

LAS CIMENTACIONES CIRCULARES Y LA ESTABILIDAD ELASTICA

Por FRANCISCO ZAPATA TEJEDOR
Ingeniero de Caminos.

Presenta el autor una simplificación de la teoría de Ferrandon, sobre el tema del epígrafe, que fué dada a conocer en un trabajo en Le Genie Civil de septiembre de 1942, muy poco divulgado por la literatura técnica, y que considera de fácil aplicación con la fórmula que obtiene.

1) En el cálculo de cimientos de cualquier tipo es frecuente emplear el término *estabilidad* sin indicar el criterio fijado. Es una expresión imprecisa al faltarle su apellido, pues realmente existen cuatro consideraciones de estabilidad.

La *estabilidad al hundimiento*, como su nombre lo indica, establece el equilibrio de rotura con deslizamiento del suelo.

La *estabilidad elástica* cuando las cargas que se transmiten al macizo de suelo no producen en éste ninguna deformación irreversible.

La *estabilidad absoluta* impone que el asiento total de un punto de apoyo cualquiera sea inferior a un determinado máximo.

La *estabilidad relativa* implica que la diferencia

Con rigor, no es suficiente la consideración de la estabilidad elástica, pero es una solución útil en muchos casos, sobre todo cuando se desconoce y es difícil de estimar, por variar entre acusados límites, el coeficiente de compresibilidad o el módulo edométrico.

Vamos a referirnos a la estabilidad elástica en cimentaciones circulares, según fué resuelto por Ferrandon y publicado su trabajo en *Le Genie Civil*, septiembre 1942. La teoría que desarrolló es totalmente ortodoxa, pero de tal amplitud que no es cómoda e inmediata su aplicación, teniendo que recurrirse a una resolución gráfica con el trazado de una red de curvas. Solamente en el caso de cimentaciones profundas, a base de una simplificación, ha dado Ferrandon la fórmula representativa de su teoría.

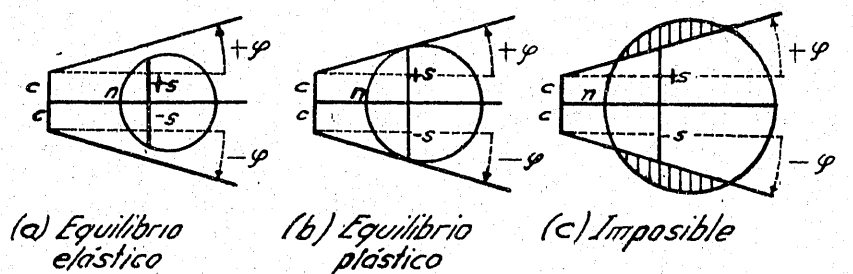


Figura 1.^a

de asientos entre dos puntos de apoyo distintos, en una misma construcción, no sobrepase de un cierto límite.

Salvo en algún caso de cimientos de dimensiones reducidas, la primera consideración de estabilidad, con aplicación del coeficiente de seguridad, no sirve para la fijación de la carga admisible. Lo más determinante para la fijación de esta carga es el criterio de estabilidad absoluta, pues estadísticamente se ha comprobado que el límite de asiento que fija la relativa es un porcentaje del de aquélla. Respecto a la estabilidad elástica, criterio de utilización en Europa, la práctica ha demostrado que en general se puede admitir para fijar la carga admisible, sin tener asientos absolutos excesivos y si las diferentes zapatas o cimientos no tienen dimensiones demasiado diferentes, las diferencias de asientos son bastante inferiores y, en general, aceptables.

No obstante su relativa antigüedad, dichos resultados no han sido muy difundidos por la literatura técnica y probablemente por su incómoda aplicación. En *Le Genie Civil* de enero de 1949, Couârd ha hecho una simplificación, basada también en resolución gráfica, pero sacrificando bastante su precisión. Nosotros ofrecemos a continuación, con cierta simplificación, la teoría de Ferrandon con los resultados expresados en fórmula de fácil aplicación.

En un suelo de cohesión (c) y ángulo de rozamiento (ϕ), la resistencia al corte se expresa por la relación de Coulomb, variando linealmente con la tensión normal. Esta recta se llama "línea de resistencia intrínseca" y su situación con relación al círculo de tensiones de Mohr, define, como se indica en la figura 1.^a, los estados de equilibrio en un punto del macizo de suelo.

2) Las tensiones principales las determina Ferrandón en los puntos M , situados en el eje vertical del cimientó (fig. 2.^a) y establece la condición de estabilidad elástica a base de que los círculos de tensiones queden debajo de la línea de resistencia intrínseca.

