

ASPECTOS MECANICOS DE LA VIBRACION DEL HORMIGON

Por ANTONIO ANGULO ALVAREZ,

Ingeniero de Caminos.

El autor, continuando su información sobre el interesante tema del epígrafe, presenta un estudio teórico de los vibradores que corrientemente se utilizan, analizando sus distintas características mecánicas.

La práctica de la vibración del hormigón se extiende ampliamente en las obras como consecuencia de dos hechos que afectan en todos los procesos de mecanización industrial: coste ascendente de los salarios y progreso técnico de las máquinas.

Las presentes notas tienen por objeto exponer unos cuantos conceptos mecánicos que intervienen en la vibración del hormigón, con la única pretensión de ser útiles a Ingenieros y Constructores de obras de hormigón vibrado.

Algunos conceptos son "clásicos" en esta incipiente técnica del hormigón vibrado; otros, por el contrario, son originales, debiendo destacar que son más bien producto de un estudio teórico que de una experiencia, y, por lo tanto, no se pueden sentar como doctrina.

I. Vibradores.

Desde un punto de vista funcional, los aparatos utilizados en la práctica pueden clasificarse en tres grupos:

- 1.º Giratorios.
- 2.º Giratorios unidireccionales.
- 3.º De impulsos, que también son unidireccionales.

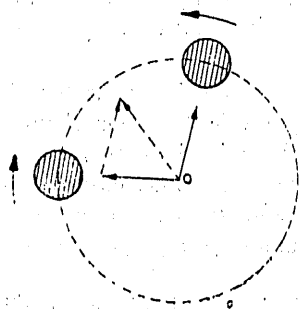


Figura 1.ª

La gran mayoría de los aparatos utilizados para la vibración del hormigón son simplemente giratorios, con una o varias masas desequilibradas.

Los aparatos giratorios unidireccionales se componen de dos masas giratorias iguales, que funcionan a la misma velocidad pero con distinto sentido, tal como se indica en la figura 1.ª, cuando ambas masas giran alrededor del mismo eje geométrico, o en la figura 2.ª, que lo hacen sobre ejes paralelos.

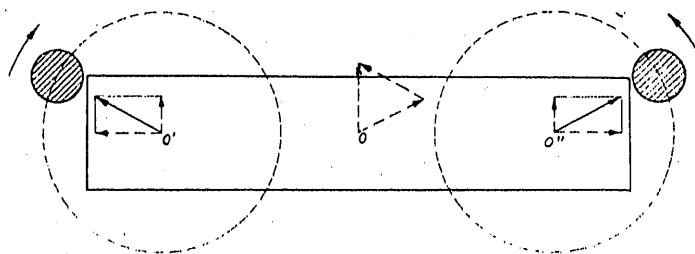


Figura 2.ª

La resultante de ambas fuerzas giratorias es una: pulsatoria, suma escalar de las dos y de igual frecuencia.

Los vibradores de impulsos incluyen masas con movimiento rectilíneo, que golpean sucesivamente sobre topes que existen en los dos límites de su recorrido.

La definición funcional de un vibrador incluye, además de su constitución, dos características: FUERZA y VELOCIDAD.

Tiene influencia también su peso, pero de un modo indirecto.

II. Fuerza de los vibradores.

En los aparatos giratorios, la resultante de las fuerzas centrífugas desarrolladas es la fuerza del aparato.

La fuerza ha de definirse para determinada velocidad de funcionamiento normal ya que es proporcional al cuadrado de la velocidad.

Cuando una masa giratoria (fig. 3.ª) gira alrededor de un eje, O, se desarrollan en cada dirección fuerzas elementales que llamaremos dF .

La resultante de todas ellas puede determinarse tomando momentos desde un punto cualquiera, A , que define el origen de argumentos de unas coordenadas polares y un módulo a .

El momento de cada fuerza elemental es:

$$a \cdot \sin \alpha \cdot dF$$

cuya integral ha de ser igual al momento de la resultante definida por un ángulo β :

$$\int a \cdot \sin \alpha \cdot dF = a \cdot \sin \beta \times F.$$

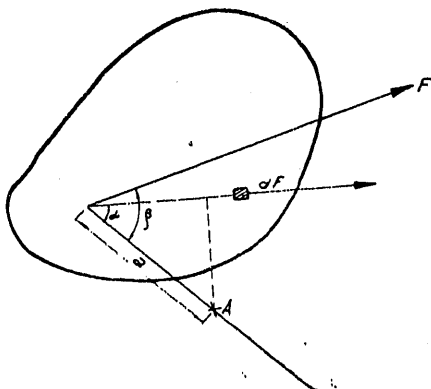


Figura 3.ª

Hemos de tener en cuenta que, en esta igualdad, la magnitud a se elimina (como era obligado), y que F es la suma de todas las proyecciones de las fuerzas elementales sobre la dirección de la resultante

$$F = \int dF \cdot \cos(\alpha - \beta). \quad [1]$$

Desarrollando y sustituyendo en la ecuación anterior, nos da:

$$\begin{aligned} \int \sin \alpha \cdot dF &= \sin \beta \left[\cos \beta \int \cos \alpha \cdot dF + \right. \\ &+ \left. \sin \beta \int \sin \alpha \cdot dF \right] = \sin \beta \cdot \cos \beta \int \cos \alpha \cdot dF + \\ &+ \sin^2 \beta \int \sin \alpha \cdot dF. \end{aligned}$$

