas, han contestado que lo mismo que otras obras no mencionadas que fueron construidas con el mismo molde, se hallan todas en perfecto estado de conservación, como en el año que se terminaron, con anterioridad a la pasada guerra de liberación. La primera de ellas es conocida con el nombre de Puente de Alcaine (Teruel), sobre el río Radón, en el camino vecinal de Obón a Cor-

tes de Aragón. La segunda (fig. 5.^a) es conocida con el nombre local de Puente de Vinaceite (Teruel) sobre el río Aguas Vivas, en el camino vecinal de Vinaceite a la carretera de Azaila a Belchite, que lleva el número 631. Ambos están contruídos con hormigón armado y el mismo molde o encofrado, que siguió utilizándose para la construcción de otros puentes hasta que comenzó la guerra, durante la cual los tableros que lo integran pasaron a prestar servicio militar. El puente de Alcaine tiene una altura de 15 m. y sus pilas están huecas, siendo su longitud de 22 m., con distancia entre ejes de pilas de 12 m. y ménsulas de 5 m. desde dichos ejes. El puente de Vinaceite está formado por dos tramos idénticos al anterior de Alcaine y, por lo tanto, con longitud de 44 m. con pilas macizas por tratarse de un río torrencial y de ser su estructura muy ligera, de poco peso. Los planos de estas obras desaparecieron: recuerdo que el forjado tenía 10 ó 12 cm. y el espesor de vigas de 20 a 25 cm., y que los efectos térmicos no se tomaron en consideración, encontrándose los tres tramos de los puentes citados, a los treinta años de su construcción, en perfecto estado de conservación, sin haber exigido ninguna reparación.

Dimensionamiento de los tramos. — Primeramente vamos a exponer la marcha seguida en los comienzos, faltos de experiencia, para todos los puentes contruídos hasta el presente con anterioridad a la pasada guerra y seguidamente la que proponemos para los que se construyan en lo sucesivo, como más ventajosa desde los puntos de vista constructivo y económico.

Esquemáticamente representamos el tramo por una horizontal y dos verticales (fig. 6.^a).

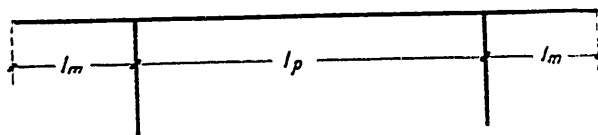


Figura 6.^a.

El tablero está integrado por la parte central entre pilas de luz l_p y por las ménsulas de luz l_m . Para el cálculo de luces, la longitud total del tramo es:

$$L = l_p + 2 \cdot l_m.$$

La longitud efectiva del tramo, materializando las pilas será, designando por x el ancho de pila en su coronación, variable en cada caso:

$$L' = l_p + 2l_m + 2x.$$

Para todos los puentes contruídos en la provincia de Teruel, de este tipo, con anterioridad a la pasada guerra (figs. 4.^a y 5.^a), entre las luces se cumplen las siguientes condiciones:

$$\left. \begin{aligned} L &= l_p + 2 \cdot l_m \\ 1/2 l_m &= 1/12 l_p \end{aligned} \right\} \begin{aligned} l_m &= \frac{l}{\sqrt{6}} l_p \\ L &= (2 + \sqrt{6}) l_m \end{aligned}$$

$$l_m = \frac{L}{2 + \sqrt{6}};$$

$$l_p = \frac{\sqrt{6}}{2 + \sqrt{6}} L.$$

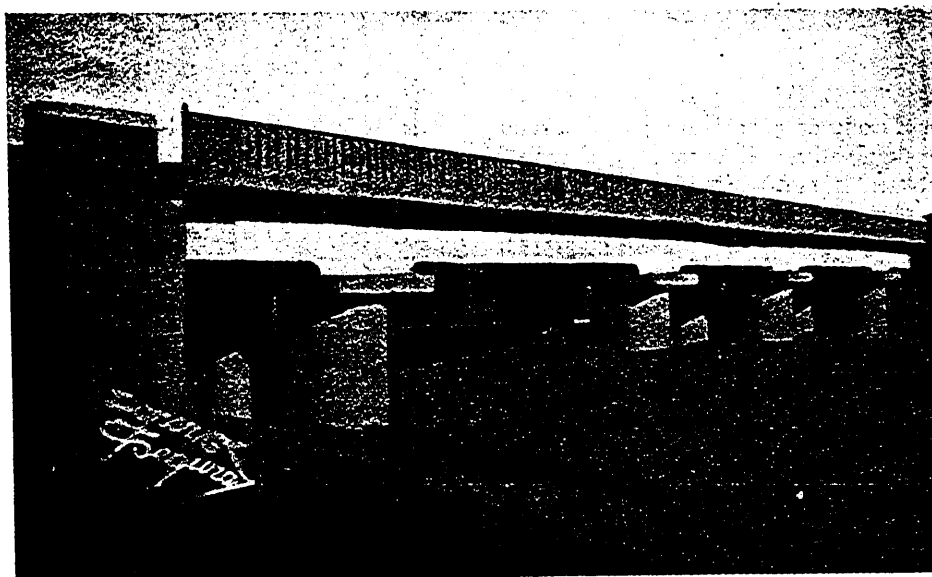


Figura 5.^a.

En un tramo de luz L simplemente apoyado en sus extremos, el momento flector máximo tiene lugar solamente en la sección central y designando por q una carga total uniforme que englobe el peso muerto y la sobrecarga, su valor es dado por la expresión $1/8 q \cdot L^2$.

En el tramo Cantilever, que acabamos de dimensionar, el momento flector máximo es dado por una de las dos expresiones idénticas:

$$1/2 q \cdot l_m^2 ; 1/12 q \cdot l_p^2 ,$$

y tiene lugar en los extremos del trozo entre pilas de luz l_p , existiendo dos secciones dobles con el mismo momento flector máximo negativo por ser cada una de ellas sección del trozo central y de la ménsula correspondiente, secciones que se separan a la distancia x al materializar las pilas con un capitel, resultando que en el tramo de longitud $L' = l_p + 2 \cdot l_m + 2 \cdot x$ existen cuatro secciones con el mismo momento flector máximo negativo.

