

IMPORTANCIA DE LA DINAMICA APLICADA EN EL PROYECTO Y EN LA CONSTRUCCION DE LAS ESTRUCTURAS

Por MIGUEL-ANGEL HACAR BENITEZ,
Ingeniero de Caminos.

Desarrolla el autor el tema del epígrafe desde un punto de vista general, y señala algunos de los casos en que a su juicio deberían estudiarse los efectos dinámicos en las estructuras, indicando asimismo los procedimientos que pueden seguirse para ello.

I. Antecedentes.

Hasta hace pocos años los efectos dinámicos apenas han sido tenidos en cuenta en el Cálculo de Estructuras y en la Construcción. Los elementos sometidos a ellos se proyectaban más resistentes, según un coeficiente (generalmente dado en tanto por ciento) que se llamaba dinámico o de impacto. Así, en los puentes metálicos se daba una expresión del mismo en función de la luz (1); en las Instrucciones de Hormigón Armado se tenían en cuenta disminuyendo en un cierto porcentaje las cargas máximas estáticas admisibles, etc.

Es evidente que en las antiguas obras de fábrica con un peso muerto relativamente grande en comparación con las cargas a soportar, dichos efectos, en general, no tenían casi importancia. Las velocidades desarrolladas tampoco suponían un incremento demasiado grande. La masa de la obra estaba capacitada para absorberlos.

II. Importancia de los efectos dinámicos (2).

Podemos decir que las causas que han motivado que en los últimos cincuenta años la consideración de los efectos dinámicos haya adquirido importancia son:

- 1.^a Mejor calidad de los materiales.
- 2.^a Aumento de las velocidades.
- 3.^a Utilización de motores muy revolucionados.

Analicemos un poco cada una de ellas:

1.^a Al mejorar la calidad de los materiales las estructuras construídas con ellos son más esbeltas. El peso propio de un puente antiguo de fábrica, por ejemplo, era varias veces superior a las cargas que tenía que soportar. En cambio, en un puente metálico de ferrocarril (3) la estructura viene a ser hoy menor de la quinta parte del peso del tren que por él circula.

2.^a Por las velocidades alcanzadas hoy día, la Dinámica de los vehículos en sus relaciones con el medio en que actúan adquiere mayor importancia. Así, por ejemplo, en el estudio de las llamadas fuerzas de guiado de vehículos ferroviarios (4), que son las que los mantienen sobre los carriles impidiendo su descarrilamiento, se les da hoy más importancia a las

fuerzas dinámicas que a las estáticas (5). La antigua teoría estática del descarrilamiento (6) es sólo aprovechable en parte.

3.^a El elevado número de revoluciones a que trabajan ciertos motores puede ser causa, sobre todo si no están muy bien equilibrados dinámicamente, que en cierto momento se ponga en resonancia con algún elemento de la transmisión (árbol, cigüeñal, etc.) por marchar a la misma frecuencia que la propia de éste, con el peligro consiguiente.

III. Estudios.

Resulta lógico, por lo expuesto, que los grandes progresos de esta parte de la Dinámica Aplicada la hayan desarrollado y utilizado principalmente los constructores de grandes turbinas y alternadores y los de motores, transmisiones y hélices en construcción naval.

Pero donde los estudios y mediciones de los esfuerzos dinámicos producidos por vibraciones han adquirido extraordinaria importancia en los últimos treinta años ha sido en las construcciones aeronáuticas (7), (8). La esbeltez y ligereza de los materiales empleados y las enormes velocidades alcanzadas han obligado a ello.

IV. La Dinámica en las estructuras (9).

Podría objetarse que en el cálculo ordinario de estructuras y en la construcción o Ingeniería Civil en general podría hoy seguirse prescindiendo, como hasta hace poco, casi por completo, de la Dinámica y conformarse con la Estática en sus formas de Estática Gráfica, Hiperestática, etc., con sus procedimientos y métodos magníficamente desarrollados desde el siglo pasado.

