

COMPASES DE LA MARCHA TRIUNFAL DE MI METODO DE CROSS A

Por JOSE LOPEZ RODRIGUEZ

Ingeniero de Caminos.

Supone el autor que el método de Cross que comúnmente se conoce y se aplica, es un instrumento imperfecto por inacabado, y tras una interesante introducción filosófica, con bellas citas de Unamuno y Gaudet, nos anuncia "su" método de Cross "acabado", que deseamos sea pronto conocido por nuestros lectores.

Aunque un poco tarde, en verdad, mi librito *El método de Cross en serio y de broma* ha operado saludables reacciones por parte de algunos de nuestros más distinguidos compañeros. Evidentes pruebas de ello son el comentario de mi discípulo predilecto D. Emilio Miranda Lafuente, objeto de su interesante artículo aparecido en el número de diciembre de 1952 de nuestra REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS y el trabajo meritísimo de D. Carlos Lorente de Nó, que puede verse en los números de la misma publicación correspondientes a los meses de abril, mayo y junio del corriente año.

De tales acontecimientos me huelgo y me felicito; que ambos trabajos me han deparado sendas ocasiones, aprovechables para componer, gracias a sus brillantes acordes, los primeros compases de una marcha triunfal (que dichos compañeros serán ciertamente los primeros en aplaudirme, entonándola) en honor a mi flamante método de Cross A. Y el lector que tal no entendié, siga leyendo detenidamente e informándose de los pormenores que voy a detallarle, siguiendo preferentemente el orden cronológico en su exposición.

Con el asombro y sobresalto consiguientes, leí, poco más de veinte años ha, un ensayo curiosísimo de D. Miguel de Unamuno, escrito en el primer lustro del presente siglo. Fechado está en abril de 1905, el que lleva por título "Sobre la lectura e interpretación del *Quijote*" (el ensayo al que me refiero), del que para mostrar lo justificado de mi natural alarma de entonces, transcribo los pequeños recortes que siguen:

"Sucede en la historia literaria que unas veces es el hombre superior al autor; y así, a tal o cual escritor, que produjo enorme sensación en sus contemporáneos, no podemos juzgarlo y nos sorprende el prestigio que gozó y la influencia que ejerció, mientras otras veces es el autor superior al hombre y las obras al que las escribió. Hay hombres muy superiores a sus obras y hay obras muy superiores a los hombres que las llevaron a cabo."

"Y no me cabe duda de que Cervantes es un caso

típico de un escritor enormemente inferior a su obra, a su *Quijote*."

"...llego a sospechar que Cervantes se murió sin haber calado todo el alcance de su *Quijote*, y acaso sin haberlo entendido a derechas."

La circunstancia de haber tenido el autor del artículo presente las primeras nuevas del método de Cross poco después de la lectura del precitado ensayo del que fué famoso Rector de Salamanca, y el haberle dejado tal lectura muy honda y perdurable huella, explican satisfactoriamente cómo bajo su patente influencia, según irá comprobando el lector, pudo permitirse juzgar tan interesantísimo método desde el primer momento, informado su criterio, apenas discrepante del actual, porque los años transcurridos y la experiencia adquirida durante su transcurso no le han aportado motivos de apreciable rectificación.

Parecióme siempre el método de Cross algo muy superior a su autor. La maravillosa y genial ocurrencia de la distribución de momentos flectores en una estructura reticular con nudos sin traslaciones (en la viga de varios tramos, para citar un ejemplo concreto), cosa sin precedentes conocidos, monumento originalísimo a la sencillez operatoria, sin parentesco alguno con los métodos clásicos, era algo que pudiéramos llamar fornido jayán de los de pelo en pecho, sano, vigoroso, intrépido, a cuyo lado el notable profesor norteamericano, su creador, resultaba o semejaba no mucho más que pigmeo de alfeñique. Y siguiendo la extensión a lo técnico de las aseveraciones y opiniones de D. Miguel de Unamuno en cuanto a lo literario sobre Cervantes y el *Quijote*, llegué hasta sospechar que el profesor Hardy Cross no había calado todo el alcance de su método de cálculo de estructuras, basado en la susodicha genial distribución de momentos flectores, su efectiva obra maestra, que no acertó a utilizar provechosamente, incurriendo, por el contrario, inconscientemente, en la *adulteración* de asociarla a la vulgaridad del diagrama de Williot, por lo que dejaba las cosas a medio hacer, seguramente por no haber sabido penetrar en la en-

traña de su admirable método, que acaso no entendiera cabalmente.

En franco desacuerdo con esas afirmaciones mías, no han faltado quienes escribieran que el método (inacabado, según he dicho) de Cross resuelve de la manera más sencilla y exacta cualquier clase de estructura, fuere cual fuere su complicación; pero los hechos no abonan dichas caprichosas manifestaciones, como voy a probar con un texto de la REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS precisamente. Datan las publicaciones del profesor Cross del año 1930, y era su método conocido en España en 1932, gracias a las publicaciones de nuestro distinguido compañero D. Carlos Fernández Casado; pues bien: es doce años posterior a dichas publicaciones el texto al que voy a hacer referencia, que es un concienzudo trabajo, aparecido bajo el título de "Estudio teórico y fotoelástico de los emparrillados" en los números de nuestra REVISTA correspondientes a los meses de abril, mayo y junio de 1944. Cosa como ésa, que teóricamente y por el método de Cross *A* (inicial de *acabado*) llegará a ser tan sencilla de calcular como la viga de varios tramos lo es actualmente por el método de Cross *C* (inicial de corriente o *conocido*), me resultó de no pequeña complicación en el trabajo expresado; en el que, salvo omisión, que muy mucho lamentaría, figuran los nombres de los autores que siguen, muchos de ellos con la referencia o designación de sus trabajos: Abd-el-Wahed, Beggs, Föppl, Gottschalk, Hetényi, Hilcher, Krabbe, Leonhardt, Marten, Maxwell, Melán, Mohr, Mönch, Oppel, Ostfeld, Schaechterle, Schindler, Solakian y Villena.