Los dos momentos flectores máximos anteriores guardan la relación:

$$\frac{1/8 q \cdot L^2}{1/12 q \cdot l_p^2} = 3/2 \left(\frac{2 + \sqrt{6}}{6} \right)^2 = 1,5 \left(\frac{4,45}{2,45} \right)^2 = 1,5 \cdot 1,8^2 = 4,85, \quad [a]$$

siempre que los dos tramos tengan la misma sección transversal, menos, naturalmente, el peralte de las vigas, porque entonces los dos tramos tienen común las aceras con su sobrecarga y barandillas y el piso con el afirmado de la calzada, siendo variables en sentido inverso el peso de las vigas y la sobrecarga de la calzada, resultando la suma de estas dos variables, iguales en los dos tramos, muy aproximadamente con los trenes definidos en las normas dadas por la Jefatura de Puentes y Estructuras, y si se quiere se pueden poner al unísono como si se tratase de dos instrumentos musicales.

Si en vez del empotramiento $1/12$ tomamos el $1/16$, menor que el anterior, este momento máximo negativo es de igual valor absoluto que el correspondiente momento máximo positivo en el centro entre pilas, mejora notablemente el aprovechamiento de los materiales por encontrarnos en el Cantilever con cinco secciones en la longitud total L' , en las que los momentos flectores son máximos iguales en valor absoluto, cuatro negativos y uno positivo: $1/8 - 1/16 = 1/16$, y rehaciendo los cálculos anteriores se tiene:

$$L = l_p + 2 \cdot l_m \quad \left\{ \begin{array}{l} l_m = \frac{1}{\sqrt{8}} l_p \\ L = (2 + \sqrt{8}) l_m \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} l_m = \frac{L}{2 + \sqrt{8}} \\ l_p = \frac{\sqrt{8}}{2 + \sqrt{8}} L \end{array} \right. \\ 1/2 l_m^2 = 1/16 l_p^2$$

Los dos momentos máximos en el tramo simplemente apoyado y en el Cantilever, guardan en este segundo caso la siguiente relación.

$$\frac{1/8 q \cdot L^2}{1/16 q \cdot l_p^2} = 2 \left(\frac{2 + \sqrt{8}}{\sqrt{8}} \right)^2 = 2 \left(\frac{4,83}{2,83} \right)^2 = 2 \cdot 1,73^2 = 5,84. \quad [b]$$

Comparando los valores de l_m y l_p en los dos casos considerados, se observa que la luz de las ménsulas es menor en el segundo caso, lo cual es favorable a los efectos de la flecha, y como también resulta favorable el mismo segundo caso a la economía de materiales, lo que se descubre por las relaciones [a] y [b], debemos descartar la primera forma de dimensionar y adoptar en lo sucesivo la segunda.

Al existir en el Cantilever cinco secciones en la longitud L' con el mismo momento flector máximo, en valor absoluto, está indicado el empleo de la armadura simétrica con barras enteras rectas, sin dobladuras, lo cual también es una ventaja constructiva muy estimable, así como desde el punto de vista de la variación térmica: barras rectas mejor que con dobladuras, con lo que, además, se elimina una parte importante de mano de obra en preparación de armaduras.

La consideración del esfuerzo cortante también es favorable al Cantilever, y como además no necesita de aparatos de dilatación, es el puente silencioso por excelencia.

Al haber economía en los materiales, el puente Cantilever, con su estructura más ligera, exige cimentación más económica.

Podíamos haber titulado este artículo:

El huevo de Colón en el puente Cantilever.

El viaducto que estamos considerando, integrado por siete tramos Cantilever de 36 m. de longitud, lo dimensionamos con las expresiones del segundo grupo, que nos han conducido a la relación de momentos flectores máximos dada por la expresión [b]. La dimensión de los capiteles, que no aparece en la figura 3.^a, es de 6 m., que es la que tenemos que considerar al determinar el empuje del viento.

La longitud total del tramo resulta ser:

$$L' = l_p \times 2 l_m + 2 \cdot 6 = 36 \text{ m.} = 24 + 12.$$

Cada pila está terminada en la parte superior por un capitel rectangular, cuya dimensión en el sentido de la longitud de la obra es 6 m., siendo 12 m. la otra dimensión transversal y 0,65 m. el espesor o altura. Los dos capiteles de un tramo de 36 m. suman 12 m., y restándolos en la expresión anterior queda la longitud:

$$L = l_p + 2 l_m = 24 \text{ m.}$$

Con la aproximación de la regla de cálculo determinamos l_p y l_m empleando las fórmulas del segundo de los casos considerados:

$$l_p = \frac{\sqrt{8}}{2 + \sqrt{8}} 24 = \frac{2,83}{4,83} 24 = 14,10; l_m = \frac{24}{4,83} = 4,97 \text{ m.}$$

Redondeando $l_p = 14$ m. por defecto y $l_m = 5$ m. por exceso.

Naturalmente, con el redondeo se altera algo la igualdad de momentos fundamental, lo que no debe

y 8.^a), por lo que la figura 3.^a puede servir en los dos casos.

Vamos a parangonar los dos tipos de pila indicados, ocupándonos en el presente artículo solamente de la primera: sección maciza (fig. 7.^a), tomando en la figura 3.^a los datos que necesitemos para superficializar y cubicar:

Cubo del capitel = $6 \cdot 12 \cdot 0,65 = 46,800 \text{ m}^3$.

Cubo pila entre capiteles = $(5,3 \cdot 3,3 + 1,65^2) 2,5 = 26,043 \cdot 2,5 = 65,108 \text{ m}^3$.

Cubo del subcapitel = $6 \cdot 12 \cdot 0,65 = 46,800 \text{ m}^3$.

Cubo resto pila = $26,043 (100 - 2 \cdot 2,5) = 26,043 \cdot 95 = 2\,474,085 \text{ m}^3$.

