

ESTUDIO TEORICO DE PRESAS DE PERFIL ISORRESISTENTE DE HORMIGON PRETENSADO

Por SANTIAGO URIEL ROMERO

Alumno de 5.º curso de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. (1)

A este trabajo le fué adjudicado el premio *Agustín de Bethencourt y Molina*, creado por el Excmo. Cabildo Insular de Tenerife, para trabajos científicos de alumnos de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.

En el informe emitido por la Comisión de Profesores de la Escuela, designada para dictaminar sobre el trabajo de referencia, único presentado, se dice es digno de obtener el premio, pues representa una importante aportación al estudio del tema, que tiene interés no solamente teórico, sino también práctico, dada la importancia que va tomando este género de construcciones; el autor demuestra estar bien documentado sobre la materia y desarrolla una teoría que puede considerarse original, desde el punto de vista matemático y dinámico.

En nuestro próximo número se publicará la segunda parte de este trabajo, dedicada a presas aligeradas.

1. Introducción.

Pocas realizaciones, y todavía menos literatura, existe sobre presas de hormigón parcial o totalmente pretensadas, concebidas desde un principio como tales. Es, en cambio, grande el número de artículos, memorias, etc., sobre recrecimientos de presas existentes por este sistema. Si bien un recrecimiento podemos considerarlo como una presa cimentada sobre otra, la magnitud de aquél suele ser reducida y los problemas que principalmente tienen que resolverse son los de estabilidad de la parte primitiva al aumentar las cargas de agua, sin hacerlo la sección resistente de hormigón, despreocupándose el proyectista, o bien haciendo un ligero examen del perfil del recrecimiento. Cosa natural, pues un aquilataamiento en sus dimensiones conduce a poca economía de material.

Totalmente diferente es el problema que se plantea al que mediante la técnica del pretensado concibe una obra de este tipo, con vistas a un mayor aprovechamiento del material. El estudio de perfiles de sección isorresistente a todas sus alturas es interesante para tal fin.

Sólo tenemos noticia de dos presas de nueva planta, en las que se ha empleado el pretensado. La de Ernestina, en Brasil, y la de Allt-Na-Lairige, en Escocia (véase *Informes de la Construcción*, números 531-31 y 102, 531-34, respectivamente). La primera parece responder a las características del perfil isorresistente. No así la segunda, pues la fuerza de pretensado es uniforme en toda la altura de la presa, lo cual es evidentemente incompatible con la igualdad de tensiones en todas las secciones.

El objeto del presente trabajo es la determinación de estos perfiles. Está dividido en cuatro partes. En

la primera se estudia el dimensionamiento de presas de sección llena, hormigonadas *in situ*.

En la segunda se analiza la posibilidad de aligerar el tipo anterior, e incluso su prefabricación en bloques. La tercera es un ejemplo de aplicación de los cálculos expuestos en las dos primeras con el proyecto de una sección de una presa de 28 m. de altura, prefabricada en sus 20 m. superiores. En la cuarta se hace un resumen comparativo del volumen de hormigón y peso de acero que requiere este tipo de presas.

Las premisas de que partimos para su estudio son las siguientes:

1.º La resultante de las fuerzas del pretensado pasan en todas las secciones por la extremidad del núcleo central más cercana al paramento de aguas arriba. De esta forma, a embalse vacío, no existirán en los paramentos más tracciones que aquellas que el peso propio de la fábrica imponga, dependiendo éstas de sus formas geométricas, y en todo caso muy pequeñas.

2.º A embalse lleno la compresión en el paramento aguas abajo, sea igual a la máxima admitida para el hormigón σ .

3.º Tendremos en cuenta el efecto que la coronación produce en el resto de la estructura. Esto lo reduciremos a un momento flector, M_0 , y a una fuerza vertical, N_0 , aplicada en la extremidad del núcleo central de la sección al nivel del embalse.

Para todo el cálculo que sigue utilizaremos las clásicas fórmulas de la resistencia de materiales. A. Z. Bassevitch (*rappórt* núm. 112. VI Congreso de Grandes Presas) comenta la conveniencia de hacer uso de la teoría de elasticidad para el dimensionamiento de presas pretensadas de perfil triangular o trapezoidal. Indica que con los resultados obtenidos empleando otros métodos, se llega en el cálculo de tensiones a valores superiores a los reales.

Aparte de que las condiciones de contorno de

(1) Terminó su carrera con la calificación de MUY BUENO en 29 de octubre de 1959.

un perfil isorresistente son de difícil introducción en las ecuaciones de la elasticidad, al despreciar algunos factores, tales como el peso del hormigón y el del agua sobre el paramento aguas arriba, obtenemos dimensiones menores y, por consiguiente, tensiones mayores que si los hubiésemos tenido en cuenta, por lo que los resultados finales diferirán menos de los reales.

Suponemos, asimismo, que la planta de la presa es recta.

Presas de sección llena.

2.1. Dimensionamiento.

Vamos a determinar, en primer lugar, un perfil teórico, en el cual, bajo las acciones que después enumeraremos, las condiciones de trabajo sean las indicadas en el párrafo anterior. Entre los diferentes tipos que se podían estudiar hemos elegido uno de

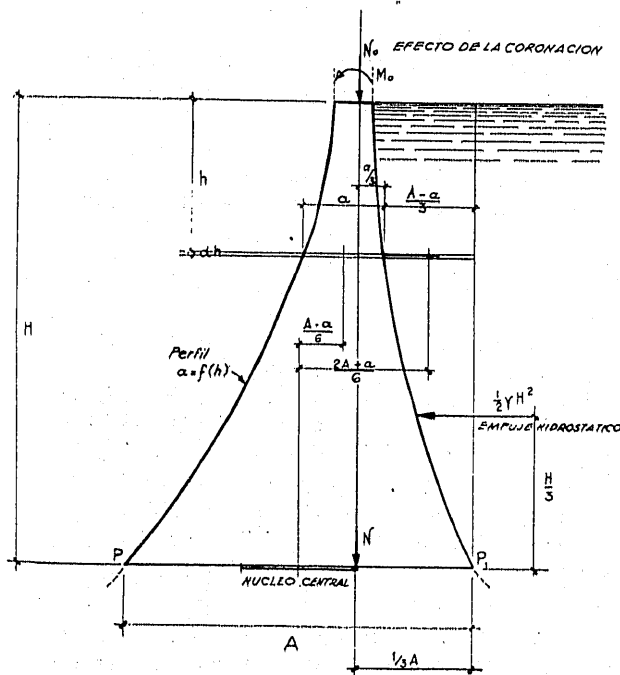


Figura 1.^a

tal forma, que las extremidades del núcleo central cercanas al paramento de aguas arriba de todas las secciones estén en una vertical (fig. 1.^a). Nos hemos decidido por este perfil porque debiendo estar la resultante de las fuerzas del pretensado en dicha extremidad, nos permitirá trazados rectos de los cables y una fácil disposición de los mismos. En realidad, poca importancia tiene la elección de la forma de los paramentos, pues como después veremos, las diferencias de espesores que se obtienen despreciando el peso propio y el estabilizador del agua sobre el paramento aguas arriba, son del orden del 1,5 por 100.

