

LA REPARTICION DE LOS CARRILES CORTOS EN LAS CURVAS DE FERROCARRILES

Por PABLO RUBIO PEREZ

Ingeniero de Caminos

El cálculo que figura en este artículo es una extensión del tema que aparece iniciado en el Texto de Ferrocarriles del Sr. García-Lomas. El método tiene las ventajas de sencillez y precisión y sustituye a las habituales tablas para curvas circulares, que dejan a la "pericia" del encargado de tajo la solución del problema en las transiciones. La aplicación del mismo, con buen resultado, se realiza en el ferrocarril Burgos-Aranda de Duero.

El problema de reparto de carriles cortos en las curvas de ferrocarril, impuesto por la diferencia de longitud entre sus dos hilos, tiene especial interés en los sistemas de montaje en que las parejas se transportan armadas desde un taller de "fabricación". Este procedimiento de ejecución, por otra parte tan eficaz, exige un minucioso cálculo sobre el replanteo de la traza, para evitar errores cuya corrección en el tajo es siempre muy molesta.

El enlace entre dos alineaciones recta y curva circular se efectúa mediante curvas de transición de variación progresiva de la curvatura. Desarrollaremos el cálculo para el caso de variación lineal, el más empleado, pues la generalización a cualquier otra curva es inmediata.

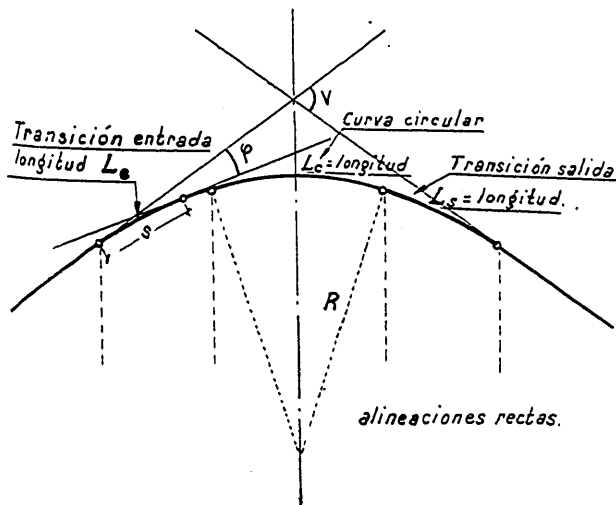


Fig. 1.a. — Enlace entre dos alineaciones rectas.

En el caso general se tendrán dos alineaciones rectas enlazadas por transiciones de entrada y salida y una curva circular intermedia (fig. 1.a).

Sean L_e y L_s las longitudes de las transiciones de entrada y salida, y L_c de la curva circular y R su radio.

Las ecuaciones intrínsecas respectivas son (según la fig. 2.a):

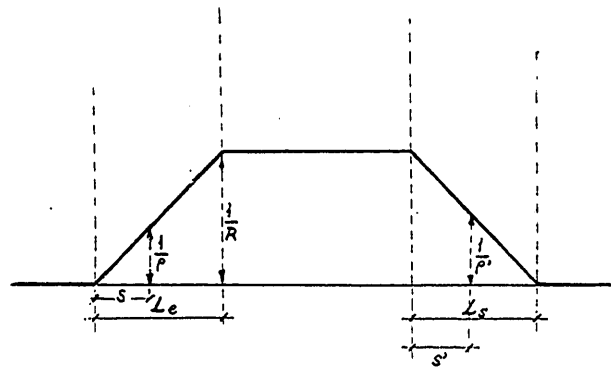


Fig. 2.a. — Diagrama de curvaturas.

Transición entrada:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{R} \frac{\rho}{L_e} \rho = \frac{R L_e}{S}$$

Transición salida:

$$\frac{1}{\rho'} = \frac{1}{R} \frac{\rho'}{L_s - s'} \rho' = \frac{R L_s}{L_s - s'}$$

Habiendo tomado en ambos casos, como origen respectivo, los puntos de contacto con la curva circular para s' , y con la recta de entrada, para s .