Eché de menos en tan distinguida y numerosa familia técnica el ya por demás famoso nombre de Cross, autor del ya tan conocido y empleado método de cálculo de estructuras, y ello házome comentar para mis adentros y con su tanto más cuanto de socarronería: "¿Pero es que no basta el método de Cross para resolver sencilla y exactamente cualquier género de estructura reticular por complicada que sea? ¿Cómo se prescinde en absoluto de tal método en el cálculo de un sencillo emparrillado?" Hube de contestármelo y explicármelo a renglón seguido, en estos términos o parecidos: "Las modestas intenciones hechas para la extensión del método de Cross *C* al cálculo de las llamadas *estructuras espaciales* son cosas de poca monta, a las que cabe conceder los máximos honores de la sepultura en el cesto de los papeles, sin perjuicio para el interés del progreso técnico que forzosamente representará en no muy lejano día el método de Cross *A*, el método al que ninguno de los conocidos, y me atrevo a decir que ninguno de los por venir, *podrá mojarle la oreja* (perdóneseme la vulgaridad a cambio de su grafismo), en punto a su sencillez operatoria, en la que, aparte la resolución de los sistemas de ecuaciones lineales, no juegan papel conocimientos aritméticos superiores a los que están al alcance de cualquier peón caminero".

Quiero, antes de proseguir, hacer mención de esa duplicidad en la denominación de los métodos de Cross *A* y de Cross *C*, que es de mi modesta cosecha, por cuanto la alusión a su origen, me permitirá insistir en las apreciaciones que anteceden. Durante los años escolares de mi hijo Alberto, presentóseme éste un buen día con el obsequio de un interesante cuaderno de la publicación que lleva por título *Informes de la Construcción*. En él encontré un trabajo encabezado así: "Estructuras asimétricas de pórticos de hormigón con cubierta a dos aguas, analizadas por el método de distribución de momentos". No sé quien es el estimable y pacientísimo autor de tal análisis, para el que de la mejor gana yo pediría la Medalla del Trabajo; firma con las iniciales J. M. E. y nunca me preocupé de averiguar quién fuera el que tuvo interés en mantener el incógnito, como parece desprenderse de esta manifestación que va entre paréntesis a continuación del título del artículo: A petición de su autor, se han omitido en este artículo las referencias de costumbre. Y sigue a ello este comentario *substancioso* de la Redacción: "La resolución de este tipo de estructuras con libre desplazamiento de nudos exige una serie de estudios de fases intermedias para llegar a ella. En este artículo se exponen de una forma clara las operaciones necesarias para cada una de estas fases intermedias, realizando primeramente el estudio del pórtico de un solo vano para a continuación realizar el estudio del de dos".

La simple vista del articulito en cuestión, que no me inspiró el deseo de estudiarlo, me descorazonó totalmente. ¡Qué contraste el de la sencillísima distribución de los momentos flectores del profesor Hardy Cross y el revesado tejemaneje de la estimación de las traslaciones! Encontré en tal artículo, para la resolución de un doble pórtico, la friolera de 30 figuras, múltiples bastantes de ellas, y 32 cuadritos (¡como para una exposición de pinturas!), amén de un aparato de cálculos que recordaba la exposición del método de Cross *C* con el lujo de arrumacos que puede verse en Fernández Casado (C.), por ejemplo. Tal incongruencia me confirmaba, una vez más, en lo de que el método de Cross es una *cosa a medio hacer*; que ya presentía por aquel entonces el modesto autor del artículo presente, lo comprobado ahora, o sea, que sin menoscabo de la claridad, cabe el análisis del doble pórtico tratado por J. M. E. en *Informes de la Construcción*, sin el inútil farrago del aparato de cálculos, figuras y cuadros, que complican una cuestión sencilla innecesariamente. En artículo que se me ocurrió componer al efecto, que *yace* en el cesto de los papeles, quise decirlo, subrayando lo de que el método de Cross era una *cosa a medio hacer*; mas repugnándome escribirlo así, se me ocurrió, moderándose entonces, la ficción de los hermanos métodos de Cross *A* y *C*, que repetidas veces figura en mi librito, en cuya página 121

digo de ello, con la protesta de la *adulteración* del método consignada pocas líneas después.

Después de lo que precede, yo supongo que los lectores de la REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS no tomarán a mal el que me permita afirmar estas dos cosas: que no merece estimación lo que actualmente existe sobre la aplicación del método de Cross a las estructuras espaciales, y que en cuanto a las estructuras reticulares planas, está el método en cuestión tan sólo comenzado y pendiente de una decorosa terminación. No todos nuestros compañeros son de tal opinión, por lo visto, y dan por cosa hecha que ni hay ni podrá haber más de lo que yo he llamado el método de Cross C, cosa que, oportunamente, les obligaré a rectificar.

Ello obedece a que la rutina andante con todo puede y es materia dispuesta a sostener las tesis más desafinadas (por no decir extravagantes), como permitirá juzgar el particular que sigue. En uno de esos artículos míos yacentes en el cesto de los papeles a que hice referencia en el párrafo primero del titulado "El método de Cross y el diagrama de Williot", amablemente acogido por nuestra REVISTA en el número de febrero del corriente año, trataba de las *nebulosidades, incorrecciones e incongruencias* en la exposición corriente del método de Cross; había logrado coleccionar el que suscribe una serie de ellas relativamente extensa en tal avance crítico que el malogrado artículo iba a tener por objeto..., y miren por donde ha salido la recientemente publicada declaración de que el motivo de la rápida difusión del método de Cross en los países iberoamericanos es exclusivamente la *claridad expositiva* de Fernández Casado en su "Cálculo de estructuras".

Yo enumeraba en el aludido trabajito sobre "Nebulosidades, etc.", no pocos gazapos y ponía de relieve en honor al método de Cross, que a pesar de las malas exposiciones de que desde su origen venía siendo víctima en los autores conocidos míos (entre ellos iban Cross, Morgan y Fernández Casado), tales eran sus excelencias que se había difundido y aplicado con asombrosa rapidez. No habiendo penetrado en la entraña del método de Cross ni su autor ni nuestro distinguido compañero Fernández Casado, mal podían haber hecho exposiciones claras de una cosa desconocida para ellos; pero nuestro compañero, con habilidad notoria, supo, ingeniosamente, vestir tal desconocimiento de la enjundia del método de Cross con el disfraz garboso de su *claridad intuitiva*.

