

TURBULENCIA EN VERTEDEROS

Por LUIS FERNANDEZ RENAU,
Ingeniero de Caminos, M. S.

En nuestro número de abril se inició la publicación de este importante trabajo, y aunque allí apuntábamos su división en tres artículos, vamos a dar en este segundo todo lo que resta del trabajo para ceñirnos más a la división que hizo el autor al redactarlo en dos partes. Esta segunda trata los temas reseñados en el subepígrafe.

SEGUNDA PARTE

Nuevos problemas. - La capa límite de los cajeros de un vertedero. - Estelas creadas por las pilas.

GENERALIDADES.

En el capítulo precedente se ha pasado revista al problema de la capa límite que se desarrolla en el fondo de pendiente pronunciada de un vertedero, haciendo crítica del estado actual del problema y apuntando una solución más general de la ecuación de Von Kármán, así como las directrices experimentales que creemos necesarias para tal solución del problema.

En forma análoga a la allí descrita, una capa límite nace y se desarrolla a lo largo de cada muro cajero de un vertedero. El espesor de esta capa límite lateral aumenta también aguas abajo. Si la sección es estrecha, ambas capas límites laterales se encuentran en el centro del canal y la turbulencia es general, extendiéndose a toda la sección transversal y dando así origen al mismo fenómeno descrito previamente como causado por la capa límite del fondo. Esta, corrientemente, rompe la superficie libre del agua, cuando todavía las dos capas límites que se desarrollan desde los muros se encuentran lejos del eje del canal. No obstante, estas capas límites laterales son responsables del arrastre de aire a lo largo de los muros cajeros, fenómeno éste generalmente local y que se inicia desde la zona de la cresta.

Muchas otras causas de turbulencia pueden aparecer en los vertederos. Por ejemplo, la forma especial de la curva que enlaza la cresta y paramento de aguas arriba, o la existencia de soleras para compuertas o alzas removibles pueden dar lugar al fenómeno de separación del flujo, separación que aumenta o modifica totalmente el desarrollo de la capa límite. Estos factores son difíciles de estudiar en el laboratorio de una manera general. Cada caso es distinto y ha de tratarse particularmente.

El problema de la estela turbulenta detrás de un cuerpo sumergido en flujo uniforme ha sido repetidamente estudiado desde hace tiempo. Goldstein (8) y Schlichting (1) y (2), presentan una solución del problema, aceptando hipótesis simplificadas y apli-

cando la teoría de la "longitud o recorrido de mezcla" de Prandtl ("Mischungsweg"). Sus resultados teóricos concuerdan bien con los resultados experimentales. Pero, de nuevo, desconocemos la existencia de estudios sobre la estela turbulenta engendrada por un cuerpo sumergido en flujo acelerado gravitatorio. Tal estudio es de primordial interés en el análisis del fenómeno real y más complejo de la estela que se forma detrás de las pilas de los vertederos. Por ello, se estudia más adelante la difusión de la estela turbulenta formada detrás de una barra cilíndrica completamente sumergida y empotrada en el fondo del canal de ensayos. Es ésta una buena base comparativa para el estudio de la difusión real de las estelas turbulentas creadas por las pilas. En raros casos, estas estelas serán causa de la turbulencia general del agua fluyente. Por tanto, la operación cara de dar forma hidrodinámica al extremo de aguas abajo de las pilas puede carecer de justificación en el proyecto de vertederos, aun cuando ello reduce el coeficiente de empuje en la pila y, por tanto, la expansión lateral de la estela turbulenta.

Análisis del problema.

ANÁLISIS DIMENSIONAL.

Como quiera que las investigaciones en la capa límite lateral se hicieron experimentalmente, el análisis dimensional de las variables que intervienen en el problema sirve de guía y proporciona una buena base para una representación gráfica adecuada de los resultados experimentales.

Las variables que entran en el problema de la difusión de la turbulencia ocasionada por las paredes, son:

δ , espesor nominal de la capa límite.

x , distancia en la dirección del flujo ($x = U_x^2 / 2gS$).

y , profundidad de la lámina vertiente medida perpendicularmente al fondo del canal.

k , rugosidad.

U_x , velocidad potencial.

ρ , masa del fluido.

g , aceleración de la gravedad.

ν , viscosidad cinemática del fluido.

S , pendiente del canal.

La variable dependiente δ está relacionada con las otras variables por la relación funcional:

$$\delta = F_1(x, y, k, U_x, \rho, g, \nu, S).$$

Seleccionando x, U, ρ como variables fijas para la aplicación del llamado teorema π del análisis dimensional (E. Buckingham), las siguientes combinaciones adimensionales de las variables pueden formarse:

$$\frac{\delta}{x} = F_2\left(\frac{y}{x}, \frac{k}{x}, \frac{U_x}{\sqrt{g x}}, \frac{U_x \cdot x}{\nu}, S\right).$$

$y/x = q/U_x \cdot x$ es una expresión adimensional de la descarga. El número de Froude $U_x/\sqrt{g y}$, resulta de la combinación de los términos " π " (y/x) y ($U_x/\sqrt{g y}$).

Posterioros comentarios del análisis dimensional se harán en los capítulos "Aspectos experimentales" y "Discusión de los resultados".

Las variables que intervienen en el problema de la expansión de la estela creada detrás de una varilla sumergida en flujo acelerado gravitatorio son, además de las anteriores, las siguientes:

b , ancho de la estela.

d , diámetro de la varilla.

U_b , velocidad potencial en el punto de situación de la varilla.

La variable dependiente b queda relacionada con las independientes por la relación funcional:

$$b = F_1(x, d, y, U_x, U_b, \rho, g, \nu, S).$$

Fijando d, U_x, ρ , para formar los términos adimensionales π , se tiene:

$$\frac{b}{d} = F_2\left(\frac{x}{d}, \frac{y}{d}, \frac{U_b}{U_x}, \frac{U_x}{\sqrt{g d}}, \frac{U_x d}{\nu}, S\right).$$

Aquí, $y/d = q/U_x \cdot d$ es una representación adimensional del caudal y ($U_x/U_b = \sqrt{x/x_b}$) es la raíz cuadrada de la relación de la abscisa de un punto genérico a la abscisa del punto de situación de la varilla. La expresión anterior puede volverse a escribir:

$$\frac{b}{d} = F_2\left(\frac{x}{d}, F_d, R, S, \frac{U_x}{U_b}, \frac{q}{U_x d}\right),$$

donde $F_d = U_x/\sqrt{g d}$ y $R = U_x d/\nu$.

Una relación semejante se obtiene por cálculo diferencial en la página 433.

CONSIDERACIONES TEÓRICAS.

Estudiemos ahora la turbulencia libre en la estela creada detrás de una varilla perpendicular al fondo del canal inclinado (fig. 22).

Establezcamos una zona de espesor unidad $ABCD$, lejos del fondo del canal y de la superficie del agua, en la cual la estela puede considerarse bidimensional. Si consideramos el flujo lejos de la cresta del vertedero, la presión diferencial debida a la pendiente de la superficie libre del agua puede despreciarse.

En esta clase de problemas es útil hacer la hipótesis de proporcionalidad entre la distancia de mezcla de Prandtl y el ancho de la estela:

$$\frac{l}{b} = \beta = \text{cte.} \quad [12]$$

El crecimiento del ancho b con el tiempo es proporcional a la fluctuación de la velocidad transversal w [1]:

$$\frac{D b}{D t} = w' \left(\frac{D}{D t} = u \frac{\partial}{\partial x} + w \frac{\partial}{\partial z} \right). \quad [13]$$

Seguendo a Prandtl:

$$|w'| = \text{número} \cdot |u'| = \text{número} \cdot l \cdot \frac{\partial u}{\partial z}, \quad [14]$$

y por definición:

$$\Delta u = U_x - u.$$

De todo ello:

$$\frac{\partial (\Delta u)}{\partial z} = - \frac{\partial u}{\partial z}. \quad [15]$$

El valor medio de $\frac{\partial (\Delta u)}{\partial z}$ es aproximadamente:

$$\frac{\partial (\Delta u)}{\partial z} = \text{número} \cdot \frac{\Delta u_c}{b}. \quad [16]$$

Combinando las relaciones [13], [14], [15] y [16]:

$$\frac{D b}{D t} = \text{número} \cdot l \cdot \frac{\Delta u_c}{b}. \quad [17]$$

Además:

$$\frac{D b}{D t} = \text{número} \cdot U_x \cdot \frac{d b}{d x}. \quad [18]$$

Por comparación con la ecuación [17] se deduce:

$$\frac{l}{b} \Delta u_c = \text{número} \cdot U_x \cdot \frac{d b}{d x},$$

o lo que es lo mismo:

$$\beta \frac{\Delta u_c}{U_x} = K_3 \cdot \frac{d b}{d x}; \quad [19]$$

K_3 , siendo una constante.

Aplicaremos el teorema de las cantidades de movimiento al área $ABCD$ en la dirección x . Como la presión puede suponerse casi constante, las fuerzas debidas a ésta se contrarrestan. Si consideramos el flujo potencial ya fuera de la estela turbulenta, a las velocidades U_0 y U_x en los extremos del área $ABCD$, habrá que asociar una velocidad w_x a lo largo de CD por razones de continuidad. Análogamente, a la velocidad deficitaria Δu habrá que ligar una velocidad Δw a lo largo de $\bar{CD}$.

El teorema de las cantidades de movimiento aplicado al área $ABCD$ da:

$$\int_0^b \rho U_0^2 dz - \int_0^b \rho (U_x - \Delta u)^2 dz + \int_0^x \rho (W_x - \Delta w) U_x dx = -W + F. \quad [20]$$

El mismo teorema aplicado a un área de control análoga, ya fuera de la estela turbulenta, daría:

$$\int_0^b \rho U_0^2 dz - \int_0^b \rho U_x^2 dz + \int_0^x \rho W_x U_x dx = -W. \quad [21]$$

Combinando [20] y [21], se obtiene:

$$- \rho \int_0^b (\Delta u)^2 dz + 2 \rho \int_0^b U_x \Delta u \cdot dz - \rho \int_0^x \Delta w \cdot U_x dx = F. \quad [22]$$

Por continuidad,

$$\int_0^x \Delta w \cdot dx = \int_0^b \Delta u \cdot dz.$$

Esta relación se introduce en la ecuación [22], que integrada por partes da:

$$- \int_0^b (\Delta u)^2 dz + 2 \int_0^b U_x \cdot \Delta u \cdot dz - U_x \int_0^b \Delta u \cdot dz + \int_0^x \left[\int_0^b \Delta u \cdot dz \right] \frac{dU_x}{dx} dx = \frac{F}{\rho}. \quad [23]$$

Como

$$U_x^2 = U_0 + 2gSx; \\ \frac{dU_x}{dx} = \frac{gS}{U_x};$$

la ecuación [23] puede transformarse así:

$$U_x \int_0^b \Delta u \cdot dz - \int_0^b (\Delta u)^2 dz + gS \int_0^x \left[\int_0^b \Delta u \cdot dz \right] \frac{dx}{U_x} = \frac{F}{\rho}, \quad [24 a]$$

$$\int_0^b \left(\frac{\Delta u}{U_x} \right) dz - \int_0^b \left(\frac{\Delta u}{U_x} \right)^2 dz + \frac{gS}{U_x^2} \int_0^x \left[\int_0^b \frac{\Delta u}{U_x} dz \right] dx = \frac{F}{\rho U_x^2}. \quad [24 b]$$

