

# VERIFICACION EXPERIMENTAL DE LOS COEFICIENTES QUE ENTRAN EN LAS DIFERENTES FORMULAS PARA EL CALCULO DE TUBERIAS

Por CARLOS CARRIL CARVAJAL,  
Ingeniero de Caminos.

*Después de una breve introducción teórica sobre el régimen de circulación de un fluido en el interior de una tubería, pasa el autor a describir las mediciones de pérdidas de carga en la instalación de Tarrasa, cuyos resultados utiliza para estudiar las fórmulas empíricas clásicas y las que más se utilizan para el cálculo de tuberías.*

## I

### INTRODUCCION

#### Generalidades sobre el problema de las pérdidas de carga en tuberías.

La circulación de un fluido en el interior de una tubería puede ser, como es bien sabido, de dos naturalezas fundamentalmente distintas: circulación en régimen laminar y circulación en régimen turbulento. En el primero, las trayectorias descritas por cada partícula del fluido son practicamente paralelas entre sí y paralelas al eje de la tubería. En el segundo, las trayectorias descritas por las partículas del fluido son irregulares, entrelazándose entre sí.

*Régimen laminar.* — Las leyes del movimiento en régimen laminar pueden establecerse matemáticamente admitiendo la ley de Newton para los rozamientos interiores debidos a la viscosidad.

Imaginando dos placas planas paralelas, entre las cuales existe un fluido, si la placa inferior permanece en reposo y la superior se desplaza con la velocidad  $V$  de izquierda a derecha (fig. 1.<sup>a</sup>), debido a la acción del rozamiento interior, el líquido comprendido entre las dos placas se pondrá en movimiento, de tal forma que las partículas próximas a la placa superior estarán animadas de una velocidad superior a las más alejadas, llegando a ser dicha velocidad nula sobre la placa inferior.

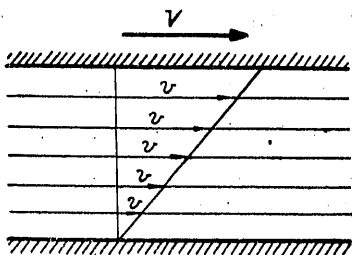


Figura 1.<sup>a</sup>

Admitiendo un reparto lineal de velocidades desde  $V$  en la placa en movimiento hasta 0 en la placa fija, la velocidad en un punto distante  $y$ , será:

$$v = V \frac{y}{a};$$

siendo:

$v$  = velocidad en el punto considerado.

$y$  = distancia del punto interior a la placa en movimiento.

$a$  = separación entre placas.

El rozamiento interior del fluido se traduce en una resistencia al movimiento de la placa móvil que, expresada por unidad de superficie, es proporcional a  $V/a$ , pudiendo expresarse por  $\mu V/a$ .

Si, de una forma más general, imaginamos un fluido en movimiento y consideramos dos partículas líquidas distantes  $d-n$ , animadas de velocidades  $v$  y  $v + \frac{dv}{dn}$ , llamando  $S$  a la superficie de contacto, la fuerza  $\tau$  que se opone a su desplazamiento relativo tendrá la expresión:

$$\tau = \mu s \frac{dv}{dn}.$$

Al factor de proporcionalidad  $\mu$  se le llama coeficiente de viscosidad absoluta o dinámica.

Generalmente, en todas las fórmulas empleadas en el cálculo de tuberías se utiliza, en lugar del coeficiente  $\mu$ , el coeficiente  $\nu$ , llamado de viscosidad cinemática y definido por la expresión:

$$\nu = \frac{\mu g}{\delta} = \frac{\mu}{\rho};$$

siendo:

$g$  = aceleración de la gravedad.

$\delta$  = peso específico.

$\rho$  = masa específica.

Si consideramos ahora un tubo de sección circular

por el que circula un fluido en régimen laminar y establecemos el equilibrio entre las fuerzas que actúan sobre un elemento de fluido de radio  $r$  y longitud  $dx$ :

$$\pi r^2 p - \pi r^2 \left( p + \frac{dp}{dx} dx \right) - 2 \pi r dx \tau = 0;$$

$$\tau = - \frac{dp}{dx} \frac{r}{2} = - \frac{dv}{dr} \frac{r}{2\mu};$$

$$v = \int \frac{dp}{dx} \frac{r}{2\mu} = \frac{dp}{dx} \frac{r^2}{4\mu} + C;$$

$$r = \frac{D}{2}; \quad v = 0; \quad C = - \frac{dp}{dx} \frac{D^2}{16\mu};$$

$$v = - \frac{1}{4\mu} \frac{dp}{dx} \left( \frac{D^2}{4} - r^2 \right); \quad \frac{dp}{dx} = \frac{32\mu V}{D^2};$$

ecuación conocida generalmente con el nombre de ecuación de Poiseuil y fué primeramente establecida por el alemán Hagen en el año 1839.

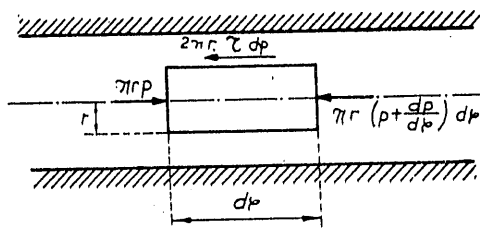


Figura 2.<sup>a</sup>

**Régimen turbulento.**— Los métodos de cálculo para la determinación de la pérdida de carga en una tubería rectilínea con movimiento turbulento, han venido sufriendo una evolución que, esquemáticamente, podemos dividir en tres épocas distintas que definen, cada una de ellas, un grado más de aproximación en la solución del problema.

Admitiendo la existencia de una función:

$$f(Q, L, \rho, \nu, \Delta p, k, k' \dots) = 0,$$

entre las magnitudes:

$Q$  = caudal;

$L$  = longitud;

$\rho$  = masa específica;

$\nu$  = viscosidad cinemática;

$\Delta p$  = diferencia de presión;

$k, k' \dots$  = relación de magnitudes que intervienen en el problema;

y aplicando el teorema  $\pi$  o de Vachy-Buckingham, que establece que toda relación

$$f(A, B, C \dots N) = 0,$$

entre  $n$  magnitudes físicas expresables mediante  $m$

magnitudes fundamentales, implica la existencia de otra función:

$$f(\pi_1, \pi_2, \pi_3 \dots \pi_{n-m}) = 0,$$

entre  $n-m$  magnitudes  $\pi$  adimensionales y productos de la forma:

$$\pi = A^a B^b C^c \dots N^y,$$

llegamos a la expresión:

$$j = \frac{v^2}{2g} f(R_e, k', k'' \dots) = \lambda \frac{v^2}{2g};$$

siendo:

$$\lambda = f(R_e, k', k'' \dots)$$

La primera época está caracterizada por el empleo de fórmulas empíricas que van desde considerar a  $\lambda = \text{constante}$  (Dupuit, 1865) a considerar  $\lambda = f(V, D)$  (Lewy, Flamant, Scimini). En este grupo están comprendidas las fórmulas en las cuales  $\lambda = f(D)$  (Darcy) y las que consideran  $\lambda = f(V)$  (Prony).