La aparente paradoja de un método víctima de las malas exposiciones y a pesar de ello tan rápida y extraordinariamente extendido, yo trataba de explicarla en dicho artículo, ayudándome o apoyándome en la muy brillante y elegantísima consideración que hace Ganivet en su *Idearium español*, a renglón seguido de la relación de su entrevista con Agatón Tinoco (español por tres veces), diciendo así: "Las inteligencias más humildes, comprenden las ideas más

elevadas; y los que economizan la verdad y la publican sólo cuando están seguros de ser comprendidos, viven en grandísimo error, porque la verdad, aunque no sea comprendida, ejerce misteriosas influencias y conduce por caminos ocultos a las sublimidades más puras, a las que brotan incomprensibles y espontáneas de las almas vulgares". Yo, en mi artículo sobre las "Nebulosidades, incorrecciones e incongruencias en la exposición corriente del método de Cross", disculpaba con tal texto de mi admirado Angel Ganivet la salida por demás donosa de Fernández Casado al condensar los efluvios de la verdad del método de Cross en su *claridad intuitiva*; y más torpón o mucho menos ingenioso que tan distinguido compañero y amigo, no atiné con otra cosa que con decir, como en mi librito después (véase su pág. 24), la chabacanería de que *el método de Cross se toca de oído*.

Pido mil perdones a los lectores de la REVISTA por no haber salido aún del terreno de las divagaciones; no creo que sientan impaciencia alguna por oír los compases de la marcha triunfal de mi método de Cross A, que ofrece el título del artículo presente. Contando con que tales perdones me sean concedidos, pido cien más para una leve digresión previa, de tipo defensivo no más que a medias. Es que no quiero pasar en silencio sobre los *errores* que se me han achacado, para basar una falsa imputación de *anticrossismo* (que me pesa como losa de hojaldré) echada sobre mí por mis distinguidos contrincantes Lorente de Nó y Miranda Lafuente (mis más mejores y seguros colaboradores en el porvenir), en sus trabajos al comienzo mencionados. Los hechos, más capacitados que las palabras para la prueba elocuente y la más contundente afirmación en contrario, irán diciendo cuanto sea preciso para dejar la verdad en su lugar debido.

Lo de *mis errores*, no es cosa nueva. Envié mi librito a varias revistas extranjeras, y de alguna mereció comentario. En su número de agosto de 1952, *Le Génie Civil*, con referencia al método de Cross, honróme con uno breve, cuya parte final transcribo: "Dans cet intéressant ouvrage, l'auteur commente cette méthode "en serio y de broma", c'est-à-dire sérieusement et d'une manière plaisante, en montrant les exagérations auxquelles, selon lui, elle a conduit". No se me ocurrió rectificar a esto absolutamente nada; que esos *revuelos* que a mis pobres escritos se han achacado, no me pareció bien que trascendieran allende el Pirineo, donde a lo mejor pudiera haber también espíritus timoratos o asustadizos como los que aquende se estilan. Y por lo que atañe a la rectificación en nuestra patria, tampoco me place repetir lo que sobre el particular dije en la contestación a Miranda Lafuente en mi artículo sobre el método de Cross y el diagrama de Williot (número de febrero de 1953 de la REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS). Téngalo por suyo Lorente de Nó y no se preocupe de que mi *debilísima* defensa resulte anti-

cipada a sus ataques, por aquello de que el orden de los sumandos..., etc.

No más circunloquios; vamos a esos compases de la marcha triunfal de *mi método* de Cross A. Digo de *mi método*, y el pronombre requiere alguna aclaración. Es que tengo por cosa muy superior a lo que he obtenido en mi modesta labor investigadora, al auténtico método de Cross A, el que confío no tardará en ser conocido, perfectamente explicado y conscientemente empleado por todos. Lo conseguido por mí no es más que una buena aproximación; es el logro, gracias a Dios, de la que en mi librito llamé (véase su pág. 121) "Mi solución provisional"; es, pese a su modestia, cosa notablemente superior a lo que en anterior artículo llamé el método de Cross-Williot; por último, es solución para el cálculo de estructuras reticulares planas, cualquiera que sea su complicación. Pero tengo la seguridad completa de que cuando la publique, a la vista de ella, los Miranda Lafuente, los Lorente de Nó y los Fernández Casado, todos con magnífica preparación, la mejorarán y la extenderán a las estructuras reticulares en el espacio, completando así tan distinguidos compañeros españoles la labor extraordinaria, admirable, pero *a medio hacer*, que debemos a Hardy Cross, el notable profesor norteamericano.

Propuse un problemita al contestar a Miranda Lafuente; le puse el ejercicio de cálculo por el método de Cross-Williot, de un poste. *Mi poste* puede verse en la primera columna de la página 71 del número de nuestra REVISTA, correspondiente al mes de febrero del año actual, y espero la resolución que dé al problema dicho distinguido compañero, para dar seguidamente la desarrollada por mi método de Cross A, probando la superioridad de éste sobre el Cross-Williot, bajo los aspectos de la claridad y brevedad por lo menos. Tal prueba y la de que el diagrama de Williot es una cosa que sirve para cuando no sirve para nada, será el primer compás de la marcha triunfal de mi dicho método.

Lorente de Nó, en su trabajo titulado "Los métodos directos y los métodos de aproximaciones sucesivas de cálculo de estructuras", me ha facilitado buen acopio de materiales para otros compases de la marcha triunfal de mi método de Cross A. Una ligera lectura de su documentado trabajo me ha permitido juzgar que dicho distinguido compañero es de los que se creen todo lo que dicen los libros, cosa que, corrientemente, sucede a los muy *sabidos* y *leídos* (recordaré la anécdota de un difunto tío carnal mío, que referí en la página 60 de mi desaliñado "Buscapié...", producción conocida por Lorente de Nó). Hace mención de los que han perfeccionado el método de Cross, citando varios apellidos extranjeros de señores que no tengo el gusto de conocer. Yo conozco otros, gracias a unas informaciones que amablemente me facilitaron (y las revistas correspondientes) unos distinguidos compañeros y amigos.

Esos buenos señores de la perfección del método consideran tal evitarle la machaquería, complicándolo; lo cual es atentar contra la sencillez del Cross, que es su principal encanto. Nada de preocuparse de poner decoroso remate a la tarea iniciada por el profesor autor del método, cosa que les importa un bledo; hacer como que hacen, rellenar páginas de revistas y... pare usted de contar. No hace mucho, alguien introdujo como un perfeccionamiento del método de Cross, disponer un estadito aparte para evitarse girar el papel en que operaba, sobre la mesa o el tablero de dibujo; ¿pueden tomarse en serio tamañas insubstantialidades?