Hagamos la hipótesis de que la misma función caracteriza las velocidades en toda sección dentro de la zona de difusión:

$$\Delta u = \Delta u_c \cdot f(\eta) \quad \left(\eta = \frac{z}{b} \right).$$

Siendo K_1 y K_2 números puros que dependen de la forma supuesta para la función $f(\eta)$, escribamos por brevedad:

$$\int_0^b \Delta u \cdot dz = b \cdot \Delta u_c \int_0^1 f(\eta) d\eta; \quad K_1 = \int_0^1 f(\eta) d\eta; \quad [25] \\ \int_0^b (\Delta u)^2 dz = b(\Delta u_c)^2 \int_0^1 [f(\eta)]^2 d\eta; \quad K_2 = \int_0^1 [f(\eta)]^2 d\eta.$$

La ecuación [24 a] puede simplificarse mediante la ecuación [19] y las últimas relaciones [25], de la manera siguiente:

$$U_x b \cdot \Delta u_c \cdot K_1 - b(\Delta u_c)^2 K_2 + \\ + gS \int_0^x b \cdot \Delta u_c \cdot K_1 \cdot \frac{dx}{U_x} = \frac{F}{\rho}; \\ \left(F = C_D \rho \frac{U_b^2}{2} \right); \\ \frac{db}{dx} \left[\frac{K_2 K_3}{K_1^2} \frac{db}{dx} - 1 \right] = - \\ - \frac{\beta}{2 K_1 K_3} C_D \frac{d}{b} \left(\frac{U_b}{U_x} \right)^2 + \frac{S}{2} \frac{gb}{U_x^2}. \quad [26]$$

Como el coeficiente de empuje S es función del número de Reynolds $R = U_b d/\nu$, la solución de la ecuación diferencial [26] tendrá la forma general:

$$\frac{b}{d} = F\left(\frac{x}{d}, F_d, R_d, S, \frac{U_x}{U_b}\right),$$

donde $F_d = U_x / \sqrt{g d}$.

A larga distancia de la varilla puede despreciarse el término $(db/dx)^2$ (véase relación [19]). Cuando $S=0$ y $U_x=U_0$, la integración de la ecuación diferencial [26] da:

$$b = B \beta \sqrt{C_D dx}.$$

Este resultado es la conocida solución del problema de la estela detrás de un cilindro sumergido en flujo uniforme, teniendo la constante B el valor $\sqrt{10}$. [2] y [8].

Tras despreciar $\left(\frac{db}{dx}\right)^2$, la ecuación [26] queda:

$$\frac{db}{dx} = \frac{\beta}{2 K_1 K_3} C_D \frac{d}{b} \frac{U_b^2}{U_x^2} - \frac{Sg}{2} \frac{b}{U_x^2}, \quad [27]$$

cuya solución es:

$$b^2 = \frac{\beta}{K_1 K_3} \frac{C_D}{S'} \frac{U_b^2}{gd} d^2 \left[1 - \frac{U_b}{U_x} \right]. \quad [28]$$

La constante de integración ha sido determinada por la condición $b = 0$. $U_y = U_b$. El ancho b alcanza el valor límite b_∞ :

$$b_\infty = d \sqrt{\frac{2}{K_1 K_2} \frac{C_D}{S} \frac{U_b^2}{g d}}$$

o, como $U_b^2 = 2 g S x_b$:

$$b_\infty = \sqrt{\frac{2}{K_1 K_2}} \left| \frac{C_D}{S} d x_b \right| \quad [29]$$

Aspectos experimentales.

Equipo.

Todo el trabajo experimental original ha sido realizado en el laboratorio del Instituto de Investigaciones Hidráulicas de Iowa, con equipo proyectado para investigaciones previas de Bauer (7) y el apoyo de la "Waterways Experimental Station" del "Corps of Engineers" (Vicksburg, Mississippi).

El equipo consta, en esencia, de un canal de paredes y fondo de vidrio y un tanque de tranquilización del flujo, necesariamente turbulento, con que se alimenta el dispositivo experimental (fig. 10).

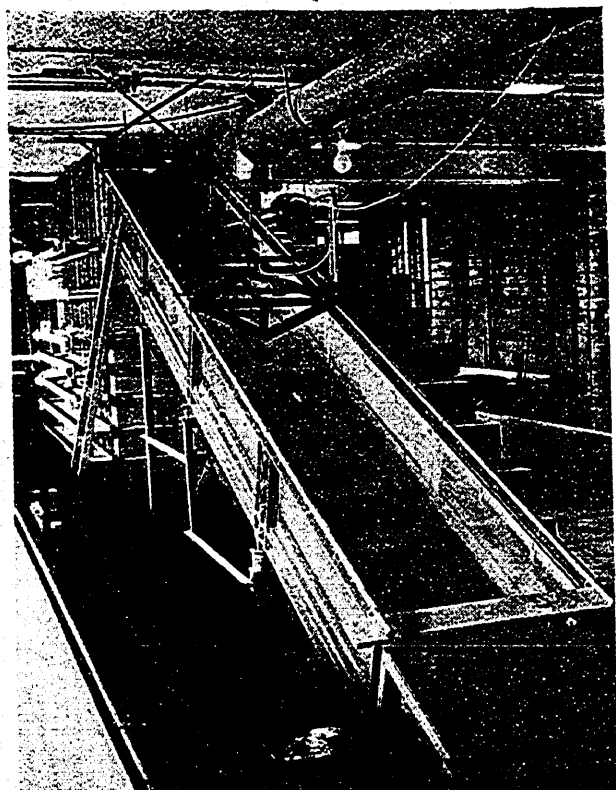


Fig. 10. — Canal de ensayos y tanque de alimentación.

El canal es rectangular, de 60 cm. de anchura, y está construido en dos partes de 3.66 m. (12 pies) y 1.22 m. (4 pies), respectivamente. Las paredes tienen 0.305 m. (1 pie) de altura. Los paneles de vidrio del fondo apoyan en zapatas ajustables, que permiten su situación perfecta en un mismo plano. Las cargas debidas al canal y agua fluyente se transmiten también, mediante zapatas, a una serie de caballetes de acero laminado, que a su vez permiten variar la inclinación del fondo del canal.

El tanque de tranquilización es una estructura de acero de $0.61 \times 2.44 \times 2.60$ metros ($2 \times 8 \times 8.5$ pies), proyectada de forma que suministre un flujo no perturbado a la entrada del canal inclinado. El agua entra en el tanque de tranquilización a través de una toma practicada en la pared del mismo cerca de su fondo y rebosa sobre la cresta del vertedero. El nivel de agua en el tanque se mide con una escala de agua.

Para asegurar un flujo lo menos turbulento posible, se dispusieron una serie de rejillas y telas metálicas de acero en arcos circulares, ordenados de mayor a menor finura. Con este sistema se disminuye progresivamente la escala de la turbulencia, de manera que el flujo que entra en el canal inclinado apenas está perturbado. Importa dejar bien sentado aquí que la provisión de flujo no perturbado en la entrada del canal no es un intento de reproducir el fenómeno real del agua fluyendo sobre un vertedero. Simplemente, el dispositivo descrito permite estudiar la turbulencia engendrada por las paredes y fondo del canal, y estimar la importancia de estas fronteras sólidas como fuente de turbulencia. Si el agua fuese ya turbulenta a la entrada del canal, sería imposible discernir el efecto que paredes y fondo del canal ejercen en el flujo turbulento. Sin embargo, el caso real del agua que fluye sobre un vertedero es mucho más complejo. Un simple obstáculo en el fondo del canal aumenta localmente el espesor de la capa límite y puede causar un prematuro arrastre de aire por el agua, de carácter, empero, meramente local.

El perfil de la cresta del vertedero sigue la forma de la lámina inferior de un vertedero en pared delgada, bajo una carga de agua de 0.305 m. (1 pie). Dicho perfil está formado, en la práctica, por una elipse (semieje vertical de 38 mm. y horizontal de 92), enlazada con una parábola ($y = 0.512 x^{1.88}$). La dirección positiva del eje y es horizontal en el sentido del flujo, y el origen de coordenadas está situado en el punto más alto de la cresta. Esta es de mortero de cemento recubierto por una capa de parafina de poco espesor, a fin de conseguir una superficie lo más lisa posible. Las juntas entre paneles de vidrio contiguos fueron selladas con plastina, consiguiéndose así impermeabilidad y lisura.

La primera serie de experimentos fué realizada a lo largo de las paredes de vidrio del canal. Más adelante, las paredes se hicieron rugosas por medio de una tela metálica de alambre de bronce de 0.25

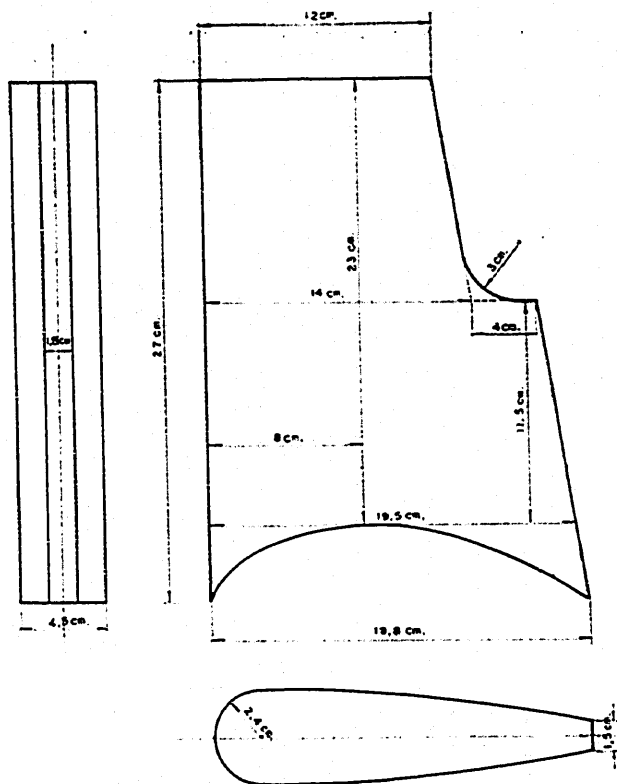


Fig. 11. -- Pila experimental.

milímetros de diámetro (0.010 pulgadas) y 16 alambres por pulgada. Al aplicar la malla a las paredes del canal, se tuvo especial cuidado en asegurar perfecto contacto entre tela metálica y vidrio. De esta manera, la rugosidad artificial así creada es susceptible de fácil reproducción y medida, además de económica. Bauer determinó el valor de su rugosidad k en un canal rectangular con corriente uniforme. El valor de k indica una rugosidad comparable a la del hormigón.

Para el estudio de la estela creada por un cilindro sumergido y perpendicular al fondo del canal, se escogieron varillas de 3.40 y 9.52 mm. de diámetro, respectivamente, que se soldaron con latón a unas láminas muy finas, también de latón (0.127 mm.). Las láminas se pegaban cuidadosamente con un pegamento hidráulico en distintos puntos del fondo del canal. Esta operación requería un cuidado especialísimo a fin de lograr que la lámina perturbase al mínimo la capa límite del fondo. Las varillas no experimentaron ninguna vibración, una vez sumergidas parcial o totalmente en el agua fluyente.