No vamos a negar que para gran parte de las estructuras ordinarias nos basta aún con su estudio estático, reduciendo las cargas de trabajo admisibles de los materiales en los elementos sometidos a efectos dinámicos. Pero consideramos muy importante, y en algunos casos imprescindible, tener en cuenta para su proyecto ciertos aspectos de carácter dinámico. Expongamos algunos:

V. Ejemplos de aplicación.

a) *Vigas* (10).—Las frecuencias de vibración propia de una viga simplemente apoyada no deben coincidir con las de trabajo de un motor que deba soportar. Si éste no estuviera bien equilibrado dinámicamente y si el amortiguamiento de los apoyos del motor o de la viga no fuesen los adecuados, podría llegarse a la rotura de ésta o de que al menos no estuviese en condiciones de seguridad.

b) *Tensión de un tirante*.—Los tirantes de un arco o cubierta se calculan en la hipótesis de que trabajan a una cierta tensión, y como consecuencia de ello se determinan las del resto de la estructura. Para ello es, pues, preciso conocer la carga de trabajo y regularla, si conviene, por medio de un manguito rosado. Un modo sencillo de averiguarlo es someterlo a vibración, ya que su frecuencia viene a ser proporcional a la raíz cuadrada de dicha tensión o carga. Así, por medio de su sencillo ensayo dinámico (vibración) determinamos una característica estática (tensión) (11).

c) *Estabilidad y pandeo* (12).—El estudio de la estabilidad de una estructura guarda estrecha relación con el de sus modos de vibración. Se aplican para ambos los mismos métodos, como son los de la energía, de Rayleigh, de Ritz, de iteración, matricial, etcétera. Sabemos, por ejemplo, que la frecuencia de vibración de una pieza recta comprimida axialmente disminuye con la carga y que tiende hacia cero cuando ésta se aproxima a la carga crítica de pandeo.

d) *Cimentación de máquinas* (13).—Si las vibraciones transmitidas a un suelo por los impulsos periódicos originados por las revoluciones o ciclos de un motor tienen la misma frecuencia que la natural de la cimentación, se produce resonancia. Como consecuencia de ella la base del motor vibra excesivamente transmitiendo los impulsos a través del suelo con probabilidad de dañar construcciones próximas. Para evitar la resonancia hay que procurar que la diferencia entre ambas frecuencias sea la mayor posible, al objeto de reducir el factor de amplificación (14).

e) *Frecuencias de vibración de estructuras*.—Al proyectar una construcción elevada, aun cuando la cimentación sea excelente, debe tenerse en cuenta sus frecuencias de vibración libre. En lo posible deben estar alejadas de las transmitidas por agentes exteriores a la estructura, como son las de las ráfagas de viento, movimientos sísmicos, etc. (15). En la mayor parte de los casos, aun presentándose la resonancia, como el amortiguamiento (16) producido por otros elementos de relleno de la estructura es grande, la amplificación resulta pequeña y el peligro se reduce considerablemente.

f) *Estudio del subsuelo*.—Las características de un suelo pueden deducirse de sus propiedades de transmisión de ondas en él provocadas. Su estudio

es objeto de la prospección sísmica o elástica (17). La velocidad de transmisión de las ondas, así como su amortiguamiento (18) nos permiten explorar desde la superficie del terreno las diferentes rocas que componen sus estratos; teniendo en cuenta las reflexiones y refracciones al pasar las ondas de un estrato a otro, al recogerlas en la superficie por medio de sísmógrafos y amplificarlas convenientemente, pueden determinarse las distintas capas hasta profundidades enormes (19).

g) *Pavimentos y vehículos*.—Los movimientos de oscilación en un plano vertical de un automóvil o de un vagón de dos ejes provistos de ballestas y amortiguadores pueden reducirse al de sistema dinámico de dos grados de libertad (20). De su estudio se deducen las presiones que las ruedas pueden transmitir al pavimento o a los carriles, según la amplitud y distancia a que se encuentran los baches o las irregularidades por deformación o diferencias de asiento de la vía, principalmente en las juntas de carriles. Se aplica ya incluso el Cálculo operacional de Heaviside para determinar el efecto producido al pasar la rueda sobre diferentes obstáculos.

h) *Calidad de los materiales*.—Además de lo indicado en los apartados b), c) y f), las amplitudes, frecuencias y amortiguamiento de las vibraciones u ondas elásticas provocadas en un elemento de estructura pueden indicarnos algo de su calidad (21). Si hay una grieta, aun microscópica, se detectará, pues las ondas, al pasar por ella, se reflejarán en parte. En el hormigón hay una cierta proporción entre su coeficiente de elasticidad, E , y su resistencia, R , a compresión. Esto incluso se admite en los Pliegos oficiales de condiciones.

La celeridad de la onda longitudinal, V_L , en una barra o en una viga viene dada por la expresión:

$$V_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (22)$$

en que ρ es la densidad. Como ésta suele variar poco en el hormigón de una misma obra, resulta en definitiva que la resistencia, R , del hormigón en cada zona es proporcional al cuadrado de la velocidad V_L a que en ella se transmiten las ondas.

VI. Procedimientos de cálculo.

El estudio de los efectos dinámicos (choques, vibraciones) puede hacerse siguiendo los siguientes procedimientos:

- 1.º Por cálculo directo.
- 2.º Con modelos a escala.
- 3.º Por analogías electromecánicas.