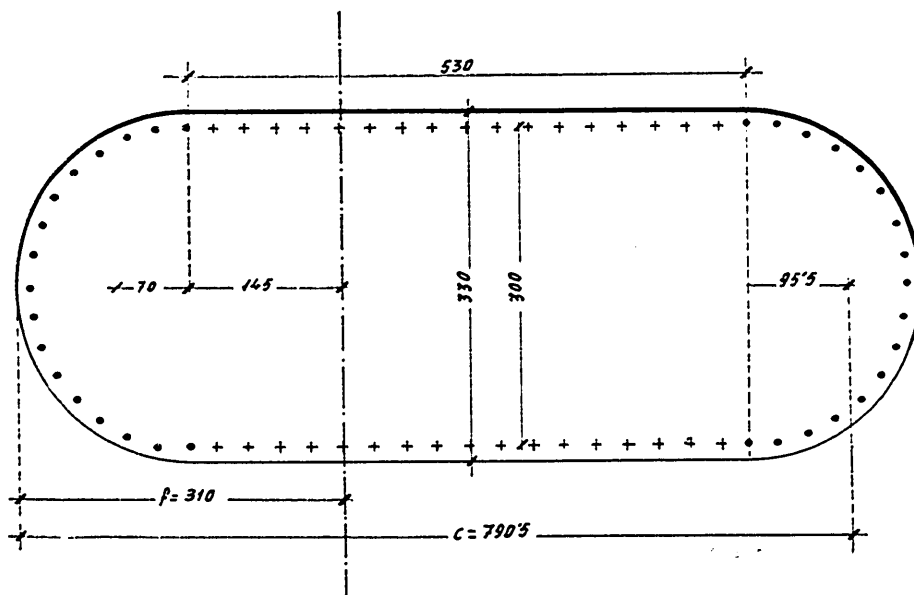


Fig. 7.^a.— Sección horizontal, pila maciza.

preocuparnos porque con error favorable a la estabilidad tomamos el mayor de los dos, que es el correspondiente al redondeo por exceso, o sea el de la luz $l_m = 5$ m.

II. Estabilidad estática de la obra por lo que se refiere a la acción del viento.

En honor a la brevedad vamos a considerar solamente el tramo de mayor altura de rasante el central, con altura de 100 m. Los seis restantes solamente difieren en la altura de pilas, teniendo todos la misma longitud de 36 m.

Las figuras 7.^a y 8.^a representan secciones horizontales de dos tipos de pila: la primera, maciza en toda su altura, termina en su coronación igual que la segunda, compuesta con elementos circulares (figs. 3.^a

Resumiendo, resulta el cubo de una columna completa:

Cubo del capitel	46,800 m. ³
» pila entre capiteles	65,108 »
» del subcapitel	46,800 »
» resto de la pila	2 474,085 »
Total	2 632,793 "

Peso de una pila = $2632,793 \cdot 2500 = 6.581.983 \text{ Kg.}$

Momento estabilizador = $6\,581.983 \cdot 8,6/2 = 28.302.527$ metros-Kg.

El momento volcador del viento de 200 Kg./m.², lo determinamos seguidamente:

Empuje viento sobre capitel = $6 \cdot 0,65 \cdot 200 = 780 \text{ Kg.}$

Momento correspondiente = $780 (100 - (1,20 + 0,65/2)) = 780 \cdot 98,475 = 76811 \text{ m.-Kg.}$

Empuje viento pila entre capiteles $= 2/3 \cdot 3,3 \cdot 2,5 \cdot 200 = 910$ Kg.
 Momento correspondiente $= 910 (100 - (1,85 + 2,5/2)) = 910 \cdot 96,9 = 88179$ m.-Kg.
 Empuje sobre el subcapitel $= 780$ Kg.
 Momento correspondiente $= 780 (100 - (4,35 + 0,65/2)) = 780 \cdot 95,325 = 74354$ m.-Kg.
 Empuje viento resto pila $= 2/3 \cdot 3,3 \cdot 1 \cdot 200 = 440$ kilogramos/ml.
 Momento correspondiente $= 1/2 \cdot 440 (100 - 5)^2 = 1985500$ m.-Kg.

Resumiendo se tiene:

Capitel	76811 m.-Kg.
Pila entre capiteles	88179 »
Subcapitel	74354 »
Resto pila	1 985500 »
Momento volcador viento.	2 224844 »

Relación de momentos $M_e/M_v = 28 302527/2 224844 = 12,7$.

Veamos el valor que toma esta relación cuando la obra esté terminada y sin sobrecargas. Al peso obtenido anteriormente para una pila, le sumaremos el peso de media losa (fig. 3.^a), con el peso correspondiente del afirmado de la calzada:

Cubo de media losa calzada $= 36/2 \cdot 7 \cdot 1 = 126,000$ m. ³	
Idem id. id. aceras $= 18 \cdot 3 \cdot 1,2 = 64,800$ »	
Suma	190,800 »
Peso de media losa	$190,800 \cdot 2500 = 477000$ Kg.
Idem de medio afirmado..... $= 18 \cdot 7 \cdot 400 = 50400$ »	
Suma	527400 »

Peso estabilizador anterior $= 6 581983$ Kg.
 Suplemento $= 527400$ »
 Peso estabilizador total $= 7 109383$ »

Momento estabilizador: $M_e = 7 109383 \cdot 8,6/2 = 30 570347$ m.-Kg.

Al momento volcador obtenido anteriormente añadiremos el correspondiente a media losa con la altura 1,20 m.:

$M_v = 2 224844 + 18 \cdot 1,20 \cdot 200 \cdot 99,4 = 2 224844 + 429408 = 2 654252$ m.-Kg.

Relación de momentos:

$$\frac{M_e}{M_v} = \frac{30,570347}{2,654252} = 11,6.$$

III. Estabilidad elástica de la obra por lo que se refiere a la acción del viento.

En el presente artículo vamos a considerar solamente la sección maciza representada en la figura 7.^a, con armaduras simétricas formadas con barras del mismo diámetro e igualmente separadas, situadas en dos semicircunferencias del mismo radio $\rho = \lambda R$, siendo $\lambda < 1$; R el radio exterior y $D = 2R$; $d = 2\rho$ los diámetros correspondientes. La distancia entre los centros de las dos semicircunferencias la designamos por a . Cada una de las dos armaduras α puede ser de tracción o de compresión, según sea la dirección del viento, por lo que deben de ser idénticas, resultando simétricas con relación a la paralela al diámetro D , trazada por el centro de la figura. El centro de gravedad de cada una de las dos armaduras α se encuentra sobre los diámetros perpendiculares correspondientes a la distancia de sus respectivos centros dada por la expresión $z\alpha = 2\rho/\pi$, diámetros que, prolongados, se superponen formando el eje longitu-