Se realizó otra serie de ensayos con una pila de plasticina colocada en la cresta del vertedero y equidistante de ambas paredes de vidrio (fig. 11), con el fin de estudiar la estela turbulenta creada detrás de ella. Posteriormente se dió forma hidrodinámica al extremo aguas abajo de la pila. Y por último, se colocó en cresta del vertedero un cilindro de .32

milímetros (1.25 pulgadas) de diámetro, de material plástico, estudiándose la estela por él creada.

Las mediciones se efectuaron con dos tipos de tubos de 2 mm. (0.085 pulgadas) y 0.5 mm. (0.021 pulgadas) de diámetro, respectivamente, que en lo sucesivo se designarán con el nombre de "tubos de estancamiento", pues su propósito es crear un punto de parada o estancamiento del flujo (fig. 12). Las presiones en el punto de parada fueron medidas con un manómetro abierto de mercurio. Siendo la finalidad de las investigaciones en la capa límite lateral la determinación del espesor de esta capa a lo largo de las paredes, se eligió a este objeto el tubo de 2 milímetros de diámetro, pues el mercurio tardaba menos en alcanzar el equilibrio y las lecturas podían hacerse con más rapidez que con el otro tubo. La presencia o ausencia de fluctuaciones en la columna de mercurio del manómetro permitía localizar sendas zonas, turbulenta e irrotacional. Pudo observarse una zona intermedia de transición, en la que las oscilaciones del mercurio eran más amortiguadas, sin desaparecer totalmente. En lo sucesivo nos referiremos a la línea de separación entre la capa límite turbulenta y la zona de transición.

Las mediciones de velocidades resultaron más fáciles con la aguja hipodérmica de 0.5 mm. que con

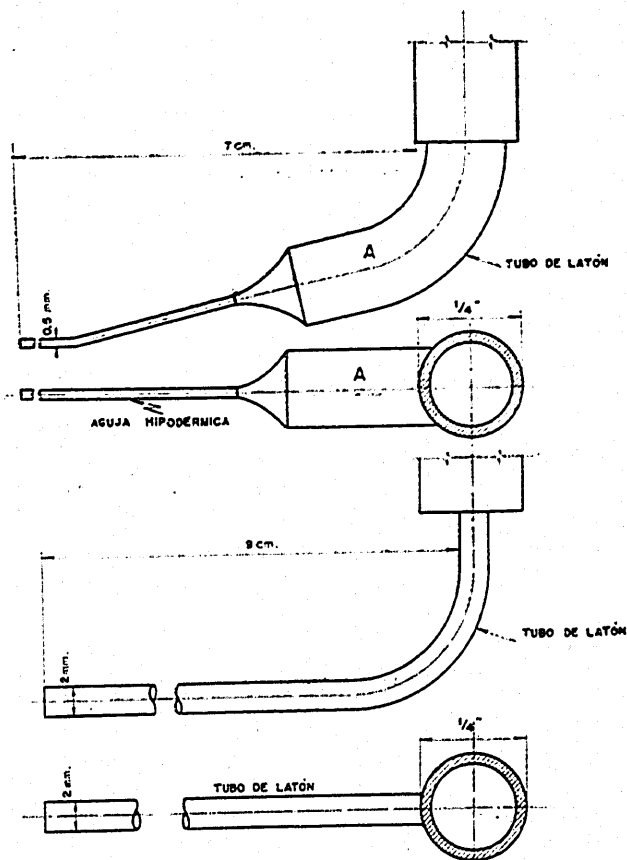


Fig. 12. -- Tubos de estancamiento.

el tubo de 2 mm., pues la primera resultó ser más precisa que el segundo. Para poder medir velocidades a 0.25 mm. de la pared, se fabricó un tubo de estancamiento especial, doblando ligeramente una aguja hipodérmica.

Lejos de la cresta y cerca de la superficie libre del agua, la asociación de velocidades altas y presiones bajas dió lugar a que el flujo se separase de la punta de la aguja de medida, creándose una estela inestable que imposibilitaba toda lectura. Este contratiempo pudo aliviarse, aunque no evitarse totalmente, alargando el tubo portador de la aguja (véase (.4) en la figura 12), y redondeando los bordes de la misma. El tubo de estancamiento se sujetó con un tornillo de presión a una varilla graduada, que podía

moverse perpendicularmente al fondo del canal, e iba a su vez montada en un carro móvil, al que también se había adaptado el manómetro de mercurio.

La situación del carro se fijaba por lectura en una escala graduada pegada a las paredes del canal. La varilla graduada podía también moverse en dirección transversal, de manera que era posible realizar mediciones en todo punto del canal.

La situación de la punta de la aguja hipodérmica con respecto al fondo y paredes del canal, podía determinarse con error de 0.3 mm. (0.001 pies), mediante escalas vertical y horizontal, provistas de nonius. El origen de los ejes de coordenadas y o z quedaba determinado con error de 0.3 mm. por simple inspección, haciendo que la punta de la aguja

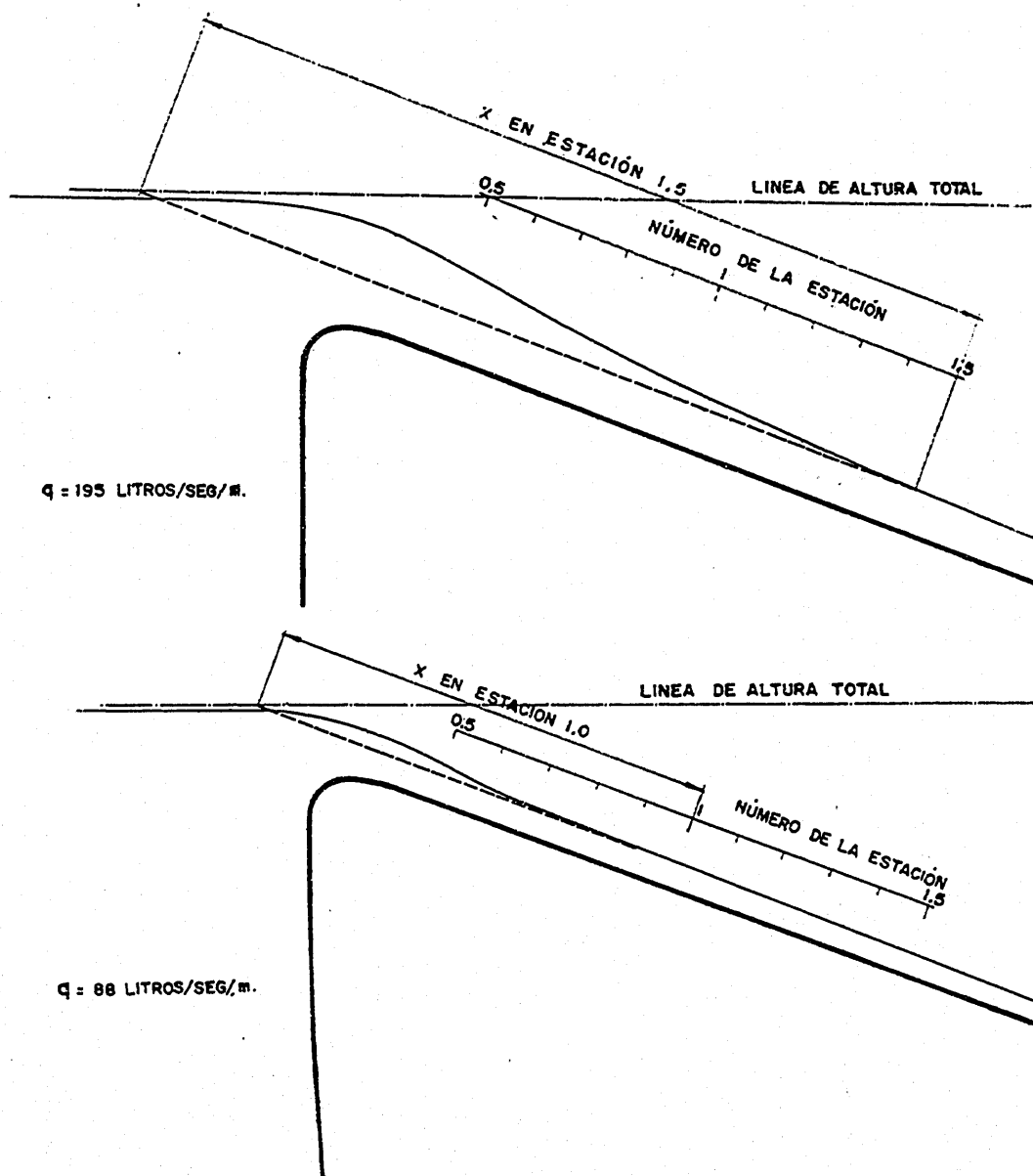


Fig. 13. — Perfiles longitudinales. Caudales máximo y mínimo.

coincidiere exactamente con su imagen reflejada en el fondo o pared del canal de ensayos. En esta posición, el valor de la coordenada se tomaba igual al semidiámetro exterior de la aguja, en los experimentos realizados sobre la pared lisa, e igual a dicho semidiámetro más el semidiámetro del alambre de la tela metálica, en los experimentos sobre pared de rugosidad artificial.

El manómetro de mercurio era abierto y estaba provisto de escala graduada hasta 3 mm. (0.01 pies). Mediante un nonius, el nivel del mercurio pudo determinarse con error de 0.3 mm. (0.001 pies).

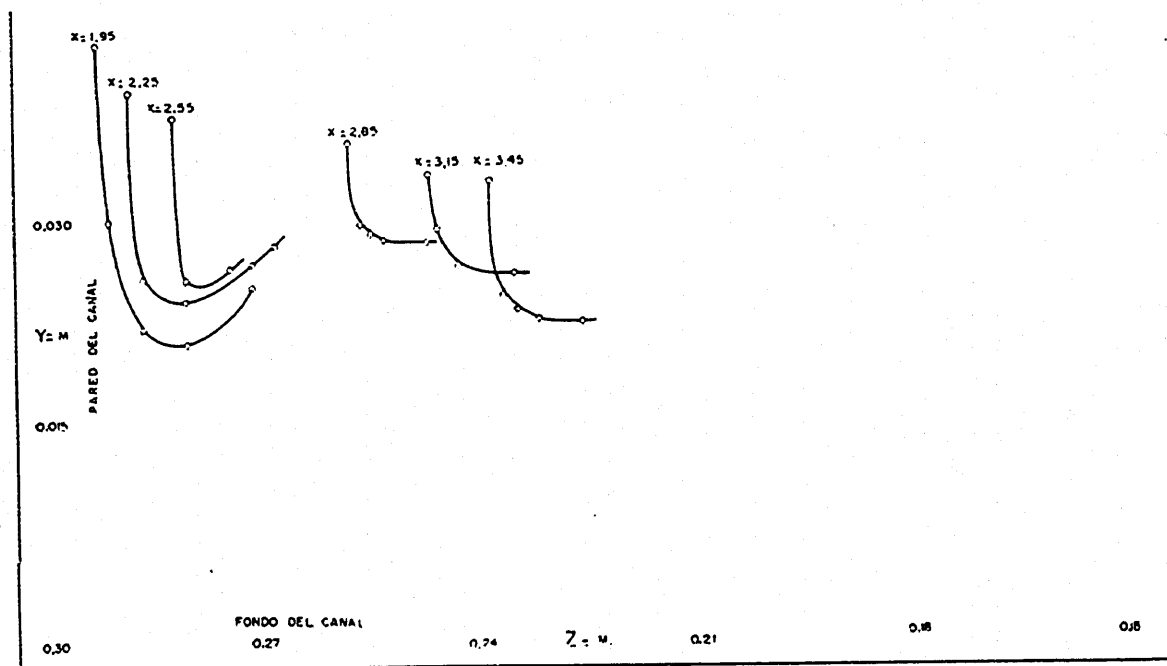


Fig. 14. — Capa limite en pared y esquina del canal.