En la segunda época (fórmulas de Bazin, Ganguillet, Kutter y Kutter simplificada),  $\lambda$  es función de la naturaleza física del material que constituye la tubería, y son, aún hoy, las fórmulas más empleadas por los ingenieros en el cálculo hidráulico de tuberías.

La tercera época está caracterizada por las fórmulas de campo de aplicación limitado a las tres zonas:

|                      |                                  |
|----------------------|----------------------------------|
| Tuberías lisas ..... | $\lambda = f(R_e)$ ;             |
| » rugosas .....      | $\lambda = f(\epsilon/E)$ ;      |
| » semirugosas .....  | $\lambda = f(R_e, \epsilon/E)$ ; |

siendo  $R_e$  el número de Reynolds y  $\epsilon/D$  la rugosidad relativa.

El problema, de todas formas, no puede considerarse como definitivamente resuelto. La comprobación experimental de los resultados obtenidos en conducciones en servicio, indican constantemente divergencias con los resultados de la aplicación de las fórmulas, lo que señala su relativo grado de validez, reducido, en la mayor parte de los casos, a las circunstancias determinativas que concurren en el campo en el cual se efectuaron los ensayos que sirvieron para su determinación. Ello obliga al empleo de coeficientes de seguridad que repercuten en un consumo excesivo de materiales, que tienen su mayor importancia en la construcción de grandes conducciones.

En esta tercera época culmina la teoría de la capa límite de Prandt y Von Karman, completada con las experiencias de Nikuradse, que, planteado el problema en términos matemáticos, llega a la resolución teórica del mismo obteniendo fórmulas de aplicación práctica.

*Teoría de la capa límite.*— Prandtl considera que cuando un líquido está en movimiento limitado por una superficie, existe una capa delgada inmediata a la superficie de contorno en la cual el movimiento se produce de acuerdo con las leyes de los líquidos viscosos, mientras que, separado de esa capa límite, existe un movimiento turbulento.

Estableciendo el equilibrio entre la fuerza de rozamiento establecida por la ley de Newton y de las fuerzas que actúan sobre la capa límite, se llega a determinar el espesor de dicha capa límite en un punto determinado:

$$\delta = k \frac{1}{\sqrt{R_e}},$$

siendo  $k$  un coeficiente y  $R_e$  el número de Reynolds.

$$R = \frac{VD}{\nu}.$$

El espesor de la capa límite disminuye, pues, al aumentar el número de Reynolds.

El fenómeno físico de la circulación de un líquido en el interior de una tubería y la influencia de ésta sobre aquélla, puede explicarse de la siguiente forma:

Para números de Reynolds bajos, inferiores a  $R_{e,c}$  críticos, el líquido circula en régimen laminar, de acuerdo con la ley de Poisseul:

$$V = \frac{1}{4\mu} \frac{dp}{dx} \left( \frac{D}{4} - r^2 \right),$$

y la pérdida de carga:

$$j = \frac{32}{g} \frac{\nu V}{D^2},$$

es independiente de la naturaleza física de la tubería.

Al aumentar el número de Reynolds por encima de su valor crítico, el movimiento pasa a ser turbulento; pero existiendo una capa límite que cubre todas las irregularidades de la tubería, la pérdida de carga es independiente de la rugosidad física, llegándose a la expresión:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg \frac{R_e \sqrt{\lambda_0}}{2,51}; \quad j = \lambda \frac{V^2}{2gD}.$$

Estamos en el caso de tuberías hidráulicamente lisas.

Si sigue aumentando  $R_e$ , el espesor de la capa límite

$$\delta = k \frac{1}{\sqrt{R_e}}$$

disminuye, llegando un momento en el cual las irregularidades de la tubería emergen sobre la capa lími-

te, influyendo en la circulación del líquido. El valor de  $\lambda$  obtenido para este caso es:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg \left[ \frac{\varepsilon/D}{3,71} + \frac{2,51}{R_e \sqrt{\lambda}} \right].$$

Al seguir aumentando  $R_e$ , y por consiguiente disminuyendo  $\delta$ , la rugosidad va adquiriendo mayor influencia en el régimen circulatorio del líquido, llegando  $\lambda$  a ser independiente de  $R_e$ .

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg \frac{3,71}{\varepsilon/D}.$$

Es el caso de tuberías rugosas.

La aplicación de estas fórmulas exige, de todas formas, la determinación de unos coeficientes función de la naturaleza física de la tubería, que es del mayor interés llegar a determinar de una forma lo más precisa posible.

Se ve, pues, que en todos los casos es preciso recurrir a la experimentación para determinar los coeficientes que entran en las fórmulas, y su grado de validez dentro de su campo de aplicación, considerándolo así la Association Internationale des Distributions D'eau en el último Congreso Internacional celebrado en París en el mes de junio último; incluyó entre los temas a tratar el de "Verificación experimental de los coeficientes que entran en las diferentes fórmulas utilizadas por el cálculo de tuberías", al objeto de reunir y confrontar datos obtenidos en el mundo entero en las circunstancias y lugares más diversos, permiten esperar un gran avance en este sentido.

El objeto de este estudio es, únicamente, el contribuir a tal trabajo facilitando unos datos más, obtenidos en conducciones en servicio en España.

*Fórmulas estudiadas.*— Los resultados obtenidos en nuestras mediciones, los hemos utilizado para estudiar las siguientes fórmulas:

*Primer grupo:*

Dupuit:

$$j = k \frac{V^2}{D^{1,46}}.$$

Darcy:

$$j = 4 \left( \alpha + \frac{\beta}{D} \right) \frac{V^2}{D}.$$

Lewy:

$$j = \frac{2}{c^2 \left( 1 + 3 \sqrt{\frac{D}{3}} \right)} \frac{V^2}{D}.$$

Flamant:

$$j = k \frac{V^{7/4}}{D^{9/4}}.$$

Segundo grupo:

Kutter:

$$j = \frac{4}{k} \frac{V^2}{D}; \quad k = \frac{100 \sqrt{\frac{D}{4}}}{m + \sqrt{\frac{D}{4}}}$$

Tercer grupo:

Von Mises:

$$j = \lambda \frac{V^2}{2gD}; \quad \lambda = 0,0096 + \sqrt{\frac{\epsilon}{D} + 1,7} \sqrt{\frac{1}{R_e}}$$

Société Belge des Mécaniciens:

$$j = \lambda \frac{V^2}{2gD}; \quad \lambda = \frac{0,532}{R_e^{1/2}} + 0,0084 \left( \frac{\epsilon}{D} \right)^{1/5}$$

Prandt-Karman:

$$j = \lambda \frac{V^2}{2gD}$$

Tuberías hidráulicamente lisas:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg \frac{R_e \sqrt{\lambda}}{2,51}$$

Tuberías hidráulicamente rugosas:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg \frac{3,71}{\epsilon/D}$$

Tuberías hidráulicamente semirrugosas.

