

# CONTRIBUCION AL CALCULO DE PRESAS DE CONTRAFUERTES DE ESPESOR VARIABLE

Por FEDERICO GODED,  
Ingeniero de Caminos.

*Continúa el trabajo iniciado en nuestro número anterior con este título, presentándose la aplicación del método expuesto a obras en que ha intervenido el autor y comparándose los resultados del cálculo con los de los ensayos realizados.*

## II

El procedimiento que acabamos de describir se ha utilizado para obtener el régimen tensional existente en la presa de Prada (fig. 7.<sup>a</sup>), y en el estudio

elástico del contrafuerte de la presa de San Sebastián de Pradorramisquedo (fig. 8.<sup>a</sup>), proyectadas recientemente por nosotros, con la colaboración de los Ayudantes de Obras Públicas D. Diego Tamayo y D. Rafael Valcárcel. De esta última presa sólo nos

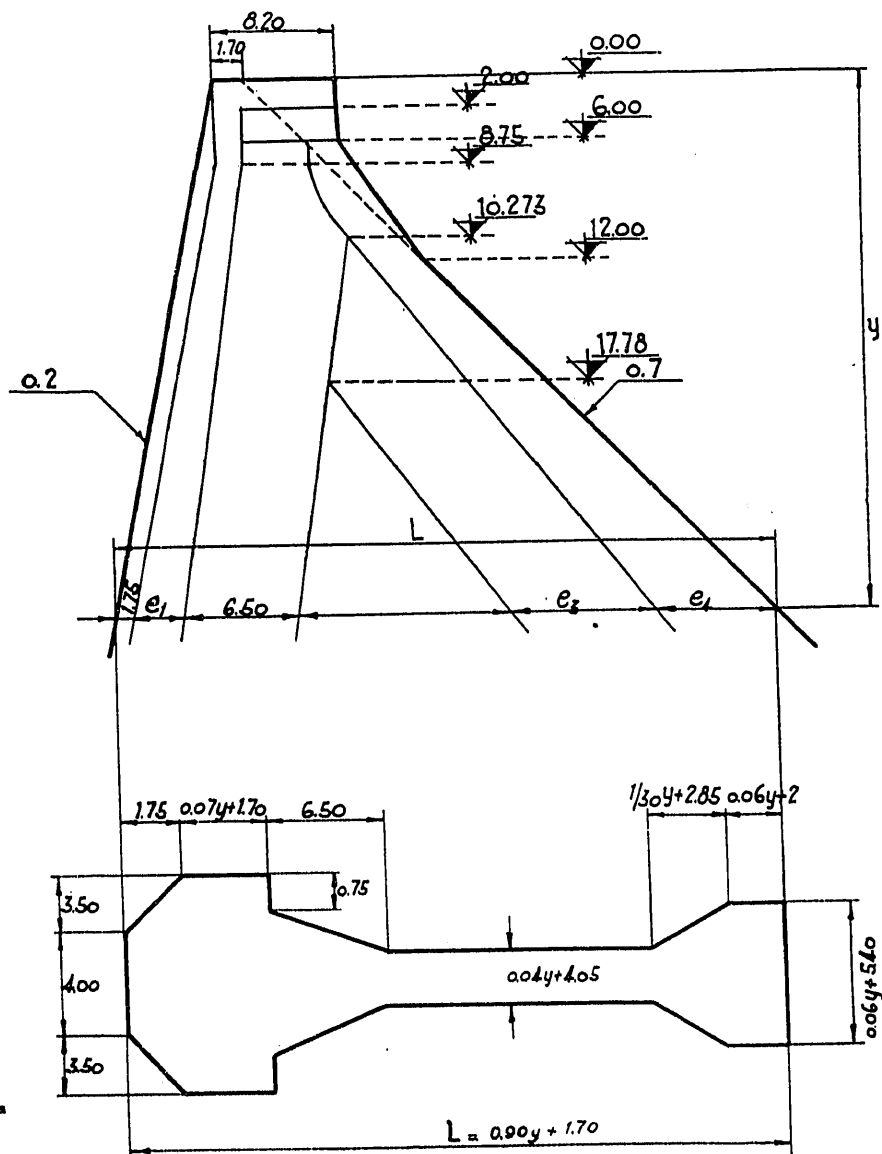


Figura 8.<sup>a</sup>

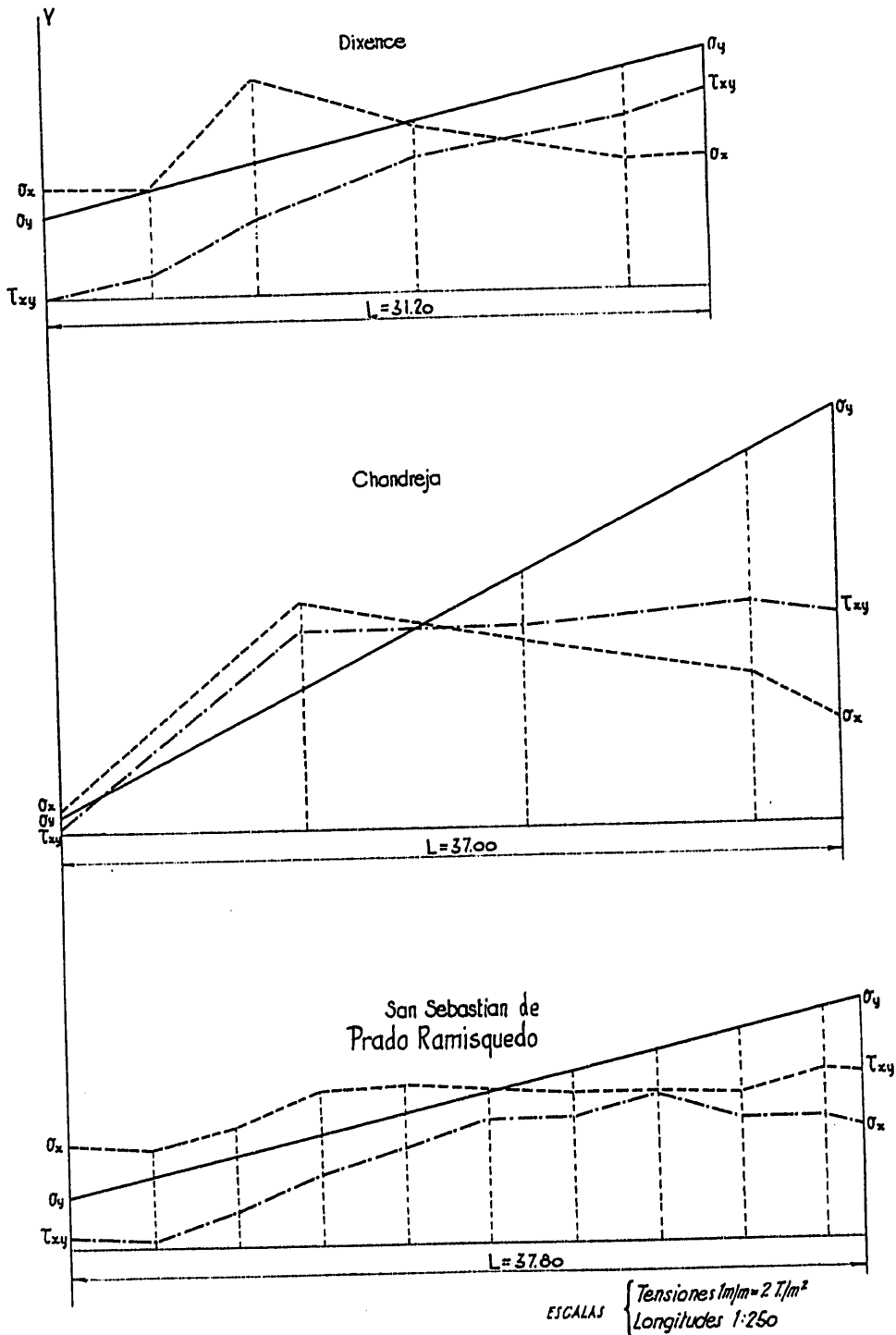


Figura 9.<sup>a</sup>

hemos ocupado del proyecto y estudio elástico de un contrafuerte, pues los restantes elementos de la misma, aliviadero, juntas, desagüe de fondo, incluso la determinación de la altura, han sido proyectadas por nuestro competente compañero D. Ingenio Vallarino, con la colaboración de nuestro también compañero D. Angel Liria.