La operación de "tomar el pulso" al agua, siguiendo las oscilaciones del mercurio en el manómetro, requería tiempo y gran esfuerzo visual. Para aliviar este esfuerzo se vertieron unos cuantos milímetros de agua en la rama abierta del manómetro. La superficie libre de este agua era muy sensible a las oscilaciones del mercurio y podía observarse fácilmente con la ayuda de una lente de aumento.

Para asegurar la continuidad de la columna de agua entre la punta de la aguja de medida y el mercurio del manómetro, se conectó la rama del manómetro en U que contiene agua a una tubería general del abastecimiento del laboratorio, por medio de una válvula que se cerraba antes de tomar medidas.

MEDICIONES.

Se hicieron mediciones del espesor de la capa límite a lo largo del fondo y paredes de vidrio del canal, así como a lo largo de dichos fondo y paredes

cubiertos con una tela metálica de rugosidad equivalente conocida. La pendiente del canal se mantuvo constante en 20°, variándose los caudales. Una vez fijada la descarga, el carro de medida se iba situando en diferentes estaciones a lo largo del canal. En cada estación se fijaba el aparato de medida a distintas distancias de la pared y, manteniendo cada una de estas distancias, se movía perpendicularmente al fondo. De esta manera se determinaba el espesor de la capa límite en cada sección transversal, prestandose especial atención a las paredes y ángulos del canal (figura 14).

En cada sección transversal existe una zona en que el espesor de la capa límite lateral permanece casi constante a distintas distancias del fondo. El espesor de la capa límite en esta zona se designa por δ en lo que sigue.

Mediciones efectuadas con la aguja hipodérmica, permitieron la caracterización de los campos de velocidades en secciones transversales del canal, tales y como se muestran en las figuras 15 y 16, donde se han dibujado líneas de igual velocidad.

Para la determinación del espesor de la lámina vertiente se montaba en el carro una escala de aguja en vez del tubo de estancamiento. En la figura 13 aparecen los perfiles de la superficie libre del agua a lo largo del eje del canal, correspondientes a las descargas máxima y mínima empleadas (195 y 88 litros/seg. por metro, respectivamente).

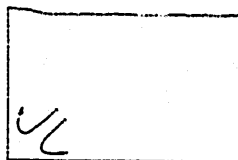
En la zona donde se efectuaron las mediciones puede suponerse, sin error apreciable, distribución hidrostática de presiones.

La velocidad potencial U_x se determinó por la altura de velocidades $U_x^2/2g$, que, sin grave error, puede tomarse como la distancia vertical entre la línea de altura total y la superficie del agua.

La distancia x a lo largo del canal se define gráficamente en la figura 13, siendo $x = U_x^2/2gS$. Con esta definición de x , el origen de coordenadas no es un punto fijo. El error que ello supone es, sin embargo, aceptable.

También la aguja de 0.5 mm. resultó más adecuada que el tubo de 2 mm. para efectuar mediciones en la estela turbulenta creada por la varilla de 3.4 milímetros de diámetro, por dar mayor precisión.

El primer paso consistía en determinar la profundidad a que debía sumergirse la aguja hipodérmica para medir el ancho de la estela en una región en que dicho ancho permaneciese prácticamente constante y no estuviese afectado por la proximidad de la capa límite del fondo o del extremo superior de



ESQUEMA (A)

Q = 140 (LITROS/SEG)/M.

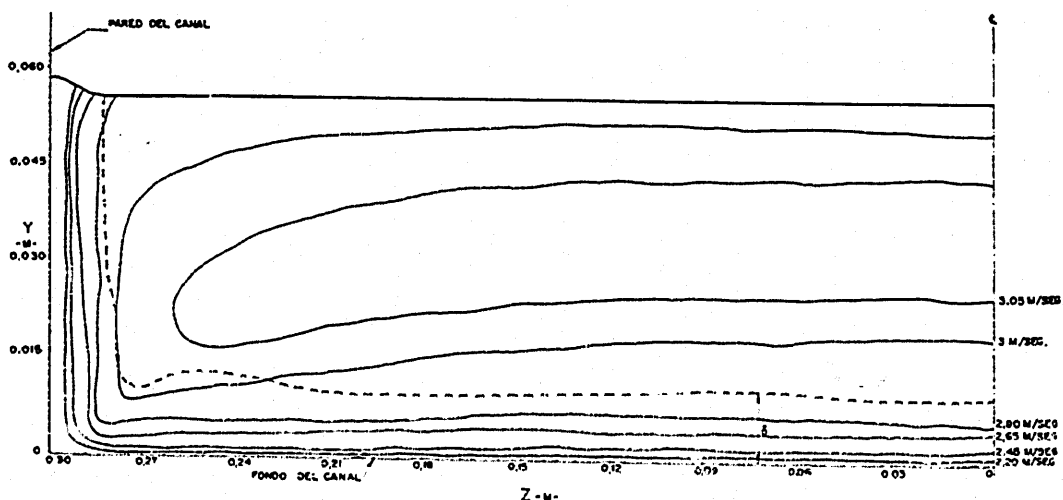


Fig. 15. — Campo de velocidades en la estación 1.40.

Q = 140 (LITROS/SEG)/M.

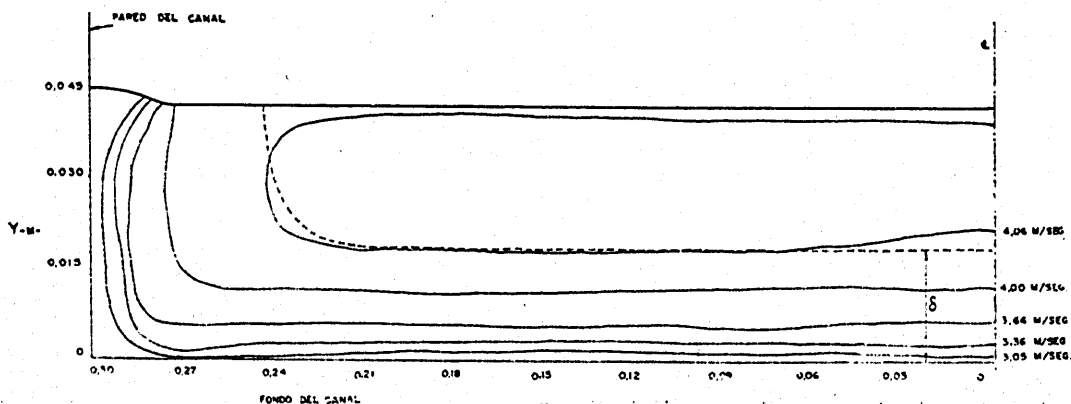


Fig. 16. — Campo de velocidades en la estación 2.60.

la varilla sumergida. Con este criterio se determinaron secciones transversales de la estela turbulenta a lo largo del canal, tales como las de la figura 23. Una vez decidida la profundidad de inmersión de la aguja hipodérmica, se exploraron los límites de la

Los experimentos con la varilla de 3.4 mm. demostraron que la situación de la varilla carecía de importancia dentro de nuestras posibilidades experimentales, por lo que la varilla de 9.5 mm. se colocó solamente en una estación (estación 1.55).

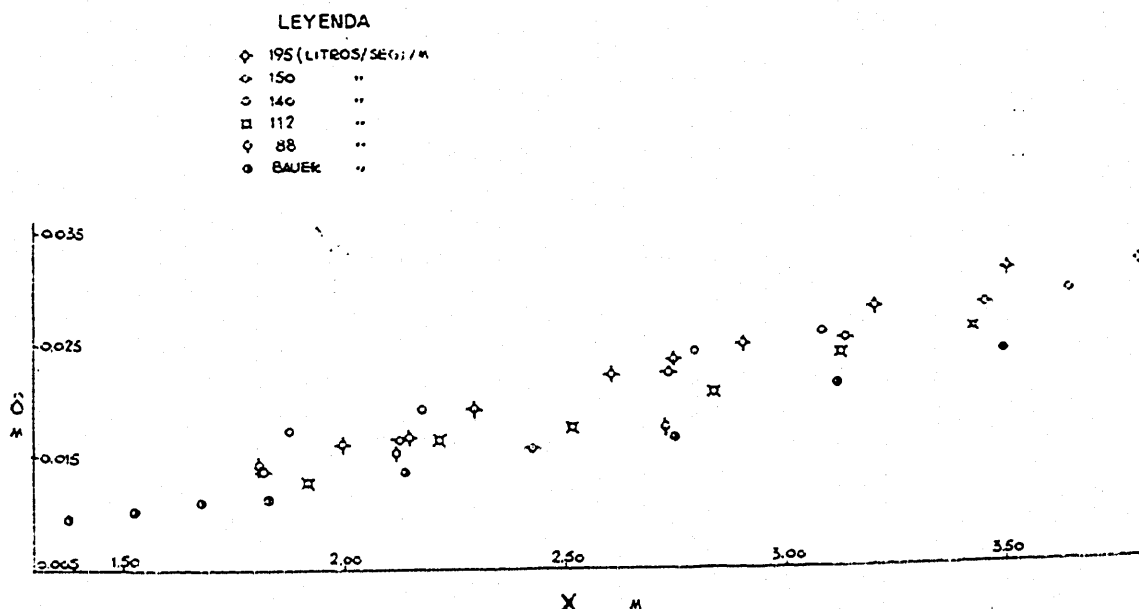


Fig. 17. — Espesor de la capa límite a lo largo del eje del canal

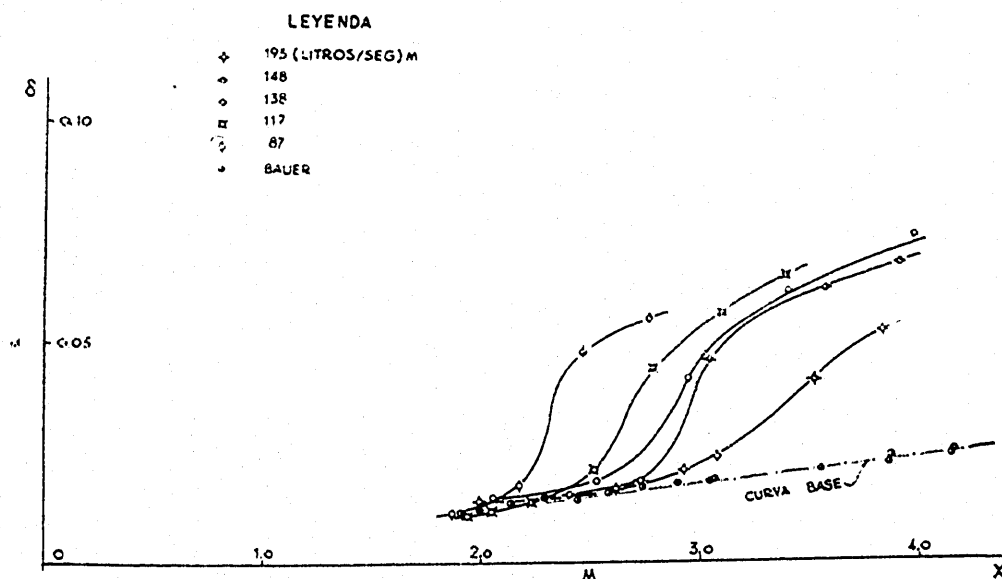


Fig. 18. — Espesor de la capa límite a lo largo de pared lisa.

estela turbulenta, detectando la presencia o ausencia de fluctuaciones en el mercurio del manómetro. La varilla de 3.4 mm. de diámetro se situó en las estaciones números 1, 1.55 y 1.85, a lo largo del canal de ensayos, variándose los caudales dentro de las posibilidades experimentales.