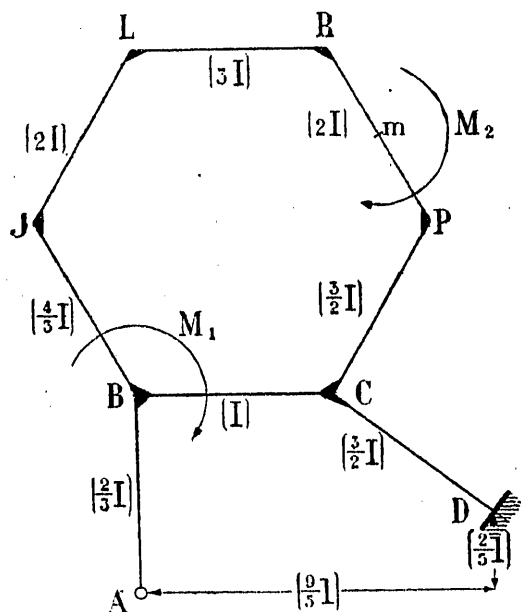
No voy a detallar o hacer inventario del material que el trabajo de Lorente de Nó me ha facilitado; es más fácil predicar que dar trigo, y a esto último quiero intimarle, planteándole otro problemita, más sencillo que el puesto a Miranda Lafuente. El *magister dixit*, ni en esa forma latina distinguida ni en la castiza vulgar de "lo dijo Blas", nunca fué santo de mi devoción. Hay en el trabajo de Lorente un texto en francés en que su autor posterga el método de Cross al de los puntos fijos; pero ha de tenerse en cuenta que, en el artículo en los *Anales de Obras Públicas de Bélgica*, de donde el recorte en francés está tomado, sólo puede tratarse del método de Cross C. No está acabado el Cross A, ni publicada mi aproximación *mi método de Cross A*.

No puedo aceptar la tesis de Lorente de Nó, de que los métodos de aproximaciones sucesivas sean tan sólo una entre tantas herramientas con las que el técnico cuenta y que resulta adecuada realmente en *algunos, más bien pocos*, casos particulares de problemas elásticos. Yo me permito afirmar en contra de ello que, por lo respectivo al cálculo de estructuras reticulares, no existe ni existirá método directo o de aproximaciones sucesivas, clásico o moderno, que pueda aventajar en claridad y sencillez al método de Cross A.

Vamos a demostrar esa afirmación mía, entre D. Carlos Lorente de Nó y el autor de este artículo. El problemita objeto de la figura adjunta (única de esta prosa mía) es más sencillo que el propuesto a mi *discípulo* Miranda Lafuente, que antes he mencionado. *Mi poste* es de tres grados de libertad y solamente tiene dos, la estructura representada en la adjunta figura; efectivamente: si por fuerzas (o pares flectores, que tanto da) aplicadas en los nudos J y R de esa estructura impedimos las traslaciones de dichos nudos, no las habrá tampoco en los restantes (es decir, en los nudos B, L, P y C), al no tener en cuenta las deformaciones por compresión.

La estructura la he formado *montando* un exágono regular, sobre el pórtico con barra oblicua de mi librito, tan traído y llevado; sus ocho barras son de la misma longitud y está sometido solamente a las acciones de dos pares flectores, cuyos momentos tienen por valores M_1 y M_2 . El par M_1 actúa en el

nudo B , y el par M_2 , en el punto m , que es el medio de la barra RP . La cuestión que deseo me resuelva Lorente de Nó, reduce a la deducción (por cualquier



Los números entre paréntesis son los momentos de inercia constantes en cada una de las barras. Las ocho barras tienen la misma longitud (I). Los nudos B, J, L, R, P y C , son vértices de un exágono regular.

procedimiento que él estime adecuado, el suyo inclusive) de cuatro valores de la relación $M_2:M_1$, que van a ser los correspondientes a estos casos:

- Que resulte nula la traslación del nudo J .
- Que sea nulo el giro en el nudo L .
- Que el giro en R debido a M_1 sea idéntico al giro en el mismo nudo debido a M_2 .
- Que los giros en B y en m , puntos de aplicación de los pares actuantes, sean iguales.

Tiene este sencillo ejercicio, sobre el puesto a Miranda Lafuente, el interés de que puede ser muy buen acceso al método de Cross A , que, como antes he dicho, terminarán como es debido, para consumar la obra iniciada en Norteamérica, los distinguidos compañeros que mencioné.

Contando con que ello no traiga revuelo alguno, después que Lorente de Nó me resuelva (nos resuelva a los lectores de la REVISTA) el problemita que acabo de detallarle, yo daré su resolución por mi método de Cross A , y en ella tendrán mis compañeros la marcha triunfal completa del mismo. Si alguno desee terciar en el asunto, queda invitado por mí desde este momento y le plantearé otro problemita si así lo deseara (lo que abunda no daña).

Nada de particular tiene que alguno me reproche eso de pretender ir a retaguardia, haciendo trabajar a los demás primeramente, para dar después la exposición, predicando con el ejemplo, de mi cacareado

método de Cross A , por lo que voy a anticipar la explicación de la posible extrañeza con los textos de mi media correspondencia con el profesor Hardy Cross.

Cuando distribuí, o comencé a distribuir, mejor dicho, mi librito, tuve gran interés en enviar a Cross unos ejemplares; pero ni sabía su dirección ni si vivía o no tan notable profesor. En estas condiciones, la casualidad me puso en contacto con un paisano y amigo (D. Manuel Martín Cruz —; Cross también! —, bien relacionado con algunos señores de la Embajada Americana en Madrid (The foreign service of the United States of America), y el 20 de marzo de 1952 tuve la satisfacción de ser presentado por el Sr. Martín Cruz a Mr. Ellwod M. Rabenold, Jr., Segundo Secretario de Embajada, y la mayor aún de que este señor me aceptara el ruego de enviar a Cross tres ejemplares de mi librito *El método de Cross en serio y de broma*.

El 1.º de mayo de 1952 me enviaba Mr. Rabenold la primera contestación habida del profesor Cross, que voy a copiar sin omitir detalle alguno (o sea hasta la parte impresa en la hoja del papel de cartas):

YALE UNIVERSITY - SCHOOL OF ENGINEERING - DEPARTMENT OF CIVIL ENGINEERING - WINCHESTER HALL - 15 PROSPECT STREET - NEW HAVEN 11, CONNECTICUT.