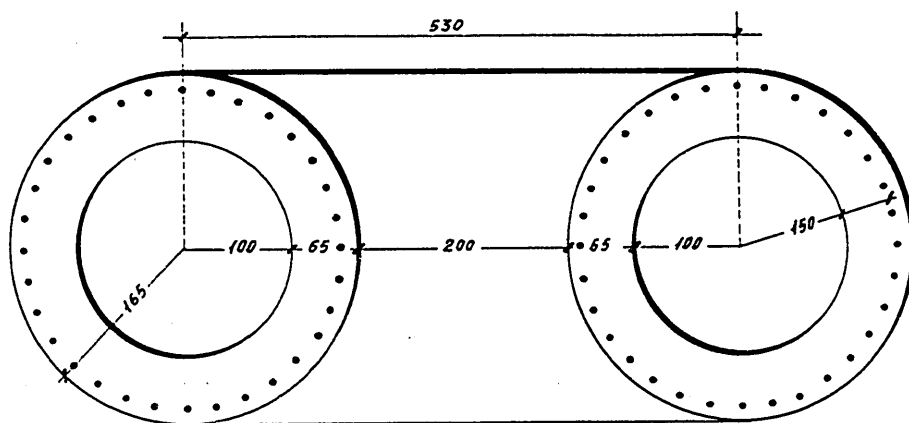


Fig. 8.^a — Sección horizontal, pila aligerada.

dinal de la sección, sobre el que se cuenta el canto útil de la sección $c = R + a + 2\rho/\pi$. La profundidad unitaria de la fibra neutra $\varphi = \frac{648}{A + 648}$ en la que

A es la tensión de trabajo de la armadura. La profundidad absoluta $f = \varphi c$ nos permite determinar, con relación a la fibra neutra, los momentos estáticos y de inercia como se hace seguidamente, siguiendo el mismo procedimiento que en la sección rectangular y en la circular.

El c. d. g. del semicírculo del hormigón comprimido se halla sobre el eje de simetría longitudinal de a la distancia del centro del mismo dada por la expresión:

$$z_h = 4R/3\pi = 0,424R.$$

Momento estático del hormigón comprimido:

$$M_h = \frac{\pi R^2}{2} (z_h + f - R) + 2R(f - R) \frac{f - R}{2} = \\ = 1,571 R^2 (0,424 \cdot R + f - R) + R(f - R)^2.$$

El momento estático de la armadura $\alpha = \left(\frac{\pi D^2}{4} + D'a \right) q$, tiene la expresión:

$$M_a = \beta \alpha (z_a + f - R - (c - f)) = \left(\frac{\pi D^2}{4} + D \cdot a \right) \beta q \frac{2\rho}{\pi} + f - R - (c - f).$$

Parte circular. — Ecuación de la circunferencia $x^2 + y^2 = R^2$.

La cuerda paralela al eje de las x tiene la expresión $2\sqrt{R^2 - y^2}$ o designando por I_{hc} el momento de inercia del semicírculo comprimido con relación a dicho eje coordenado, diametral, se tiene:

$$dI_{hc} = 2\sqrt{R^2 - y^2} dy \cdot y^2 = 2y^2 \sqrt{R^2 - y^2} dy = 2y^2 \frac{R^2 - y^2}{\sqrt{R^2 - y^2}} dy; \\ I_{hc} = 2 \left[R^2 \frac{y^2 dy}{\sqrt{R^2 - y^2}} - \frac{y^4 dy}{\sqrt{R^2 - y^2}} \right]_0^R = 2 \left[- \left(y \sqrt{R^2 - y^2} - R^2 \text{ang sen } \frac{y}{R} \right) \frac{R^2}{2} + \right. \\ \left. + \frac{1}{4} \left[y^3 \sqrt{R^2 - y^2} + \frac{3}{2} R^2 \left(y \sqrt{R^2 - y^2} - R^2 \text{ang sen } \frac{y}{R} \right) \right] \right]_0^R = 2 \left[\left(\frac{1}{4} y^3 - \frac{1}{8} R^2 y \right) \sqrt{R^2 - y^2} + \right. \\ \left. + \frac{1}{8} R^4 \text{ang sen } \frac{y}{R} \right]_0^R = \frac{\pi}{8} R^4 = \frac{\pi}{8} \frac{D^4}{16} = \frac{\pi}{128} D^4.$$

Este momento es igual al I_{hcg} del mismo semicírculo con relación a la paralela al eje de las x que pasa por su centro de gravedad más el producto de su área por el cuadrado de la distancia entre los dos ejes paralelos:

$$\frac{\pi}{128} D^4 = I_{hcg} + \frac{\pi D^2}{8} 0,424^2 R^2; \quad I_{hcg} = \frac{\pi}{128} D^4 - \frac{\pi}{8} D^2 0,424^2 R^2 = \frac{\pi}{128} D^4 - \\ - \frac{\pi}{8} D^2 \frac{0,848^2 D^2}{16} = \frac{\pi D^4}{128} (1 - 0,719104) = 0,280896 \frac{\pi D^4}{128} = 0,0068942412 D^4.$$

Entre estos dos momentos debe cumplirse la ecuación:

$$M_h + M_a = 0.$$

Sustituyendo valores (fig. 7.^a), se tiene, sucesivamente:

$$A = 1030 \text{ Kg.-cm.}^2 \varphi = \frac{648}{1000 + 648} = 0,3932;$$

$$c = 165 + 530 + \frac{2 \cdot 150}{\pi} = 695 + 95,5 = 790,5 \text{ cm.};$$

$$f = 0,3932 \cdot 790,5 = 311 \text{ cm.};$$

$$M_h = 1,571 \cdot 165^2 (0,424 \cdot 165 + 311 - 165) + \\ + 165 (311 - 165)^2 = 42765 (70 + 146) + 165 \cdot 146^2 = \\ = 42765 \cdot 216 + 165 \cdot 21316 = 9237240 + 3517140 = \\ 12,754380 \text{ cm.}^3;$$

$$\alpha = \left(\frac{\pi \cdot 330^2}{4} + 330 \cdot 530 \right) q = (85530 + 174900) q = \\ 260430 q.$$

$$M_a = 260430 \beta q (95,5 + 311 - 165 - (790,5 - 311)) = \\ = 250430 \beta q (241,5 - 479,5) = -260430 \cdot 238 \beta q = - \\ - 61,982340 \beta q \text{ cm.}^3.$$

$$M_h + M_a = 12,754380 - 61,982340 \beta q = 0 \therefore \beta q = \\ = \frac{12,754380}{61,982340} = 0,206.$$

Momento de inercia del hormigón comprimido: $I_h = I_{hc} + I_{hr}$, siendo I_{hc} el de la parte circular e I_{hr} el de la rectangular.