A continuación hacemos pasar al primer miembro el último término del segundo, que es factor de $\int \sin \alpha \cdot dF$:

$$[1 - \sin^2 \beta] \int \sin \alpha \cdot dF = \sin \beta \cos \beta \int \cos \alpha \cdot dF.$$

Como el primer paréntesis vale $\cos^2 \beta$, y en el segundo miembro hay un $\cos \beta$, dividimos por él ambos miembros y queda, en definitiva, la fórmula:

$$\boxed{\operatorname{tg} \beta = \frac{\int \sin \alpha \cdot dF}{\int \cos \alpha \cdot dF}} \quad [2]$$

con la cual se puede conocer la dirección de la resultante.

A continuación se podrá calcular la magnitud utilizando la fórmula [1].

Por razones constructivas, la mayoría de los contrapesos industriales son simétricos, por lo que no se hace preciso determinar la situación de resultante de los esfuerzos. Coincide con el plano de simetría.

En la figura 4.ª se han incluido las fórmulas correspondientes a diversas formas usuales de contrapesos. En ellas se ha designado por δ a la densidad del material que lo constituye, y por ω a la velocidad angular a que gira.

III. Velocidad de los vibradores.

Poco cabe decir sobre la velocidad, ya que es la de giro de los elementos, que lo hacen alrededor de un eje, o la de repetición de los golpes, en el caso de los vibradores de impulsos.

Para que pueda considerarse como una "vibración", esta velocidad ha de ser superior a los 1 500 ciclos por minuto (o 25 Hz.). El límite superior no está definido, pues aun cuando los vibrados rápidos alcanzan de 8 000 a 15 000 ciclos por minuto (133 a 250 Hz.), se espera existan en el futuro aparatos cuya velocidad alcance hasta 20 000 ciclos por minuto (333 Hz.).

Destacamos que, en los aparatos de impulsos, suele designarse su velocidad por el número de golpes que dan en la unidad de tiempo, y como estos golpes se producen en ambos extremos de su recorrido, o sea a razón de dos por ciclo, su velocidad es *mitad* del número de golpes en la unidad de tiempo.

La medida de la velocidad de los vibradores no se puede hacer por los métodos normales, ya que se trata de elementos acorazados, en su mayoría, en los cuales no se puede introducir el tacómetro.

Entre los muchos procedimientos posibles, hemos utilizado los siguientes: el estroboscópico, el de reso-

nancia y el de observación de la frecuencia con un captador electromagnético.

El método estroboscópico consiste, como es sabido, en lanzar un destello luminoso muy breve, repe-

de velocidad entre las piezas con movimiento vibratorio y la frecuencia del estroboscopio, parece que se mueven aquéllas con una velocidad igual a la diferencia de velocidades entre ambas.

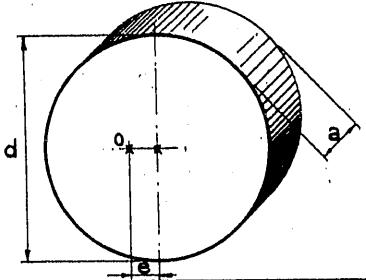
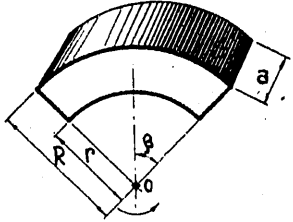
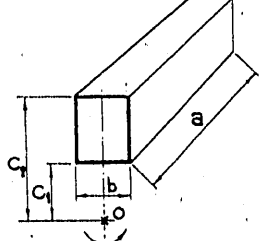
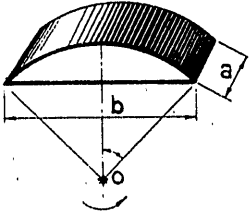
	$F = \frac{a \cdot \delta \cdot \omega^2 \cdot \pi \cdot d^2 \cdot \epsilon}{4g}$
	$F = \frac{a \cdot \delta \cdot \omega^2 \cdot \sin \theta}{\frac{\pi}{2} \cdot g} (R^3 - r^3)$
	$F = \frac{a \cdot \delta \cdot \omega^2 \cdot b}{2g} (c_2^2 - c_1^2)$
	$F = \frac{a \cdot \delta \cdot \omega^2 \cdot b^3}{12g}$

Figura 4ª

tido con la misma frecuencia a que se produce el movimiento del aparato observado.

De este modo, la luz sorprende a las piezas en movimiento, siempre en la misma posición, por lo que aparecen como paradas. Si hay una diferencia

Generalmente, los estroboscopos se construyen por firmas especializadas. En la figura 5ª se puede apreciar la forma externa de uno de estos estroboscopos. Una lámpara con un soporte manual, unida con un cable al aparato propiamente dicho.