Las siguientes acciones actuarán sobre una sección situada a una profundidad H bajo el nivel de embalse (fig. 1.^a):

a) Peso propio de la fábrica

$$\gamma_h \int_0^H a \, dh.$$

b) Peso del agua sobre el paramento

$$\gamma_a \int_0^H \frac{A-a}{3} \, dh.$$

c) Peso de la coronación,

$$N_0.$$

d) Esfuerzo del pretensado

$$N.$$

e) Momento producido por el empuje del agua

$$M = \frac{1}{6} \gamma_a H^3.$$

f) Momento producido por el peso propio.

$$\gamma_h \int_0^H a \frac{A-a}{6} \, dh.$$

g) Momento producido por el peso del agua.

$$\gamma_a \int_0^H \frac{A-a}{3} \frac{2A+a}{6} \, dh.$$

h) Momento producido por la coronación ...

$$M_0.$$

i) Momento introducido por el pretensado ...

$$\frac{N A}{6}.$$

j) Momento debido a N_0

$$\frac{N_0 A}{6}.$$

Las incógnitas que tenemos que despejar son:

Espesor de la presa $A = A(H)$ o $a = a(h)$.

Pretensado $N = N(H)$.

Para ello, estableceremos que las tensiones en los puntos P y P₁ son σ y 0, respectivamente, de acuerdo con las premisas establecidas anteriormente:

$$\begin{aligned} & \frac{N + N_0 + \gamma_h \int_0^H a \, dh + \gamma_a \int_0^H \frac{A-a}{3} \, dh}{A} \\ & \frac{\frac{N+N_0}{6} A + \gamma_h \int_0^H a \frac{A-a}{6} \, dh + \gamma_a \int_0^H \frac{A-a}{3} \frac{2A+a}{6} \, dh}{\frac{1}{6} A^2} + \\ & \frac{M_0 + \frac{1}{6} \gamma_a H^3}{\frac{1}{6} A^2} = \sigma; \quad [1] \\ & \frac{N + N_0 + \gamma_h \int_0^H a \, dh + \gamma_a \int_0^H \frac{A-a}{3} \, dh}{A} \\ & \frac{\frac{N+N_0}{6} + \gamma_h \int_0^H a \frac{A-a}{6} \, dh + \gamma_a \int_0^H \frac{A-a}{3} \frac{2A+a}{6} \, dh}{\frac{1}{6} A^2} \end{aligned}$$

$$-\frac{M_0 + \frac{1}{6} \gamma_a H^3}{\frac{1}{6} A^2} = 0. \quad [2]$$

Estas ecuaciones simplificadas nos llevan a:

$$\left(\sigma + \frac{1}{3} \gamma_a H\right) A^2 - \left(\gamma_h + \frac{1}{3} \gamma_a\right) \int_0^H A^2 dh = 0 \quad [3]$$

$$= 6 M_0 + \gamma_a H^3;$$

$$N + N_0 + \frac{\gamma_a A H}{3} +$$

$$+ \left(\gamma_h - \frac{1}{3} \gamma_a\right) \int_0^H A dh = \frac{1}{2} A \sigma. \quad [4]$$

La ecuación integral [3] nos determina $A = A(H)$. Su solución es:

$$A = \sqrt{p H^2 + q r H + s r^2 \left[1 - \left(1 + \frac{H}{r}\right)^t + \frac{18 M_0}{r} \left(1 + \frac{H}{r}\right)\right]},$$

en la cual,

$$r = \frac{3 \sigma}{\gamma_a}; \quad t = \frac{3 \gamma_h}{\gamma_a}; \quad p = \frac{-9}{t-2};$$

$$q = -\frac{18}{(t-1)(t-2)}; \quad s = -\frac{18}{t(t-1)(t-2)}.$$

Si para γ_h y γ_a tomamos, respectivamente, los valores 2,5 y 1 Tn./m.³.

$$r = 3 \sigma; \quad t = 7,5; \quad p = -1,6363; \quad q = -0,503496;$$

$$s = -0,0671328.$$

El cálculo de los valores de A en función de las tres variables σ , H y M_0 es laborioso, y tiene que ser efectuado con gran precisión en las operaciones, pues un pequeño error en ellas puede llevar a resultados absurdos.

Sustituyendo este valor en la [4], obtendríamos el valor del pretensado $N = N(H)$, lo que nos conduce a una integral elíptica que habría que resolver por medio de tablas para cada caso particular.

2.2. Tensiones a embalse vacío.

Las tensiones en ambos paramentos valen: En el de aguas abajo.

$$\sigma' = \frac{\gamma_h}{A^2} \int_0^H a^2 dh.$$

En el de aguas arriba,

$$\sigma'' = \sigma + \frac{1}{3} \gamma_a H + \frac{2}{3} \frac{\gamma_a}{A} \int_0^H a dh - \frac{\gamma_h}{A^2} \int_0^H a^2 dh.$$

La primera de ellas prácticamente nula y creciente con H ; la segunda muy poco diferente de σ . En todo caso no existen tracciones.

2.3. Fórmulas simplificadas.

Si despreciamos el efecto que producen el peso propio del hormigón, el del agua sobre el paramento de aguas arriba, y el peso de la coronación N_0 , por consideraciones análogas, llegamos a las siguientes fórmulas:

$$A = \sqrt{\frac{\gamma_a H^3 + 6 M_0}{\sigma}}; \quad N = \frac{1}{2} A \sigma = \frac{1}{2} \sqrt{\sigma (\gamma_a H^3 + 6 M_0)}.$$

Vemos que la variación de espesores y de la fuerza del pretensado es función parabólica de grado 1,5 respecto a la profundidad H , pues el efecto de M_0 se hace sentir en los primeros 6 ó 7 metros, siendo despreciable para profundidades mayores al ser muy pequeño el valor $6 M_0$ frente al de H^3 .

2.4. Comparación de las fórmulas exactas y simplificadas.

Tras múltiples comparaciones entre los resultados que se obtienen utilizando las fórmulas exactas antes halladas y las simplificadas, cálculos que no reproducimos aquí por no aburrir al lector, hemos llegado a la conclusión de que las aproximadas dan un error por defecto, en los valores de A y N , que disminuye cuando lo hace la profundidad, y cuanto mayor es el valor de σ admisible. Oscila entre 0,2 por 100 para $H = 15$ m. y $\sigma = 600$ Tn./m.², hasta 2,8 por 100 para $H = 30$ m. y $\sigma = 100$ Tn./m.².

Para los valores medios de σ y H , con los cuales vamos a trabajar, el error no suele exceder del 1,5 por 100, por lo que para los cálculos teóricos que vamos a desarrollar utilizaremos las fórmulas aproximadas.

2.5. Variación de A .

Según acabamos de ver, la variación de A y N para valores fijos de σ y M_0 es parabólica de grado 1,5.

En la figura 2.^a se representa dicha variación para diferentes valores de σ . En él se ha dibujado también el perfil de una presa de gravedad con talud 0,72, a efectos de su comparación con las presas pretensadas. En el capítulo IV reduciremos ésta a números.