Las leyes de variación así obtenidas para las tres tensiones,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_x$  y  $\tau_{xy}$ , en esta última presa, son las indicadas en la figura 9.<sup>a</sup>, donde también se dibujan las leyes análogas, para la misma sección horizontal ( $y = 40$ ), correspondientes a la presa de la Dixence (1) y a la de Chandreja, proyectada y comprobada esta última por nuestro distinguido compañero D. Alejandro del Campo, quien amablemente nos ha facilitado toda la documentación que sobre la referida presa le hemos solicitado.

La analogía entre las curvas de estas tres presas es singular y refleja las semejanzas existentes entre ellas.

Pero en definitiva, lo que nos interesa conocer es cómo puede soportar el material un estado tensional determinado y también a qué "distancia" se encuentra ese estado tensional de la rotura.

Las divergencias, dudas y controversias (2) que en las últimas décadas han existido en este último aspecto han sido recientemente zanjadas de una manera definitiva. La "yield condition", universalmente

aceptada, que está sirviendo de base para edificar la moderna teoría de la Plasticidad (1), es la de la tensión octaédrica  $\tau_0$  de von Mises-Nadai, y como esta condición en el hormigón equivale a la de rotura, lo que interesa determinar, en definitiva, es  $\tau_0$ .

Esta vale:

$$\tau_0 = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + \sigma_{xy}^2 + \sigma_{xz}^2 + \sigma_{yz}^2} \quad [24]$$

y en el caso de tensión plana se reduce a:

$$\tau_0 = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_{xy}^2} \quad [25]$$

En las tres presas antes mencionadas, y en la misma sección horizontal  $y = 40$  antes estudiada, los valores correspondientes de la tensión octaédrica, calculados de acuerdo con la fórmula anterior, son los indicados en la figura 10. Se comprueba así que para tener el mismo coeficiente de seguridad a la rotura, la presa de Chandreja necesitará un hormigón de mejor calidad que la de la Dixence, y esta última mejor que el de la de San Sebastián de Pradorramisquedo, pudiéndose también traducir por medio de estas curvas estas calidades en porcentajes. Dada la altura de la presa de Prada (85 metros), que con la de Chandreja, de igual altura, serán las más altas de España en su tipo, nos pareció conveniente comprobar en un modelo reducido la aproximación lograda. La confección de este modelo y los ensayos a efectuar fueron confiados a nuestro com-

(1) Estas curvas han sido tomadas de la publicación del autor del proyecto, Prof. Stucky, incluidas en el libro *Measures, observations et essais sur les Grands Barrages Suisses*.

(2) *Solicitation et danger de rupture des corps solides*, por M. Ros y A. Eichinger. *Bulletin Technique de la Suisse Romande*, 1949, núms. 21 y 22.

(1) Ver, por ejemplo: *Theory of perfectly plastic solids*, de W. Prager y P. G. Hodge, págs. 21-17.