Puesto que $\rho = \frac{ds}{d\varphi}$ se obtiene en ambos casos:

Transición entrada:

$$d\varphi = \frac{ds}{\rho} = \frac{s ds}{R L_e}; \quad \varphi = \frac{s^2}{2 R L_e} \text{ pues } s = 0; \quad \varphi = 0.$$

Transición salida:

$$d\varphi = \frac{(L_s - s') ds'}{R L_s}; \quad \varphi = \frac{2 L_s s' - s'^2}{2 R L_s} \text{ pues } s' = 0; \quad \varphi = 0.$$

Dadas dos curvas paralelas, la diferencia de longitud para desarrollos entre puntos homólogos puede escribirse:

$$\Delta = \int_0^{\varphi} (ds_1 - ds_2) = \int_0^{\varphi} (\rho_1 d\varphi_1 - \rho_2 d\varphi_2).$$

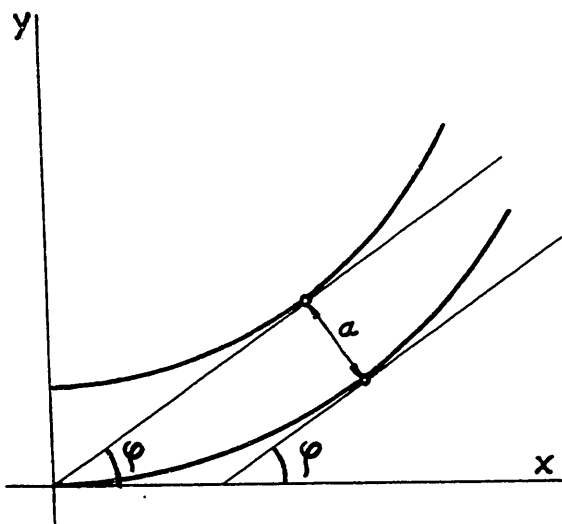


Figura 3.a.

Pero $\varphi_1 = \varphi_2$ $\rho_1 - \rho_2 = a$ (distancia entre ejes de carriles), luego:

$$\Delta = (\rho_1 - \rho_2) \int_0^{\varphi} d\varphi = a \varphi.$$

I. Curva de transición de entrada.

Sea n el número de carriles normales en el hilo exterior, y n' el de carriles cortos en la curva interior. l y l' son las longitudes respectivas de carriles normales y cortos, y por consiguiente, $l - l' = \delta$ la diferencia de longitud entre ambos.

La diferencia total entre los dos hilos debe ser absorbida por los n' carriles cortos, luego:

$$\Delta = a \varphi = n' (l - l') = n' \delta,$$

poniendo:

$$\varphi = \frac{s^2}{2 R L_e} \text{ para } s = L_e; \quad \tau_t = \frac{L_e}{2 R},$$

luego:

$$a \frac{L_e}{2 R} = n' \delta.$$

Se tiene, además:

$$n l = L_e; \quad n = \frac{L_e}{l}.$$

Por consiguiente, la relación:

$$r = \frac{n'}{n} = \frac{a l}{2 R \delta};$$

(independiente de L_e).

Posición de carriles cortos. — La diferencia de longitud para un desarrollo s es:

$$\Delta = a \varphi = \frac{a s^2}{2 R L_e}.$$

Al colocar el carril corto *pésimo*, la diferencia anterior Δ deberá ser ganada por los $p - 1$ carriles cortos anteriores, y debe quedar a escuadra tolerable: $K\delta$ (se admite como máximo la mitad de la diferencia δ). Por consiguiente:

$$s = u_p \cdot l; \quad \frac{a}{2 R L_e} (u_p l)^2 = (p - 1) \delta + K \delta;$$

$$u_p = \frac{1}{l} \sqrt{\frac{2 R L_e \delta}{a} \sqrt{p - 1 + K}}.$$

El número entero inmediato superior a u_p indicará su puesto de colocación, siendo válida la expresión en tanto se verifique:

$$u_p \leq n = \frac{L_e}{l}.$$

Regla práctica — 1. Se calcula $n = \frac{L_e}{l}$, que da el número de carriles largos (generalmente fraccionario).