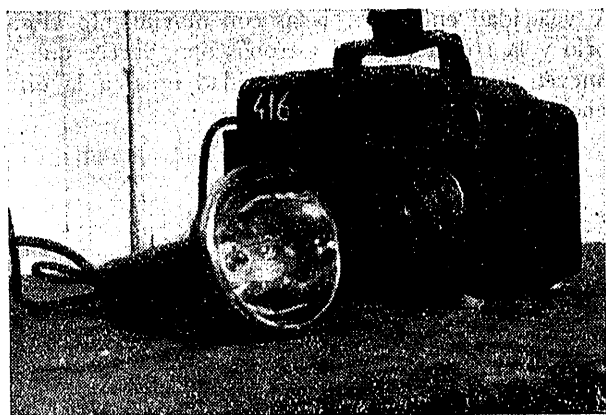


Figura 5.ª

El fundamento de los estrobóscopos "de descargas" se aprecia en la figura 6.ª, basado en una lámpara, por ejemplo, de neón, en paralelo con un condensador, que recibe energía eléctrica a través de una impedancia variable. En el instante en que el condensador está cargado, y por lo tanto no circula ninguna intensidad por la impedancia, se produce la descarga a través de la lámpara, la cual produce un destello. En esta situación, el condensador está descargado y comienza a cargarse de nuevo; pero como existe la impedancia en serie, esta carga no se produce instantáneamente, sino que tarda algún tiempo, tanto mayor cuanto más elevado sea el valor de la misma.

Pasado el tiempo de carga, se repite el ciclo, comenzando por otro destello en la lámpara.

Por lo tanto, una medida de la frecuencia a la que se producen los destellos es el valor de la impe-

dancia que se coloca en serie, la cual puede tararse en hertzios directamente.

Este sistema es análogo al utilizado en los oscilógrafos de rayos catódicos para obtener "barridos" horizontales de distintas frecuencias.

El método de resonancia consiste en hacer entrar en vibración a una serie de elementos cuya frecuencia propia sea conocida. Aquel que mantenga su vibración, es que está en resonancia con la frecuencia excitadora.

Su fundamento es, pues, el mismo de los de lengüetas, sobradamente conocidos.

Otras veces se ha obtenido la frecuencia de vibración por medio de un captador adecuado, que puede ser electromagnético o piezoeléctrico, y que da lugar a fenómenos eléctricos de tipo periódico, los cuales, previamente amplificados, se registran en un oscilógrafo (generalmente de rayos catódicos), acordándolos con una determinada frecuencia del barrido horizontal, que ha de ser coincidente, para que dé una imagen permanente.

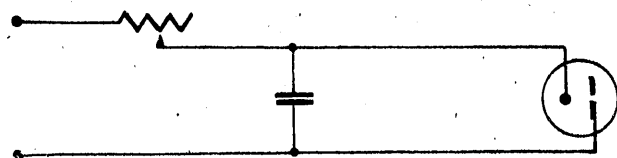


Figura 6.ª

Posteriormente se desconecta el captador del oscilógrafo, alimentando éste con un oscilador de frecuencia variable. Cuando se logra la permanencia de las imágenes, es que la frecuencia de la vibración observada es igual a la que marque el oscilador en

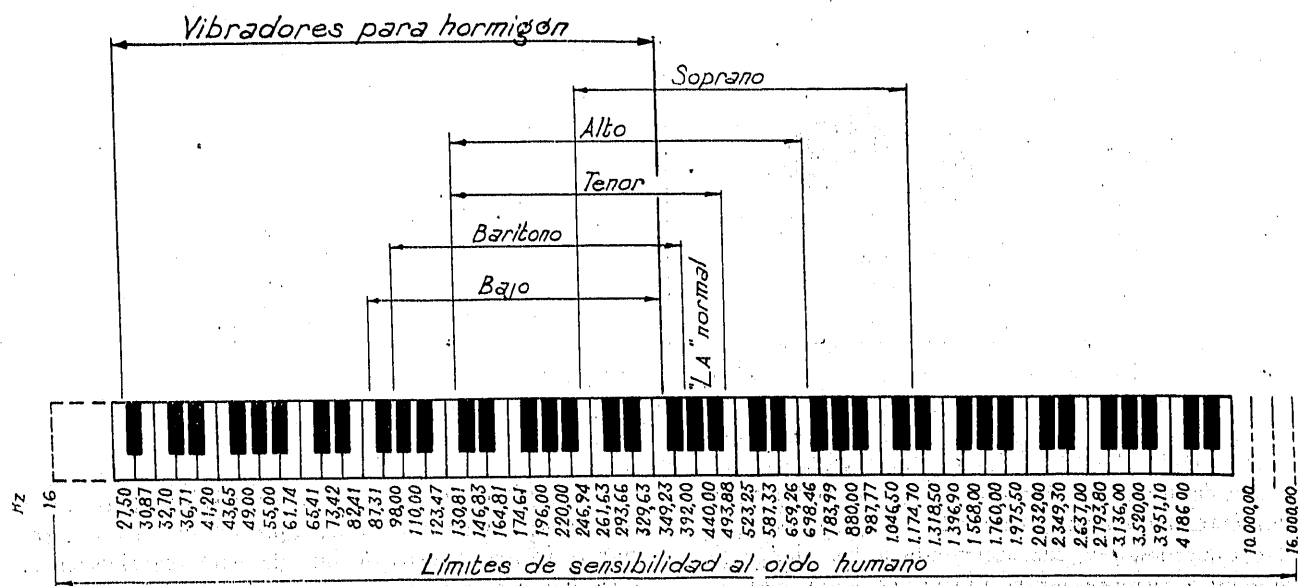


Figura 7.ª

dicho momento. Basta, por tanto, leer la frecuencia de la tensión producida por el oscilador.