En realidad, lo que se utiliza es una combinación de varios de ellos:

- 1.º El cálculo directo, por ejemplo, de las vibraciones se hace partiendo, como es lógico, de las ecuaciones

ciones de Lagrange de la Mecánica clásica. Para hallar las frecuencias de vibración libre, generalmente se utilizan algunos de los métodos de aproximación, entre los que podemos citar:

a) El de Rayleigh (23), llamado también de la energía. Reduce el problema a otro con un solo grado de libertad. Igualando la energía total (potencial y cinética) en determinadas posiciones se obtiene un valor igual o menor que la frecuencia fundamental.

b) El llamado de Ritz o de frecuencias mínimas. Por medio de parámetros establece la configuración del sistema. Luego determina aquéllos en la condición de que la frecuencia que resulte sea mínima.

c) Los expuestos son los más utilizados, aunque también se emplean otros, como son: el de iteración o de Stodola y Vianello, utilizado, sobre todo, en el cálculo de rotores de turbinas, el de Micklestad, el matricial, etc.

2.º Al hacer el modelo de una estructura es preciso, además de elegir bien la escala, ver las relaciones que guardan los resultados obtenidos con los de la obra a construir, que dependen, sobre todo, de las características del material de que se compone el modelo (densidad, módulo de Young, etc.). El modelo sirve no sólo para ver sus efectos dinámicos sino también los estáticos. Es evidente que, tratándose de una estructura complicada, el construir un modelo no sólo puede ser una garantía, pues en él se comprueban los cálculos tanto estáticos como dinámicos, sino que permiten simplificarlos y aun reducirlos en gran parte, economizando trabajo y tiempo. Las deformaciones en cada punto (de un modelo o de la misma estructura) se miden por medio de extensómetros. Estos pueden ser eléctricos o mecánicos. Para los estudios dinámicos son preferibles los primeros por no tener prácticamente inercia. Los hay que funcionan por variación de inducción, de capacidad y de resistencia eléctrica. Estos últimos son muy utilizados (24). Hay ciertos hilos, formados por aleaciones de níquel, cobalto, etc., cuya resistencia eléctrica varía grandemente y en proporción al esfuerzo de tracción a que se les somete. Convenientemente preparados y pegados sobre la superficie de la estructura que se quiere medir con gomas y barnices inalterables, al disponerlo formando parte de uno de los brazos de un puente de Wheatstone muy sensible; las variaciones de la aguja de su galvanómetro nos indicarán la magnitud de dicha deformación. Si en vez de puente enviamos los impulsos eléctricos a un oscilógrafo de rayos catódicos, tendremos representado sobre su pantalla las variaciones de deformación del punto considerado de la estructura. Fotografiando la pantalla, llegaremos a tener incluso la curva de la deformación en un intervalo de tiempo dado. Así, con el puente, habremos medido los *esfuerzos estáticos*, y con el oscilógrafo, los *dinámicos*.

3.º Es hoy muy corriente resolver problemas de un campo en otro. Así, cuestiones de Elasticidad se

resuelven haciendo un modelo eléctrico. Problemas de Aerodinámica o Termodinámica (25) también se reducen a otros en el campo eléctrico. Problemas del oleaje detrás de un espigón (26) o de mareas en estuarios de ríos (27) pueden estudiarse como de difracción de la luz o construyendo un modelo eléctrico respectivamente. En realidad, lo que ocurre es que se trata de *un mismo problema* matemático que se presenta en varios campos. En el estudio de vibraciones elásticas en estructuras sencillas suele ser fácil hallar el modelo eléctrico. Hay diversos tipos de estas analogías que se llaman electromecánicas (28). La más utilizada (resultado de tener la misma forma la ecuación diferencial del péndulo amortiguado y la ley de Ohm generalizada o ley de Kirchhoff) asimila ciertas magnitudes mecánicas a otras eléctricas (29).

VII. La Dinámica y el Cálculo.

Por lo expuesto vemos la importancia que ambos juegan en la Construcción. Observemos que el fenómeno de rotura es esencialmente dinámico y que la resonancia no difiere del pandeo.

Es el cálculo matemático el instrumento encargado de dar unidad a las diversas ramas de la Física.

Para abordar la resolución de multitud de problemas que se presentan en Mecánica, Electricidad, Hidrodinámica, Acústica, Óptica, etc., sería interesante estudiar en su sentido más amplio (30) conceptos como: impedancia (31), estabilidad, propagación, etcétera, comunes a todas esas ciencias. Y precisamente se logra a través de la Matemática; en todas ellas aparecen casi los mismos tipos de ecuaciones diferenciales, los mismos operadores (laplacianos, d'alambertianos, etc.), los mismos problemas de contorno, etc.