2. Se calcula la relación

$$r = \frac{n'}{n} = \frac{a \cdot l}{2 R \delta},$$

y se obtiene el número de carriles cortos que hay que colocar.

3. Aplicando

$$u_p = \frac{1}{l} \sqrt{\frac{2 \delta}{a} \sqrt{R L_e} \sqrt{p - 1 + K}}$$

que puede tabularse de una vez en función de $\sqrt{RL_c}$, se obtienen los puestos de colocación de carriles cortos, que son los números enteros inmediatos superiores a los u_p .

4. Si fuera $r = \frac{n'}{n} > 1$, los carriles cortos no dan juego suficiente y deben cortarse. La diferencia estricta de carriles en este caso resulta igual para:

$$r = 1 \delta_e = \frac{a l}{2 R}$$

II. Carriles cortos en la curva circular.

El extremo del último carril corto en la transición de entrada no coincidirá normalmente con el final de dicha transición. Quedará, por tanto, un tramo final en dicha transición sin carril corto. La diferencia de longitud entre los hilos en este último tramo dará lugar a un descuadre a la entrada de la curva circular, que habremos de considerar.

Sea i el número teórico de carriles largos que siguen al último corto en la transición de entrada; i se define así como:

$$i = n - u_{p \text{ máx.}} (\text{entero}) = \frac{L_e}{l} - u_{p \text{ máx.}} (\text{entero}),$$

y por consiguiente será fraccionario por serlo n

La diferencia de longitud entre los hilos, desde el último carril corto hasta el extremo de la curva circular, puede escribirse $\Delta = a \varphi_1 + a \varphi_2$. El primer sumando es la diferencia debida al último tramo de transición, y el segundo a la circular.

Empleando la ecuación intrínseca de la curva de transición para curvatura decreciente:

$$\varphi_1 = -\frac{2 L_e i l - (i l)^2}{2 R L_e}; \quad \varphi_2 = \frac{L_c}{R};$$

$$\Delta = a \frac{2 L_e i l - (i l)^2}{2 R L_e} + a \frac{L_c}{R} = n' \delta,$$

luego:

$$n' = \frac{a}{\delta} \frac{L_c}{R} + \frac{a}{\delta} \frac{2 L_e i l - (i l)^2}{2 R L_e}$$

o bien, llamando m (descuadre a la salida de la transición):

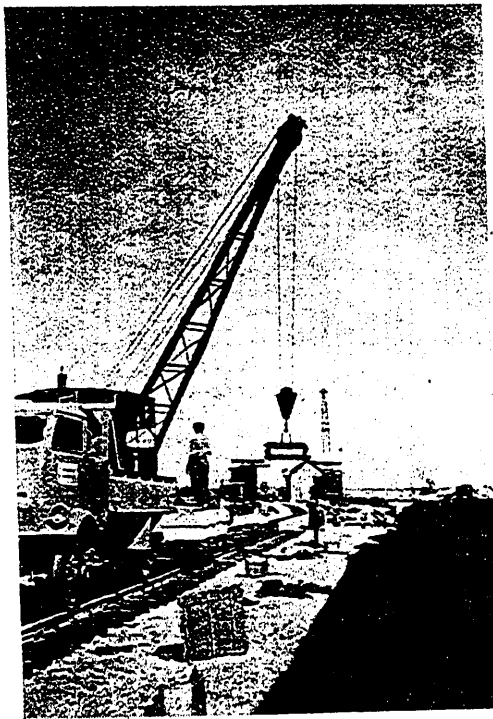
$$= a \frac{2 L_e i l - (i l)^2}{2 R L_e};$$

$$n' = \frac{a}{\delta} \frac{L_c}{R} + \frac{m}{\delta}.$$

La posición del $p^{\text{ésimo}}$ carril corto, tomando como origen el último carril corto de la transición de entrada, lo que equivale a considerar una curva única formada por el tramo final de la misma y toda la curva circular, será:

$$\Delta_s = a \cdot \varphi_i + a \cdot \varphi_s = m + \frac{a s}{R} = m + \frac{a}{R} (u_p - i) l = p \delta;$$

$$u_p = \frac{R \delta}{a \cdot l} \left(p - \frac{m}{\delta} \right) + i.$$



Colocación de traviesas y carriles

Los puestos de colocación de los carriles cortos son los números enteros inmediatos superiores a los u_p .