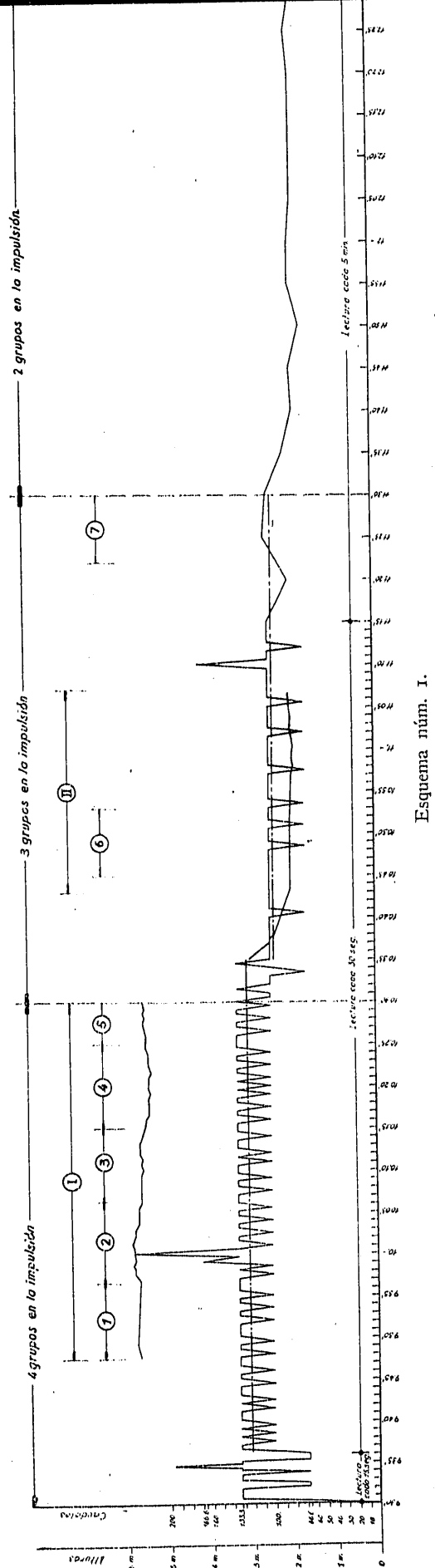
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg \left[ \frac{\epsilon/D}{3,71} + \frac{2,51}{R_e \sqrt{\lambda}} \right]$$

## II

### Descripción de las mediciones de pérdidas de carga efectuadas.

*Mediciones en la instalación de Tarrasa.* — Estas mediciones han sido efectuadas en la conducción general para el abastecimiento de agua de Tarrasa (Barcelona), en los meses de abril y mayo de 1951.

Dicha conducción, según puede verse en el esquema núm. I, está dividida en dos tramos principales.



Esquema núm. I.

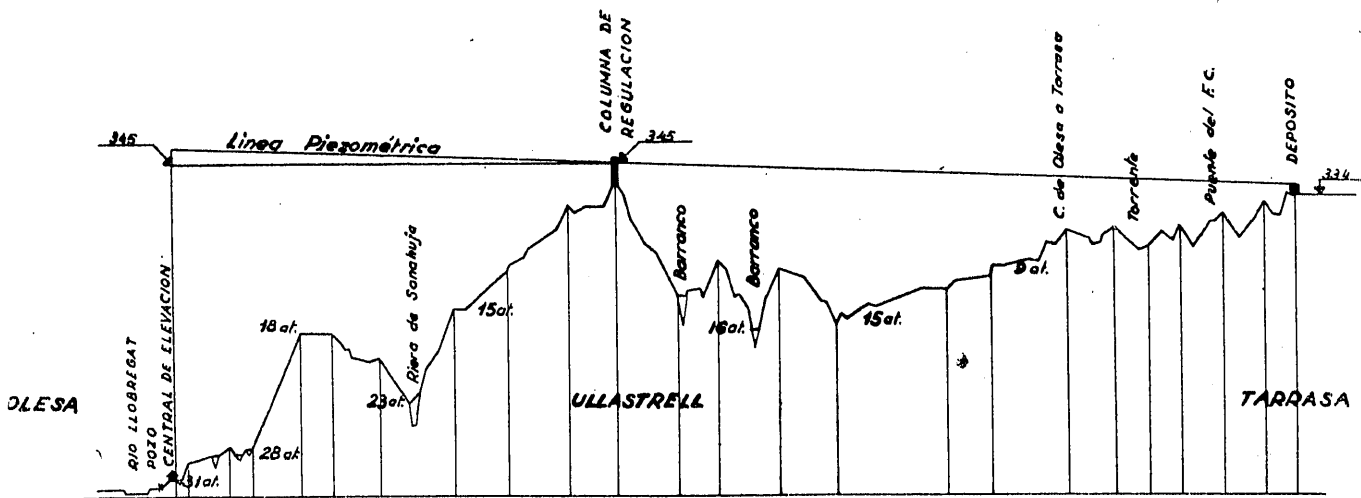


Figura 3.ª

El primero está constituido por una impulsión de 4 134 m. lineales de tubería Bonna de 450 mm. de diámetro interior, que eleva las aguas captadas en pozos filtrantes situados en la margen izquierda del río Llobregat, en las inmediaciones de Olesa, desde la cota 62 hasta la cota 345, con un desnivel de 283 metros. El segundo tramo lo constituye una conducción de 6 484 m, lineales de tubería Bonna de 450 milímetros de diámetro interior. En la unión de los dos tramos existe una columna en donde puede medirse la altura de agua. Las mediciones se han efectuado en el segundo tramo.

La tubería está en servicio desde el año 1946.

El perfil longitudinal de esta conducción puede verse en la figura 3.ª, y la disposición relativa de la columna de Ullastrell y el vertedero en el depósito, puede verse en la figura 4.ª.

La superficie interior de los tubos Bonna que constituyen la conducción es de mortero centrifugado.

En las juntas, los tubos están colocados a tope.

Para la medición de los caudales se ha utilizado un contador Tavira, situado en la entrada del depósito regulador.

La presión en Ullastrell se determinó por la altura de la columna de agua. A intervalos previamente establecidos se media la altura  $A$  (fig. 5.ª), estableciendo el cuadro núm. 1.