Con el mismo criterio y procedimiento descritos, se estudiaron las diversas estelas turbulentas, bien fuesen creadas por varillas o pilas experimentales. En este último caso, el perfil de la onda de gravedad producida por la pila se determinó con una escala de aguja. En la figura 30 se presentan los perfiles

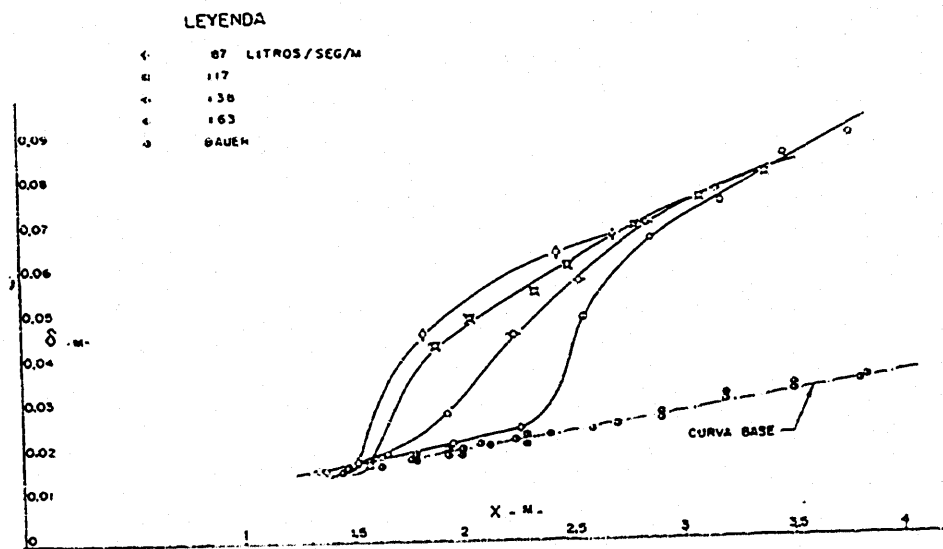


Fig. 10. — Espesor de la capa limite a lo largo de pared rugosa

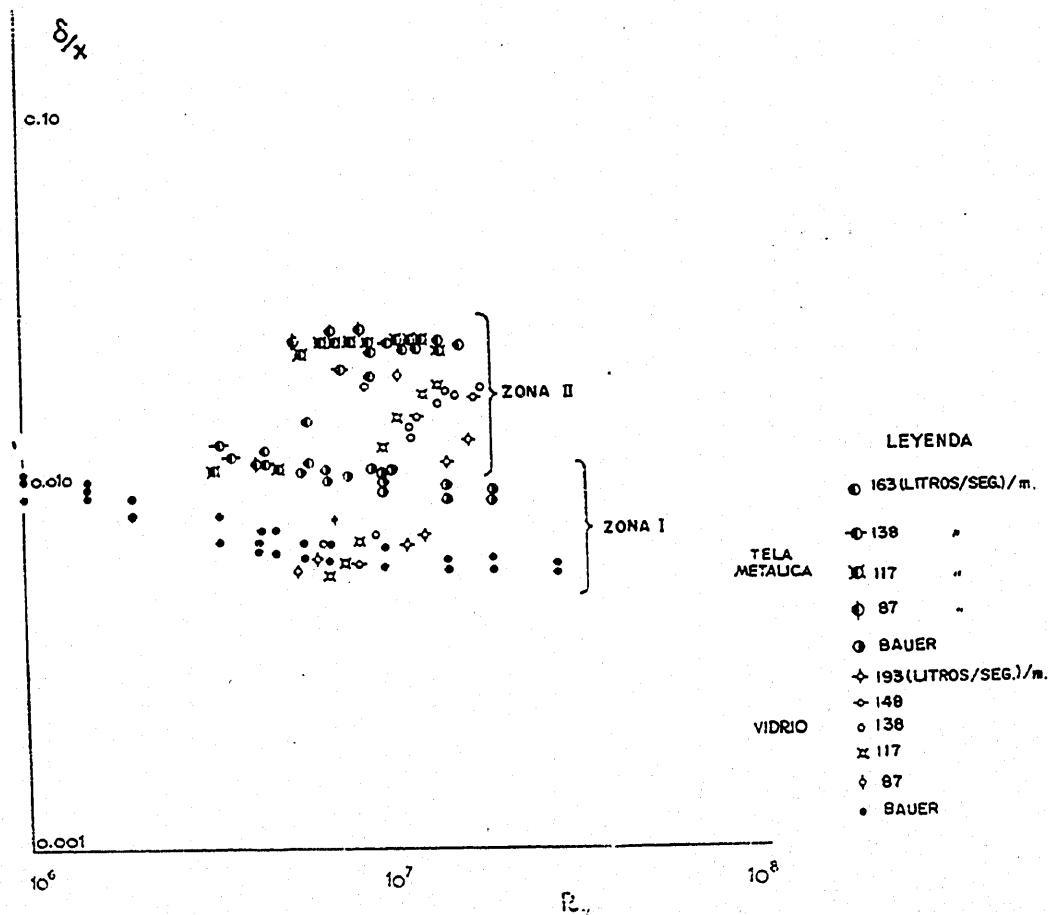


Figura 20.

de la onda de gravedad y las fronteras de la estela turbulenta aguas abajo de una pila sin forma hidrodinámica, colocada en la cresta, a distintas distancias a lo largo del canal de ensayos. Aguas abajo, la onda se reflejaba en las paredes del canal, elevándose el nivel del agua en el punto de reflexión, sobre-elevación que podía distinguirse a simple vista.

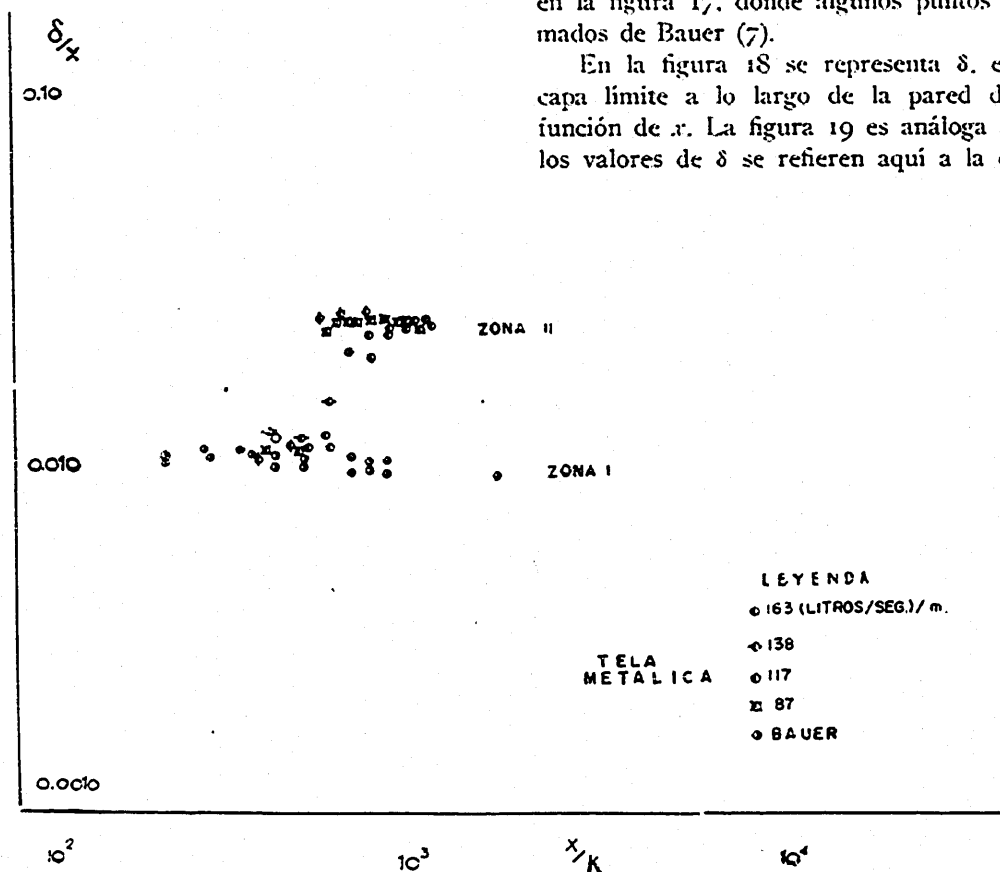


Figura 21.

En la parte posterior de las pilas se producía separación, formándose una cavidad estable en forma de embudo, a través de la cual se verificaba un continuo arrastre de aire por el agua.

Por simple inspección visual pudieron hacerse otras observaciones de carácter general durante los experimentos. Así pudo percibirse que las paredes del canal motivaban no sólo una pequeña onda de gravedad, con anterioridad mencionada, sino también ondas de capilaridad superpuestas a la corriente general. La celeridad de estas ondas, combinada con la creciente velocidad superficial del agua, daba lugar a una serie de frentes de onda que, formando inicialmente un cierto ángulo con las paredes del canal, acababan por hacerse casi paralelos a dichas paredes, sin interferencia de los sistemas creados a uno y

otro lado. Estas ondas no parecían introducir ninguna turbulencia.

GRÁFICOS DIMENSIONALES.

El espesor de la capa límite δ , a lo largo del eje del canal se representa en función de la distancia x en la figura 17, donde algunos puntos han sido tomados de Bauer (7).

En la figura 18 se representa δ , espesor de la capa límite a lo largo de la pared de cristal, en función de x . La figura 19 es análoga a la 18, pero los valores de δ se refieren aquí a la capa límite a

lo largo de la pared rugosa. El crecimiento de la capa límite del fondo limitaba la región en que se podía estudiar la capa límite lateral de manera distinta y clara. En las figuras 18 y 19 se han incluido valores de la capa límite a lo largo del eje del canal con fines comparativos.

El ancho de la estela detrás de la varilla de 3.4 milímetros aparece como función de la distancia x' a la varilla en las figuras 24, 25 y 26, que corresponden a tres situaciones diferentes de la misma a lo largo del canal. La figura 27 muestra un gráfico análogo para la varilla de 9.5 mm.

En la figura 29 se presentan gráficos logarítmicos del ancho de las estelas creadas por una pila cilíndrica y otra de forma hidrodinámica situada en la cresta, usando como abscisa la distancia a la pila.

GRÁFICOS ADIMENSIONALES.