Regla práctica. — 1. Se calcula el descuadre a la salida de la transición

$$m = a \frac{2 L_e i l - (i l)^2}{2 R L_e};$$

donde $i = \frac{L_e}{l} - u_{p \text{ máx.}}$ es el número teórico de carriles largos que siguen al último corto: L_e , la longitud

de la transición de entrada, y R , el radio de la curva circular.

2. Se calcula el número de carriles cortos en la curva circular:

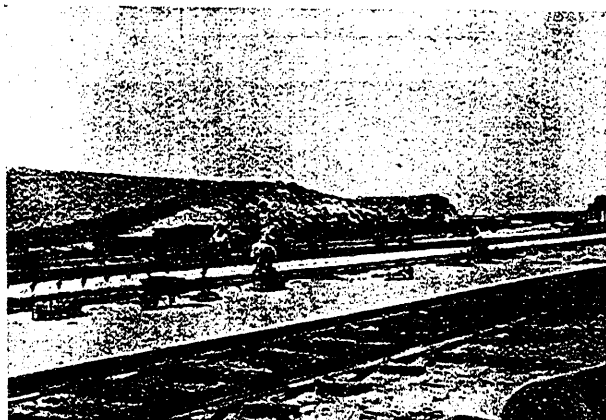
$$n' = \frac{a}{\delta} \cdot \frac{L_c}{R} + \frac{m}{\delta},$$

donde L_c es la longitud de la curva circular.

3. Se calculan los puestos de colocación de los carriles cortos, u_p , por la expresión:

$$u_p = \frac{R\delta}{al} \left(p - \frac{m}{\delta} \right) + i,$$

que son los números enteros inmediatamente superiores a los u_p . Se tomará como origen el último carril colocado.



Clavado y armado de parejas.

4. En cualquier caso deberá verificarse:

$$n' \leq n + i \frac{a}{\delta} \cdot \frac{L_c}{R} + \frac{m}{\delta} \leq \frac{L_c}{l} + \frac{L_c}{l} - (u_p \text{ máx.}).$$

Si no es así, los carriles cortos no dan juego suficiente y deberán cortarse.

5. De la expresión que da u_p , lineal en p , se deduce — como es natural en curva circular —, que las distancias entre los sucesivos carriles cortos son todas iguales, de valor:

$$u_{p+1} - u_p = \frac{R\delta}{a \cdot l}.$$

III. Carriles cortos en las curvas de transición de salida.

Sea i_1 el número teórico de carriles largos que siguen al último corto en la curva circular:

$$i_1 = \frac{L_c}{l} + i - u_p \text{ máx. (entero) (número fraccionario).}$$

El descuadre a la salida de la curva es:

$$m_1 = a \varphi_{i_1} = a \frac{i_1 l}{R}.$$

La diferencia total de longitud entre ambos hilos, suma de la debida al último tramo de curva circular, sin carriles cortos, y a la transición completa de salida es:

$$\Delta = a \cdot \varphi_{i_1} + a \cdot \varphi_s = m + a \frac{L_s}{2R},$$

siendo L_s la longitud de la transición de salida.

El número de carriles cortos:

$$n' \delta = \Delta = m + a \frac{L_s}{2R};$$

$$n' = \frac{m}{\delta} + \frac{a}{2\delta} \cdot \frac{L_s}{R}$$

la posición del $p^{\text{ésimo}}$ carril corto vendrá dada por:

$$a \cdot \varphi_{i_1} + a \cdot \varphi_s = m + \frac{a}{2RL_s} [2L_s(u_p - i_1)l - (u_p - i_1)^2 l^2] = p\delta,$$

de donde:

$$(u_p - i_1)l = L_s \pm \sqrt{L_s^2 - 2RL_s\delta(p\delta - m)}.$$

Tomando el signo —, válido, resulta:

$$u_p = \frac{L_s}{l} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2R\delta}{aL_s} \left(p - \frac{m}{\delta} \right)} \right] + i_1.$$

Tomando como origen el último carril corto en la curva circular.