El momento de inercia I_{hc} del hormigón comprimido con relación a la fibra neutra tiene la expresión:

$$I_{hc} = I_{hcg} + \frac{\pi D^2}{8} (0,424 \cdot R + f - R)^2 = 0,280896 \frac{\pi D^4}{128} + \frac{\pi D^2}{8} (f - 0,576 \cdot R) =$$

$$= 0,0021945 \pi D^4 + \frac{f - 0,576 R}{8} \pi D^2 = \left[0,0021945 D^2 + \frac{f - 0,576 R}{8} \right] \pi D^2.$$

Y substituyendo valores resulta:

$$D = 330 \text{ cm.}; f = 311 \text{ cm.}; R = 165 \text{ cm.};$$

$$I_{hc} = 0,0021945 \cdot 108900 + \frac{311 - 0,576 \cdot 165}{8} \cdot$$

$$\cdot 3,1416 \cdot 108900 = (238 + 27) 342120 = 265 \cdot 342120 =$$

$$= 90,661800 \text{ cm.}^3.$$

Parte rectangular. —

$$I_{hr} = \frac{1}{3} D (f - R)^2 = \frac{1}{3} 330 (311 - 165)^2 =$$

$$= 110 \cdot 146^2 = 342,334960 \text{ cm.}^4.$$

$$I_h = I_{hc} + I_{hr} = 90,661800 + 342,334960 =$$

$$= 432,996760 \text{ cm.}^4.$$

Momento de inercia de la armadura:

$$I_a = \beta \alpha \left[\left(\frac{2\rho}{\pi} + f - R \right)^2 + (c - f)^2 \right] = 260430 \beta q (241,5^2 + 479,5^2) = 260430 \cdot 0,206 (116964 + 230400) =$$

$$= 53648 \cdot 347364 = 18635,383872 \text{ cm.}^4.$$

Momento de inercia total:

$$I = I_h + I_a = 432,996760 + 18635,383872 =$$

$$= 19068,380632 \text{ cm.}^4.$$

Compresión máxima del hormigón en el pie de la pila:

$$H = \frac{265,425200 \cdot 311}{19068,380632} = 4,3 \text{ Kg./cm.}^2;$$

compresión que va disminuyendo y tiene a los setenta metros bajo la rasante el valor:

$$H = \frac{139,455200 \cdot 311}{19068,380632} = 2,3 \text{ Kg./cm.}^2;$$

y a los cincuenta metros, mitad de la altura de la rasante:

$$H = \frac{77,475200 \cdot 311}{19068,380632} = 1,3 \text{ Kg./cm.}^2.$$

Estos valores máximos de la compresión del hormigón por la acción del viento, ofrecen la particularidad de que se encuentran en la zona de tracciones de la flexión producida por el tráfico superior y peso muerto del tramo horizontal y, por lo tanto, no pueden sufrir más aumentos que el de la carga axial, poco mayor que el correspondiente al peso de la pila, unos

25 Kg./cm.² aproximadamente, pues el peso de la losa horizontal más la sobrecarga dividido por el área de las secciones de las pilas resultará aproximadamente del orden de 10 Kg./cm.², sin contar la sección de armadura y que, por lo tanto, será notablemente menor.

IV. Estabilidad elástica de la obra por lo que se refiere a la acción del peso muerto y sobrecarga del tramo horizontal.

En el apartado o capítulo I, se fijó con carácter provisional el espesor de la losa horizontal en 1 metro para la calzada y en 1,2 m. para las aceras, para reducir el efecto térmico, y con estos espesores fuertes tenemos que continuar los razonamientos a título de exploración o investigación.

Sobrecarga en calzada, 2 500 Kg./m.², y en aceras, 500 Kg./m.².

Cargas: aceras peso $(1 \cdot 1,2 + 0,5 \cdot 0,4) 2500 = 3500$
Idem id. s./c. $1,5 \cdot 500 = 750$

Suma 4250

Calzada peso $1 \cdot 2500 = 2500$
Idem afirmado 500
Idem s./c. 2500 } Suma 5500 Kg./m.²

Las dos zonas consideradas constituyen un monolito y aunque las sobrecargas respectivas son muy diferentes, proyectamos la losa monolítica de forma que la carga total por metro cuadrado sea la misma en las dos zonas:

Carga total por m. l. aceras $= 2 \cdot 4250 = 8500$ Kg.

Idem id. id. calzada $= 7 \cdot 5500 = 38500$ »

Total 47000 »

Carga total por m.² $= \frac{47000}{9} = 5222,22$:

Designando por x la disminución en la calzada, debe verificarse la siguiente igualdad:

$$4250 + 3,5 x = 5223;$$

$$x = \frac{5223 - 4250}{3,5} = \frac{973}{3,5} = 278 \text{ Kg./m.}^2$$

La calzada se descargará en 278 Kg./m.², para lo cual se considerará apoyada en las dos aceras y se determinará la armadura transversal correspondiente, tomando como luz de cálculo la distancia entre los ejes longitudinales de las mismas, $7 + 2 \cdot 1/2 = 8$ metros. Esta armadura se considerará como armadura de repartición de la armadura principal longitudinal proyectada con la carga total media, 5 223 kilogramos/m.².

Se han estudiado tres casos de sobrecarga de la losa horizontal de 36 m. de longitud por 10 m. de anchura, contados los dos vuelos de 0,50 m. de las aceras y de los tres presentamos solamente el que produce mayor momento flector sin equilibrar en el plano de simetría principal de la pila, el plano medio, cuya dimensión horizontal es de 8,30 m., cuando se sobrecarga solamente el tramo central entre pilas.

En este tipo de estructura, los momentos flectores se encuentran compensados en los extremos del capitel y, por lo tanto, en el citado plano de la pila,

cuando la sobrecarga se extiende a todo el tramo: no sucede lo mismo con los esfuerzos cortantes.

El peso muerto (hormigón y afirmado calzada) se encuentran en el mismo caso.

La carga total media de la losa monolitizada vimos que era de 5 223 Kg./m.². El peso muerto medio resulta muy aproximadamente de $28\,000/9 = 3\,111$ kilogramos/m.² y, por lo tanto, la sobrecarga media es de $5\,223 - 3\,111 = 2\,112$ Kg./m.².

El peso muerto de un metro de losa es de $9 \cdot 3\,111 = 28\,000$ Kg., y el correspondiente esfuerzo cortante produce en el plano principal de la pila un momento flector sin equilibrar de $3(7 - 5) 28\,000 = 168\,000$ m.-Kg.