En los mismos intervalos se hacían las lecturas

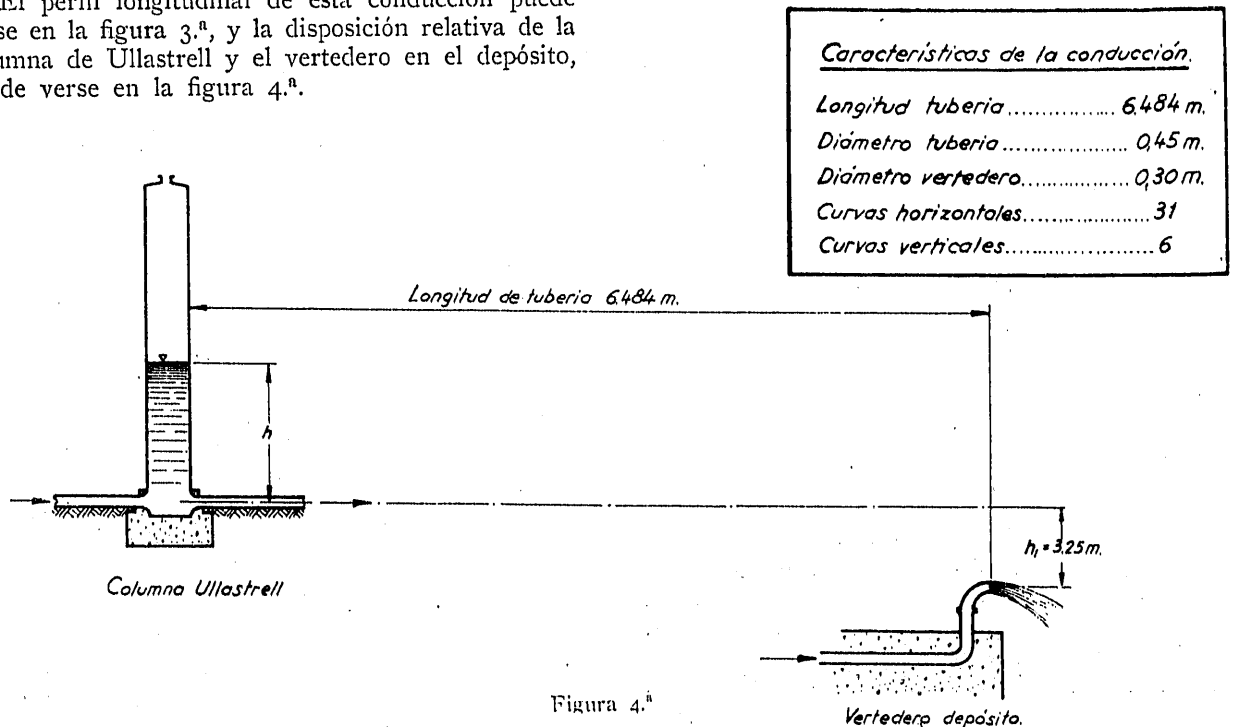


Figura 4.ª

en el contador de la entrada del depósito regulador, estableciendo el cuadro núm. 2.

Los caudales se hacían variar poniendo en servicio, en la casa de máquinas de la impulsión, 1, 2, 3 ó los 4 grupos motobomba de que consta.

Del cuadro núm. 1 deducimos el cuadro núm. 3, de altura  $h$  de agua sobre el eje de la tubería en Ullastrell.

Del cuadro núm. 2 deducimos el cuadro núm. 4 de caudales  $Q$  en el vertedero.

Dibujadas las curvas  $h$  y  $Q$  (gráfico núm. 1), determinamos los 7 períodos (1) a (7) en los cuales el régimen puede considerarse estable. y que utilizamos para nuestro estudio.

En el esquema núm. 3, y de acuerdo con la fórmula de Bernoulli, tenemos:

$$h_1 + h + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{V_2^2}{2g} + j.$$

$v_1$  = velocidad en la entrada de la tubería de la conducción.

$v_2$  = velocidad a la salida del vertedero.

$$j = h_1 + h + \frac{V_1^2 - V_2^2}{2g}.$$

$$j = \lambda \frac{V^2 L}{2gD}.$$

$L$  = longitud. de la conducción.

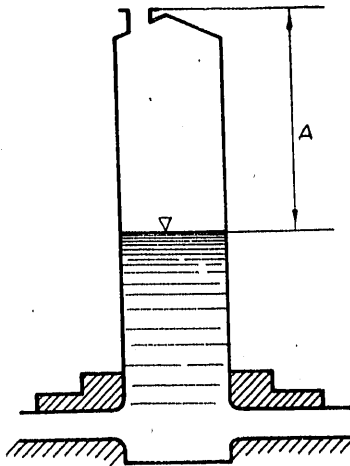


Figura 5.<sup>a</sup>

$D$  = diámetro de la tubería.

$$\lambda = \frac{2gDj}{V^2L} = \frac{2gD^5\pi^2}{16Q^2L};$$

y sustituyendo valores:

$$D = 0,45 \text{ m.}$$

$$\pi = 3,1416.$$

$$L = 6484 \text{ m.}$$

$$g = 9,81 \text{ m./seg.}^2.$$

$$\lambda = \frac{2 \times 9,81 \times 0,45^2 \times 3,1416^2}{16 \times 6484} \frac{j}{Q^2} = 0,001333 \frac{j}{Q^2};$$

por otra parte:

$$R_e = \frac{VD}{\nu} = \frac{4QD}{\pi D^2 \nu} = \frac{4}{\pi D \nu} Q,$$

y sustituyendo valores, teniendo en cuenta que la temperatura del agua durante los ensayos fué de 13° C.:

$$\nu = 1,206 \cdot 10^{-6} \text{ m.}^2/\text{seg.}$$

$$R_e = 2347245 Q;$$

por otra parte:

$$V_1^2 = \frac{16Q^2}{\pi^2 D^4};$$

$$V_2^2 = \frac{16Q^2}{\pi^2 d^4};$$

siendo:

$$d = \text{diámetro de salida del vertedero} = 0,30 \text{ m.}$$

$$V_1^2 = 39,58 Q^2.$$

$$V_2^2 = 200,36 Q^2.$$

En el cuadro núm. 5 se establecen los valores de  $R_e$  y  $\lambda$  para las diferentes mediciones hechas.

CUADRO NÚM. 1. — Alturas: h = 13,43 — A.