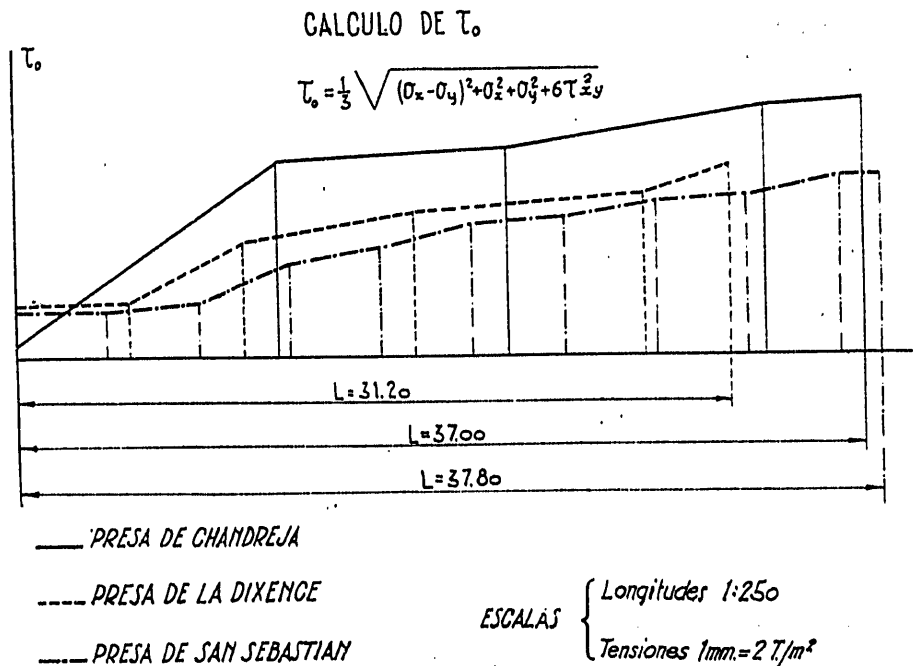


Figura 10.

petente compañero D. Mariano Fernández Bollo, quien los realizó en el Laboratorio de Estudios Hidráulicos, con la colaboración del alumno de cuarto año D. Angel García Yagüe.

La tendencia moderna en el estudio de presas es, como es sabido, confiar cada vez en mayor proporción al ensayo en un modelo, no sólo el análisis tensional, sino el estudio del coeficiente de seguridad a la rotura (1). Ello es debido a la dificultad de abordar el problema por el cálculo, dificultad que crece al considerar, como se hace modernamente, la influencia del cimiento, y no limitándola esta última al estudio de sus deformaciones (2). La consideración de la influencia de la cimentación ya antigua, en el caso de los puentes y de las galerías de presión, e incluso en el caso de presas, cobra nuevo valor e interés con

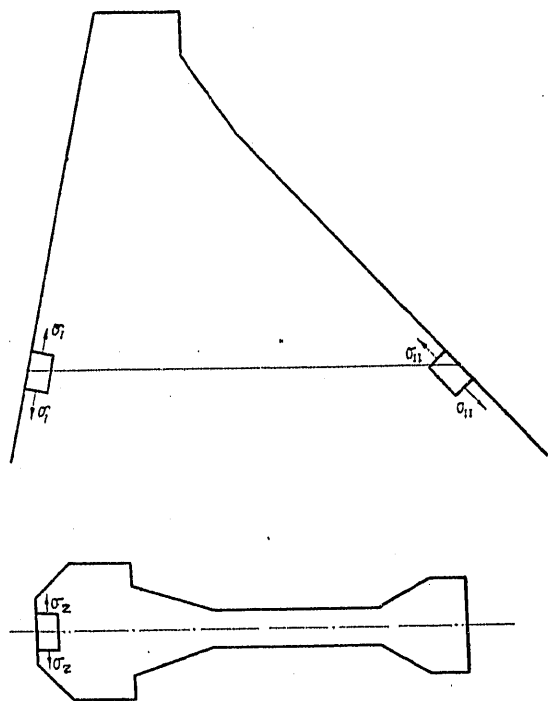


Figura 11.

(1) "Modern trends in arch dam construction and design", de Charles Jaeger.

*Civil Engineering and public works review*, april, may, june, july, august, september 1950.

"Rupture d'une voûte d'essai", R. Bourriot. Third congress on large dams. Report, núm. 40. Stockholm, 1948.

"Model test of Santa Luzia Dam", de M. Roche y T. L. Serafim. Comunicación núm. c5 del mismo Congreso.

"Model test of Boulder Dam". Final Report. Bureau of Reclamation. Bulletin núm. 3.

"Model of Calderwood Arch Dam". Tran. Am. SOCCE. Paper núm. 1.895.

(2) Una muy interesante aportación en este sentido es la de los profesores A. Stucky, F. Panchaud y E. Schnitzler, introduciendo el concepto de centro elástico del conjunto arco-fundación, concepto fecundo y sumamente útil. *Bulletin Technique de la Suisse Romande*, 1950, núms. 7, 9, 12 y 26.

las nuevas técnicas para medir el módulo de elasticidad del conjunto de la fundación (1) y el mejor conocimiento de las deformaciones elásticas y plásticas del cimiento.