April 15 1952.

Mr. Ellwod M. Rabenold, Jr.
Second Secretary of Embassy.
American Embassy.
Madrid, Spain.

Dear Sir:

Thank you for your letter of March 25 with reference to the three copies of the book by Mr. José López Rodríguez. I have not yet received these copies and this delay. I think is to be excepted. I shall write to you as soon as they reach me. I am enclosing a copy of is letter which I hope you will send to Mr. Rodríguez together with my thanks for his courtesy. When I receive the books I shall add such additional comments as my limited knowledge of Spanish permits.

Yours sincerely,
Hardy Cross.

Chairman, Department of Civil Engineering.
HC:EBS
ENC.

En carta del 13 de junio de 1952, que el amabilísimo Mr. Rabenold me enviaba el 30 del mismo mes, acusaba recibo el profesor Cross de mi librito (de los tres ejemplares enviados), y añadía: Thank you for your kindness in sending them to me. I am

now having part of the book translated into English for my information; enviando para mí como anteriormente (no copio íntegramente el texto inglés) una copia de esta segunda carta

Me consideré obligado a escribir al Profesor Cross. Lo hice el 16 de julio de 1952, y de mi carta copio: "Honra muy grande es para mí que tan modesto trabajito haya merecido su atención, y por ello le soy deudor de la más honda gratitud. Quería haberlo significado así a usted ofreciéndole las primicias de mi modesta tarea investigadora, del que humorísticamente llamo en mi librito el método de Cross *químicamente puro* (es decir, prescindiendo en el desarrollo de los cálculos del diagrama de Wil-liot) ..."

No necesito copiar más para que los lectores de la REVISTA vean que, debiendo cumplir lo ofrecido al profesor Hardy Cross, aplase la exposición de mi método de Cross *A*, posponiéndola a la resolución de los ejercicios planteados a los Sres. Miranda Lafuente y Lorente de Nó. Mi poste (el ejercicio rogado a Miranda) era precisamente el ejercicio de comprobación de mi *cimbra simbólica*, base de mi Cross *A*, y cuando acababa de dibujarlo y me disponía a calcular, llegó a mí el comentario de Miranda Lafuente (véase sobre ello mi artículo del mes de febrero de 1953 de la REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS).

Pero tal aplazamiento tiene otros atendibles motivos, de los que se dará el lector perfecta cuenta, por las consideraciones que siguen: No sé qué efectos haya podido operar en el notable profesor Hardy Cross la lectura de mi discutido librito, vertido al inglés por su encargo, según dejé dicho. Tal vez le hayan sorprendido las primeras declaraciones de su prólogo (The prologue who knew too much), las contenidas en lo que paso a transcribir: "El método de Cross no es *único*; tenga a bien rectificar, por favor, el que tal cosa candorosamente opine o crea, por cuanto es la pura realidad, la convivencia de dos métodos de Cross".

"Existe el método de Cross *A* (inicial de *austero* o de *acabado* o *anhelado* acaso), y se ha desarrollado juntamente con éste el método de Cross *C* (inicial de *campechano*, o más bien quizá de *corriente* o *conoci-do*), siendo este segundo el más difundido en la actualidad".

"Exteriormente, en el físico como si dijéramos, resultan ambos métodos bastante parecidos, como hermanos que son, hijos legítimos del profesor Hardy Cross, que han salido al padre; pero en el carácter, en las esencias íntimas de la condición, siendo los dos totalmente coincidentes en la originalidad y en otros interesantes particulares, discrepan no poco en algunos, como acontece, por ejemplo, en el afán de la exactitud, que no poseen en igual grado ambos buenos hermanitos".

"El método de Cross *A* es un tanto adusto, de cara y hechos contrarios a la multiplicidad de amis-

tades (tengo a gran honra figurar en la reducida lista de sus contados amigos), y tan reservón, que me atrevería a afirmar, si no temiera escandalizar al lector, entre otras cosas, que *ni su padre* está enterado de sus peculiares modos y correctísimas maneras, que estoy por asegurar que desconoce casi por completo el distinguido profesor autor de sus días, por ser tal hijo hurafío hasta la pared de enfrente".

Pero si no en tales cosas, acaso haya Cross encontrado algún interés en los patentes atisbos de mi método de Cross *A*, que bien ha podido hallar, por ejemplo en la página 71 de *El método de Cross en serio y de broma*, al decir de que tal método pertenece por completo a los de *pon y quita*. ¿quién sabe si le habrá chocado el *desconocido* teorema de las quintaesencias (páginas 25 y siguientes de mi librito), del que yo estaba informado tiempo ha por el método de Cross *A*, mi buen amigo!

He llegado a hacerme, nadando en optimismo según costumbre, esas y otras suposiciones por el estilo; pero nunca la de que el profesor norteamericano se haya podido dedicar cándidamente al expurgo de mi obrita, para concluir en menudencias tales como la de si es correcta la parte *d*) y no la *c*) de la figura 14 (página 103. del librito), o si a la expresada parte *c*) le sobra o le falta algo, volviendo la espalda al asunto capital del librito. Consecuencias minúsculas que no van desde luego mal del todo para el atentado a mi *crossofilia*, tornándola caprichosamente en *crossofobia*, en contrario del contenido entero y verdadero de mi modesta obrita y de la sana intención, *presidenta* de honor de su redacción, como pueden ver hasta los más cortos de vista. Y lo creo así sinceramente, porque de haber seguido Hardy Cross la corriente de mis contradictores (le creo de mayor alteza de miras que éstos), ya hubiera tenido respuesta mi carta de julio de 1952, parcialmente transcrita en lo que antecede.

En el formal cumplimiento de lo ofrecido en ella a Mr. Cross, ha venido a interferir con harta complacencia para mí, el compás de espera derivado de la de haber de aguardar las publicaciones en nuestra REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS de las resoluciones de los ejercicios que me he permitido poner a nuestros distinguidos compañeros Miranda Lafuente y Lorente de Nó, de positiva importancia y altamente alentadores para la mayor eficacia de mis propósitos. Ello es porque, enviando a Cross la resolución de *mi poste* solamente, podría dicho profesor quedar enterado de cómo es mi método de Cross *A* (mi aproximación, repito, al que será el *auténtico método de Cross A*); pero enviándole además las resoluciones que, utilizando otros métodos de cálculo, puedan dar a mis problemitas los Sres. Lorente de Nó y Miranda Lafuente, tengo por seguro que se sumará al trío que conmigo formen dichos distinguidos compañeros, afirmando con nosotros que, para el cálculo de

estructuras reticulares, ni existe ni podrá haber método que, en claridad y sencillez, supere al método de Cross *A*.