La sobrecarga por m. l., $9 \cdot 2\,112 = 19\,008$ kilogramos, produce en el extremo del capitel un momento flector sin equilibrar, por estar descargada la mensula, de $1/2 \cdot 19\,008 \cdot 25 = 237\,600$ m.-Kg., y el esfuerzo cortante correspondiente, al centrarlo en la pila, produce otro sin equilibrar de $3 \cdot 7 \cdot 19\,008 = 399\,168$ m.-Kg.

Sumando estos tres momentos resulta el siguiente momento total en la coronación de la pila, $168\,000 + 237\,600 + 399\,168 = 804\,768$ m.-Kg.

Observemos que en la construcción la losa y los capiteles se sueldan monolíticamente, con lo que la sección de la losa, en la proximidad de las pilas, aumenta bruscamente su peralte en el peralte del capitel, fuertemente armado, como la losa. Esta particularidad da a la estructura una super-resistencia que nos permite despreciar la consideración de la sobrecarga dentro de la zona del capitel. No obstante, elevamos, redondeando a 810 000 m.-Kg., el anterior momento obtenido.

La fibra neutra correspondiente en la sección horizontal de la pila (fig. 7.^a), es perpendicular a la que existe dibujada para la flexión producida por el viento, y adoptando las mismas características para las dos flexiones se tiene: $\varphi = 0,3932$; peralte = 330 cm.; canto útil = 315 cm.; profundidad fibra neutra, $f = 0,3932 \cdot 315 = 124$ cm. para la parte rectangular y para la circular debe ser la misma $f = 124$ cm.

Consideremos primeramente el rectángulo y determinemos sus momentos estático y de inercia.

Momento estático del hormigón:

$$M_h = \frac{530 \cdot 124^2}{2} = 265 \cdot 15376 = 4,074640 \text{ cm.}^3$$

Momento estático de la armadura simétrica:

$$\begin{aligned} M_a &= \beta \alpha [(124 - 15) - (315 - 124)] = -82 \beta \alpha = - \\ &= -82 \cdot 530 \cdot 315 \beta \alpha = -82 \cdot 166950 \beta \alpha = - \\ &= -13,689900 \text{ cm.}^3 \beta \alpha = \frac{4,074640}{13,689900} = 0,298. \end{aligned}$$

Momento de inercia del hormigón:

$$\begin{aligned} I_h &= 1/3 \cdot 530 \cdot 124^3 = 176,7 \cdot 1,906624 = \\ &= 336,900161 \text{ cm.}^4 \end{aligned}$$

Momento de inercia de la armadura:

$$I_a = \beta \alpha [109^2 + 191^2] = [11881 + 36481] \cdot 530 \cdot 315 \beta q = \\ = 48362 \cdot 166950 \cdot 0,298 = 8073035900 \cdot 0,298 = \\ = 2405,764698 \text{ cm}^4.$$

Momento total:

$$I = I_h + I_a = 336,900461 + 2405,764698 = \\ = 2742,665159 \text{ cm}^4.$$

Los dos semicírculos extremos de la pila integran un círculo completo de radio $R = 165 \text{ cm.}$, cuyo momento de inercia se suma con el de la parte rectangular que acabamos de determinar. En la REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS, número 2952, correspondiente al mes de abril último, página 219, se explica detalladamente cuanto exponemos a continuación para determinar este segundo momento de inercia de la parte circular de la sección horizontal de la pila (fig. 7.ª).

La fibra neutra divide a la sección circular, integrada por los dos semicírculos, en dos segmentos: el menor corresponde al hormigón comprimido, y el mayor a la zona de la armadura de tracción. Designando por z_a la distancia del centro de gravedad de esta armadura de tracción al centro de la sección integrada, su expresión:

$$z_a = \frac{\text{cuerda}}{\text{arco}} \text{ radio},$$

la tomamos de un manual del Ingeniero.

La fibra neutra corta a las dos circunferencias de radios R y ρ , determinando en ellas dos cuerdas que designamos por C_R y C_ρ . La mayor afecta al hormigón comprimido y aunque en este artículo no la necesitamos, puede ser interesante a los ilustres lectores para cálculos comprobatorios y para comparar entre sí las dos expresiones que determinamos seguidamente:

Cuerda mayor:

$$C_R = 2 \sqrt{R^2 - (R-f)^2} = 2 \sqrt{2Rf - f^2} = \\ = 2 \sqrt{2R^2 \varepsilon - R^2 \varepsilon^2} = 2R \sqrt{\varepsilon(2-\varepsilon)}.$$

La otra cuerda, de menor longitud en la circunferencia interior de radio ρ , lugar geométrico de los centros de las barras de las armaduras, la necesitamos porque no podemos prescindir de los c.d.g. de las barras que trabajan a tracción y compresión:

$$C = 2 \sqrt{\rho^2 - (R-f)^2} = 2 \sqrt{\rho^2 - (R^2 - 2Rf + f^2)} = \\ = 2 \sqrt{\lambda^2 R^2 - (R^2 - 2R^2 \varepsilon + R^2 \varepsilon^2)} = \\ = 2R \sqrt{\lambda^2 - (1 - 2\varepsilon + \varepsilon^2)} = 2R \sqrt{\lambda^2 - 1 + \varepsilon(2-\varepsilon)}.$$

Esta cuerda es común a las dos zonas de barras de tracción y compresión y los arcos correspondientes en la circunferencia de radio ρ son, respectivamente:

$$\text{Zona de tracción} = 2 \left(\frac{\pi}{2} + \text{ang sen } \frac{R-f}{\rho} \right) \rho = \\ = 2 \left(\frac{\pi}{2} + \text{ang sen } \frac{R-\varepsilon R}{R} \right) \rho = \\ = 2 \left(\frac{\pi}{2} + \text{ang sen } \frac{1-\varepsilon}{\lambda} \right) \rho.$$

$$\text{Zona de compresión} = 2 \left(\frac{\pi}{2} - \text{ang sen } \frac{1-\varepsilon}{\lambda} \right) \rho.$$

Sustituyendo valores, obtenemos los centros z_a y $z_{a'}$ de las dos armaduras por sus distancias al centro de la sección:

$$z_a = \frac{2R \sqrt{\lambda^2 - 1 + \varepsilon(2-\varepsilon)}}{2 \left(\frac{\pi}{2} + \text{ang sen } \frac{1-\varepsilon}{\lambda} \right) \rho} \rho = \\ = \frac{\sqrt{\lambda^2 - 1 + \varepsilon(2-\varepsilon)}}{\frac{\pi}{2} + \text{ang sen } \frac{1-\varepsilon}{\lambda}} R; \\ z_{a'} = \frac{\sqrt{\lambda^2 - 1 + \varepsilon(2-\varepsilon)}}{\frac{\pi}{2} - \text{ang sen } \frac{1-\varepsilon}{\lambda}} R.$$

Estas dos expresiones de los c.d.g. de las armaduras de tracción y de compresión tienen los numeradores idénticos y los denominadores son ángulos suplementarios.