Para profundidades pequeñas los espesores que se deducen del cálculo son también muy reducidos,

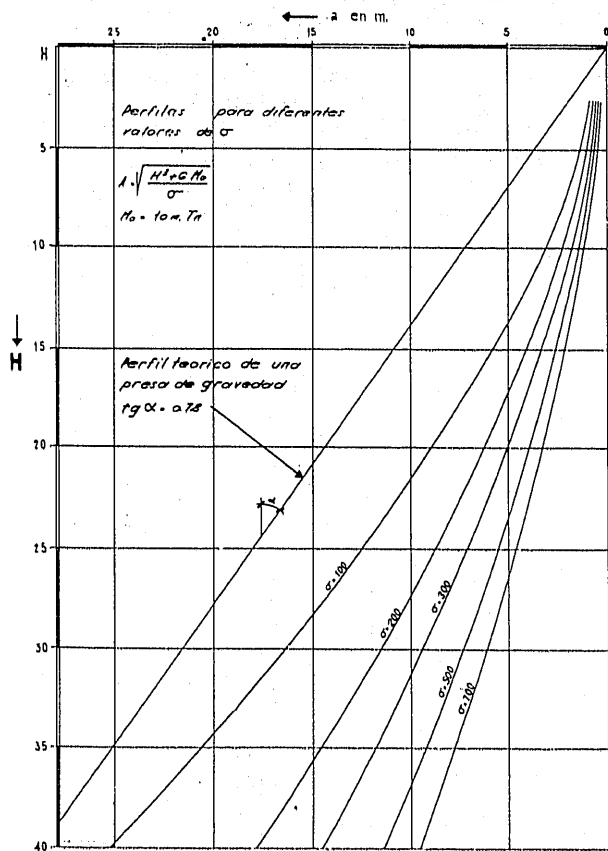


Figura 2.ª

por lo que, en general, habrá que fijar, por razones de seguridad, un espesor mínimo.

Si el valor de σ es pequeño, las economías que se obtienen respecto a las presas de gravedad son insignificantes.

2.6. Variación de N .

En la figura 3.ª se representa esta variación.

Observamos que para profundidades mayores de 20 m. o para tensiones σ elevadas, el esfuerzo de pretensado pasa de las mil toneladas por metro lineal de presa.

2.7. Cuantía de armaduras.

En este tipo de presas la cuantía media de armaduras es constante por metro cuadrado de planta. Efectivamente, si llamamos Ω_a a la sección total de cables, la cuantía por metro cuadrado valdrá:

$$g = \frac{\Omega_a}{A} = \frac{N}{\sigma_a A} = \frac{1}{2} \frac{\sigma}{\sigma_a}$$

Varía, por consiguiente, entre el 2,5 y 5 por 100 para $\sigma = 20$ ó 40 Kg./cm.², respectivamente, si $\sigma_a = 85$ Kg./mm.².

2.8. Pretensado transversal.

Si bien hemos despreciado la condición de Levy por influir muy poco en el dimensionamiento y por estar compensado en gran parte por el peso propio de la presa, que tampoco hemos tenido en cuenta en las fórmulas aproximadas, debemos considerarla en vertical, para evitar fisuras en esta dirección.

Será necesario un pretensado transversal, ejercido también en el tercio extremo del núcleo central de cada sección, de forma que tengamos una compresión en el paramento de aguas arriba igual a $C_T H$, siendo C_T el coeficiente de seguridad de que queramos disponer a este respecto. El esfuerzo de pretensado será:

$$N_T = \frac{A}{2} C_T H = \frac{C_T}{2} \frac{H^{5/2}}{\sqrt{\sigma}}$$

2.9. Distribución de cables.

Debiendo estar la resultante del esfuerzo de pretensado en la extremidad del núcleo central, fácil-

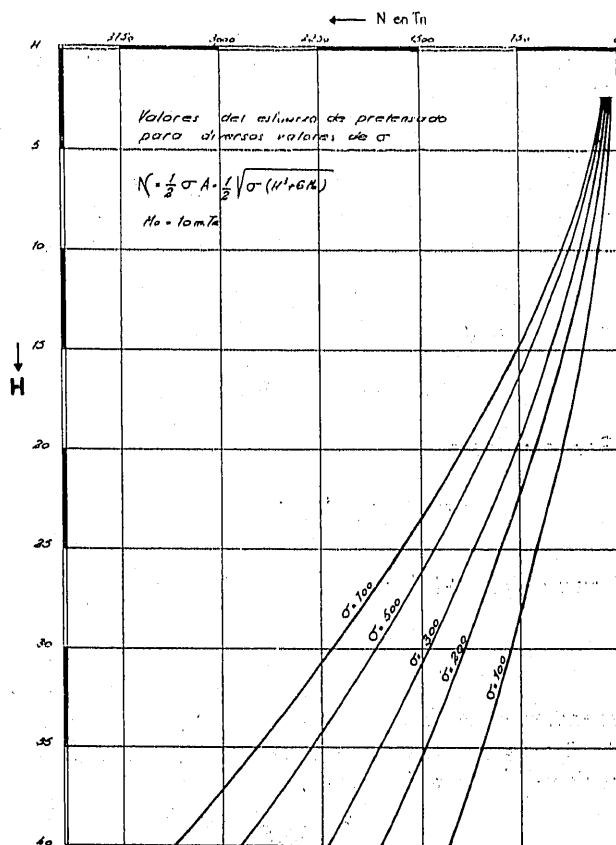


Figura 3.ª

mente se comprueba (fig. 4.^a) que el número de cables que debe existir en la zona 1 tiene que ser el doble del de la zona 2, si en ambas los cables tienen la misma sección útil. Las cuantías necesarias serán $2g$ y $1/2 g$, respectivamente.

Si queremos que en ambas zonas el número de cables sea el mismo, la sección útil de los mismos deberán estar en la relación 2 a 1; v. gr., cables a base de alambres de 7 y 5 mm.

Una posible disposición es la que se indica en la figura 4.^a. Los paquetes de cables de 12ϕ de 7 milímetros, 12ϕ de 5 mm., verticales desde la cimentación, van distribuyéndose hacia los paramentos a medida que disminuye el esfuerzo de pretensado requerido.

2.10. Coeficientes de seguridad a la rotura por flexión.

a) Rotura del hormigón.

Este coeficiente nos viene dado por:

$$c_H = \frac{M_{rH}}{M}$$

en la cual

M_{rH} = momento de rotura del hormigón.

M = momento máximo debido a la sobrecarga.

El momento de rotura de una pieza de sección rectangular es:

$$M_{rH} = \xi R b c^2.$$

En donde ξ es un coeficiente que depende de la cuantía de armaduras y que puede variar entre 0,15 y 0,33. Como las cuantías en especial para pequeños valores de σ son reducidas, adoptaremos el prescrito por el reglamento francés $\xi = 0,22$.