Tal consecuencia la he considerado merecedora de la insistencia extremada cerca de mis compañeros,

al instarles la resolución de los ejercicios propuestos. Insistencia rayana en machaquería, que suplico a los lectores de nuestra REVISTA disculpen, en atención a que he tratado del método de Cross, machacón por esencia, presencia y potencia.

RESOLUCION DEL PROBLEMA A QUE SE REFIERE ESTE ARTICULO

Por CARLOS LORENTE DE NO,
Ingeniero de Caminos.

De nuevo expreso mi reconocimiento a D. José López Rodríguez por su gentileza al permitirme leer las cuartillas de su anterior artículo y tomar cuidadosa nota del problema que en ellas me plantea.

Al leer, además, que "tiene este sencillo ejercicio

el interés de que puede ser muy buen acceso al método de Cross *A*", y que en cuanto resuelva el problema nos dará el Sr. López Rodríguez la resolución por su método de Cross *A* y con ella la marcha triunfal completa de ese su método, me pareció ineludible

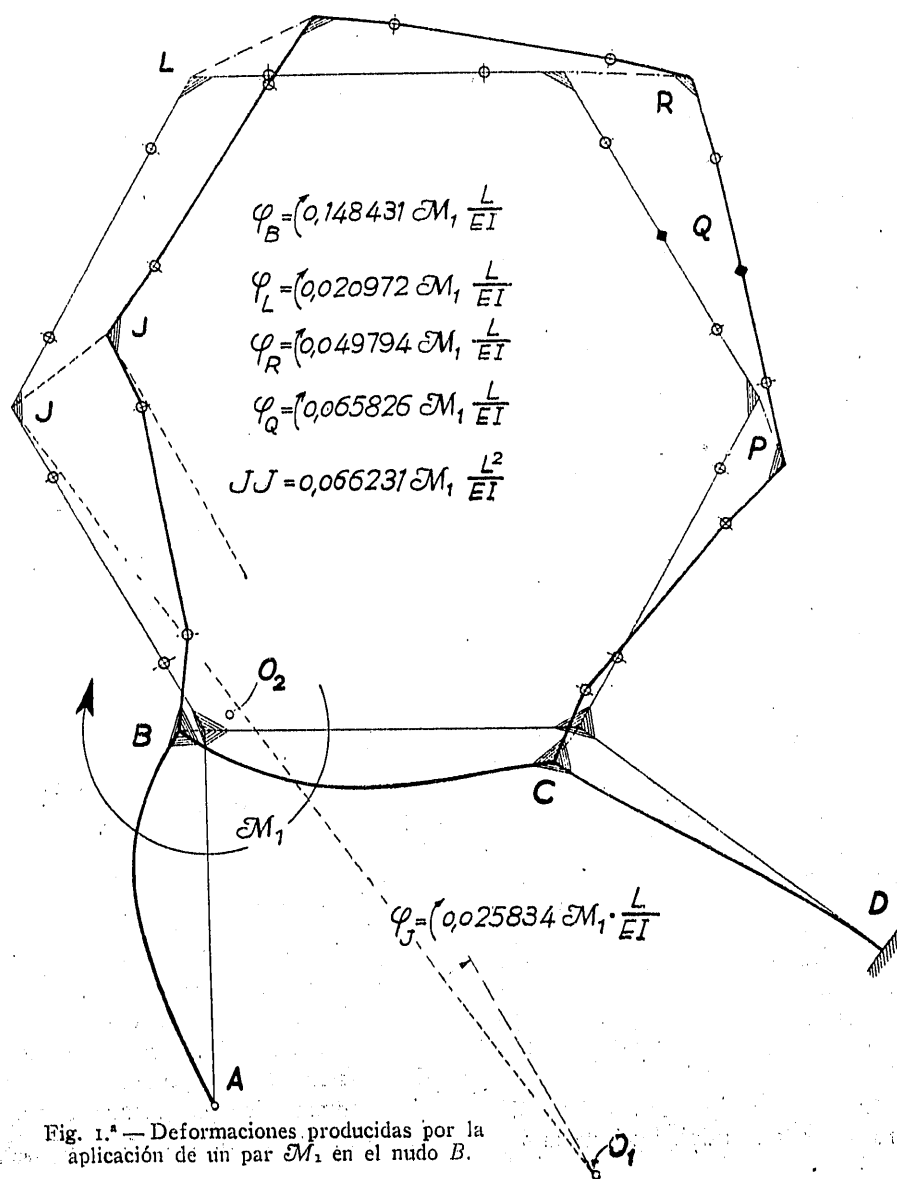


Fig. 1.ª — Deformaciones producidas por la aplicación de un par $\mathcal{M}_1$ en el nudo B.

deber (y le hice llegar mi deseo) el presentar la solución en este mismo número para no demorar la prometida presentación de aquél.

* * *

La cuestión planteada reduce, según resume el Sr. López Rodríguez, a la deducción de cuatro va-

Pero exigir en: "a) Que resulte nula la traslación del nudo J ", es tanto como pedirnos que convirtamos al nudo J en un *apoyo fijo*, mediante el cual solamente dejemos a dicho punto la libertad de giro, y para ello es necesario tener no una, sino dos posibilidades de acción.