| Horas      | Alturas | Horas      | Alturas | Horas                                | Alturas | Horas            | Alturas |
|------------|---------|------------|---------|--------------------------------------|---------|------------------|---------|
| 9,47' 30"  | 7,77    | 10,10' 30" | 7,82    | 10,29' 00"                           | 7,92    | 11,00' 30"       | 11,49   |
| 9,49' 00"  | 7,72    | 10,11' 00" | 7,83    | 10,29' 30"                           | 7,90    | 11,01' 00"       | 11,47   |
| 9,52' 30"  | 7,74    | 10,12' 00" | 7,79    | 10,30' 00"                           | 7,91    | 11,01' 30"       | 11,47   |
| 9,54' 30"  | 7,76    | 10,12' 30" | 7,79    | Se nota movimiento en<br>la columna. |         | 11,02' 00"       | 11,45   |
| 9,56' 00"  | 7,78    | 10,13' 00" | 7,785   |                                      |         | 11,02' 30"       | 11,44   |
| 9,56' 30"  | 7,79    | 10,13' 30" | 7,82    | 10,35' 00"                           | 10,44   | 11,03' 00"       | 11,46   |
| 9,57' 00"  | 7,73    | 10,14' 00" | 7,85    | 10,35' 30"                           | 10,57   | 11,03' 30"       | 11,46   |
| 9,57' 30"  | 7,66    | 10,14' 30" | 7,89    | 10,36' 30"                           | 10,80   | 11,04' 00"       | 11,45   |
| 9,58' 00"  | 7,65    | 10,15' 30" | 7,95    | 10,37' 00"                           | 10,93   | 11,04' 30"       | 11,45   |
| 9,58' 30"  | 7,64    | 10,16' 00" | 7,97    | 10,37' 30"                           | 10,94   | 11,05' 00"       | 11,43   |
| 9,59' 00"  | 7,66    | 10,16' 30" | 8,01    | 10,38' 00"                           | 11,04   | 11,05' 30"       | 11,40   |
| 9,59' 30"  | 7,65    | 10,17' 30" | 8,02    | 10,43' 00"                           | 11,34   | 11,06' 00"       | 11,38   |
| 10,00' 00" | 7,64    | 10,18' 00" | 8,02    | 10,43' 30"                           | 11,36   | 11,06' 30"       | 11,39   |
| 10,00' 30" | 7,64    | 10,18' 30" | 8,01    | 10,44' 00"                           | 11,38   | Descanso.        |         |
| 10,01' 00" | 7,62    | 10,19' 00" | 8,04    | 10,44' 30"                           | 11,35   | 11,22' 00"       | 11,19   |
| 10,01' 30" | 7,655   | 10,19' 30" | 8,01    | 10,45' 00"                           | 11,40   | 11,22' 30"       | 11,19   |
| 10,02' 00" | 7,67    | 10,20' 00" | 8,01    | 10,45' 30"                           | 11,40   | 11,23' 00"       | 11,19   |
| 10,02' 30" | 7,67    | 10,20' 30" | 8,00    | 10,46' 00"                           | 11,39   | 11,23' 30"       | 11,18   |
| 10,03' 00" | 7,70    | 10,21' 00" | 8,04    | 10,54' 00"                           | 11,45   | 11,24' 00"       | 11,16   |
| 10,03' 30" | 7,73    | 10,21' 30" | 8,05    | 10,54' 30"                           | 11,45   | 11,24' 30"       | 11,17   |
| 10,04' 00" | 7,76    | 10,22' 30" | 8,01    | 10,55' 00"                           | 11,46   | 11,25' 00"       | 11,18   |
| 10,05' 00" | 7,76    | 10,23' 00" | 8,00    | 10,55' 30"                           | 11,46   | 11,25' 30"       | 11,18   |
| 10,05' 30" | 7,77    | 10,23' 30" | 7,99    | 10,56' 00"                           | 11,46   | 11,26' 00"       | 11,19   |
| 10,06' 00" | 7,80    | 10,24' 00" | 7,97    | 10,56' 30"                           | 11,46   | 11,26' 30"       | 11,20   |
| 10,06' 30" | 7,815   | 10,24' 30" | 7,95    | 10,57' 00"                           | 11,48   | 11,27' 00"       | 11,235  |
| 10,07' 00" | 7,82    | 10,25' 00" | 7,94    | 10,57' 30"                           | 11,49   | 11,28' 00"       | 11,24   |
| 10,07' 30" | 7,805   | 10,26' 00" | 7,92    | 10,58' 00"                           | 11,48   | 11,28' 30"       | 11,24   |
| 10,08' 30" | 7,81    | 10,26' 30" | 7,92    | 10,58' 30"                           | 11,48   | 11,29' 00"       | 11,25   |
| 10,09' 00" | 7,80    | 10,27' 30" | 7,88    | 10,59' 00"                           | 11,49   | 11,29' 30"       | 11,25   |
| 10,09' 30" | 7,83    | 10,28' 00" | 7,91    | 10,59' 30"                           | 11,48   | 11,30' 00"       | 11,28   |
| 10,10' 00" | 7,84    | 10,28' 30" | 7,90    | 11,00' 00"                           | 11,49   | Descenso rápido. |         |

CUADRO NÚM. 2. — Caudales.