Colocación de parejas en avance (fase 1.ª).

Regla práctica. — 1. Se calcula el descuadre a la salida de la curva circular $m = a \frac{i_1 l}{R}$, donde i_1 es el número fraccionario de carriles largos teóricos que siguen al último corto.

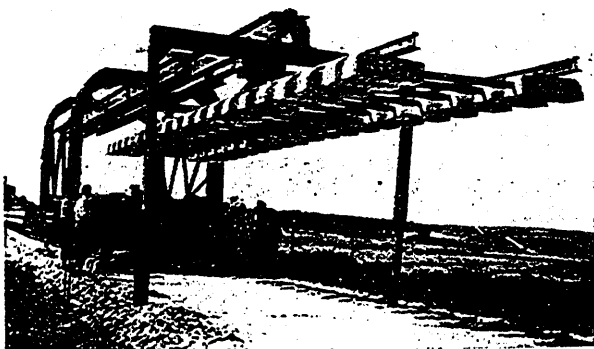
2. Se obtiene el número de carriles cortos por la expresión:

$$n' = \frac{m}{\delta} + \frac{a}{2\delta} \cdot \frac{L_s}{R},$$

donde L_s es la longitud total de la transmisión de salida.

3. Los puestos de colocación de los carriles cortos, se obtiene de:

$$u_p = \frac{L_s}{l} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2R\delta}{aL_s} \left(p - \frac{m}{\delta} \right)} \right] + i_1.$$



4. Colocación de parejas en avance (fase 2ª).

4. En cualquier caso, deberá verificarse:

$$n' \leq n + i_1 = \frac{L_s}{l} + i_1; \quad \frac{m}{\delta} + \frac{a}{2\delta} \cdot \frac{L_s}{R} \leq \frac{L_s}{l} + i_1.$$

En caso contrario, los carriles cortos deberán cortarse.

Mediante el cálculo desarrollado es posible dibujar "en carriles" de una manera simple y con precisión, cualquier enlace entre alineaciones. La extensión a otras curvas de transición puede realizarse aplicando la fórmula $\Delta = \alpha \cdot \varphi$ y la ecuación intrínseca $\varphi = \alpha(s)$ correspondiente.

* * *

A continuación damos un ejemplo numérico del método:

Carril normal de longitud 12 m., Carril corto de 11,90 metros: $\delta = 12 - 11,90 = 0,10$ m.

Escuadra tolerable en juntas, 0,03 m.: $K = 0,3$.

Ancho de vía entre ejes de carriles: $a = 1,668$ m.

Transición de entrada: $L_e = 176,2$ m.

Curva circular: $L_c = 323,6$ m. $R = 574,71$ m.

Transición salida: $L_s = 170,5$ m.

a) Transición de entrada:

$$1) \quad n = \frac{L_e}{l} = \frac{176,2}{12} = 14,68.$$

$$2) \quad r = \frac{n'}{n} = \frac{a l}{2R\delta} = \frac{1,668 \cdot 12}{2 \cdot 0,1 \cdot R} = \frac{100}{R} = 0,174;$$

$$n' = 2,55 \text{ (habrá 2 ó 3 carriles cortos).}$$

$$3) \quad u_p = \frac{1}{l} \sqrt{\frac{2\delta}{a}} \sqrt{RL_e} \sqrt{p-1+K} =$$

$$= \frac{1}{12} \sqrt{\frac{2 \cdot 0,1}{1,668}} \sqrt{R \cdot L_e} \sqrt{p-1+0,3} =$$

$$= 0,0288 \sqrt{RL_e} \sqrt{p-0,7}.$$

$$\sqrt{RL_e} = 318,22 \text{ luego:}$$

$$u_1 = 0,0288 \cdot 318,22 \sqrt{0,3} = 5,02 - 6.^\circ;$$

$$u_2 = 0,0288 \cdot 318,22 \sqrt{1,3} = 10,43 - 11.^\circ;$$

$$u_3 = 0,0288 \cdot 318,22 \sqrt{2,3} = 13,90 - 14.^\circ;$$

$$u_4 < 14,68.$$

b) Curva circular:

$$1) \quad i = 14,68 - 14 = 0,68; \quad m = 1,668 \cdot \frac{212 i L_e - 12^2 \cdot i^2}{R \cdot L_e} =$$

$$= \frac{20 \cdot 0,68 \cdot 176,2 - 120 \cdot 0,68^2}{574,71 \cdot 176,2} = 0,023;$$

$$n = \frac{323,6}{12} + i = 27,64.$$

$$2) \quad n' = \frac{a}{\delta} \cdot \frac{L_c}{R} + \frac{m}{\delta} = \frac{1,668}{0,1} \cdot \frac{323,6}{574,71} +$$

$$+ \frac{0,023}{0,1} = 9,62 \text{ (9 ó 10 carriles cortos).}$$

$$3) \quad u_p = \frac{R \cdot \delta}{a \cdot l} \left(p - \frac{m}{\delta} \right) + i = \frac{R \cdot 0,1}{1,668 \cdot 12} \left(p - \frac{m}{0,1} \right) +$$

$$+ i = \frac{R}{200} (p - 10 m) + i = 2,373 (p - 0,23) + 0,68;$$

$$p = 1 \quad u_1 = 2,89 \rightarrow 3.^\circ; \quad p = 6 \quad u_6 = 17,26 \rightarrow 18.^\circ;$$

$$p = 2 \quad u_2 = 5,76 \rightarrow 6.^\circ; \quad p = 7 \quad u_7 = 20,13 \rightarrow 21.^\circ;$$

$$p = 3 \quad u_3 = 8,63 \rightarrow 9.^\circ; \quad p = 8 \quad u_8 = 23 \rightarrow 23.^\circ;$$

$$p = 4 \quad u_4 = 11,51 \rightarrow 12.^\circ; \quad p = 9 \quad u_9 = 25,88 \rightarrow 26.^\circ;$$

$$p = 5 \quad u_5 = 14,38 \rightarrow 15.^\circ; \quad p = 10 \quad u_{10} = > n.$$

c) *Transición de salida:*

$$1) \quad i_1 = 27,64 - 26 = 164; \quad m = a \frac{i_1 l}{R} = 1,668 \cdot \frac{12 i_1}{R} =$$

$$= 20 \frac{i_1}{R} = 20 \frac{1,64}{574,71} = 0,057;$$

$$n = \frac{170,5}{12} + 1,64 = 15,84.$$

$$2) \quad n' = \frac{a}{2\delta} \cdot \frac{L_s}{R} + \frac{m}{\delta} = \frac{1,668}{2 \cdot 0,1} \cdot \frac{170,5}{574,71} + 0,57 = 2,47$$

(2 ó 3 carriles cortos).

$$\begin{aligned} 3) \quad u_p &= \frac{L_s}{l} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2R\delta}{aL_s} \left(p - \frac{m}{\delta} \right)} \right] + i_1 = \\ &= \frac{L_s}{12} \left[1 - \sqrt{1 - 0,12 \frac{R}{L_s} (p - 10m)} \right] + i_1 = \end{aligned}$$

$$= \frac{170,5}{12} \left[1 - \sqrt{1 - 0,12 \cdot \frac{574,71}{170,5} (\rho - 0,57)} \right] \div 1,64;$$

$$p=1 \quad u_1 = 2,94 \rightarrow 3.^\circ;$$

$$p=2 \quad u_2 = 6,62 \rightarrow 7.^\circ;$$

$$\rho = 3 \quad u_3 = 14 \rightarrow 14.^\circ;$$

$$p = 4 \quad u_4 > 15,84.$$

El enlace completo queda formado por las siguientes parejas:

... LLLLCLLLCLLCLLCLLCLLCLLCLC
LCLLCLLLLCLLLLLLCLL ...

pudiendo prepararse fácilmente en parque para su transporte a tajo. (Designamos por L la pareja de dos carriles largos, y por C la que lleva carril corto en el hilo interior.)