Para establecer la solución (y la irresolución) de

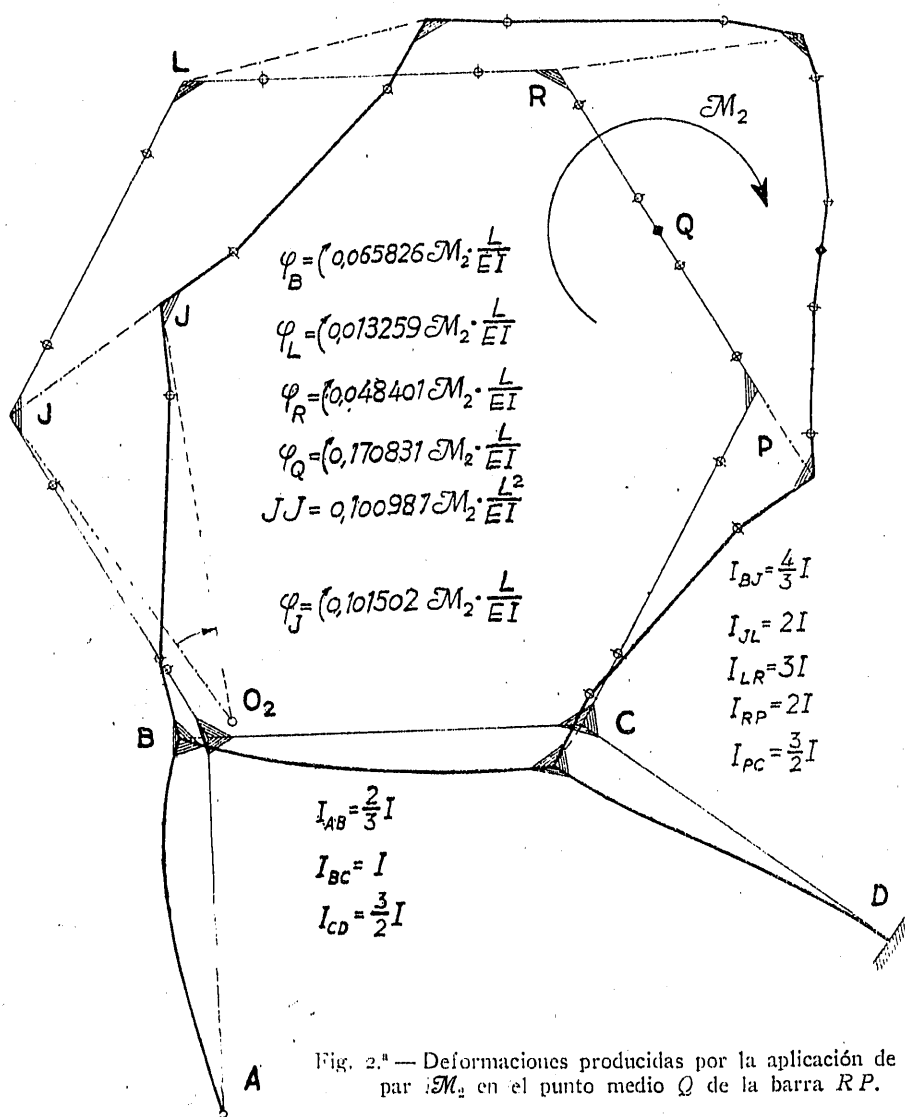


Fig. 2.^a — Deformaciones producidas por la aplicación de un par M_2 en el punto medio Q de la barra RP.

lores de la relación $M_2 : M_1$ que origine en cuatro puntos los movimientos a), b), c) y d), que detalla.

Proponer un problema sin haberlo previamente resuelto es siempre algo temerario. Y éste es un ejemplo de ello: En b), c) y d) pide la anulación o la igualdad de unos giros; es decir, la limitación de uno sólo de los tres grados de libertad del punto, y ello es factible con esa sola acción $M_2 : M_1$ de que disponemos.

esos cuatro apartados pedidos, basta, afortunadamente, con que estudiemos el efecto que en la estructura produce el par M_1 aplicado en el nudo B (figura 1.^a), y el ejercido por el par M_2 aplicado en el punto medio, Q, de la barra RP (fig. 2.^a).

Como estas figuras 1.^a y 2.^a parece están llamadas a ilustrar ese método de Cross A. merecían ser dibujadas con esmero, y a tal fin se han representado las elásticas de deformación para un valor de los

pares $\mathcal{M}_1 = \mathcal{M}_2 = 5 \frac{EI}{L}$. Así se aprecia a ojos vistas cómo trabaja cada elemento de la estructura. (No hay temor en aplicar unos pares de tan enorme valor: los ángulos en los nudos se conservan en la deformada y las traslaciones de los puntos son las exactas, que son los dos extremos que esencialmente importan. Sólo las longitudes de las barras aparecen falseadas, y si el lector mide con un transportador los giros, comprobará que, en vez de medir el valor correspondiente a φ , lee el correspondiente a $\arg \tan \varphi$. Que en esto no hay daño, ni puede producir error, se ve con sólo recordar que estamos en un problema elástico y, por hipótesis inicial, son infinitesimales las deformaciones. Cuando no es así, y éste sería el caso de un ensayo en modelo en que forzásemos la deformación, estamos ya fuera del principio de superposición en que se basa esta elasticidad lineal con la que, exclusivamente hasta la fecha, se trabaja.)

Para no embarullar estas expresivas figuras, nos hemos limitado a anotar los valores de los giros producidos en los nudos B , L y R , y en el punto Q , valores que son los estrictamente necesarios para la resolución de los casos b), c) y d). A la vista de estos valores, el lector irá obteniendo por sí mismo los de las relaciones que se nos piden:

b) Es nulo el giro del nudo L para:

$$\mathcal{M}_2 : \mathcal{M}_1 = -1,5817.$$

c) El giro $\varphi^R \mathcal{M}_1$ es idéntico, en valor y signo, al $\varphi^R \mathcal{M}_2$ para una relación:

$$\mathcal{M}_2 : \mathcal{M}_1 = 1,0288.$$

d) Los giros $\varphi^B \mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2$ y $\varphi^Q \mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2$ son iguales para un valor:

$$\mathcal{M}_2 : \mathcal{M}_1 = 0,7867.$$

Y para aclarar lo relativo a la pregunta a), hemos anotado no solamente el valor del giro del nudo J , sino también el de su traslación, tanto en el caso de aplicación del par $\mathcal{M}_1$, como en el de aplicación del par $\mathcal{M}_2$. Ello permite obtener la posición de los centros instantáneos O_1 y O_2 , respectivamente, alrededor de los cuales tiene lugar el movimiento de este nudo en uno y en otro caso.

Y como quiera que *no* se produce la casualidad de que la recta $O_1 O_2$ que los une pase por ese nudo J , resulta efectivamente imposible la primera de las cuestiones que plantea el Sr. López Rodríguez. Sea cualquiera el valor que demos a $\mathcal{M}_1$ y a $\mathcal{M}_2$, dicho nudo J experimentará una rotación instantánea, suma de ambas rotaciones, que ha de tener lugar alrededor de un cierto punto de la recta $O_1 O_2$, y que, por con-

siguiente, producirá siempre en el punto J , exterior a ella, un movimiento de giro con traslación.