El canto útil es dado por la siguiente expresión:

$$c = R + z_a = \left[1 + \frac{\sqrt{\lambda^2 - 1 + \varepsilon(2-\varepsilon)}}{\frac{\pi}{2} + \text{ang sen } \frac{1-\varepsilon}{\lambda}} \right] R = c_1 R,$$

en la que la cantidad:

$$c_1 = 1 + \frac{\sqrt{\lambda^2 - 1 + \varepsilon(2-\varepsilon)}}{\frac{\pi}{2} + \text{ang sen } \frac{1-\varepsilon}{\lambda}},$$

es el canto útil en la circunferencia de radio unidad.

La profundidad unitaria de la fibra neutra, relativa al canto, es dada por la siguiente expresión independiente de la forma de la sección:

$$\varphi = \frac{648}{A + 648} = \frac{f}{c};$$

de la que se obtiene la profundidad absoluta $f = \varphi c = \varphi c_1 R = \varepsilon R$.

El número $\varepsilon = \varphi c_1$ es una función de la tensión A de trabajo de la armadura metálica.

Dijimos que en la parte circular de la sección (figura 7.^a), que estamos considerando, debe ser la misma $f = 124$ cm. obtenida para la parte rectangular:

$$\varepsilon = \frac{f}{R} = \frac{124}{165} = 0,7515151 \quad ; \quad \lambda = \frac{150}{165} = 0,90909090.$$

$$(1 - \varepsilon) = 0,2484848 \quad ; \quad \text{ang sen } \frac{1 - \varepsilon}{\lambda} = \text{ang sen } \frac{0,2484848}{0,90909090} = \text{ang sen } 0,273333 =$$

$$= 17,6252538631 \text{ grados centesimales} = \frac{17,6252538631}{63,6619772364} = 0,2768568402 \text{ radianes.}$$

$$\frac{\pi}{2} + \text{ang sen } \frac{1 - \varepsilon}{\lambda} = 1,5707963268 + 0,2768568402 = 1,8476531670;$$

$$\frac{\pi}{2} - \text{ang sen } \frac{1 - \varepsilon}{\lambda} = 1,5707963268 - 0,2768568402 = 1,2939394866;$$

$$\frac{\text{arco compresión}}{\text{arco tracción}} = \frac{1,2939394866}{1,8476531670} = 0,7003151401;$$

$$1 - \varepsilon = 0,2484848484 \quad \lambda^2 = 0,82644628090826446281;$$

$$2 - \varepsilon = 1,2484848484 \quad \lambda^2 - 1 = 0,17355371909173553719;$$

$$\varepsilon(2 - \varepsilon) = 0,93825527999078053260;$$

$$\lambda^2 - 1 + \varepsilon(2 - \varepsilon) = 0,76470156089904499541 \quad ; \quad \sqrt{0,76470156089904499541} = 0,8744721613$$

$$z_a = \frac{0,8744721613}{1,8476531670} 165 = 0,4732880482 \cdot 165 = 78 \text{ cm.}$$

$$z_{a'} = \frac{0,8744721613}{1,2939394866} 165 = 0,6758215282 \cdot 165 = 111,5 \text{ cm.}$$

$$\text{Sección de la armadura de tracción } \alpha = \pi \cdot 165^2 q = 85530 q,$$

$$\text{compresión } \alpha' = 0,700315 \alpha = 59898 q.$$

Expresión del momento estático del hormigón comprimido:

$$M_h = \left[\left(\frac{2}{3} \varepsilon(2 - \varepsilon) + (1 - \varepsilon)^2 \right) \sqrt{\varepsilon(2 - \varepsilon)} - (1 - \varepsilon) \text{ang cos}(1 - \varepsilon) \right] R^3;$$

$$\frac{2}{3} \varepsilon(2 - \varepsilon) = 0,625503520306; \quad (1 - \varepsilon)^2 = 0,061744719904;$$

$$\sqrt{\varepsilon(2 - \varepsilon)} = \sqrt{0,93825527999078053260} = 0,9686357829;$$

$$\text{Ang cos}(1 - \varepsilon) = \text{ang cos } 0,248484848 = \frac{84,0134968102}{63,6619772368} = 1,3196809218 \text{ radianes};$$

$$(1 - \varepsilon) \text{ang cos}(1 - \varepsilon) = 0,2484848484 \cdot 1,3196809218 = 0,327920713922.$$

Sustituyendo valores y realizando las correspondientes operaciones se obtiene:

$$M_h = (0,665693237193 - 0,327920713922) 165^3 = 0,337772523271 \cdot 4,492125 = 1,517316 \text{ cm}^3.$$

Expresión del momento estático de la armadura:

$$M_w = \alpha' Z_{a'} - \alpha Z_a = (K Z_{a'} - Z_a) \pi R^2 \beta q,$$

siendo Z_a y $Z_{a'}$ las distancias de los c.d.g. de las armaduras a la fibra neutra dadas por las expresiones:

$$Z_a = z_a + (1 - \varepsilon) R \text{ y } Z_{a'} = z_{a'} - (1 - \varepsilon) R;$$

$$Z_a = 78 + 41 = 119 \text{ cm.}; \quad Z_{a'} = 111,5 - 41 = 70,5 \text{ cm.}; \quad K Z_{a'} = 49,6 \text{ cm.}$$

Sustituyendo valores y realizando las operaciones indicadas, resulta:

$$M_h = (49,4 - 119) 85530 \beta q = -69,6 \cdot 85530 \beta q = -5,952888 \text{ cm}^3.$$