Destacamos que la vibración producida por los vibradores para hormigón tienen una frecuencia relativamente elevada, comparable con la de las notas bajas musicales. Por lo tanto, podría conocerse la velocidad mediante sonidos, al oído. Bastará para ello seleccionar la nota musical de sonido análogo al del vibrador. La frecuencia de éste será la misma de la nota musical hallada.

En la figura 7.^a se ha representado el teclado de un piano, indicando la frecuencia propia de cada nota (se ha adoptado el "la" normal con 440 Hz.). Sobre la misma figura se han indicado los límites de frecuencia de las distintas voces humanas, y también de los vibradores que nos ocupan.

IV. Cinemática de los conjuntos vibrantes.

Bajo la acción de un vibrador de disposición unidireccional aplicado en el eje de simetría del conjunto, los movimientos de la parte vibrante son todos paralelos, variando únicamente su amplitud, según el amortiguamiento introducido por los elementos intermedios.

A título de ejemplo, concretaremos el caso de una mesa vibradora, que es, en esencia, una plataforma rígida soportada elásticamente y sometida a la acción de un vibrador.

En la figura 8.^a se indica el esquema de una mesa vibrante, (1), sometida a la acción de vibrador, (2), fijamente unido a ella, estando sustentada elásticamente sobre el suelo mediante los muelles, (3). La pieza o masa a vibrar es (4).

Si el vibrador es giratorio y unidireccional, dispuesto de modo que su acción sea vertical, y colocado bajo el centro de gravedad del conjunto, hará subir

y bajar a la mesa vibradora, siguiendo una ley senoidal en función del tiempo.

Si el vibrador es de impulsos, el movimiento de la mesa vibradora es una repetición de movimientos rectilíneos de igual velocidad y sentido contrario, según reciba los choques del vibrador en uno u otro sentido.

En puridad, no son movimientos con velocidad uniforme, pues existen los amortiguamientos inevitables, pero no los tendremos en cuenta, dado el escaso tiempo que dura cada movimiento.

En la figura 9.^a se ha representado el movimiento de una mesa vibradora, sometida a la acción de un vibrador electromagnético, y por lo tanto unidireccional, alimentado por corriente eléctrica industrial de 50 Hz., que origina una frecuencia vibradora (REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS, mayo 1948, pág. 24) de 100 Hz.

La duración de cada movimiento es de 5 milésimas de segundo.

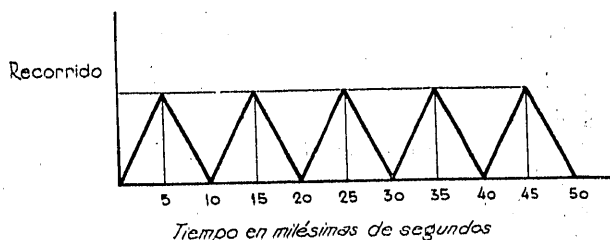


Figura 9.^a

Los vibradores de impulsos, al hacer variar bruscamente la velocidad de la masa a vibrar, ocasionan unas aceleraciones muy fuertes, lo que trae consigo una gran eficacia.

Cuando se coloca el molde libremente sobre la mesa vibradora, en lugar de hacerlo fijamente, se producen, análogamente, una serie de choques entre ambos elementos, dando lugar a un aumento de la eficacia.

Este hecho ha sido notablemente destacado por el Ingeniero Willy Röllinger en su artículo sobre "Mesas vibradoras", publicado en la revista *Betontein Zeitung* de marzo de 1950.

Si el vibrador no es unidireccional, podemos asimilar que los esfuerzos tienen componentes verticales y horizontales.

Bajo la acción de las fuerzas verticales, el movimiento es análogo al indicado en el comienzo de este apartado.

Las componentes horizontales, localizadas en el eje del vibrador, punto (5) de la figura 8.^a, hacen que el conjunto flotante de la mesa vibradora gire alrededor del "centro de percusión" del mismo, el cual está situado en su eje de simetría.

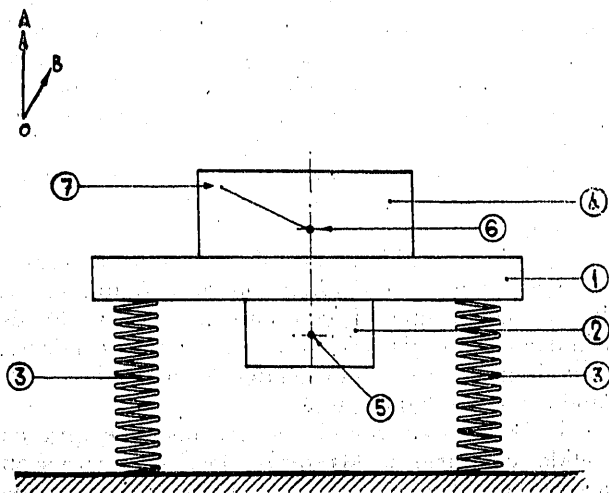


Figura 8.^a

Si el centro de percusión está situado en el punto (6) de la figura 8.^a, es evidente que la masa de hormigón situada en el citado punto (6) sufrirá únicamente desplazamientos verticales debidos a las componentes de esta dirección.