Siguiendo las directrices del análisis dimensional del problema de la difusión de turbulencia desde las paredes de un vertedero, la relación δ/x se re-

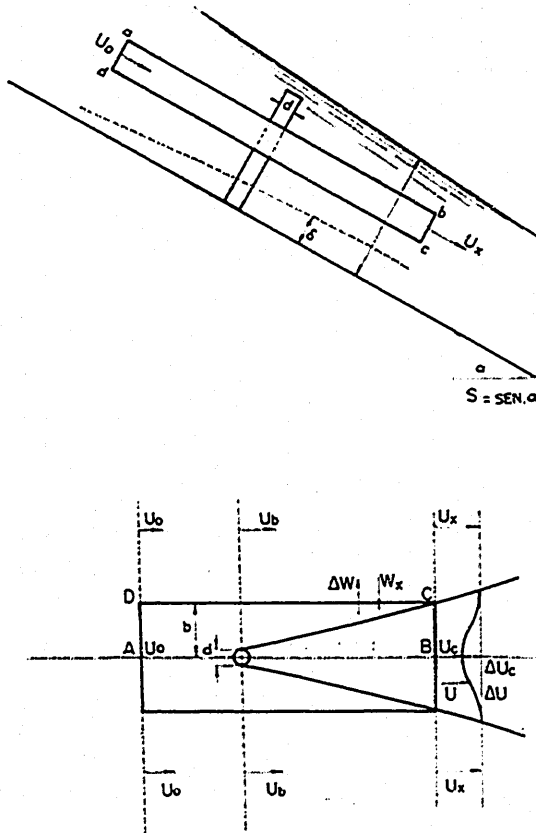


Fig. 22. — Esquema para análisis de la estela detrás de una varilla.

presenta en función del número de Reynolds $R = U_x x/\nu$ y de la relación x/k .

Las figuras 15 y 16 muestran que la onda creada por deceleración de la corriente cerca de las paredes tiene un desarrollo independiente del de la capa límite lateral. En consecuencia, la onda de gravedad creada por la pared no es un factor que intervenga en la difusión de la capa límite turbulenta lateral. Aún más, como quiera que δ ha sido determinado en una zona suficientemente alejada tanto de la superficie del agua como del fondo del canal, el número de Froude $F = U_x/\sqrt{g}$ y no ha sido considerado en los gráficos adimensionales que aquí se presentan.

La figura 20 muestra δ/x en función del número de Reynolds e incluye resultados obtenidos para diversos caudales y para paredes lisa (vidrio) y rugosa (tela metálica).

La figura 21 presenta δ/x en función de x/k para diversos caudales, habiéndose tomado un valor de k igual a 2.75 mm.

La figura 28, presenta en forma adimensional $b/[C_D d x_b]$ en función de x/x_b , ya que la ecuación [28] puede escribirse, usando la relación [29], en la forma:

$$\left[\frac{b}{C_D d x_b} \right]^2 = \frac{2 \beta}{K_1 K_2} \left[1 - \sqrt{\frac{x_b}{x}} \right].$$

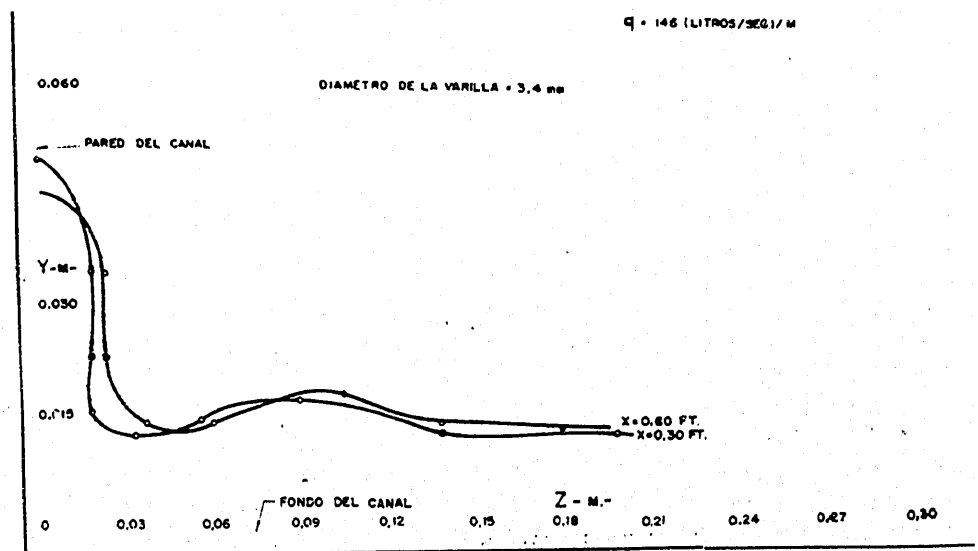


Fig. 23. — Estela detrás de una varilla. Dos secciones transversales.

Fig. 24. — Estela detrás de una varilla. Estación 1.

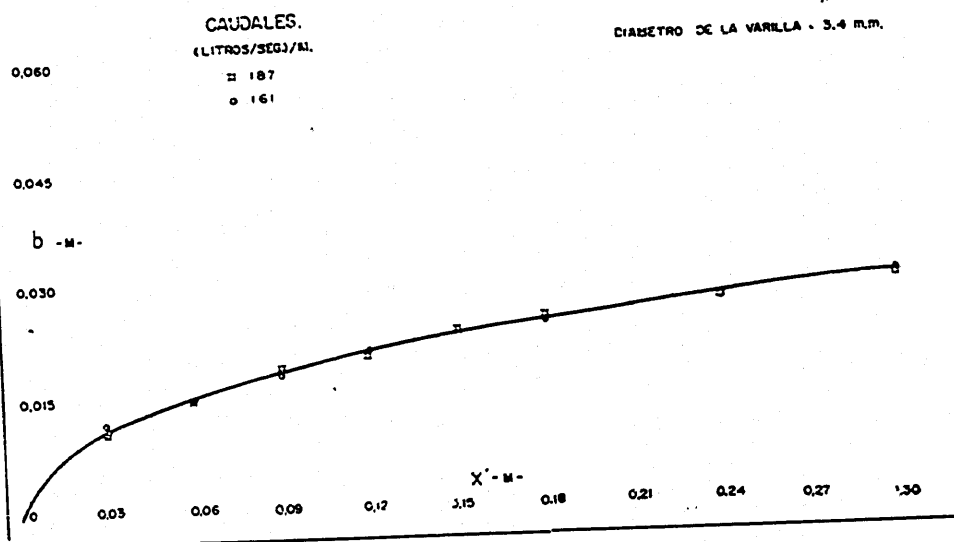
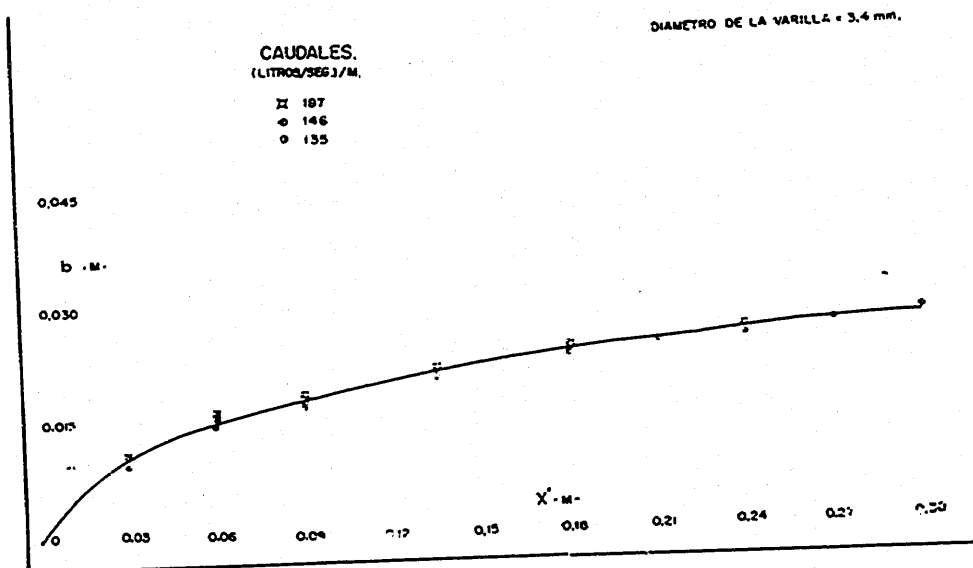
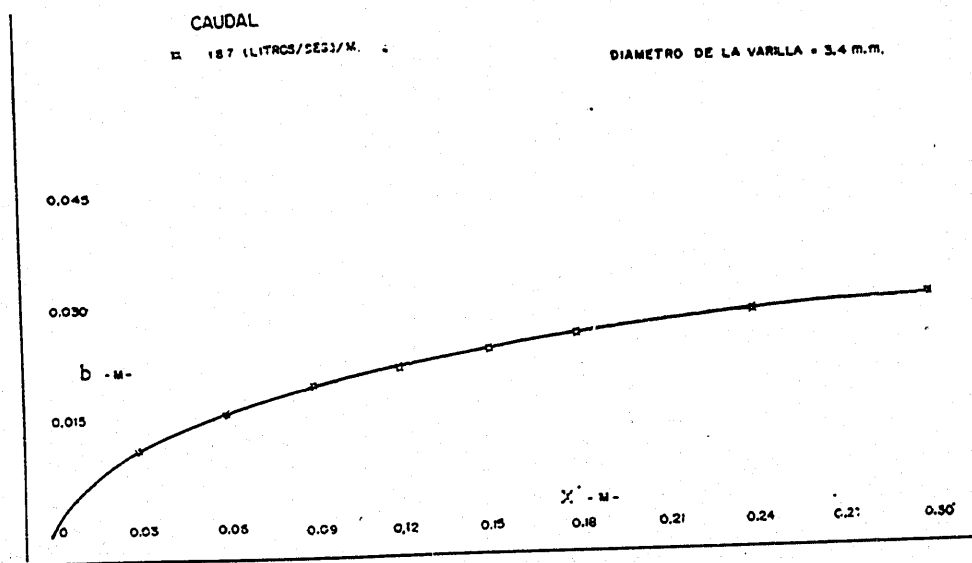


Fig. 25. — Estela detrás de una varilla. Estación 1.55.

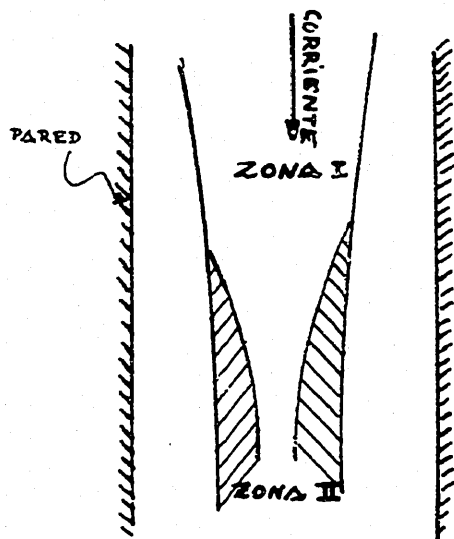
Fig. 26. — Estela detrás de una varilla. Estación 1.85.



Discusión los resultados.

LA CAPA LÍMITE LATERAL.