| Horas     | Caudales | Horas      | Caudales | Horas      | Caudales | Horas      | Caudales |
|-----------|----------|------------|----------|------------|----------|------------|----------|
| 9,30' 00" | 1629     | 9,54' 00"  | 1801     | 10,24' 00" | 2026     | 10,54' 00" | 2211     |
| 9,30' 15" | 1630     | 9,54' 30"  | 1805     | 10,24' 30" | 2030     | 10,54' 30" | 2214     |
| 9,30' 30" | 1632     | 9,55' 00"  | 1808     | 10,25' 00" | 2034     | 10,55' 00" | 2217     |
| 9,30' 45" | 1634     | 9,55' 30"  | 1812     | 10,25' 30" | 2038     | 10,55' 30" | 2220     |
| 9,31' 00" | 1635     | 9,56' 00"  | 1816     | 10,26' 00" | 2042     | 10,56' 00" | 2223     |
| 9,31' 15" | 1637     | 9,56' 30"  | 1820     | 10,26' 30" | 2045     | 10,56' 30" | 2226     |
| 9,31' 30" | 1639     | 9,57' 00"  | 1824     | 10,27' 00" | 2049     | 10,57' 00" | 2229     |
| 9,31' 45" | 1641     | 9,57' 30"  | 1827     | 10,27' 30" | 2053     | 10,57' 30" | 2231     |
| 9,32' 00" | 1642     | 9,58' 00"  | 1831     | 10,28' 00" | 2056     | 10,58' 00" | 2234     |
| 9,32' 15" | 1643     | 9,58' 30"  | 1834     | 10,28' 30" | 2060     | 10,58' 30" | 2237     |
| 9,32' 30" | 1644     | 9,59' 00"  | 1839     | 10,29' 00" | 2064     | 10,59' 00" | 2240     |
| 9,32' 45" | 1645     | 9,59' 30"  | 1843     | 10,29' 30" | 2067     | 10,59' 30" | 2243     |
| 9,33' 00" | 1648     | 10,00' 00" | 1850     | 10,30' 00" | 2071     | 11,00' 00" | 2246     |
| 9,33' 15" | 1650     | 10,00' 30" | 1854     | 10,30' 30" | 2074     | 11,00' 30" | 2249     |
| 9,33' 30" | 1652     | 10,01' 00" | 1857     | 10,31' 00" | 2077     | 11,01' 00" | 2252     |
| 9,33' 45" | 1653     | 10,01' 30" | 1861     | 10,31' 30" | 2081     | 11,01' 30" | 2255     |
| 9,34' 00" | 1655     | 10,02' 00" | 1865     | 10,32' 00" | 2083     | 11,02' 00" | 2257     |
| 9,34' 15" | 1657     | 10,02' 30" | 1868     | 10,32' 30" | 2086     | 11,02' 30" | 2260     |
| 9,34' 30" | 1660     | 10,03' 00" | 1872     | 10,33' 00" | 2089     | 11,03' 00" | 2263     |
| 9,34' 45" | 1662     | 10,03' 30" | 1876     | 10,33' 30" | 2091     | 11,03' 30" | 2266     |
| 9,35' 00" | 1664     | 10,04' 00" | 1879     | 10,34' 00" | 2094     | 11,04' 00" | 2269     |
| 9,35' 15" | 1665     | 10,04' 30" | 1883     | 10,34' 30" | 2098     | 11,04' 30" | 2272     |
| 9,35' 30" | 1666     | 10,05' 00" | 1887     | 10,35' 00" | 2101     | 11,05' 00" | 2275     |
| 9,35' 45" | 1667     | 10,05' 30" | 1890     | 10,35' 30" | 2104     | 11,05' 30" | 2277     |
| 9,36' 00" | 1668     | 10,06' 00" | 1894     | 10,36' 00" | 2107     | 11,06' 00" | 2280     |
| 9,36' 30" | 1672     | 10,06' 30" | 1898     | 10,36' 30" | 2110     | 11,06' 30" | 2283     |
| 9,37' 00" | 1676     | 10,07' 00" | 1902     | 10,37' 00" | 2113     | 11,07' 00" | 2286     |
| 9,37' 30" | 1679     | 10,07' 30" | 1905     | 10,37' 30" | 2116     | 11,07' 30" | 2289     |
| 9,38' 00" | 1683     | 10,08' 00" | 1909     | 10,38' 00" | 2119     | 11,08' 00" | 2292     |
| 9,38' 30" | 1686     | 10,08' 30" | 1913     | 10,38' 30" | 2122     | 11,08' 30" | 2296     |
| 9,39' 00" | 1690     | 10,09' 00" | 1916     | 10,39' 00" | 2125     | 11,09' 00" | 2298     |
| 9,39' 30" | 1693     | 10,09' 30" | 1920     | 10,39' 30" | 2128     | 11,09' 30" | 2301     |
| 9,40' 00" | 1697     | 10,10' 00" | 1924     | 10,40' 00" | 2131     | 11,10' 00" | 2306     |
| 9,40' 30" | 1701     | 10,10' 30" | 1928     | 10,40' 30" | 2133     | 11,10' 30" | 2309     |
| 9,41' 00" | 1705     | 10,11' 00" | 1931     | 10,41' 00" | 2136     | 11,11' 00" | 2312     |
| 9,41' 30" | 1708     | 10,11' 30" | 1935     | 10,41' 30" | 2139     | 11,11' 30" | 2315     |
| 9,42' 00" | 1712     | 10,12' 00" | 1938     | 10,42' 00" | 2142     | 11,12' 00" | 2317     |
| 9,42' 30" | 1715     | 10,12' 30" | 1942     | 10,42' 30" | 2145     | 11,12' 30" | 2320     |
| 9,43' 00" | 1719     | 10,13' 00" | 1946     | 10,43' 00" | 2148     | 11,13' 00" | 2323     |
| 9,43' 30" | 1723     | 10,13' 30" | 1950     | 10,43' 30" | 2151     | 11,13' 30" | 2326     |
| 9,44' 00" | 1727     | 10,14' 00" | 1953     | 10,44' 00" | 2154     | 11,14' 00" | 2329     |
| 9,44' 30" | 1730     | 10,14' 30" | 1957     | 10,44' 30" | 2157     | 11,14' 30" | 2332     |
| 9,45' 00" | 1734     | 10,15' 00" | 1961     | 10,45' 00" | 2160     | 11,15' 00" | 2335     |
| 9,45' 30" | 1738     | 10,15' 30" | 1965     | 10,45' 30" | 2163     | 11,20' 00" | 2359     |
| 9,46' 00" | 1741     | 10,16' 00" | 1968     | 10,46' 00" | 2166     | 11,25' 00" | 2390     |
| 9,46' 30" | 1745     | 10,16' 30" | 1972     | 10,46' 30" | 2169     | 11,30' 00" | 2420     |
| 9,47' 00" | 1749     | 10,17' 00" | 1976     | 10,47' 00" | 2172     | 11,35' 00" | 2445     |
| 9,47' 30" | 1753     | 10,17' 30" | 1979     | 10,47' 30" | 2175     | 11,40' 00" | 2467     |
| 9,48' 00" | 1756     | 10,18' 00" | 1983     | 10,48' 00" | 2178     | 11,45' 00" | 2490     |
| 9,48' 30" | 1760     | 10,18' 30" | 1987     | 10,48' 30" | 2180     | 11,50' 00" | 2510     |
| 9,49' 00" | 1764     | 10,19' 00" | 1990     | 10,49' 00" | 2183     | 11,55' 00" | 2533     |
| 9,49' 30" | 1767     | 10,19' 30" | 1994     | 10,49' 30" | 2186     | 12,00' 00" | 2556     |
| 9,50' 00" | 1771     | 10,20' 00" | 1997     | 10,50' 00" | 2189     | 12,05' 00" | 2578     |
| 9,50' 30" | 1775     | 10,20' 30" | 2001     | 10,50' 30" | 2192     | 12,10' 00" | 2600     |
| 9,51' 00" | 1779     | 10,21' 00" | 2004     | 10,51' 00" | 2194     | 12,15' 00" | 2622     |
| 9,51' 30" | 1783     | 10,21' 30" | 2008     | 10,51' 30" | 2197     | 12,20' 00" | 2644     |
| 9,52' 00" | 1786     | 10,22' 00" | 2012     | 10,52' 00" | 22,00    | 12,25' 00" | 2667     |
| 9,52' 30" | 1790     | 10,22' 30" | 2015     | 10,52' 30" | 22,03    | 12,30' 00" | 2688     |
| 9,53' 00" | 1794     | 10,23' 00" | 2019     | 10,53' 00" | 2206     | 12,35' 00" | 2701     |
| 9,53' 30" | 1797     | 10,23' 30" | 2023     | 10,53' 30" | 2208     | 12,40' 00" | 2713     |

CUADRO NÚM. 3. — Alturas:  $h = 13,43 - A$ .