En nuestro caso, no hemos abordado el problema de la influencia del cimiento. El modelo nos interesaba fundamentalmente en dos aspectos: para completar el análisis tensional, determinando aquellas tensiones que por el cálculo no podíamos hallar, y por otra parte, para comprobar la distribución de tensiones obtenida por el cálculo. En el primer aspecto nos interesaba conocer la magnitud y signo de  $\sigma_z$  en los puntos del plano de simetría y del paramento de aguas arriba (fig. 11), por la evidente importancia de la misma.

En el segundo nos interesaba principalmente verificar la ley lineal supuesta para las  $\sigma_v$  y las magnitudes de las tensiones  $\sigma_1$  y  $\sigma_{11}$  (fig. 11) en los

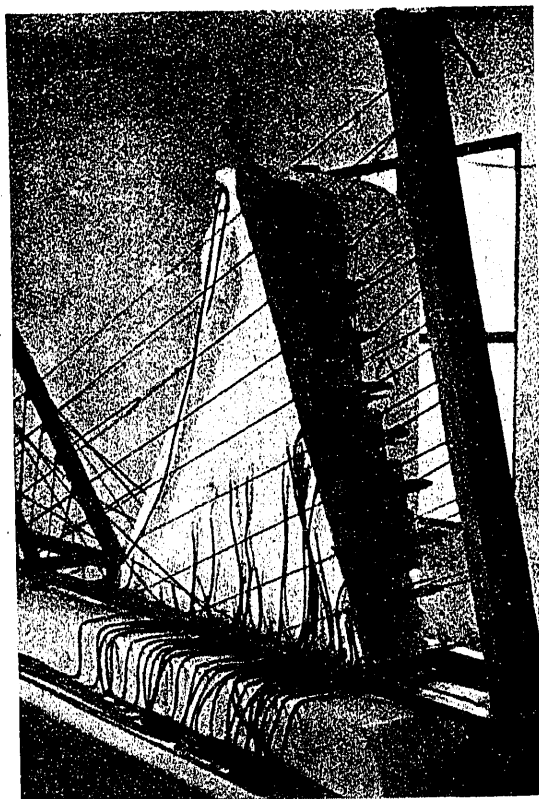


Figura 12.

(1) Charles Jaeger: "Present trends in the design of pressure tunnels and shafts for underground hydro-electric power stations", published by the Institution of Civil Engineers, session 1954-1955. London.

"Studio sperimentale della dighe", de G. Oberti. Nuova Richerchenelle costruzioni civile. Edizioni La Bossola, Roma, 1945. En el primero de estos trabajos hay un resumen muy interesante de los diversos métodos de estudiar las características elastoplásticas de la fundación.

paramentos, y principalmente en la zona inferior de la presa.

El modelo construido puede verse en la fotografía de la figura 12, indicándose en la figura 13 los puntos en que se colocaron extensómetros. Las cargas no se realizaron por medio de mercurio, sino utilizando un ingenioso sistema de pesas y unas bolsas con agua para transmitir de una manera uniforme la presión al paramento de aguas arriba.

Se sabe (1) que cuando las orientaciones de las dos deformaciones medidas coinciden con las de las direcciones principales, estas dos deformaciones así obtenidas son suficientes para deducir las deformaciones correspondientes a otra dirección cualquiera, siendo preciso, en caso contrario, medir las deformaciones relativas a tres direcciones cualesquiera, en cuyo caso conviene emplear la strain-rosette (2).

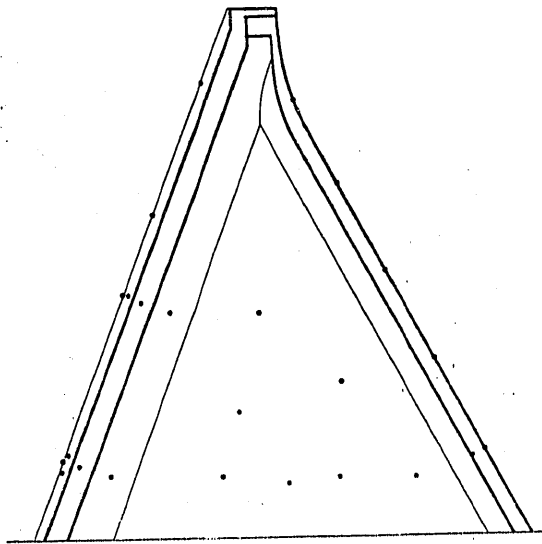


Figura 13.