El momento total estático M_c de la parte circular de la sección debe cumplir a la siguiente condición fundamental:

$$M_c = M_h + M_w = 1,517316 - 5,952888 \beta q = 0;$$

$$\beta q = \frac{1,517316}{5,952888} = 0,2548873756.$$

Expresión del momento de inercia I_c de la parte circular de la sección (fig. 7.^a):

$$I_c = I_h + I_w; I_w = (K Z_{\alpha} + Z_{\alpha}^2) \pi R^2 \beta q = (3481 + 14161) 85530 0,2548873 = 17602 \cdot 21800,517235 = 383,732704 \text{ cm.}^4$$

$$I_h = \left[\left(\frac{1}{4} + (1 - \epsilon)^2 \right) \text{ang cos } (1 - \epsilon) - \frac{1}{6} \left(\frac{13}{2} + (1 - \epsilon)^2 \right) (1 - \epsilon) \sqrt{\epsilon(2 - \epsilon)} \right] R^4;$$

$$\frac{1}{4} + (1 - \epsilon)^2 = 0,25 + 0,061744719904 = 0,311744719904;$$

$$\text{ang cos } (1 - \epsilon) = 1,3196809218; 165^\circ = 741200625;$$

$$\frac{13}{2} + (1 - \epsilon)^2 = 6,5 + 0,061744719904 = 6,561744719904;$$

$$\frac{1}{6} \left(\frac{13}{2} + (1 - \epsilon)^2 \right) (1 - \epsilon) = 1,093624119984 0,248484848 = 0,2717490237 = X;$$

$$X \sqrt{\epsilon(2 - \epsilon)} = 0,2717490237 0,9686357829 = 0,2632258283;$$

$$I_h = (0,311744719904 1,3196809218 - 0,2632258283) 741200625 = (0,4114035593 - 0,2632258283) 741200625 = 0,1481777310 741200625 = 109,829427 \text{ cm.}^4;$$

$$I_c = I_h + I_w = 109,829427 + 383,732704 = 493,562131 \text{ cm.}^4.$$

Totalizando los dos momentos de inercia obtenidos I_r correspondiente a la parte rectangular de la sección, e I_c correspondiente a la parte circular, resulta:

$$I = I_r + I_c = 2742,665159 + 493,562131 = 3236,227290 \text{ cm.}^4.$$

En la parte rectangular de la sección se fijó la tensión de trabaño de la armadura $A = 1000$ kilogramos/cm.². Como los cantos útiles en las dos partes que integran la sección, ambas del mismo peralte, son muy diferentes, las tensiones de trabajo de la armadura tienen que serlo también y conviene conocer la tensión A de la armadura en la parte circular. Recordemos la expresión obtenida anteriormente: $f_1 = \varphi c_1 = \epsilon = 0,7515151515$, que representa la profundidad absoluta en la sección circular cuando el radio es la unidad y que para simplificar su escritura la representamos con la letra griega ϵ . Obtuvimos anteriormente la distancia del c.d.g. de la armadura α de tracción $\epsilon \alpha = 0,4732880482$ al centro de la circunferencia:

$$c_1 = 1 + z = 1,4732880482 \frac{\epsilon}{c_1} = \frac{0,7515151515}{1,4732880482} = \frac{648}{A + 648};$$

$$A = \frac{1,4732880482 - 0,7515151515}{0,7515151515} 648 = \frac{0,7217728967}{0,7515151515} 648 = 622 \text{ Kg./cm.}^2.$$

Compresión máxima del hormigón en la coronación de la pila:

$$H = \frac{81000000 \cdot 124}{3236,227290} = 3,1 \text{ Kg./cm.}^2;$$

Si consideramos separadamente la parte rectangular de la circular, en la hipótesis de reparto proporcional del momento flector, se obtienen los siguientes resultados:

Parte rectangular:

$$\text{Momento flector} = \frac{810000}{8,60} 5,30 = 94186 \cdot 5,30 = 499186 \text{ m.-Kg.}$$

$$H = \frac{49918600 \cdot 124}{2742,665159} = 2,26 \text{ Kg./cm.}^2.$$

Parte circular:

$$\text{Momento flector} = 94186 \cdot 3,30 = 310814 \text{ m.-Kg.}$$

$$H = \frac{31081400 \cdot 124}{493,562131} = 6,3 \text{ Kg./cm.}^2.$$

De cuanto llevamos expuesto se descubre que la sección maciza que hemos estudiado, en plan de exploración o investigación, permite su aligeramiento y el correspondiente estudio puede ser objeto de otro artículo complementario del presente.

Determinemos (pág. 100 del *Hormigón armado*, de Peña Boeuf, segunda edición) el momento de inercia I_p mínimo que debe tener la sección de la pila para que resista en condiciones de seguridad al pandeo la carga P con altura de pila $l = 98,80 \text{ m.} = 9880 \text{ cm.}$

$$P = \frac{P \cdot l^2}{2400 \cdot K \cdot R};$$

tomando el coeficiente $K = 1$ y la carga de rotura del hormigón por compresión, $R = 400 \text{ Kg./cm.}^2$.

Al estudiar la estabilidad estática, obtuvimos para el peso del semitramo que insiste sobre una pila, 547 400 Kg.

La sobrecarga en el semitramo es de 18 (7 250 + 3 500) = 18 (175 000 + 1 500) = 18 19 000 = 342 000 Kg.

$$P = 527 400 + 342 000 = 869 400 \text{ Kg.}$$

$$I_p = \frac{869 400 \cdot 9880^2}{2400 \cdot 400} = \frac{8486595936}{96} = 88,402041 \text{ cm.}^4$$

El menor de los dos momentos de inercia de la pila que obtuvimos al estudiar las estabilidades elásticas de la pila tiene el valor $I_e = 3 236,227290 \text{ cm.}^4$:

$$\frac{I_e}{I_p} = \frac{3236,227290}{88,402041} = 36,6.$$

De la carga $P = 869 400 \text{ Kg.}$, $\frac{16}{18} P = \frac{8}{9} P$ es axial y el resto, $\frac{2}{18} P = \frac{1}{9} P$ es excéntrica y la

flexión correspondiente es contrarrestada con la armadura metálica.

Cuanto llevamos expuesto se refiere a un tipo de allanamiento de la competencia de los Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos en términos municipales de terreno abrupto.

A los pueblos se les presentan otras dificultades de tipo agrícola, arquitectónico, forestal, industrial, minero, etc.... de la competencia de los técnicos correspondientes, Arquitectos e Ingenieros de todas las demás especialidades.

En honor a la brevedad, dejamos de presentar el breve estudio hecho del efecto térmico del tramo para la separación de 20 m. entre ejes de pilas, el que por resultar insignificante nos permitirá reducir el espesor de la losa horizontal con la evidente disminución del empuje del viento.

Una vez más se complace el autor en expresar su gratitud a Dios y al Comité de Redacción de esta REVISTA por el positivo favor recibido en esta investigación.