| Horas      | Alturas | Horas      | Alturas | Horas                                | Alturas | Horas            | Alturas |
|------------|---------|------------|---------|--------------------------------------|---------|------------------|---------|
| 9,47' 30"  | 5,66    | 10,10' 30" | 5,61    | 10,29' 00"                           | 5,51    | 11,00' 30"       | 1,94    |
| 9,49' 00"  | 5,71    | 10,11' 00" | 5,60    | 10,29' 30"                           | 5,53    | 11,01' 00"       | 1,96    |
| 9,52' 30"  | 5,69    | 10,12' 00" | 5,64    | 10,30' 00"                           | 5,52    | 11,01' 30"       | 1,96    |
| 9,54' 30"  | 5,67    | 10,12' 30" | 5,64    | Se nota movimiento en<br>la columna. |         | 11,02' 00"       | 1,98    |
| 9,56' 00"  | 5,65    | 10,13' 00" | 5,645   |                                      |         | 11,02' 30"       | 1,99    |
| 9,56' 30"  | 5,64    | 10,13' 30" | 5,61    | 10,35' 00"                           | 2,99    | 11,03' 00"       | 1,97    |
| 9,57' 00"  | 5,70    | 10,14' 00" | 5,58    | 10,35' 30"                           | 2,86    | 11,03' 30"       | 1,97    |
| 9,57' 30"  | 5,77    | 10,14' 30" | 5,54    | 10,36' 30"                           | 2,63    | 11,04' 00"       | 1,98    |
| 9,58' 00"  | 5,78    | 10,15' 30" | 5,48    | 10,37' 00"                           | 2,50    | 11,04' 30"       | 1,98    |
| 9,58' 30"  | 5,79    | 10,16' 00" | 5,46    | 10,37' 30"                           | 2,49    | 11,05' 00"       | 2,00    |
| 9,59' 00"  | 5,77    | 10,16' 30" | 5,42    | 10,38' 00"                           | 2,39    | 11,05' 30"       | 2,03    |
| 9,59' 30"  | 5,78    | 10,17' 30" | 5,41    | 10,43' 00"                           | 2,09    | 11,06' 00"       | 2,05    |
| 10,00' 00" | 5,79    | 10,18' 00" | 5,41    | 10,43' 30"                           | 2,07    | 11,06' 30"       | 2,04    |
| 10,00' 30" | 5,79    | 10,18' 30" | 5,42    | 10,44' 00"                           | 2,05    | Descanso.        |         |
| 10,01' 00" | 5,81    | 10,19' 00" | 5,39    | 10,44' 30"                           | 2,08    | 11,22' 00"       | 2,24    |
| 10,01' 30" | 5,775   | 10,19' 30" | 5,42    | 10,45' 00"                           | 2,03    | 11,22' 30"       | 2,24    |
| 10,02' 00" | 5,76    | 10,20' 00" | 5,42    | 10,45' 30"                           | 2,03    | 11,23' 00"       | 2,24    |
| 10,02' 30" | 5,76    | 10,20' 30" | 5,43    | 10,46' 00"                           | 2,04    | 11,23' 30"       | 2,25    |
| 10,03' 00" | 5,73    | 10,21' 00" | 5,39    | 10,54' 00"                           | 1,98    | 11,24' 00"       | 2,27    |
| 10,03' 30" | 5,70    | 10,21' 30" | 5,38    | 10,54' 30"                           | 1,98    | 11,24' 30"       | 2,26    |
| 10,04' 00" | 5,67    | 10,22' 30" | 5,42    | 10,55' 00"                           | 1,97    | 11,25' 00"       | 2,25    |
| 10,05' 00" | 5,67    | 10,23' 00" | 5,43    | 10,55' 30"                           | 1,97    | 11,25' 30"       | 2,25    |
| 10,05' 30" | 5,66    | 10,23' 30" | 5,44    | 10,56' 00"                           | 1,97    | 11,26' 00"       | 2,24    |
| 10,06' 00" | 5,63    | 10,24' 00" | 5,46    | 10,56' 30"                           | 1,97    | 11,26' 30"       | 2,23    |
| 10,06' 30" | 5,615   | 10,24' 30" | 5,48    | 10,57' 00"                           | 1,95    | 11,27' 00"       | 2,195   |
| 10,07' 00" | 5,61    | 10,25' 00" | 5,49    | 10,57' 30"                           | 1,94    | 11,28' 00"       | 2,19    |
| 10,07' 30" | 5,625   | 10,26' 00" | 5,51    | 10,58' 00"                           | 1,95    | 11,28' 30"       | 2,19    |
| 10,08' 30" | 5,62    | 10,26' 30" | 5,51    | 10,58' 30"                           | 1,95    | 11,29' 00"       | 2,18    |
| 10,09' 00" | 5,63    | 10,27' 30" | 5,55    | 10,59' 00"                           | 1,94    | 11,29' 30"       | 2,18    |
| 10,09' 30" | 5,60    | 10,28' 00" | 5,52    | 10,59' 30"                           | 1,95    | 11,30' 00"       | 2,15    |
| 10,10' 00" | 5,59    | 10,28' 30" | 5,53    | 11,00' 00"                           | 1,94    | Descenso rápido. |         |

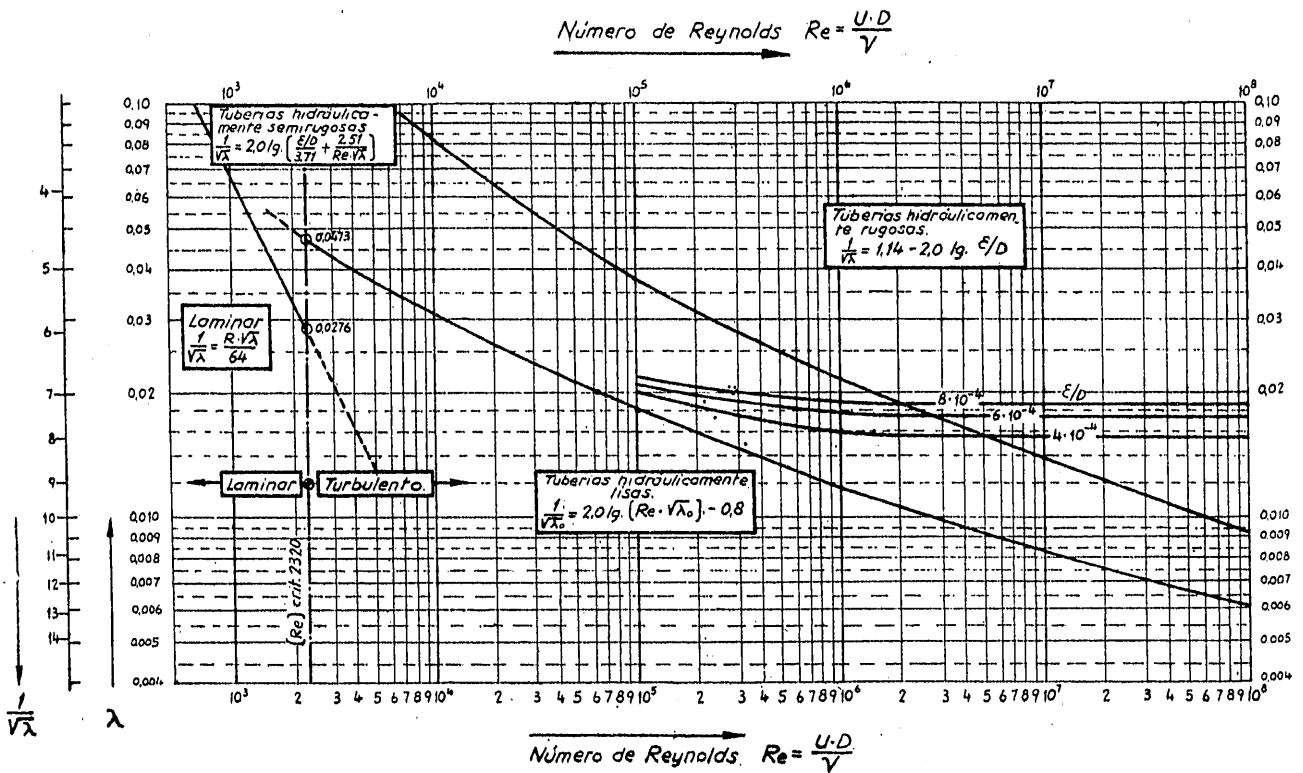
CUADRO NÚM. 4. — Caudales en 10<sup>-3</sup> m.<sup>3</sup>.