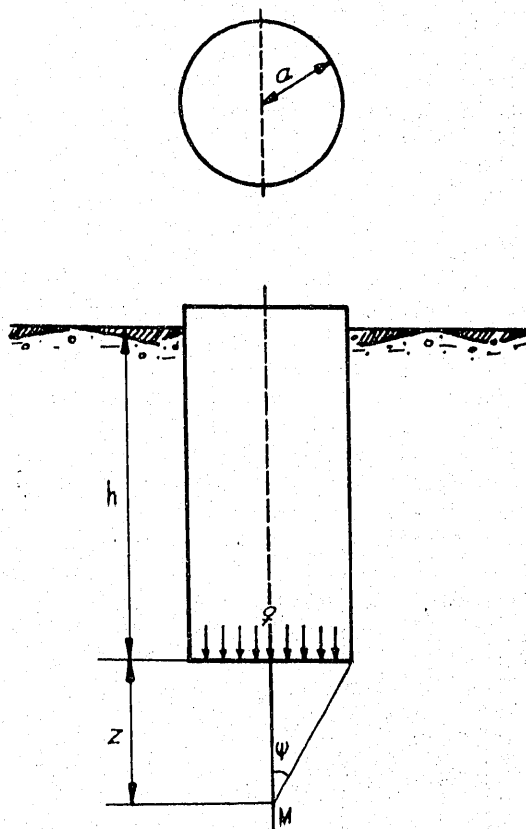


Figura 2.^a

Denominando:

- a = radio del cimientó.
- γ = peso específico del suelo.
- h = profundidad del cimientó.
- ψ = ángulo que define el punto M .
- q = carga límite de equilibrio elástico.

Se obtiene, la deducción puede seguirse en el artículo citado, la expresión siguiente:

$$\frac{3}{4} \frac{1 + \sin \varphi}{\sin \varphi} \cos \psi - \frac{1}{4} \frac{3 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \cos^3 \psi - 1 \leq \frac{\gamma a \cot \psi + \gamma h + c \cot \varphi}{q} \quad [I]$$

Si la desigualdad se verifica para todo valor de ψ del intervalo $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, el macizo es estable a lo largo de su eje y dada la forma de la superficie que limita

la zona de deformaciones plásticas, en estas condiciones el macizo es estable en toda su extensión.

Para resolver dicha desigualdad, Ferrandón al primer miembro lo llama S , y tomando como variable $\cot \psi$, representa una familia de curvas con parámetro φ y el segundo miembro es una familia de rectas T que pasan por el punto P de abscisa

$$\cot \psi = - \frac{\gamma h + c \cot \varphi}{\gamma a}.$$

Trazando por este punto la tangente a la curva S correspondiente, el coeficiente angular de la misma sirve para determinar la carga q .

En el caso en que el radio a es muy pequeño en relación a la profundidad h , entonces las tangentes a S son prácticamente horizontales, y en este caso Ferrandón ha establecido la fórmula simple siguiente:

$$q = \frac{\gamma h + c \cot \varphi}{\frac{1}{2} \frac{1 + \sin \varphi}{\sin \varphi} \sqrt{\frac{1 + \sin \varphi}{3 - \sin \varphi}}} \quad [II]$$

Esta fórmula, para un caso particular, es la que con alguna frecuencia es citada en la literatura técnica. Aplicándola se puede observar que da valores muy pesimistas, ya que en la simplificación se ha reducido el dividendo y aumentado el divisor, ya que el valor exacto de éste es:

$$S_0 = \frac{1}{2} \frac{1 + \sin \varphi}{\sin \varphi} \sqrt{\frac{1 + \sin \varphi}{3 - \sin \varphi}} - 1,$$

que corresponde a los valores máximos de la familia de curvas S .

3) De la expresión [I] deducimos:

$$q \leq \gamma a \frac{\cot \psi}{S} + \frac{\gamma h + c \cot \varphi}{S} \quad [III]$$

El mínimo de esta expresión para ψ variando en el intervalo $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, se verificará para el máximo de $\frac{S}{\cot \psi}$ y para el máximo de S , que es S_0 . En la figura 3.^a representamos curvas de la familia S para tres valores de φ , y puede observarse que el valor $\frac{S}{\cot \psi}$ representa el coeficiente angular de las rectas que unen el origen O con un punto de cada curva, luego el valor máximo corresponde, cuando dichas rectas son tangentes, a las curvas. Esta recta en la curva $S(\varphi = 30^\circ)$ sería OA , y su coeficiente angular, $\frac{AC}{OC} = \frac{S_0}{OC}$.