Así, pues, o podemos disponer de una nueva acción que producirá un giro alrededor de un centro O_3 , y ya es posible componer las tres rotaciones para que la rotación suma tenga lugar alrededor del punto J , o el Sr. López Rodríguez limita sus pretensiones sobre el movimiento de J a una sola de las componentes de toda traslación.

* * *

Resuelto, en lo que se puede, el ejercicio, digamos algo sobre el método seguido, o mejor dicho sobre el *modus operandi* adoptado para lograr la solución con seguridad y con muy poco trabajo para el que esto escribe: sobre el pórtico $ABCD$, cuyas deformaciones bajo cargas actuantes en sus nudos B y C son ya conocidas de los lectores de la REVISTA, forma malla cerrada la poligonal $BJLRQPC$. Tomadas como incógnitas las características de tensión en la sección B (fig. 1.^a) y en la sección Q (fig. 2.^a),

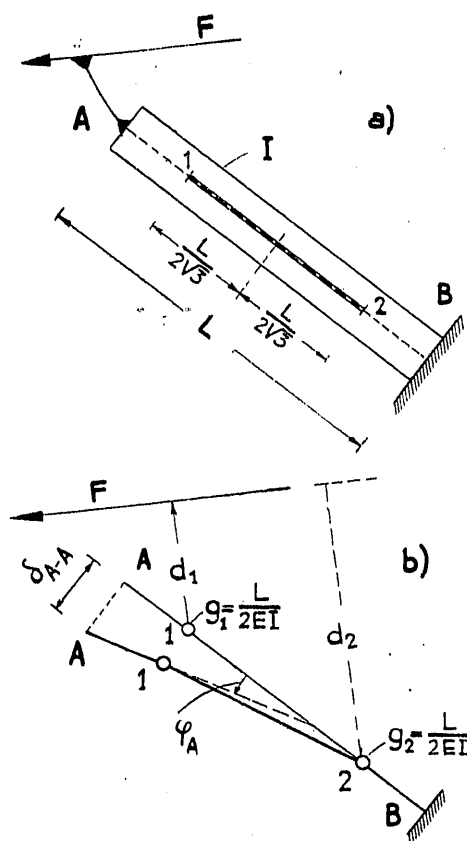


Fig. 3.^a — Al no considerar las deformaciones por esfuerzos tangencial y normal, puede concentrarse toda la flexibilidad de la pieza AB en los dos puntos 1 y 2. Queda reemplazada la pieza por la cadena rígida $A-1-2-B$, articulada en 1 y 2 mediante resortes de flexibilidad $g_1 = g_2 = \frac{L}{2EI}$.

queda como estructura un pórtico, ya conocido, del que arranca la ménsula $CPRLJB$, en el primer caso, y las dos ménsulas CPQ y $BJLRQ$, en el segundo.

El estudio de las deformaciones de estas ménsulas constituidas por una serie de barras rectas, es quintaesenciable de modo aún más radical que el que nos descubre el Sr. López Rodríguez en el segundo capítulo "El desconocido teorema de las quintaesencias", de su *Método de Cross en serio y de broma*. Al no tomar en consideración las deformaciones por esfuerzo normal ni tangencial, la elipse elástica de estas barras rectas de inercia constante es una elipse degenerada de semiejes $a = L/2 \sqrt{3}$ y $b = 0$, y para el estudio de los movimientos del extremo terminal A respecto al extremo B de la barra (fig. 3.^a, a), es reemplazable la pieza AB por las tres piezas rígidas $A-1$, $1-2$ y $2-B$, articuladas entre sí en los puntos 1 y 2 mediante dos resortes iguales, en los que se ha concentrado toda la deformabilidad de la pieza real. Es decir; unos resortes cuya flexibilidad o peso

elástico es $g_1 = g_2 = \frac{L}{2EI}$. Una fuerza exterior, F ,

solicita a estos resortes con unos pares de valor $F \cdot d_1$ y $F \cdot d_2$ (fig. 3.^a, b), y produce, por tanto, en ellos unos giros $F \cdot d_1 \cdot g_1$ y $F \cdot d_2 \cdot g_2$.

El movimiento del extremo A y de cuantos elementos de la cadena estén ligados a él, no es sino la suma de estas dos rotaciones instantáneas alrededor de los puntos 1 y 2. En las figuras anteriores se aprecia bien cómo ha quedado así sustituido el problema elástico por el estudio cinemático de una cadena (y el cómo y por qué he podido confiar la resolución del problema a uno de los auxiliares que me ayudan en las ta-

bulaciones de arcos, alumno de primer año de la Escuela) (1).

* * *

Desarrollado, pues, el ejercicio propuesto, con verdadera ilusión, ya que va a ser nada menos que el preludio de la marcha triunfal de ese método que, como su autor nos asegura, "en lo respectivo al cálculo de estructuras reticulares no existe ni existirá método directo o de aproximaciones sucesivas, clásico o moderno, que pueda aventajar en claridad y sencillez al método de Cross A ", quedo, quedamos todos, impacientes por conocerlo.

(1) Escarmentado en cabeza ajena, claro es que he comprobado los resultados, partiendo para ello de los diagramas de momentos flectores. Verán esta comprobación los lectores en el final de la serie de artículos sobre cálculo de estructuras, pues esta estructura de doble malla resulta más expresiva que la que tenía preparada.

Por cierto que sobre este método comprobatorio (J. Rieger: "Calcul des Constructions hyperstatiques" y como subtítulo "Application d'une méthode très simple"), va rodando de libro en libro su elogio y la indicación de que su teorema de los "momentos estáticos" arranca de su ingeniosa idea de interpretar geoméricamente las ecuaciones resultantes de la aplicación de Castigliano.

Sobre no ser sino una de tantas metamorfosis del teorema de Castigliano, como las que expone el Sr. López Rodríguez en el primer capítulo de su citada obra, causa pena ver el trabajo que se ha tomado el Sr. Rieger, detallando y particularizando esta identificación en tres volúmenes con sus correspondientes tomos de láminas (primero, 1926; segundo, 1931, y tercero, 1936, Dunod), que totalizan más del millar de páginas, cuando ese "méthode très simple" se expone con mucha mayor claridad y con mayor generalidad en tres páginas de bella prosa y cinco figuras del "Durchlaufende Träger, de E. Mörsch, que lo presenta como conocida aplicación de los principios de la Estática gráfica.