Por consiguiente,

$$M_{rH} = 0,22 R b c^2.$$

Por otra parte,

$$M = \frac{1}{6} (\gamma_a H^3 + 6 M_0),$$

y el valor del coeficiente de seguridad buscado:

$$c_H = \frac{M_{rH}}{M} = 0,6 \frac{R}{\sigma}$$

independiente de H .

b) Rotura del acero. De igual forma y siguiendo al reglamento francés:

$$c_A = \frac{M_{rA}}{M} = \frac{0,9 R_a c \sigma_a}{M} = \frac{0,9 R_a c \frac{N}{\sigma_a}}{M} = 1,8 \frac{R_a}{\sigma_a}$$

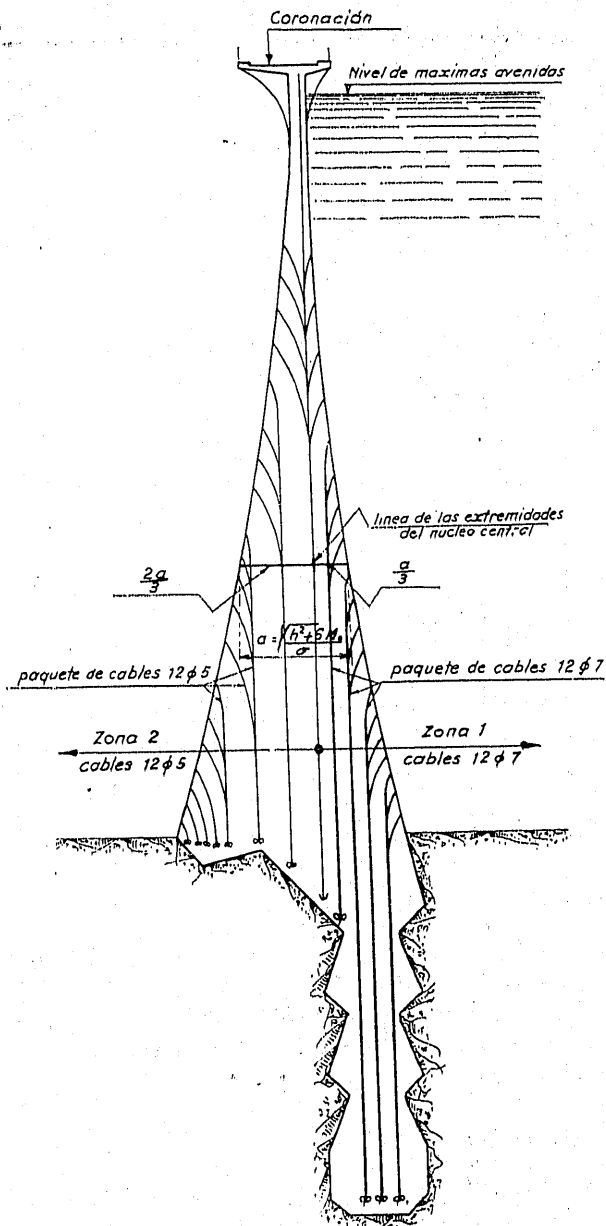


Figura 4.^a

También constante en toda la altura de la presa. Si tomamos como valores prudentes

$$R = 250 \text{ Kg./cm.}^2; \quad \sigma = 400 \text{ Tn./m.}^2; \\ R_a = 140 \text{ Kg./mm.}^2; \quad \sigma_a = 85 \text{ Kg./mm.}^2$$

resulta:

$$c_H = 3,75 \quad c_A = 2,98$$

Vemos, pues, que la rotura se producirá, en general, por fluencia de los aceros, y más si tenemos en cuenta que la fórmula que nos da este momento de rotura parte de la suposición de que los cables

están concentrados en un espacio reducido. En el caso de este tipo de presa, en especial para profundidades importantes, los cables deberán estar, por razones de facilidad de hormigonado, reunidos en paquetes uniformemente distribuidos en la sección, por lo que aquellos que estén situados más cerca del paramento aguas arriba, entrarán en su fase plástica con anterioridad a los restantes, alcanzándose la rotura con un momento inferior al calculado.

2.11. Valores de σ económicos.

Para el estudio del precio del ml. de presa, prescindiremos del efecto de la coronación, M_0 , y trabajaremos con el perfil teórico

$$A = \sqrt{\frac{H^3}{\sigma}}; \quad N = \frac{A \sigma}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\sigma H^3}.$$

El volumen total de hormigón por ml. es:

$$V_{II} = \int_0^H A dh = \int_0^H \sqrt{\frac{H^3}{\sigma}} dh = \frac{2}{5} \frac{H^{5/2}}{\sqrt{\sigma}}.$$

Si la tensión de trabajo del acero es de 85 kilogramos/mm.², el peso total de acero en un ml. de presa será:

$$P_A = \int_0^H \frac{N}{85 \times 10^3} \times 7,8 dh = \frac{7,8}{85 \times 5 \times 10^3} \sqrt{\sigma} H^{5/2},$$

y el coste por ml. de presa:

$$C = \frac{2}{5} H^{5/2} \left[\frac{P_{II}}{\sqrt{\sigma}} + \frac{3,9}{85 \cdot 10^3} \sqrt{\sigma} P_A \right],$$

en la que:

P_{II} = precio del m.³ de hormigón, incluso encofrados.

P_A = precio de la tonelada de acero especial, incluso anclajes, vainas, operaciones de tesado, patentes, etcétera.

El coste mínimo corresponde a:

$$\frac{dC}{d\sigma} = 0; \quad \frac{dC}{d\sigma} = \frac{1}{5} H^{5/2} \sigma^{-1/2} \left[\frac{10^{-3}}{21,8} P_A - \frac{P_{II}}{\sigma} \right],$$

de donde deducimos:

$$\sigma_{ec} = 21,8 \cdot 10^3 \frac{P_{II}}{P_A}.$$

Este valor es válido si P_{II} y P_A son independientes de σ . Así podemos considerar claramente el segundo. Respecto a P_{II} , para las bajas tensiones σ , con las que en general pueden proyectarse este tipo de presas (ya hemos visto que para valores de σ algo elevados el esfuerzo de pretensado es grande,

lo que acarrearía una extraordinaria complicación no solamente en la colocación de los cables, sino también en el hormigonado), es casi también constante, pues poca diferencia de precio existe entre hormigones cuya tensión máxima admisible sea 20, 30 ó 40 Kg./cm.².

Si para P_{II} y P_A tomamos, respectivamente, los valores de 1500 pesetas/m.³ y 50000 pesetas/tonelada, deducimos:

$$\sigma_{ec} = 635 \text{ Tn./m}^2.$$

Este valor se sale fuera del intervalo para el cual hemos supuesto válida la hipótesis de constancia de P_{II} , por lo que, en general, podemos considerar como más económicas las comprendidas entre 25 y 40 Kg./cm.². Las dificultades que antes indicamos parecen desaconsejar la utilización de tensiones mayores de 40 Kg./cm.².

2.12. Efecto de la fluencia lenta del hormigón.

Es conocido el hecho de la pérdida de tensión que experimentan los cables del pretensado bajo las deformaciones plásticas del hormigón y del acero.

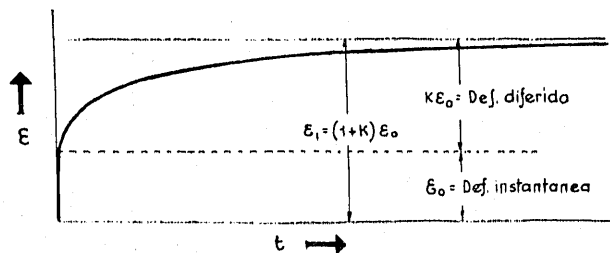


Figura 5.^a

Suelen, normalmente, compensarse evaluando aproximadamente dichas pérdidas e incrementando en igual cantidad la tensión inicial, o bien efectuando el retesado de los cables después de haber transcurrido el tiempo necesario para que aquellas se hayan producido en su mayor parte.