El estado de tensión en una zona próxima a la superficie de un sólido donde no existan cargas es muy próximo al estado de tensión plano. Por consiguiente, si hemos medido las dos deformaciones principales,  $\epsilon_1$  y  $\epsilon_2$ , de las ecuaciones de Hooke, con  $\sigma_3 = 0$  se deduce:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1 &= \frac{\sigma_1 - \nu \sigma_2}{E}; \\ \epsilon_2 &= \frac{\sigma_2 - \nu \sigma_1}{E}; \end{aligned} \right\} \quad [26]$$

y de aquí:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{E}{1 - \nu^2} [\epsilon_1 + \nu \epsilon_2]; \\ \sigma_2 &= \frac{E}{1 - \nu^2} [\epsilon_2 + \nu \epsilon_1]. \end{aligned} \right\} \quad [27]$$

(1) "Theory of Elasticity", de S. Timoshenko y Y. N. Goodier.

(2) Glenn Murphy. *Journal of Applied Mechanics*. (Trans. ASME) p. A 209, 1945.

Como por la simetría existente, tanto en la forma como en las cargas era evidente que una de las dos direcciones principales debía coincidir con el plano de simetría del contrafuerte, las ecuaciones [27] eran directamente aplicables y, en consecuencia, decidimos colocar varios *strain-gauge* en los paramentos de aguas arriba y aguas abajo, orientados de forma que una de las cruces estuviera contenida en el referido plano. Otros varios fueron colocados en distintos puntos con orientaciones convenientemente elegidas para que coincidieran aproximadamente con las de las isostáticas deducidas por el cálculo. Una vez medidas en el modelo las deformaciones y deducidas las deformaciones principales  $\epsilon_1$  y  $\epsilon_2$ , por medio de las [27] pueden obtenerse las tensiones en el modelo.

Para hallar las tensiones en los puntos homólogos de la presa, utilizamos las conocidas fórmulas de paso (1) siguientes:

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \frac{E_m}{E_p} \times \frac{\lambda^2}{\delta}, \\ \rho_1 &= \frac{E_m}{E_p} \times \frac{\lambda}{\delta}, \\ \rho_2 &= \frac{\lambda}{\delta}, \end{aligned} \right\} \quad [28]$$

siendo:

- $\rho$  = relación existente entre las flechas medidas en la presa y en el modelo.
- $\rho_1$  = la relación existente entre las deformaciones en la presa y en el modelo.
- $\rho_2$  = relación existente entre las tensiones en la presa y en el modelo.
- $E_m$  = módulo de elasticidad del material con que se ejecuta el modelo.
- $E_p$  = módulo del material de que se ejecuta la presa.
- $\delta$  = peso específico del líquido del modelo, o en caso de realizarse la carga por medio de gatos hidráulicos, peso específico del líquido ideal que equivalga a la carga realizada.
- $\lambda$  = relación entre longitudes homólogas de la presa y del modelo.
- = coeficiente de Poisson del modelo.

En nuestro caso:

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= 80; \\ E_m &= 8900 \text{ Kg/cm}^2; \\ \delta &= 2,56 \text{ (equivalente a una escala de fuerzas } 5 \times 10^{-6} \text{)}, \\ \nu &= 0,28; \end{aligned} \right\} \quad [30]$$

y por consiguiente:

$$\rho_2 = \frac{80}{2,50} = 31. \quad [31]$$

(1) H. Favre: *Cours de Mécanique*, vol. III, pág. 470.

No interesándonos por el momento ni las deformaciones ni las flechas en la presa, y dependiendo  $\rho$  y  $\rho_1$  del módulo del hormigón de la misma, por ahora desconocido, no las obtendremos.

En el modelo sólo se han medido los efectos de las cargas, y no se han evaluado las deformaciones debidas al peso propio y a la subpresión.