En resumen, dando un carácter más matemático a las distintas ramas de la Física imprescindibles para la Ingeniería, se lograría, con menor extensión en su exposición, mayores y más claros conceptos físicos. Y conste que no quiero indicar con *carácter matemático* una exposición árida o muy abstracta, sino que sea lo suficientemente general (con todos los ejemplos y aclaraciones precisas) para que abarque *a la vez* problemas (mecánicos, eléctricos, etc.) que esencialmente son el mismo.

VIII. Física e Ingeniería.

Es la Ingeniería la encargada de llevar a la práctica, estudiando su utilización más adecuada, los frutos obtenidos por la Física. Por eso tiene que estar al corriente de sus teorías y sus progresos.

En este aspecto, la Física viene a ser una de las ciencias puras auxiliares de la Ingeniería. Claro que ésta debe tener en cuenta además otros aspectos de tipo económico, social, etc.

Hay muchas cuestiones hoy día totalmente resueltas por la Física Matemática y que deben pasar a ser consideradas y aplicadas en Ingeniería. Eso es lo que he intentado indicar en el presente escrito, al referirme a problemas ya abordados y resueltos en la Dinámica.

Notas.

- (1) En la Instrucción española es (l es la luz en metros):

$$I = 140 - 0,56 \sqrt{500 l - l^2} \%$$

Ver D. Mendizábal. "Tramos Metálicos", tomo II, donde se recogen los coeficientes de impacto de Instrucciones extranjeras.

(2) Colaborando con D. A. Peña Boeuf y D. F. Fernández-Bollo, bajo el título de "Estudios y experimentaciones sobre esfuerzos dinámicos en las estructuras", presentamos un trabajo en el XXII Congreso de la Asociación Española para el Progreso de las Ciencias. Oviedo 1953.

(3) Referente a puentes de F. C., además del libro ya clásico, de C. E. Inglis "A Mathematical Treatise on Vibrations in Railway Bridges", 1934, es muy interesante el comunicado de M. Cassé "L'auscultation dynamique des ponts à la S. N. C. F." en el III Congreso de l'Ass. Intern. des Ponts et Charpentes, Liège 1948, y los artículos de P. Delpuech sobre "Flexion dynamique et oscillations des ponts" en los *Annales des Ponts et Chaussées*, 1951.

(4) Véase el interesante trabajo de Leven "Einfluss der Elastizität von Fahrzeug und Gleis auf die Führungskräfte beim Fahrzeuglauf und auf Stellung der Fahrzeuge im Gleis", *Org. Fortsch. Eisenbahnwes.*, 1943.

(5) Véanse los trabajos de K. Pflanz en *Osterreichische Bauzeitung*, marzo, abril y mayo, 1949.

(6) G. Marié "Traité de Stabilité du Matériel des Chemins de Fer. Influence des divers éléments de la voie", 1924. Y. Rocard, R. Levi, M. Julien: "La stabilité de route des locomotives", 1935.

(7) Muy interesante es el tratado de Scanlan and Rosenbaum "Aircraft Vibration and Flutter", 1951.

(8) Ver también las Comunicaciones de Barrois et Simon-Suisse al Congreso Int. de Mecánica Aplicada, Londres 1948, "Mécanisation des problèmes de vibrations et de flutter par le calcul matriciel" y "Calcul des charges de flambage au moyen des matrices de coefficients d'influence".

(9) A. Peña Boeuf: "Acción dinámica de choque sobre las estructuras", "La resonancia en las estructuras", 1934.

(10) Para vibraciones de vigas, placas, pórticos, etc., conocidos tratados de Den Hartog, Timoshenko, Myklestad, Y. Rocard, etc., donde se estudian los diversos métodos. Para cálculo en elementos estructurales más complejos la bibliografía es extensísima. Citaremos: E. Saibel and Elio D'Appolonia: "Forced Vibrations of continuous Beams". *Proceed. American Soc. of Civ. Engineers*, 1951. Th. Vogel: "Vibrations d'une poudre continue sous l'effet d'une charge mobile", *Ann. des Ponts et Chaussées*, 1949. Elio Giangreco: "Sulle vibrazioni delle piastra con nervature", etc.

(11) C. Benito-Hernández: "Aportación al estudio de estructuras pretensadas". *Revista de Obras Públicas*, enero de 1945.