Los gráficos del espesor de la capa límite lateral δ en función de la distancia x a lo largo del canal (figuras 18 y 19), muestran un sorprendente y repentino aumento de δ . Como quiera que este fenómeno ocurre tanto en el caso de pared lisa como en el



caso de pared rugosa, no puede interpretarse como una transición de capa límite laminar a turbulenta. La capa límite es turbulenta antes y después de este brusco cambio en su desarrollo. Las dos zonas, así

delimitadas, se designarán brevemente por zonas I y II, respectivamente.

La transición de zona I a zona II se mueve aguas abajo para caudales crecientes. En consecuencia, el punto en que ambas capas límites laterales tienden a unirse en el eje del canal, también se mueve aguas abajo cuando crece la descarga. (Recuérdese que el punto crítico, o punto en que la capa límite del fondo del canal corta a la superficie libre del agua, goza también de análoga propiedad.)

Se observa que las mediciones de Bauer en la capa límite del fondo del canal siguen muy aproximadamente "la curva base" común a las curvas de las figuras 18 y 19. Como los resultados de Bauer corresponden a una zona en que el flujo es prácticamente bidimensional, parece lógico pensar que la zona I es una zona en que no se dejan sentir las influencias de la superficie libre del agua y del fondo del canal. Estas dos fronteras, fondo y superficie libre, son las causas principales del inesperado aumento del espesor de la capa límite lateral. En la zona I, las capas límites lateral y del fondo se desarrollan con independencia una de otra, excepto en el ángulo de pared y fondo, donde se verifica la coalescencia de ambas capas. En cambio en la zona II, la coalescencia de ambas capas límites es general, extendiéndose completamente a la capa límite de la pared.

La existencia de una superficie libre se manifiesta según dos efectos diferentes. Uno de ellos es la onda de gravedad creada por la pared. La deceleración del flujo dentro de la capa límite lateral hace que el agua se eleve cerca de la pared, dando lugar así a una onda de gravedad, que es muy pequeña en comparación con la profundidad de la corriente, y cuyo perfil es

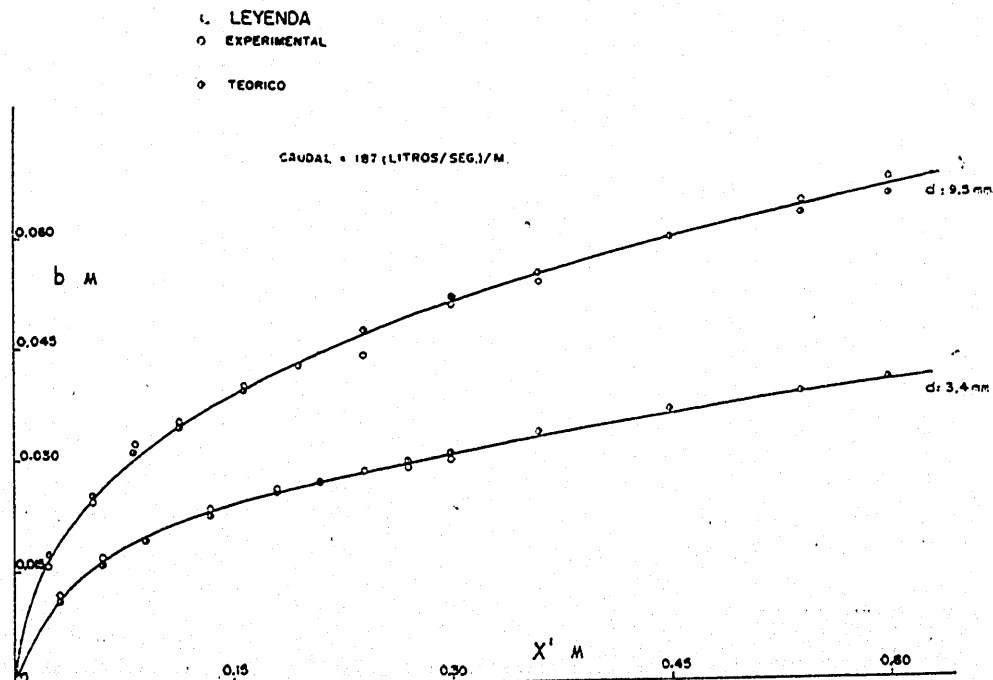


Fig. 27. — Estela detrás de una varilla. Comparación de resultados experimentales y analíticos.

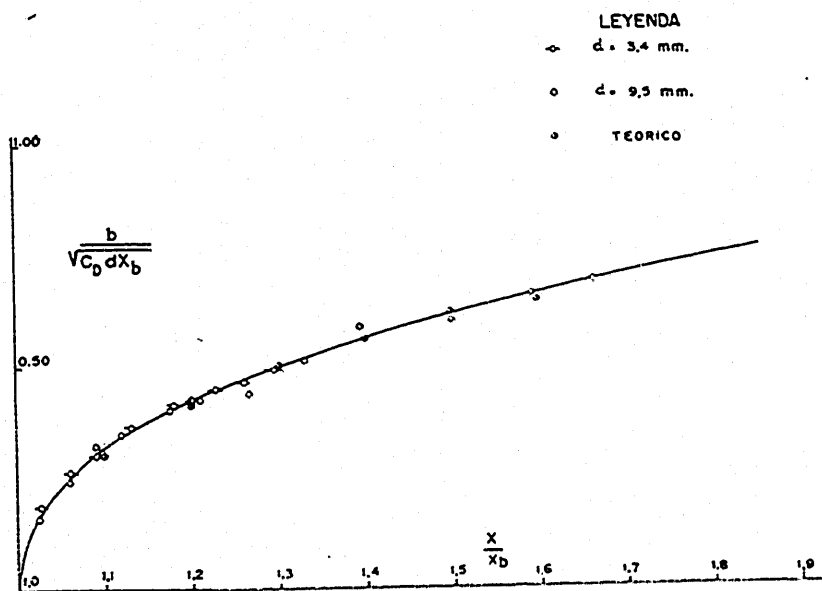


Figura 28.

◊	187 (LITROS / SEG.) M
◊	151 "
⊗	146 "
⊕	135 "

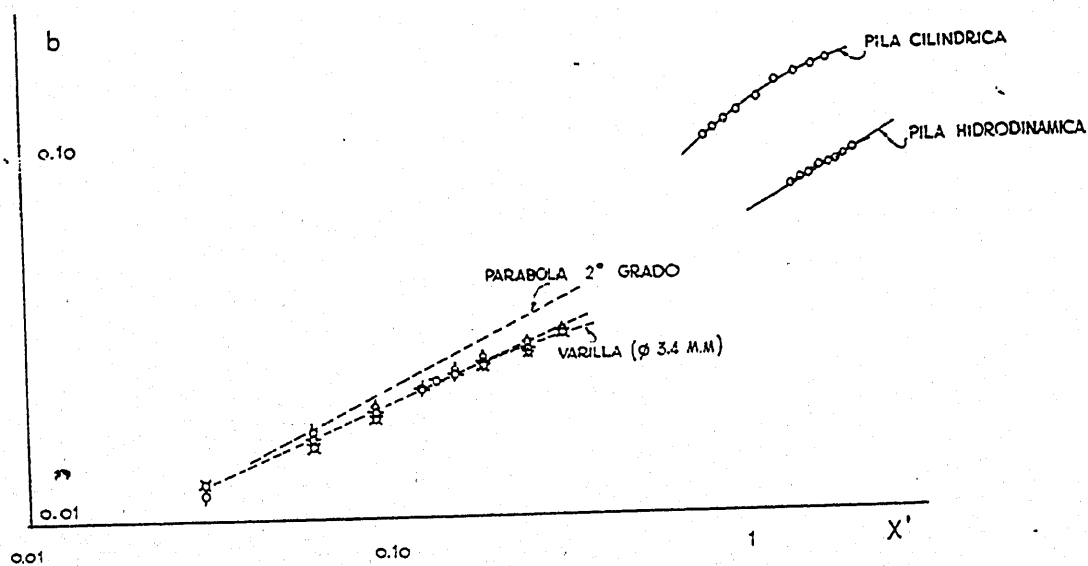
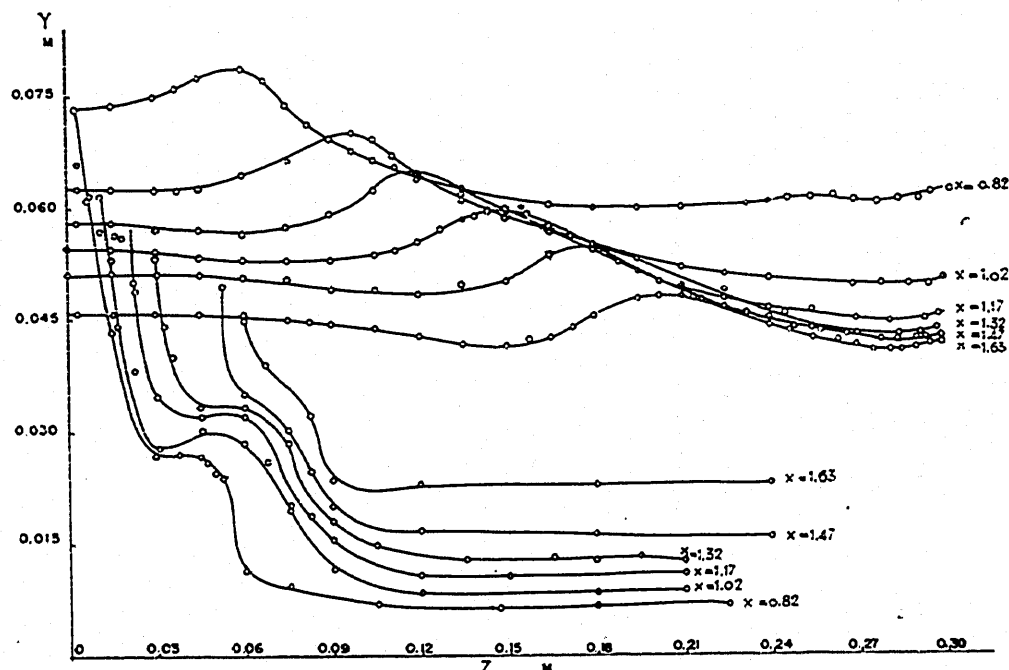


Fig. 29. — Gráficos logarítmicos del ancho de la estela en función de la distancia a la varilla.

de medición difícil y desconfiable, debido a la existencia de pequeñas ondas de capilaridad también creadas por la pared y a la inevitable pequeña oscilación de la superficie del agua. Recalquemos (ya se ha mencionado en la pág. 442) que la onda de gravedad creada por la pared no ejerce influencia apreciable en la difusión de la capa límite turbulenta de la pared.

en la figura 15 (A). Estos remolinos tienden a evitar la coalescencia de ambas capas límites turbulentas, lateral y de fondo. El mismo fenómeno se advierte en la figura 14, donde, en la llamada zona I, se acusa una disminución del espesor de la capa límite en la región del ángulo del canal. Esta disminución es motivada por la circulación secundaria, que tiende a comprimir el flujo turbulento hacia el ángulo, a



insignificante sobre el espesor de la capa límite del fondo en un cierto punto de abscisa x .