Vamos a ocuparnos ahora del influjo que en dichas pérdidas produce la fluencia lenta del hormigón, en el tipo de presa que nos ocupa, y la variación de las tensiones en una sección transversal a consecuencia de ellas.

Si una vez construida la presa y corregidas mediante un retesado las pérdidas debidas a las deformaciones que hasta ese momento han tenido lugar, comenzamos a embalsar, variarán las tensiones en todos los puntos y a consecuencia de ellas se volverán a producir otras deformaciones que modificarán el estado primitivo.

La ley de variación con el tiempo de las deformaciones es de la forma que se indica en la figura 5.^a. En su expresión analítica discrepan los dife-

rentes autores, pues si R. Priscu hace variar las diferidas según una ley exponencial en $-t$, otros, como M. Caquot, los hace según $-\sqrt{t}$. Consideremos la primera de ellas:

$$\varepsilon_t = \frac{\sigma}{E_H} \left[1 + k (1 - e^{-\nu t}) \right],$$

en la que:

k = relación entre la deformación diferida y la instantánea.

ν = coeficiente.

El primer término del corchete representa la instantánea y el segundo las debidas a la fluencia.

R. Priscu, en su rapport núm. 34 al VI Con-

cable sólo en muy contados casos, pues si se aumenta el número de paquetes, nos conduciría a un sistema de ecuaciones diferenciales o a una ecuación integral si la repartición de cables fuese continua. En ambos casos de difícil solución.

Consideremos ahora independientemente las deformaciones del hormigón producidas por la sobrecarga, de las debidas a la variación de tensión de los cables. Al actuar aquélla (en nuestro caso el empuje del agua, que suponemos se produce tras un embalse instantáneo) tendrá lugar en la vertical de un cable unas deformaciones totales (ε_1), en las cuales englobamos no sólo la elástica sino también la diferida (figura 6.^a).

$$\varepsilon_1 = \int_0^l (1 + k) \frac{\sigma_H}{E_H} d h.$$

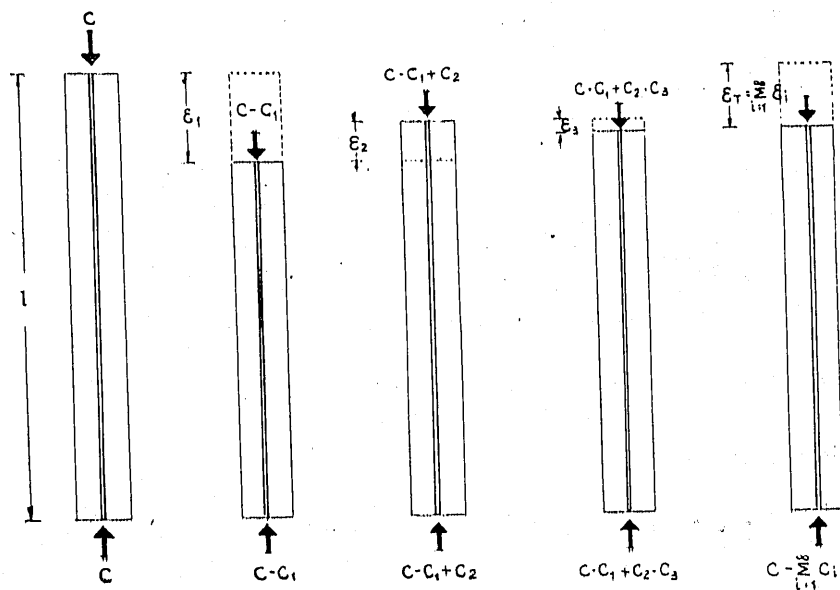


Figura 6.^a

greso de Grandes Presas, recientemente celebrado en Nueva York, indica el procedimiento para hallar las pérdidas por fluencia aplicado al caso de presas de perfil triangular y un sólo paquete de cables, o barras, situado en la vertical de la coronación. Consiste, en esencia, en igualar en un tiempo, t , la velocidad de deformación del acero y del hormigón en dicha vertical; esta última es la diferencia entre la velocidad de acortamiento plástico debido a la fluencia lenta y la de alargamiento elástico a consecuencia de la variación instantánea del esfuerzo de pretensado. Ilega así a una ecuación diferencial, la cual resuelta y haciendo tender t hacia infinito, obtiene las buscadas pérdidas de tensión de los cables.

Aparte de que el resultado final depende de la ley de variación elegida, en la que, como hemos indicado, no se está de acuerdo, este método es apli-

A consecuencia de ella, los cables habrán sufrido una variación de tensión C_1 , cuyo valor es

$$C_1 = \frac{\varepsilon_1}{l} E_A Q_A,$$

y de nuevo el hormigón experimentará otra deformación (instantánea + diferida) debida a esta pérdida:

$$\varepsilon_2 = \int_0^l (1 + k) \frac{\sigma_H}{E_H} d h,$$

en la que ahora σ_H representa las tensiones del hormigón a lo largo del cable a consecuencia de C_1 . De nuevo obtendríamos:

$$C_2 = \frac{\varepsilon_2}{l} E_A Q_A.$$

Y así sucesivamente. La pérdida total experimentada será:

$$C_T = \sum_1^{\infty} C_i.$$

Si solamente se quiere hallar las pérdidas debidas a la fluencia lenta, habrá que sustituir en las integrales $(1+k)$ por k .

Este procedimiento, aunque no rigurosamente exacto en su fondo, da resultados muy aproximados al antes indicado de R. Prisco, cosa que intuitivamente se comprende, pues los valores C van oscilando alrededor de la pérdida verdadera. Veamos qué diferencia se obtiene en un ejemplo sencillo.

Sea el caso de una pieza prismática de hormigón de sección Ω_H , sometida a una fuerza C , por mediación de un cable de sección Ω_A .

Apliquemos primeramente el método de R. Prisco.

Sea C_t la pérdida de tensión del cable en el tiempo t .