En el punto del paramento de aguas arriba y del plano de simetría  $y = 70$ , las deformaciones en el modelo fueron:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1^* &= + 38,0 \times 10^{-6}, \\ \epsilon_2^* &= - 32,5 \times 10^{-6}, \end{aligned} \right\} [32]$$

siendo  $\epsilon_1$  y  $\epsilon_2$  las deformaciones longitudinales en la dirección de la recta intersección del plano de simetría con el paramento de aguas arriba, y en la dirección de la normal al referido plano de simetría, respectivamente.

Por consiguiente, según las [27], las tensiones correspondientes en el modelo son:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1^* &= 0,28 \text{ Kg./cm.}^2; \\ \sigma_2^* &= - 0,21 \text{ Kg./cm.}^2; \end{aligned} \right\} [33]$$

y las homólogas en la presa:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 = \rho_2 \sigma_1^* &= 31 \times 0,28 = + 8,68 \text{ Kg./cm.}^2; \\ \sigma_2 = \rho_2 \sigma_2^* &= - 31 \times 0,21 = - 6,51 \text{ Kg./cm.}^2. \end{aligned} \right\} [34]$$

La  $\sigma_2$  es, pues, una compresión aunque de pequeño valor. Su magnitud disminuye al ir ascendiendo sobre el paramento.

Al superponer los efectos del peso propio y la subpresión, es posible que se anule  $\sigma_2$ , pero no podemos afirmarlo, ya que sólo conocemos el valor de la  $\sigma_2$  debida a estas causas, y no la  $\sigma_1$ . En todo caso, parece conveniente estudiar más a fondo este problema, pues sería quizá posible sin aumentar las dimensiones de la cabeza, sino sólo variando la forma asegurar mejor la anulación de estas tracciones.

Las leyes de las  $\sigma_y$  obtenidas del ensayo y las deducidas por el cálculo, discrepan sensiblemente, no siendo lineales las deducidas del ensayo. Además, ha podido comprobarse que las tensiones no son constantes según las normales al plano de simetría

del contrafuerte, disminuyendo al aumentar la distancia del referido plano. En algunos puntos de la cabeza posterior del contrafuerte, esta disminución alcanza hasta un diez o un quince por ciento.

En resumen, el cálculo y el ensayo, como era de esperar dadas las fuertes hipótesis simplificadoras admitidas, proporcionan imágenes del régimen tensional existente bastante diferentes. No obstante, el orden de magnitud de las tensiones deducidas por el cálculo es el mismo que el proporcionado por el modelo, y lo que es más importante todavía, los valores de las tensiones máximas deducidas por el cálculo son mayores que las proporcionadas por el ensayo, ya que las leyes  $\sigma_y$  del ensayo son parabólicas.

La mayor coincidencia entre el ensayo y el cálculo se logra entre  $y = 30$  e  $y = 60$ , es decir, en las zonas donde la influencia de la complicación de forma de la coronación se deja sentir menos y donde todavía la influencia del empotramiento en la sección de la base no afecta sensiblemente a las tensiones deducidas del ensayo. En nuestra opinión, pues, puede aceptarse el método de cálculo simplificado expuesto, para lograr una idea del orden de magnitud que alcanzarán las tensiones máximas en la presa, y sería, además, muy conveniente afinar por medio de ensayos sucesivos la forma de la cabeza del paramento de aguas arriba, la cual parece que puede mejorarse sensiblemente.

#### Aclaración.

En la primera parte de este artículo, publicada en el número anterior de esta REVISTA, aparece un párrafo con errores, que se encuentra en la página 229, segunda columna, párrafo segundo, y que rogamos al lector sustituya por el siguiente:

Los espacios entre contrafuertes pueden cerrarse ensanchando los mismos en la zona próxima al paramento de aguas arriba, adoptando distintas formas, siendo la denominada cabeza de diamante la más utilizada, o bien por medio de bóvedas. Estas últimas pueden calcularse dividiéndolas idealmente en arcos y estudiando el régimen elástico de los mismos. Esta forma de abordar el problema es ya antigua, y, además del método gráfico, ha sido usado con este fin el método del Dr. N. Kelen.