La masa existente en cualquier punto distinto, el 7, por ejemplo, ha de tener un desplazamiento vertical igual al que se produce en toda la masa, más otro, perpendicular a la línea (6) (7).

En la parte izquierda de la misma figura se han representado los vectores OA y OB , representativos de los movimientos sufridos por el punto (7). El movimiento OA es vertical, mientras que el OB obedece al giro alrededor del punto (6). Ambos movimientos se producen en cuadratura de tiempos, ya que cuando la masa excéntrica del vibrador tiene una resultante vertical, no hay componente horizontal alguna, y viceversa.

Las trayectorias de todos los puntos de este conjunto son, por lo tanto, elipses, en las cuales son semidiámetros conjugados los vectores OA y OB .

Todos los puntos situados en la misma horizontal que el centro de percusión tienen únicamente trayectoria vertical, puesto que el vector OB lo es también.

Por el contrario, en los puntos situados en la vertical del centro de percusión, las elipses tienen por semiejes los dos vectores repetidos, que en este caso son perpendiculares.

La existencia de movimientos de giro da lugar a un aumento, en todo caso, sobre los movimientos puramente verticales. Por esta razón es mayor la eficacia de las mesas vibradoras equipadas con un vibrador giratorio que con otros unidireccionales de la misma fuerza.

Este hecho también está destacado en el citado artículo sobre "Mesas vibradoras".

V. Funcionamiento de varios vibradores acoplados a una misma pieza.

Con frecuencia es necesario acoplar varios vibradores a un mismo molde, cuando las dimensiones de éste son tales que no basta un solo aparato.

Con objeto de averiguar el funcionamiento de los vibradores en tales circunstancias, se han realizado diversos montajes y analizado su funcionamiento mediante el estroboscopio.

Se han utilizado en todos los casos vibradores eléctricos, giratorios, con motor de inducción y alimentados todos por tensión de la misma frecuencia. Todos los aparatos fueron iguales y se dispusieron con sus ejes paralelos.

Cuando se acoplan dos vibradores (fig. 10), cabe la posibilidad que el sentido de giro sea el mismo o contrario.

En ambos casos se sincronizan entre sí.

Cuando el sentido de giro es el mismo (fig. 10, A), presentan las masas desequilibradas en oposición, en la línea que une los ejes de los aparatos. Se han marcado con números las posiciones de los contrapesos.

Si el conjunto es simétrico, no sufre ningún esfuerzo con componente dirigido en el sentido de la línea que une los ejes de los vibradores, pero sí un par pulsatorio, que tiende a hacer girar el conjunto alrededor de su centro de simetría.

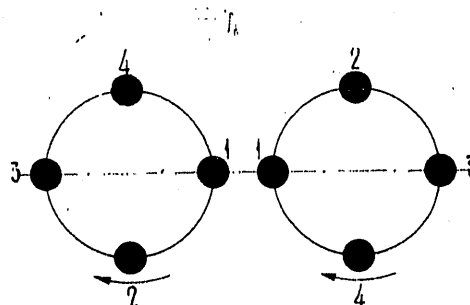


Figura 10, A.

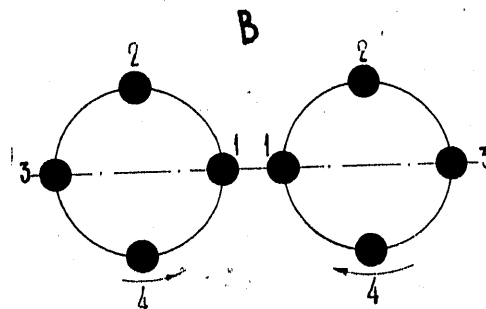


Figura 10, B.

Si el sentido de giro es contrario en ambos vibradores (fig. 10, B), también se sincronizan de modo que se opongan los componentes en el sentido de la línea que une sus ejes. En este caso, se convierte el conjunto en un vibrador unidireccional, con una resultante pulsatoria perpendicular a la recta que une los ejes de los dos aparatos.

Otro ensayo verificado se refiere a tres vibradores, con sus ejes situados en los vértices de un triángulo equilátero (fig. 11).

Cuando el sentido de giro de los tres es el mismo, se sincronizan del modo indicado en la figura 11, A, de tal modo, que el conjunto NO VIBRA. Puede asimilarse esta disposición a tres vectores iguales, que giran en el mismo sentido y decalados 120°, dando una resultante nula.

Si de los tres vibradores hay uno que gira en sentido contrario a los otros dos, se sincronizan también, acoplándose con las diferencias de fase que se aprecian en la figura 11, B.

Obsérvese que la eficacia de los vibradores girando del modo indicado en la figura 11, B, es igual a la de UNO SOLAMENTE, ya que, en cualquiera de las posiciones 1-2-3-4 indicadas, la resultante es

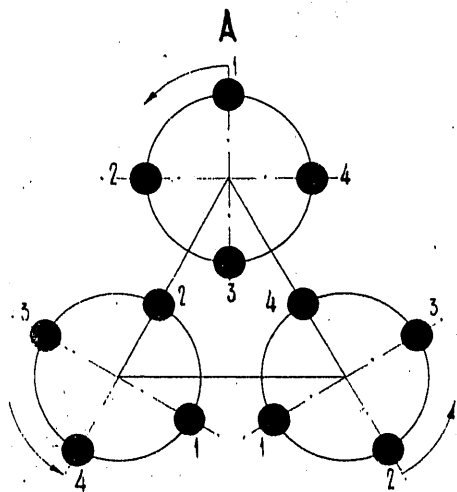


Figura 11, A.