La ley de variación de la deformación lenta será:

$$\varepsilon_t = k(1 - e^{-\nu t}) \frac{\sigma_H}{E_H} = k(1 - e^{-\nu t}) \frac{C - C_t}{E_H \Omega_H}$$

El acortamiento plástico del hormigón en un dt valdrá:

$$\int_0^t \frac{d\varepsilon_t}{dt} dh = \frac{C - C_t}{E_H \Omega_H} k \nu e^{-\nu t} l.$$

El alargamiento elástico del hormigón como con-

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \int_0^l k \frac{\sigma_H}{E_H} dh = \frac{k}{E_H \Omega_H} C l; & C_1 &= -\frac{\varepsilon_1}{l} E_A \Omega_A = -C k \frac{E_A \Omega_A}{E_H \Omega_H} = -C k m g; \\ \varepsilon_2 &= \frac{k}{E_H \Omega_H} C_1 l; & C_2 &= -\frac{\varepsilon_2}{l} E_A \Omega_A = -C_1 k \frac{E_A \Omega_A}{E_H \Omega_H} = -C_1 k m g; \\ &\vdots & & \\ \varepsilon_n &= \frac{k}{E_H \Omega_H} C_{n-1} l; & C_n &= -\frac{\varepsilon_n}{l} E_A \Omega_A = C_{n-1} k \frac{E_A \Omega_A}{E_H \Omega_H} = -C_{n-1} k m g. \end{aligned}$$

Sumando los valores C_i , obtenemos:

$$C_T = -k \frac{E_A \Omega_A}{E_H \Omega_H} (C + C_T),$$

de donde:

$$C_T = -C \frac{k \frac{E_A \Omega_A}{E_H \Omega_H}}{1 + k \frac{E_A \Omega_A}{E_H \Omega_H}} = -C \frac{K}{1 + K \left(1 - \frac{1}{k}\right)},$$

secuencia de la variación de la fuerza del pretensado C_t :

$$\int_0^t \frac{dC_t}{dt} \cdot \frac{dh}{E_H \Omega_H} = \frac{dC_t}{dt} \frac{l}{E_H \Omega_H}.$$

El acortamiento del cable por la misma causa:

$$\int_0^t \frac{dC_t}{dt} \cdot \frac{dh}{E_A \Omega_A} = \frac{dC_t}{dt} \cdot \frac{l}{E_A \Omega_A}.$$

Expresando que en un tiempo dt la diferencia de los dos primeros es igual al tercero, obtenemos la ecuación diferencial:

$$k \nu e^{-\nu t} dt = \frac{dC_t}{C - C_t} \left(1 + \frac{E_H \Omega_H}{E_A \Omega_A}\right),$$

cuya solución es:

$$C_t = C [1 - e^{K(e^{-\nu t} - 1)}],$$

en la que:

$$K = \frac{k}{1 + \frac{E_H \Omega_H}{E_A \Omega_A}} = \frac{k}{1 + \frac{1}{m g}} = \frac{k m g}{1 + m g}$$

El valor C_t , después de un tiempo muy largo ($t = \infty$), se convierte en:

$$C_T = C(1 - e^{-K}) = C \left(K - \frac{K^2}{2!} + \frac{K^3}{3!} - \dots \right) \quad (K < 1).$$

Apliquemos ahora el método abreviado. Obtenemos sucesivamente:

y en valor absoluto:

$$C_T = C \frac{K}{1 + K \left(1 - \frac{1}{k}\right)} = C \left[K - K^2 \left(1 - \frac{1}{k}\right) + K^3 \left(1 - \frac{1}{k}\right)^2 - \dots \right]$$

La diferencia de C_T entre los dos métodos es, en valor absoluto:

$$C \left[K^2 \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{2} \right) - K^3 \left[\frac{1}{3!} - \left(1 - \frac{1}{k} \right) \right] + \dots \right] < C K^2 \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{2} \right)$$

Si tomamos como valores medios de k , m y g , los de 1,5, 10 y 0,008, respectivamente, obtenemos $K = 0,111$, y la diferencia es, por consiguiente, menor que 0,002 C , es decir, menor que el 2 por mil de la fuerza de pretensado primitiva.

Si tomamos solamente el primer término del desarrollo, asimismo el error cometido es menor del 2 por mil de la tensión inicial, error insignificante si tenemos en cuenta que los datos de partida k y m sólo pueden ser aproximados.

Aún podemos simplificar más la evaluación de las pérdidas por fluencia lenta si hacemos $C_T \approx C_1$, pues:

$$C_T \approx C K = C \frac{k m g}{1 + m g} \approx C k m g = C_1$$

Esto equivale a admitir que las pérdidas del acero son las que corresponderían a la deformación total del hormigón (instantánea más diferida) en su vertical, como si la segunda se hubiese verificado también instantáneamente.

Con esta simplificación vamos a calcular las pérdidas que experimentan los cables según su situación dentro de la sección, en el tipo de presa que nos ocupa (figura 7.^a).

La variación de tensión que se origina en una sección transversal situada a la profundidad h , al verificarse el embalse, es:

$$\sigma_{xh} = \sigma \left(\frac{2x}{a} - \frac{1}{3} \right),$$

y la deformación total (elástica + diferida) producida en una vertical cuya abscisa es x :

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \int_{h_x}^H \frac{1+k}{E_H} \sigma_{xh} dh = \\ &= \int_{h_x}^H \frac{1+k}{E_H} \sigma \left(\frac{2x}{a} - \frac{1}{3} \right) dh = - \\ &= - \frac{(1+k)\sigma}{E_H} \left[\frac{1}{3} (H - h_x) + 4x \sqrt{\sigma} (H^{-1/2} - h_x^{-1/2}) \right] \end{aligned}$$

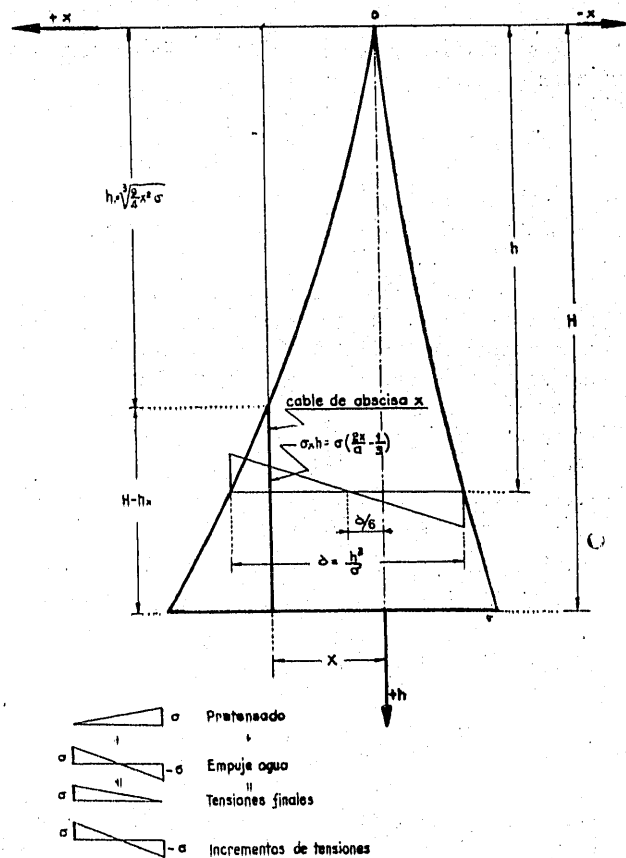


Figura 7.^a

Y la pérdida de tensión de un cable situado en la misma abscisa será:

$$C_{1x} = \frac{\varepsilon_x}{\sigma_a} \cdot \frac{E_A}{H - h_x} C = C(1+k) \frac{\sigma}{\sigma_a} \frac{E_A}{E_H} \left[-\frac{1}{3} + \frac{4x \sqrt{\sigma}}{(H^{1/2} + h_x^{1/2}) H^{1/2} h_x^{1/2}} \right]$$