En las tres curvas representadas para valores de φ normales puede comprobarse que el valor de OC

varía del 82 al 92 por 100 del que corresponde a la abscisa OD del punto máximo, luego tomando el 70 por 100 quedamos dentro de la seguridad. El máximo de las curvas S corresponde a la abscisa:

$$\cot \psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right),$$

obtenemos la fórmula modificada de Ferrandon, que proponemos por ser de aplicación general y de más cómodo empleo:

$$q = \frac{1}{S_0} \left[\gamma \frac{a}{2} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) + \gamma h + c \cot \varphi \right], \quad [\text{IV}]$$

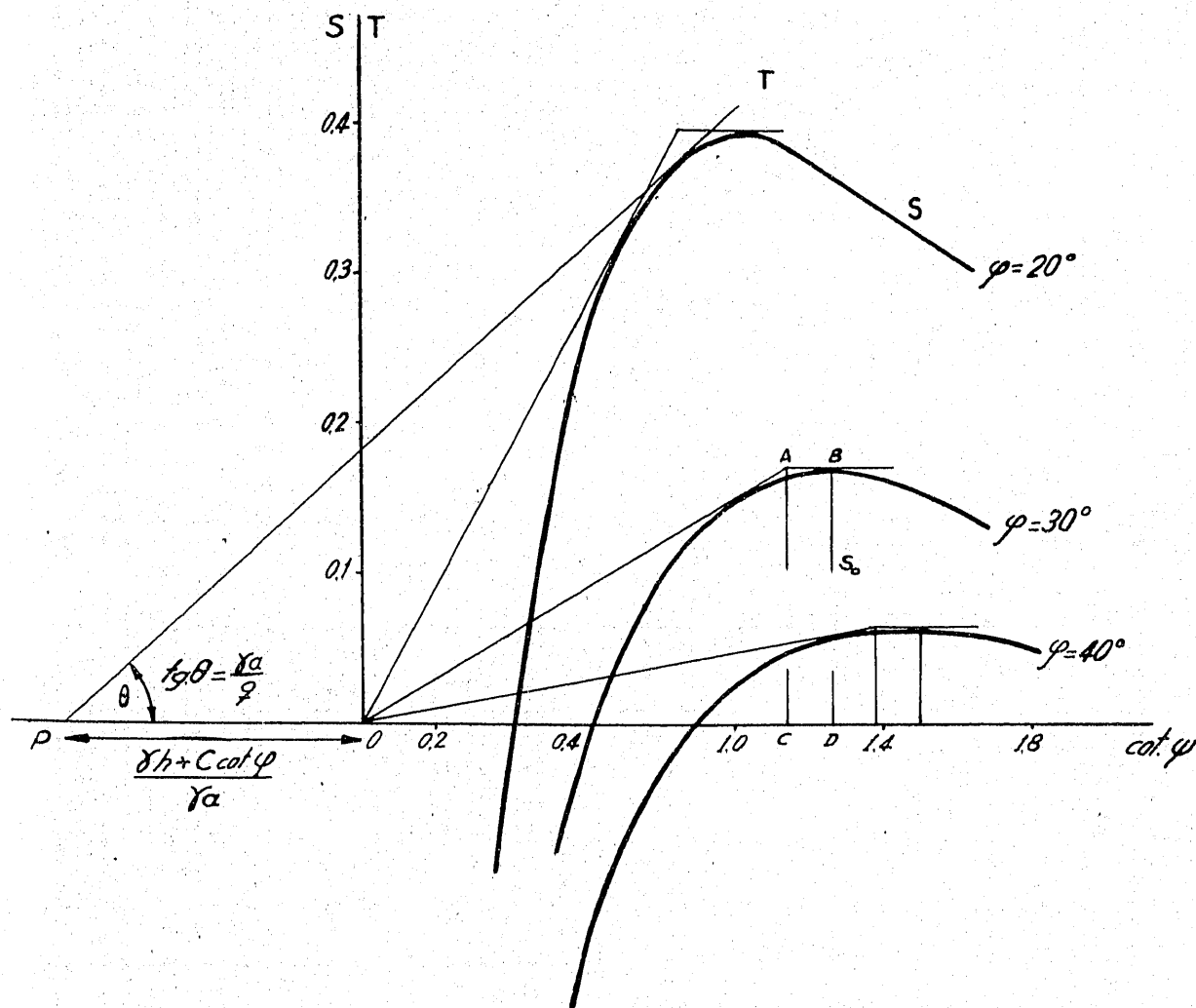


Figura 3.^a

por tanto:

$$OC = 0,70 \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \approx \frac{1}{2} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right),$$

$$\frac{S}{\cot \psi} = \frac{S_0}{OC} = \frac{2 S_0}{\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)}.$$

Entrando en dichos valores en la expresión [III]

siendo:

$$S_0 = \frac{1}{2} \frac{1 + \operatorname{sen} \varphi}{\operatorname{sen} \varphi} \sqrt{\frac{1 + \operatorname{sen} \varphi}{3 - \operatorname{sen} \varphi}} - 1.$$

4) En suelos de arcilla ($\varphi = 0$) de la fórmula [IV], se deduce:

$$q = 2 \sqrt{3} c = \sqrt{3} q_u, \quad [\text{V}]$$

siendo q_u la resistencia a compresión simple.