Cuando el sentido de giro es el mismo en los tres (fig. 12, A), se produce el sincronismo, de modo que, en la línea que une los ejes, se producen oposiciones entre dos de los vibradores (posición 1).

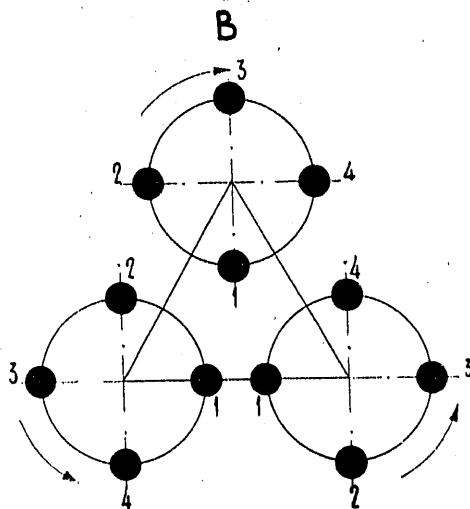


Figura 11, B.

siempre igual a la fuerza ejercida por UN SOLO vibrador.

Se ha ensayado también el funcionamiento de tres vibradores, pero con sus ejes en línea y separados igualmente los laterales del central.

Las componentes perpendiculares (posición 2) se establecen de modo que el vibrador central contrarreste a la acción de los otros dos.

También en este caso la eficacia lograda con un conjunto de tres vibradores es igual a la de UNO.

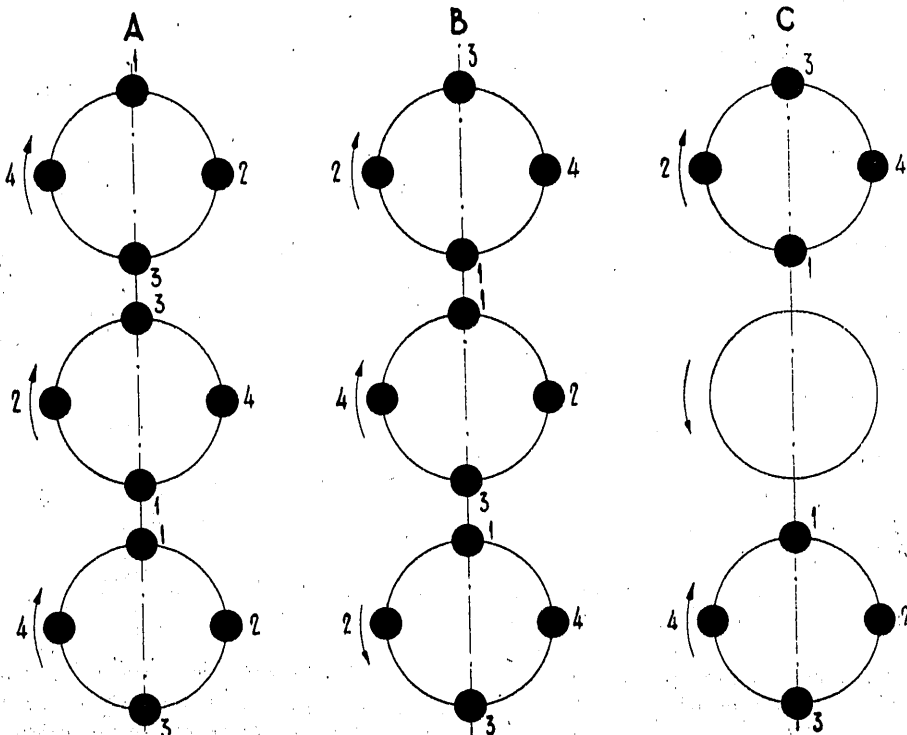


Figura 12, A, B y C.

En el caso de que un vibrador extremo girase en sentido contrario a los otros dos (fig. 12, B), se sincronizan de modo que su resultante es también la propia de UN SOLO vibrador.

Otro ensayo realizado ha sido con los dos vibradores extremos girando en el mismo sentido, mientras que el central lo hace en sentido contrario.

Cuando esto ocurre, sólo se sincronizan los aparatos extremos, que se comportan con independencia del central, del mismo modo indicado en la figura 10, A, imprimiendo al conjunto un movimiento de giro pulsatorio alrededor del eje del vibrador central, sobre el propio de este vibrador, el cual no se sincroniza y, por lo tanto, ACTÚA CON INDEPENDENCIA.

La observación de los resultados logrados puede resumirse del modo siguiente: Los vibradores acoplados tienden a sincronizarse, coincidiendo su fase de modo que sus efectos se contrarresten lo más posible.

VI. Dinámica de la vibración.

Cuando se trata de masas en vibración, producida ésta por aparatos giratorios, se producen movimientos periódicos con igual frecuencia y cuya expresión general es:

$$x = A \cdot \sin \omega t.$$

En la que hemos designado por A , a la semiamplitud del movimiento; ω , a la frecuencia, y t , al tiempo.