La zona I es relativamente corta en el orden de caudales usados en el laboratorio. Sin embargo, prevalece y es la zona más importante para las altas descargas asociadas al proyecto de vertederos, siendo precisamente en esta zona donde los resultados de Bauer, obtenidos para la capa límite del fondo, son aplicables al estudio de la capa límite lateral. No obstante, la posible existencia de la zona II (zona rayada en el esquema de la página 444) no debe soslayarse por el proyectista, pues supone la existencia de turbulencia en zonas del vertedero que, de otra manera, caerían dentro de la región de flujo potencial. Hasta qué punto estas zonas pueden ser importantes, no ha quedado dilucidado por la presente investigación. Son necesarias más mediciones experimentales, con caudales mayores que los empleados, para poder definir claramente ambas zonas y la transición de una a otra. Recuérdese, sin embargo, cómo el mecanismo de la transición de régimen laminar a turbulento no ha sido, hasta el presente, explicado con claridad ni aun en el caso de régimen uniforme.

Dentro de los límites de la dispersión experimental, las figuras 18 y 19 muestran que el caudal no es muy significativo en la determinación de la relación entre δ y x , en la zona I. La descarga es, sin embargo, importante en la determinación de la extensión de la zona I, como lo es también en la determinación de la profundidad de la corriente y, por tanto, en la situación del llamado punto crítico.

Como los experimentos que presentamos se hicieron en un canal de pendiente única de 20°, no puede sacarse conclusión ninguna de ellos acerca del papel que juega la pendiente S en el problema bajo estudio. Las mediciones de Bauer en la capa límite del fondo del canal indican una influencia débil de la pendiente S sobre el espesor de la capa límite en un cierto punto de abscisa dada x . En el caso presente, la pendiente debe jugar un papel muy pequeño en el problema de la difusión de turbulencia desde las paredes del canal, al menos en la zona I. Sin embargo, la pendiente es importante en la determinación de la profundidad de la corriente y, por ende, la extensión de la zona I.

La rugosidad de la pared es la variable fundamental en la determinación del espesor de la capa límite lateral, como también lo es en la determinación del espesor de la capa límite del fondo [7]. Así puede comprobarse en la figura 19, donde los puntos de la "curva base" (zona I) siguen una pendiente mayor que los puntos análogos de la figura 18. El efecto de la rugosidad también se hace patente en la figura 20, donde, a pesar de la dispersión experimental, los puntos se agrupan según la rugosidad.

En este punto, recordemos que, en esta investigación, las paredes de vidrio del canal se han hecho rugosas usando el mismo tipo de tela metálica que Bauer aplicó al fondo del canal en sus estudios. Como

quiera que, en la zona I, los valores del espesor de la capa límite que se desarrolla a lo largo de la pared rugosa ("curva base" de la figura 19), concuerdan con las mediciones de Bauer en la capa límite a lo largo del fondo de un canal de igual rugosidad, "la curva de proyecto" (δ/x en función de x/k), dada por Bauer (7) (figura 7.3) puede también usarse en conexión con la capa límite lateral.

Finalmente, soslayemos de pasada la posibilidad de que, para estas corrientes fuertemente aceleradas, ciertas perturbaciones accidentales causen disimetría en la distribución de velocidades en una sección transversal, como, en algún caso, pudo observarse en el laboratorio.

LA ESTELA DETRÁS DE UNA VARILLA COMPLETAMENTE SUMERGIDA.

La inspección de las figuras 24, 25 y 26 revela que las curvas de b en función de x' son prácticamente idénticas dentro del orden de caudales y situaciones de la varilla, usados en nuestros experimentos. Estos valores experimentales de b han sido utilizados para comprobar la expresión teórica $b^2 = b_\infty^2 (1 - U_b/U_x)$, desarrollada en el capítulo "Análisis del problema". El valor límite $b_\infty =$

$= d \sqrt{\frac{g}{K_1 K_2} \frac{C_b}{S} \frac{U^2}{g d}}$ es conocido, salvo la constante $\beta/K_1 K_2$, que ha de determinarse a partir de los experimentos.

Se ha utilizado el método de los mínimos cuadrados de Gauss para encontrar el valor de b , que haga que los valores experimentales b_i se adapten lo mejor posible a una curva del tipo:

$$b^2 = b_\infty^2 \left(1 - \frac{U_b}{U_x} \right).$$

Por brevedad, sea

$$\Gamma_i = \sqrt{1 - \frac{U_b}{U_x}} = \sqrt{1 - \frac{x_b}{x}}.$$

La ecuación [28] puede volverse a escribir en la forma:

$$b = b_\infty \cdot \Gamma_i.$$

Según el método de Gauss:

$$\frac{\partial \left[\sum_i (b_\infty \Gamma_i - b_i)^2 \right]}{\partial b_\infty} = 0.$$

$$\sum_i (b_\infty \Gamma_i - b_i) \Gamma_i = 0.$$

$$b_\infty = \frac{\sum_i \Gamma_i b_i}{\sum_i \Gamma_i^2}.$$

[30]

Las expresiones $\Sigma_i \Gamma_i b_i$ y $\Sigma \Gamma_i^2$ se calculan fácilmente a partir de los valores experimentales de b_i . La ecuación [30] da valores de b_∞ iguales a 9.3 y 14.4 cm. para estelas detrás de varillas de diámetros 3.4 y 9.5 mm., respectivamente. La constante $\beta/K_1 K_3$ tiene un valor medio igual a uno, según se ha determinado en los dos casos precedentes.

Los valores de b , obtenidos de la fórmula $b^2 = b_\infty^2 (1 - U_b/U_x)$, concuerdan satisfactoriamente con los valores experimentales (figs. 27 y 28). El ancho de la estela no pudo medirse a gran distancia de la varilla, ya que la zona de experimentación venía limitada por el crecimiento de la capa límite del fondo del canal.

Es interesante recalcar que la estela detrás de una varilla sumergida en flujo acelerado gravitatorio, crece más despacio de la estela formada detrás de un cilindro en corriente uniforme (parábola de segundo grado).

LA ESTELA DETRÁS DE UNA PILA DE VERTEDERO.

La figura 30 descubre un hecho esencial: la onda de gravedad creada por la pila se desarrolla fuera de la estela turbulenta y no introduce ninguna turbulencia adicional.

La simple inspección de la figura 30 revela que la estela detrás de la pila experimenta una hinchazón apreciable cerca del fondo del canal. Esta expansión es originada por dos remolinos que nacen en la cara de aguas arriba de la pila y son arrastrados aguas abajo por la corriente. La cara anterior de la pila es una zona de parada o de deceleración del flujo. Como la velocidad del agua en la superficie de la cresta del vertedero es ya cero, no es posible una deceleración ulterior y el flujo se separa del fondo del canal. El efecto de estos remolinos puede verse reforzado por otros dos remolinos existentes en la cavidad de forma de embudo, que se crea en la parte posterior de la pila por separación del flujo, al carecer aquélla de forma hidrodinámica.

En la figura 30 no se ha encontrado una zona donde la estela se pudiese considerar bidimensional, sin verse afectada por la perturbada superficie del agua o por la capa límite del fondo. Por ello, no ha sido posible comparar los resultados obtenidos en los casos de la varilla y de la pila del vertedero. Como tal comparación hubiera sido muy de desear, se decidió colocar una pila cilíndrica en la cresta del vertedero. Los resultados del estudio de la estela formada aguas abajo de este cilindro aparecen en el gráfico logarítmico de la figura 29, donde puede apreciarse que dicha estela se expansiona en un principio más rápidamente que la estela creada por la varilla, para, finalmente, tender ambas a difundirse con análoga

rapidez. Esta mayor expansión inicial debe producirse por transporte lateral de la estela turbulenta por el flujo secundario que resulta de la formación de la onda de gravedad.

La figura 29 presenta también puntos obtenidos para el caso de una pila hidrodinámica. De nuevo, estos puntos parecen agruparse en el papel logarítmico según una curva de pendiente análoga a la obtenida en los casos de varilla sumergida y pila cilíndrica.

Conclusiones.

De la investigación descrita en esta segunda parte, se desprenden las siguientes conclusiones sobre la forma en que la turbulencia se difunde en flujos sobre vertederos:

1.^a La capa límite de los cajeros se desarrolla inicialmente con independencia de la capa límite del fondo, excepto en la unión de cajero y fondo, donde ambas capas interfieren. Fuera de esta zona de coalescencia, ambas capas se expanden con análoga rapidez.

2.^a Más allá de una cierta distancia de la cresta del vertedero, la zona de coalescencia se extiende a toda la capa límite de la pared, que a partir de este momento se expande más rápidamente de como venía haciéndolo.

3.^a La deceleración del flujo interior a la capa límite lateral origina una sobreelevación del agua a lo largo de las paredes, creándose así una onda estacionaria. Sin embargo, la zona turbulenta se expande lateralmente más rápidamente que la onda.

4.^a El ancho de la estela creada por una varilla sumergida en una corriente acelerada por la gravedad aumenta con la raíz cuadrada del diámetro de la varilla, alcanzando un valor límite. En consecuencia, toda comparación entre la difusión de la estela y la difusión de la capa límite lateral ha de basarse en el diámetro de la varilla.

5.^a La estela creada por una pila de vertedero se difunde más rápidamente que la estela creada por una varilla completamente sumergida, como resultado del transporte lateral causado por las ondas de gravedad que la pila forma, si bien ambas estelas tienden finalmente a difundirse con análoga rapidez. Las ondas de gravedad no introducen por sí mismas ninguna turbulencia adicional.

Reconocimiento.

El autor expresa su sincero agradecimiento a sus amigos Vicente Izquierdo y Emilio Porta, por su colaboración y esmero en la preparación de la documentación gráfica.

Referencias.

1. SCHLICHTING, H.: *Grenzschicht-Theorie*. Verlag G. Braun, Karlsruhe, 1951.
2. — *Boundary Layer Theory*. NACA TM 1217 y 1218. Washington, D. C., 1949.
3. DOENHOFF y TETERVIN: *Determination of General Relations for the Behavior of Turbulent Boundary Layers*, NACA 772, Washington D. C., 1943.
4. TETERVIN y LIN: *A General Integral Form of the Boundary Layer Equation for incompressible Fluid*, NACA, TN. 2158, 1950.
5. GRANVILLE, P. S.: *A method for the Calculation of the Turbulent Boundary Layer in a Pressure Gradient*. NACA, 752, 1951.
6. HALBRONN, G.: *Etude de la mise en régime de écoulements sur les ouvrages a forte pente*. Université de Grenoble. Thèses. 1951.
7. BAUER, W. J.: *The development of the Turbulent Boundary Layer on Steep Slopes*. State University of Iowa. Thesis, 1951.
8. GOLDSTEIN, S.: *Modern Developments in Fluids Dynamics*. Oxford Engineering Sciences Series. Oxford, 1950.
9. ROUSE, H.: *Elementary Mechanics of Fluids*. John Wiley & Sons, Inc., 1946.
10. — *Engineering Hydraulics*. John Wiley & Sons, Inc., 1950.
11. ALBERTSON, M. L.; DAY, J. B.; JENSEN, R. A., y ROUSE, H.: "Diffusion of Submerged Jets". *Trans. A.S.C.E.*, Paper No. 2409, 1948.
12. FERNÁNDEZ RENAÚ, L.: *Difusion of Turbulence from Piers and Abutments of Spillways*. State University of Iowa. Thesis, 1954.
13. BAUER, W. J.: "Turbulent Boundary Layer on Steep Slopes". *Trans. A.S.C.E.*, No. 2719, 1954.