Si en esta fórmula hacemos $h_x = \delta H$, teniendo en cuenta que:

$$\begin{aligned} x &= \frac{2}{3} \sqrt{\frac{h_x^3}{\sigma}} \quad \text{para } x > 0 \quad \text{y} \quad x = - \\ &= -\frac{1}{3} \sqrt{\frac{h_x^3}{\sigma}} \quad \text{para } x < 0, \end{aligned}$$

y para las constantes tomamos los siguientes valores:

$$1+k = 2,5; \quad \sigma_a = 85 \text{ Kg./mm.}^2; \quad m = \frac{E_A}{E_H} = 10,$$

$$x > 0 \quad C_{IX} = C(1+K) \frac{E_c}{E_h} \cdot \frac{G}{G_c} \left(\delta \frac{G}{\sqrt{G}+1} - 1 \right) \quad x < 0 \quad C_{IX} = -C(1+K) \frac{E_c}{E_h} \cdot \frac{G}{G_c} \left(4 \frac{G}{\sqrt{G}+1} + 1 \right)$$

$$K_1 = \left(\frac{\delta G}{\sqrt{G}+1} - 1 \right)$$

$$1+K = 2,5$$

$$G_a = 85 \text{ Kg./m.m}^2$$

$$m = 10$$

$$K_2 = \left(\frac{4G}{\sqrt{G}+1} + 1 \right)$$

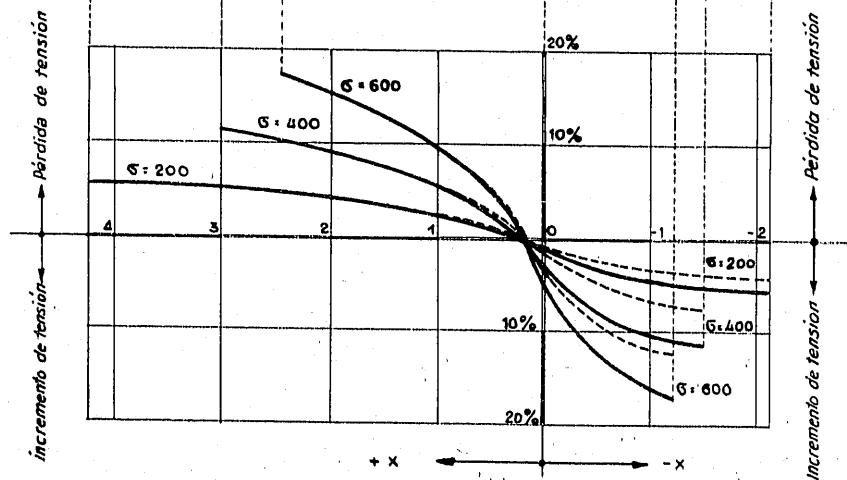
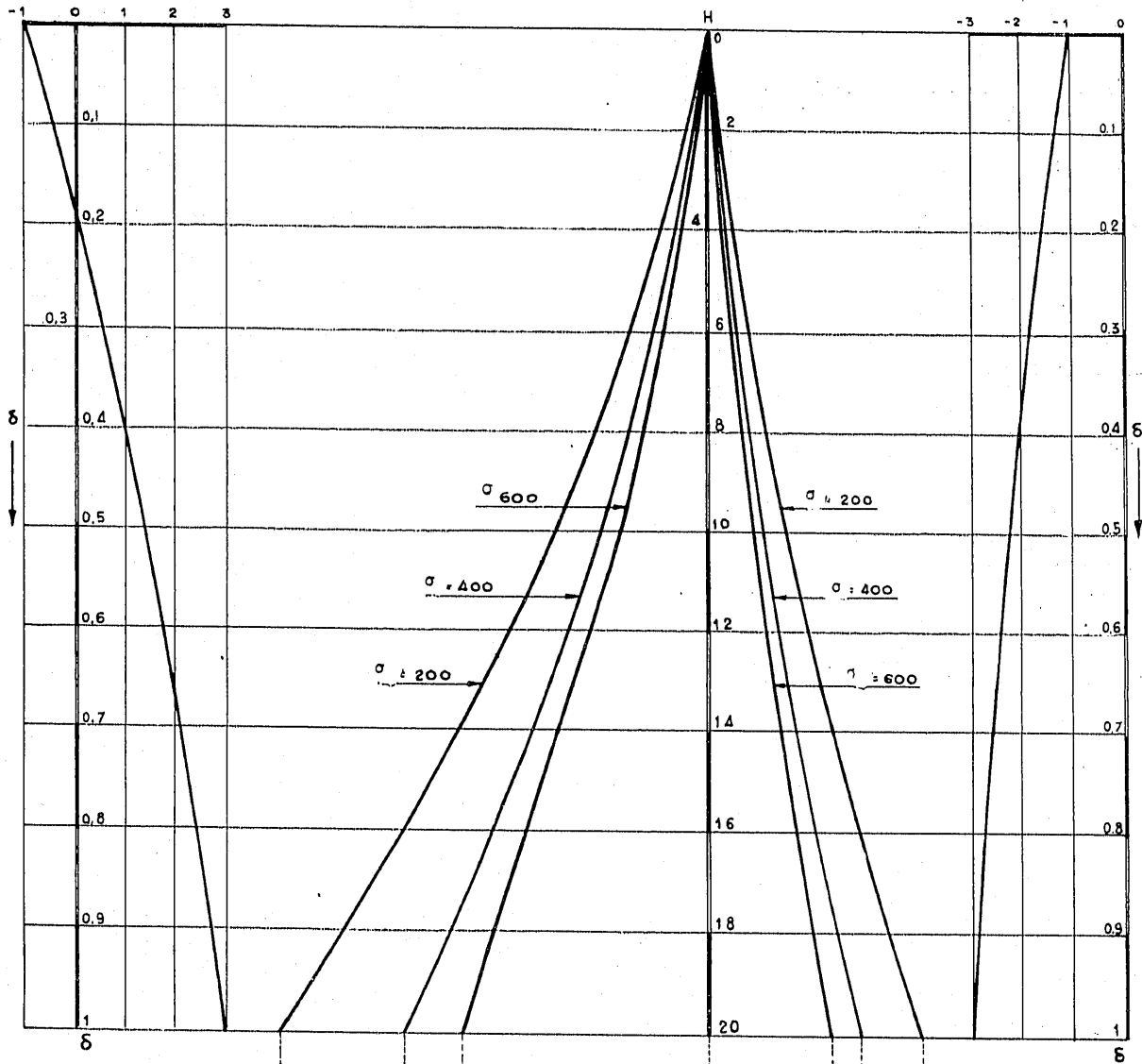


Fig. 8.ª — Variación de tensión de un cable situado en la abscisa X , para diversos valores de δ .

obtenemos:

para $x > 0$:

$$C_{1x} = C \frac{\sigma}{10.400} \left(8 \frac{\sqrt{\delta}}{(\delta + 1)} - 1 \right) = C \frac{\sigma}{10.400} K_2; \quad [1]$$

para $x < 0$:

$$C_{1x} = -C \frac{\sigma}{10.400} \left(4 \frac{\sqrt{\delta}}{(\delta + 1)} - 1 \right) = C \frac{\sigma}{10.400} K'_2$$

De aquí deducimos que las máximas pérdidas, o incrementos de tensión, se verifican en los cables más cercanos a los pies de los paramentos ($\delta = 1$), y que dicha variación es independiente de la altura de la presa y proporcional al valor de σ elegido.