La velocidad de cada partícula, cuyo movimiento se ha definido como queda dicho, se obtiene derivando, y es:

$$v = \frac{dx}{dt} = A \omega \cos \omega t.$$

La aceleración correspondiente es:

$$j = \frac{d^2x}{dt^2} = -A \omega^2 \cdot \sin \omega t.$$

Si no tenemos en cuenta los rozamientos que se producen en la masa del hormigón cuando vibra, es decir, si suponemos que se trata de una masa suspendida elásticamente y en vibración merced a la acción de una fuerza pulsatoria, o sea de la forma:

$$F \sin (\omega t + \alpha),$$

podemos fijar ambas expresiones mediante el principio de la Dinámica "Fuerza = Masa $\times$ Aceleración".

Como en nuestro caso la masa es constante (la designaremos por M), podemos escribir:

$$F \sin (\omega t + \alpha) = M \cdot j = -M \cdot A \omega^2 \sin \omega t;$$

de donde se deduce que:

$$F = M \cdot A \cdot \omega^2 \quad [3]$$

y que $\alpha = \pi$.

La primera de estas expresiones puede ponerse bajo la forma:

$$A = \frac{F}{M \cdot \omega^2}, \quad [4]$$

de la que se sacan las siguientes consecuencias:

1.^a La amplitud de la vibración es proporcional a la fuerza del vibrador.

2.^a Es inversamente proporcional a la masa en movimiento.

3.^a Es inversamente proporcional al cuadrado de la velocidad del vibrador.

Es frecuente, en la técnica del hormigón vibrado, utilizar la definición de la aceleración como un múltiplo de la propia de la gravedad. Para ello, la fuerza del vibrador es el mismo múltiplo del peso de la masa a vibrar.

Si llamamos P al peso de la masa a vibrar, en la ecuación [4]:

$$P = M \cdot g; \quad M = \frac{P}{g},$$

y definimos:

$$F = n \cdot P,$$

resulta:

$$A = \frac{n \cdot P}{P/g \cdot \omega^2} = \frac{n \cdot g}{\omega^2}. \quad [5]$$

Por lo tanto, mediante la fijación de n y de ω , basta para definir un movimiento vibratorio

A título de ejemplo, si una masa vibrante de 100 kilogramos de peso (incluyendo hormigón, molde y vibrador) está sometida a la acción de un vibrador de 400 Kg. de fuerza, que funciona a 3 000 r.p.m. (50 Hz.), tenemos que:

$$n = \frac{400}{100} = 4;$$

$$\omega = 2\pi \cdot 50 = 314$$

y, por lo tanto, la amplitud de oscilación será:

$$2A = 2 \times \frac{n \cdot g}{\omega^2} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 980}{314^2} = 0,079 \text{ cm.} = 0,79 \text{ mm.}$$

Los conceptos de "espacio", "velocidad" y "aceleración" pueden representarse vectorialmente como la proyección sobre el eje de ordenadas (o de abscisas) de los tres vectores que giran alrededor del

origen a una velocidad ω y cuyo módulo sea, respectivamente, A , $A\omega$ y $A\omega^2$, tal como se indica en la figura 13, pero decalados entre sí un ángulo recto.

La fuerza, proporcional a la masa por la aceleración, es un vector coincidente con el de la aceleración, por ser la masa una cantidad escalar.

Sobre esta base se comprende cómo es nulo el trabajo preciso para obtener la vibración, ya que es el producto de la fuerza por la velocidad, y en este caso ambos vectores están en cuadratura.

Tengamos ahora en cuenta el objeto del rozamiento interno que se opone a la vibración.

Cada grano de árido está comprimido por los que le circundan, y al producirse movimientos relativos, existirán rozamientos, en los que intervendrá el conjunto de presiones que soporte cada grano, los coeficientes de rozamiento con los demás que le rodean y la velocidad de sus movimientos relativos.

Con objeto de abordar por el cálculo este efecto, consideraremos como "fuerza consumida en el rozamiento" a una proporcional a la velocidad, englobando en un sólo coeficiente, K , al conjunto de presiones y coeficientes de rozamiento, que afecta a la velocidad instantánea $A\omega \cdot \cos \omega t$.

La fuerza ejercida por el vibrador será senoidal, y al desconocer su posición, podemos indicar que estará expresada por:

$$F \sin(\omega t + \alpha).$$

Por lo tanto, la fuerza resultante será:

$$F \cdot \sin(\omega t + \alpha) - K \cdot A \cdot \omega \cdot \cos \omega t,$$

que habremos de igualar al producto de la masa por la aceleración

$$F \sin(\omega t + \alpha) - K \cdot A \cdot \omega \cdot \cos \omega t = -M \cdot A \omega^2 \sin \omega t.$$

Desarrollando esta igualdad e igualando los respectivos coeficientes de $\sin \omega t$ y de $\cos \omega t$, tenemos que:

$$\begin{cases} A \cdot K \cdot \omega = F \cdot \sin \alpha; \\ -A \cdot M \cdot \omega^2 = F \cos \alpha. \end{cases}$$

Se deduce que el ángulo α está comprendido entre $\frac{\pi}{2}$ y π , al tener positivo el seno y negativo el coseno.