(12) D. Esteban Terradas dió en 1926 una conferencia, "De la estabilidad geométrica en estructuras elásticas", en la Escuela de Ingenieros de Caminos, que está publicada por la *Revista de Obras Públicas*. Es un trabajo muy importante y extenso, en el que recogió toda la bibliografía anterior.

Timoshenko tiene dedicado a ello su obra "Theory of Elastic Stability".

(13) Martínez-Cattáneo: "Cimentaciones de máquinas". *Sdad. Esp. de Mecánica del Suelo*. Madrid 1951.

L. Bendel: "Problèmes dynamiques de résistance des sols". *Travaux*, agosto 1948.

(14) Foury: "Vibrations et fondations antivibratiles dans les constructions industrielles". *La Technique des Travaux*, mayo-junio 1953.

Terzaghi: "Mecánica teórica de los suelos", capítulo XIX.

(15) D. Laugharne Thornton: "Impact loading of structures". *Engineering*, abril 1948.

(16) Sobre amortiguamiento de las vibraciones, consultar las obras y escritos citados de Inglis, Delpuech, etc., y los artículos de Zener en *The Physical Review*, 1937 y 1938.

(17) M. Fernández-Bollo: "Prospección elástica". *Revista de Obras Públicas*, 1951 y 1952.

Heiland: "Geophysical Exploration", capítulo IX. *Seismic Methods*, 1946.

L. Don Lect: "Earth Waves", 1950.

(18) M. Fernández-Bollo: "Medida in situ del coeficiente de absorción del subsuelo para las vibraciones". Trabajo número 186, presentado en el II Congreso Nacional de Ingeniería, Madrid 1950.

(19) Un estudio teórico muy completo es el de W. T. Thomson: "Transmission of Elastic Waves through a Stratified Solid Medium". *Jour. of Applied Physics*, febrero 1950.

(20) Ejemplo citado en la mayor parte de los tratados de vibraciones. Timoshenko lo desarrolla en su "Teoría de Vibraciones", capítulo IV, e Y. Rocard, en el capítulo VIII: "Mouvement de la voiture automobile suspendue", de su "Dynamique générale des Vibrations", 1943. Ver también su capítulo XI.

M. Denis Papin et A. Kaufmann, en el capítulo IV de su "Cours de Calcul Matriciel Appliqué" indican su analogía o modelo eléctrico.

(21) S. Thyssen-Bornemisza: "Appareil universel pour l'essai des matériaux au moyen d'oscillations élastiques libres". *Microtecnic*, noviembre-diciembre 1949.

(22) Esto sólo es si sus dimensiones transversales son muy pequeñas comparadas con su longitud. En realidad E debe ser el módulo de Young adiabático. Ver por ejemplo: Ch. Kittel: "Ultrasonic Research and the Properties of Matter" (*Reports on Progress in Physics*, vol. XI, 1946-7).

(23) Temple and Bickley: "Rayleigh's Principle and its Applications in Engineering". Oxford, 1933.

(24) Kurt Fink: "Der Dehnungsmessstreifen. Ein neuer Messfühler für statische und dynamische Beanspruchungen von fester Körpern". *V. D. I.*, febrero 1950.

N. G. Neuweil: "Les jauges de contrainte a fil résistant et leur applications pratiques". *Microtecnic*, marzo-abril 1951.

(25) L. C. Malavard: "Estudio de algunos problemas de calor y elasticidad mediante analogías eléctricas". Conferencia en el INTA, Madrid 1951.

(26) Putnam and Arthur: "Diffraction of Water Waves by Breakwaters". *Transactions, American Geophysical Union*, agosto 1948.

(27) Doodson: "Modèles pour l'étude de la marée". (5.ª Conferencia Hidrográfica Internacional.)

(28) G. Kron: "Equivalent Circuits of the Elastic Field". *Journal of Applied Mechanics*, septiembre 1944.

En España se han ocupado últimamente del estudio de estas analogías, entre otros: G. del Valle: "Analogías entre los sistemas mecánicos y eléctricos"; *Revista de la R. A. de Ciencias de Madrid*, XL, 1946. Castro Cubells: "Sobre la teoría general de las analogías electromecánicas y su aplicación a los problemas elásticos tridimensionales", 1950.

(29) Ver J. P. Den Hartog: "Vibrations et mouvements vibratoires dans l'industrie mécanique moderne", 1936.

(30) Ver Y. Rocard: "Dynamique générale des Vibrations", 1943 (Prólogo).

(31) Ver M. Denis-Papin et A. Kaufmann: "Cours de Calcul Opérationnel", 1950, capítulos III y V, y "Cours de Calcul Matriciel Appliqué", 1951, capítulo IV y anejo II.