En la figura 8.^a se han dibujado los perfiles teóricos de presas con $\sigma = 200, 400$ y 600 Tn./m.^2 . A ambos lados, la variación de los coeficientes K_2 y K'_2 , y debajo, de trazo grueso, las leyes de variación de tensión de los cables según su abscisa, dadas por las ecuaciones [1].

En todos los cálculos anteriores hemos considerado que el hormigón es perfectamente elástico en la decompresión que experimenta la zona próxima al paramento de aguas arriba por efecto del empuje del agua. Esto no es exactamente cierto, pues después de un período muy largo de carga, las deformaciones remanentes pueden suponer hasta el 50 por 100 de la total. Para las pequeñas compresiones con que trabajamos, podemos considerar que aquéllas no pasen del 30 por 100. Si tenemos en cuenta esta cifra, el aumento de tensión de los cables cercanos a este paramento será un 30 por 100 menos del antes calculado, no afectando para nada a los de aguas abajo, puesto que en ellos no hay decompresión sino un aumento de carga. La ley de variación, en este caso, es la indicada de puntos en la misma figura.

Veamos ahora cómo influye esta variación en las tensiones finales del hormigón en la sección inferior de la presa. Teniendo en cuenta que $C = \sigma$ para $x < 0$ y $C = \frac{\sigma}{4}$ para $x > 0$, las tensiones buscadas serán:

En el paramento aguas arriba.

$$\sigma' = \frac{\int C_{1x}}{A} + \frac{\int C_{1x} \left(x - \frac{A}{6} \right)}{\frac{1}{6} A^2}$$

En el paramento aguas abajo,

$$\sigma'' = \frac{\int C_{1x}}{A} - \frac{\int C_{1x} \left(x - \frac{A}{6} \right)}{\frac{1}{6} A^2}$$

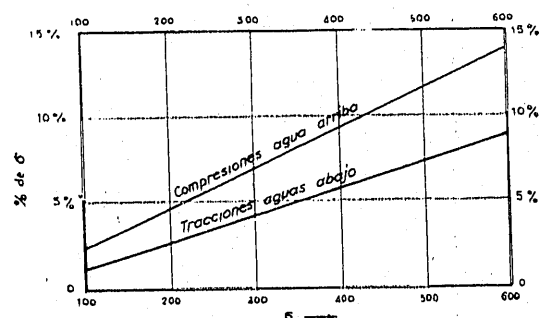
Efectuadas las integraciones, resulta:

$$\sigma' = \frac{1+k}{3} \cdot \frac{E_A}{E_H} \cdot \frac{1}{\sigma_a} \sigma^2 \cdot 2,47;$$

$$\sigma'' = \frac{1+k}{3} \cdot \frac{E_A}{E_H} \cdot \frac{1}{\sigma_a} \sigma^2 \cdot 1,53.$$

En la figura 9.^a se indica la variación de estas tensiones en tanto por ciento de σ , para los mismos valores de las constantes.

Sacamos como conclusión que la fluencia lenta



$$1+k = 25$$

$$\frac{E_A}{E_H} = 10$$

$$C_H = 65 \text{ Kg/mm}^2$$

$$\sigma' = 2,37 \times 10^{-4} \sigma^2$$

$$\sigma'' = 1,47 \times 10^{-4} \sigma^2$$

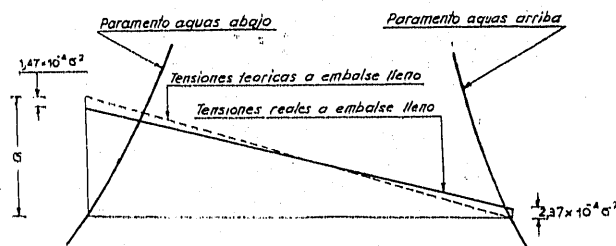


Fig. 9.^a — Efecto favorable de la fluencia lenta del hormigón en las tensiones a embalse lleno.

del hormigón es favorable para la estabilidad e impermeabilidad de la presa al disminuir las compresiones del paramento aguas abajo y aumentarlas en el de aguas arriba; la distribución final es la que se indica en la figura 9.^a.

Esta es una de las razones por la que hemos prescindido en el cálculo del dimensionamiento de la condición de Levy.

Como vemos, las variaciones de tensión son independientes de la altura de la presa.

2.13. Consideraciones finales.

Subrayamos a continuación las conclusiones a las que hemos llegado en los párrafos anteriores.

El valor de la σ admisible parece quedar limitado superiormente, por razones técnicas y económicas, a unos 40 ó 50 Kg./cm.². Para tensiones más elevadas, la cuantía de armaduras no sólo dificultaría la colocación de los cables verticales y horizontales, y el hormigonado del cuerpo de la presa, sino que, debido a las grandes esbelteces a las que se llegaría, sería necesario prever el encofrado total y simultáneo de los paramentos.

Para el dimensionamiento puede prescindirse del peso propio y del estabilizador del agua sobre el paramento aguas arriba, siempre que σ sea mayor de 150 Tn./m.², y utilizar las fórmulas aproximadas del apartado 2.3. La diferencia de espesores que se obtienen no suele pasar del 1,5 por 100.

No es necesario tener en cuenta la condición de Levy, no sólo por haber prescindido de las compresiones producidas por el peso propio, sino también por el efecto beneficioso de la fluencia lenta del hormigón al ponerse en carga el embalse, que, como hemos visto, puede llegar a 3,8 Kg./cm.² para $\sigma = 40$ kilogramos/cm.², la cual basta para contrarrestar la supresión hasta 38 m., en el caso de producirse alguna fisura.

No existe más limitación a la altura de la presa que la derivada de los problemas de la cimentación.

El criterio seguido en las citadas presas de la introducción son dos: o bien empotrar la totalidad de la presa en la roca de forma que trabaje todo el perfil como un voladizo vertical, o bien anclarla por medio de pozos o galerías continuas, con la condición de que el peso del terreno que se encuentra dentro del prisma triangular limitado por dos planos que, partiendo de la línea inferior de anclaje, estén inclinados 45°, y la resistencia a esfuerzo cortante de las mismas equilibre, con un cierto coeficiente de seguridad, el momento valcador del agua. La profundidad a que habrá que llegar por debajo del cauce oscila entre el 30 y 50 por 100 de la máxima carga de agua, según las condiciones locales de la roca de cimentación. Por lo demás, los problemas que se plantean en un metro cuadrado de planta son los mismos a cualquier profundidad, por ser constante la cuantía de armaduras. El problema de la longitud de cables podía ser subdividido mediante el mismo procedimiento que se utiliza en los recrecimientos por medio del pretensado, es decir, anclando cada zona en la inferior. Este sistema aumentaría la longitud total de cables a utilizar, por los solapes necesarios, y el número de conos de anclaje, pero facilitaría el resto de las operaciones.

De una forma similar se podría resolver la construcción por etapas.

El coeficiente de seguridad en este tipo de presa es elevado: alrededor de 4, respecto al hormigón, y 3, respecto al acero.

(Continuará.)