Eliminamos el ángulo α , que no tiene aplicación directa, teniendo en cuenta que $\operatorname{tg} \varphi = \frac{K}{M\omega}$ y substituyendo $\cos \alpha$ en la segunda de las últimas igualdades. Así logramos la expresión de la amplitud:

$$A = \frac{F}{M \cdot \omega^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{K}{M\omega}\right)^2}} \quad [6]$$

Haciendo intervenir a la relación n entre la fuer-

za del vibrador y el peso de la masa a vibrar, la expresión de la amplitud es:

$$A = \frac{n \cdot g}{\omega^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{K}{M\omega}\right)^2}}.$$

La representación vectorial de fuerzas y aceleraciones se puede apreciar en la misma figura 13. En ella, la fuerza del vibrador se ha representado por el vector $\frac{F}{M}$ mientras que la fuerza consumida en el rozamiento $\frac{K}{M} \cdot A \cdot \omega$ tiene la misma dirección y sentido opuesto (por tratarse de un consumo de energía) que el vector velocidad ($A\omega$).

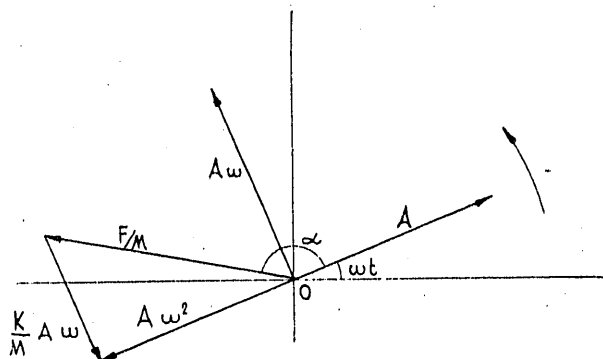


Figura 13.

Estableciendo el teorema de Pitágoras en el triángulo formado por los vectores $A\omega^2$ y $\frac{K}{M} A\omega$, que son perpendiculares, cerrados por el $\frac{1}{M} F$, tenemos:

$$\left(\frac{F}{M}\right)^2 = \left(\frac{K}{M} \cdot A \cdot \omega\right)^2 + (A \omega^2)^2;$$

de donde también se deduce que:

$$A = \frac{F}{M \omega^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{K}{M\omega}\right)^2}}.$$

La consecuencia de todo lo anterior es que cuando se tienen en cuenta los rozamientos, se reduce la amplitud de la vibración. Esta reducción crece con $\frac{K}{M}$ y decrece con ω .

Como K engloba las pérdidas de fuerza por rozamiento, es lógico que cuanto mayores sean estas pérdidas en relación con la masa vibrante, M , tanto más se ha de reducir la amplitud.

El hecho de que la reducción decrezca cuando ω aumenta, traducido al lenguaje de la realidad, indica que la amplitud de la vibración, cuando se emplean

frecuencias elevadas, está poco influida por la existencia de rozamientos internos en el hormigón.

El consumo de energía, cuando existe rozamiento interno, tiene un valor positivo.

En un ciclo tiene por expresión:

$$\int_0^{2\pi} \omega \text{ Fuerza} \times \text{velocidad} \times dt = \int_0^{2\pi} \omega F \cdot \cos(\omega t + \alpha) \cdot A \omega \sin \omega t \cdot dt =$$

$$= F \cdot A \cdot \omega \times \frac{\sin \alpha}{2} \times \frac{2\pi}{\omega} = F \cdot A \cdot \pi \cdot \sin \alpha.$$

Teniendo en cuenta que $\sin \alpha = \frac{A \cdot K \cdot \omega}{F}$ y sustituyendo, resulta:

Energía consumida en su ciclo:

$$F \cdot \pi \cdot \frac{A^2 \cdot K \cdot \omega}{F} = \frac{\pi \cdot K \cdot F^2}{M^2 \cdot \omega^3 \left[1 + \left(\frac{K}{M \omega} \right)^2 \right]}.$$

La energía consumida en un segundo, o sea la potencia necesaria, se obtiene multiplicando por $\frac{\omega}{2\pi}$ la citada expresión de energía consumida en un ciclo. Esta potencia es:

$$P = \frac{K \cdot F^2}{2 \cdot M^2 \cdot \omega^3 \left[1 + \left(\frac{K}{M \omega} \right)^2 \right]} \quad [7]$$

En poder de esta fórmula, podemos sacar las siguientes conclusiones sobre la "potencia consumida en la vibración":

- 1.^a Aumenta con K .
- 2.^a Disminuye cuando aumenta M .
- 3.^a Aumenta con la fuerza F del vibrador.
- 4.^a Disminuye con la frecuencia ω .

Al introducir un vibrador en la masa de hormigón, el consumo de energía es máximo, decreciendo con el tiempo, a medida que los diferentes granos de árido se van encajando. La misma evolución de la potencia sigue el coeficiente K . Al comenzar a vibrar una masa de hormigón, los granos de árido están colocados de un modo arbitrario, produciéndose movimientos relativos importantes entre ellos, lo que da lugar a que el coeficiente K sea elevado. A medida que la acción del vibrador hace que se forme una estructura compacta de áridos, éstos sufren menos movimientos relativos, con una notable reducción del coeficiente K .

De todos modos, el coeficiente K no llega a anularse, y por ello un vibrador, actuando sobre una masa de hormigón, siempre consume más que en vacío, si bien al principio de su actuación el consumo es notablemente más importante.