Como se sabe, aplicando la teoría plástica para la capacidad de carga, en zapatas circulares en arcilla se obtiene como carga límite $q = 3,7 q_u$, que viene a coincidir con coeficiente de seguridad 2 con el valor obtenido en [V] y resulta éste un 40 por 100 superior si se aplica el coeficiente de seguridad 3, que es el más corriente.

5) En suelos incoherentes ($c = 0$), la fórmula resulta:

$$q = \frac{\gamma}{S_0} \left[\frac{a}{2} \lg \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) + h \right]. \quad [VI]$$

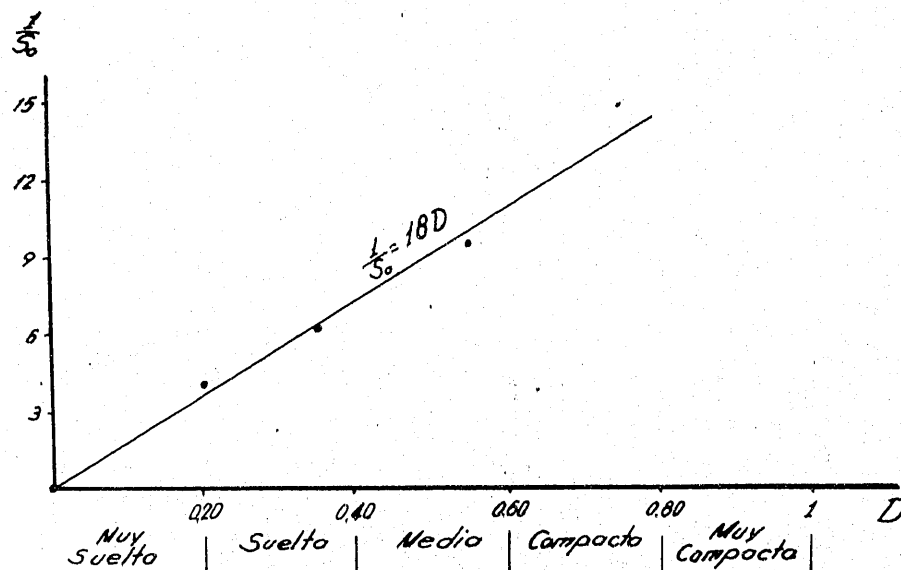


Figura 4.ª

Una capa de arena al variar de un estado suelto a un estado compacto, su ángulo de rozamiento (φ) varía de unos 25° a 40° , luego el valor $\lg \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$ varía de 1,57 a 2,14, pudiéndose adoptar, para lo que sigue, el valor 1,6.

Lo que define la capacidad de carga en suelos de arena es su densidad relativa (D), que es cómoda su determinación por ensayos de penetración o directamente. Esta densidad relativa está correlacionada con los valores de φ , y por tanto, en la figura 4.ª representamos el valor $\frac{1}{S_0}$, en función de D . Se observa

que puede interpolarse la recta $\frac{1}{S_0} = 18 D$, transformándose entonces la fórmula [VI] en:

$$q = 18 D \gamma (0,8 a + h), \quad [VII]$$

que da la carga límite de equilibrio elástico en cimentaciones circulares en arenas en función de la densidad relativa.

Si suponemos una cimentación de diámetro 2 metros ($a = 1$ m.) y superficial en una capa de arena de $\varphi = 30^\circ$, en cuyo estado corresponde $D = 0,35$, que está seca con un peso específico $\gamma = 1,6 \text{ Tn./m.}^3$, y determinamos la carga q de equilibrio elástico con el procedimiento gráfico de Ferrandon y las fórmulas que hemos propuesto, obtenemos los resultados del

adjunto cuadro. Puede observarse que resultan inferiores en un 85 por 100 a las obtenidas por la expresión [I], que desde luego corresponde a la carga lími-

Profundidad	$q \text{ (TNS./M.}^2\text{)}$		
	[I]	[VI]	[VII]
$h = 0 \dots \dots$	10,6	8,5	8,0
$h = 0,80 \text{ m.} \dots$	18,3	16,4	16,0

te, lo cual nos asegura que con los valores obtenidos con las fórmulas dadas se está dentro del equilibrio elástico.