| Horas     | Caudales | Horas      | Caudales | Horas      | Caudales | Horas      | Caudales |
|-----------|----------|------------|----------|------------|----------|------------|----------|
| 9,30' 00" |          | 9,54' 30"  | 133,33   | 10,25' 00" | 133,33   | 10,55' 00" | 100,00   |
| 9,30' 15" | 66,66    | 9,55' 00"  | 100,00   | 10,25' 30" | 133,33   | 10,55' 30" | 100,00   |
| 9,30' 30" | 133,33   | 9,55' 30"  | 133,33   | 10,26' 00" | 133,33   | 10,56' 00" | 100,00   |
| 9,30' 45" | 133,33   | 9,56' 00"  | 133,33   | 10,26' 30" | 100,00   | 10,56' 30" | 100,00   |
| 9,31' 00" | 133,33   | 9,56' 30"  | 133,33   | 10,27' 00" | 133,33   | 10,57' 00" | 100,00   |
| 9,31' 15" | 133,33   | 9,57' 00"  | 133,33   | 10,27' 30" | 133,33   | 10,57' 30" | 66,66    |
| 9,31' 30" | 133,33   | 9,57' 30"  | 100,00   | 10,28' 00" | 100,00   | 10,58' 00" | 100,00   |
| 9,31' 45" | 133,33   | 9,58' 00"  | 133,33   | 10,28' 30" | 133,33   | 10,58' 30" | 100,00   |
| 9,32' 00" | 66,66    | 9,58' 30"  | 100,00   | 10,29' 00" | 133,33   | 10,59' 00" | 100,00   |
| 9,32' 15" | 66,66    | 9,59' 00"  | 166,66   | 10,29' 30" | 100,00   | 10,59' 30" | 100,00   |
| 9,32' 30" | 66,66    | 9,59' 30"  | 133,33   | 10,30' 00" | 133,33   | 11,00' 00" | 100,00   |
| 9,32' 45" | 133,33   | 10,00' 00" | 233,33   | 10,30' 30" | 100,00   | 11,00' 30" | 100,00   |
| 9,33' 00" | 133,33   | 10,00' 30" | 133,33   | 10,31' 00" | 100,00   | 11,01' 00" | 100,00   |
| 9,33' 15" | 133,33   | 10,01' 00" | 100,00   | 10,31' 30" | 133,33   | 11,01' 30" | 100,00   |
| 9,33' 30" | 133,33   | 10,01' 30" | 133,33   | 10,32' 00" | 100,00   | 11,02' 00" | 66,66    |
| 9,33' 45" | 66,66    | 10,02' 00" | 133,33   | 10,32' 30" | 100,00   | 11,02' 30" | 100,00   |
| 9,34' 00" | 133,33   | 10,02' 30" | 100,00   | 10,33' 00" | 100,00   | 11,03' 00" | 100,00   |
| 9,34' 15" | 133,33   | 10,03' 00" | 133,33   | 10,33' 30" | 66,66    | 11,03' 30" | 100,00   |
| 9,34' 30" | 200,00   | 10,03' 30" | 133,33   | 10,34' 00" | 100,00   | 11,04' 00" | 100,00   |
| 9,34' 45" | 133,33   | 10,04' 00" | 100,00   | 10,34' 30" | 133,33   | 11,04' 30" | 100,00   |
| 9,35' 00" | 133,33   | 10,04' 30" | 133,33   | 10,35' 00" | 100,00   | 11,05' 00" | 100,00   |
| 9,35' 15" | 66,66    | 10,05' 00" | 133,33   | 10,35' 30" | 100,00   | 11,05' 30" | 66,66    |
| 9,35' 30" | 66,66    | 10,05' 30" | 100,00   | 10,36' 00" | 100,00   | 11,06' 00" | 100,00   |
| 9,35' 45" | 66,66    | 10,06' 00" | 133,33   | 10,36' 30" | 100,00   | 11,06' 30" | 100,00   |
| 9,36' 00" | 66,66    | 10,06' 30" | 133,33   | 10,37' 00" | 100,00   | 11,07' 00" | 100,00   |
| 9,36' 30" | 133,33   | 10,07' 00" | 133,33   | 10,37' 30" | 100,00   | 11,07' 30" | 100,00   |
| 9,37' 00" | 133,33   | 10,07' 30" | 160,00   | 10,38' 00" | 100,00   | 11,08' 00" | 100,00   |
| 9,37' 30" | 100,00   | 10,08' 00" | 133,33   | 10,38' 30" | 100,00   | 11,08' 30" | 100,00   |
| 9,38' 00" | 133,33   | 10,08' 30" | 133,33   | 10,39' 00" | 100,00   | 11,09' 00" | 100,00   |
| 9,38' 30" | 100,00   | 10,09' 00" | 100,00   | 10,39' 30" | 100,00   | 11,09' 30" | 100,00   |
| 9,39' 00" | 133,33   | 10,09' 30" | 133,33   | 10,40' 00" | 100,00   | 11,10' 00" | 166,66   |
| 9,39' 30" | 100,00   | 10,10' 00" | 133,33   | 10,40' 30" | 66,66    | 11,10' 30" | 100,00   |
| 9,40' 00" | 133,33   | 10,10' 30" | 133,33   | 10,41' 00" | 100,00   | 11,11' 00" | 100,00   |
| 9,40' 30" | 133,33   | 10,11' 00" | 100,00   | 10,41' 30" | 100,00   | 11,11' 30" | 100,00   |
| 9,41' 00" | 133,33   | 10,11' 30" | 133,33   | 10,42' 00" | 100,00   | 11,12' 00" | 66,66    |
| 9,41' 30" | 100,00   | 10,12' 00" | 100,00   | 10,42' 30" | 100,00   | 11,12' 30" | 100,00   |
| 9,42' 00" | 133,33   | 10,12' 30" | 133,33   | 10,43' 00" | 100,00   | 11,13' 00" | 100,00   |
| 9,42' 30" | 100,00   | 10,13' 00" | 133,33   | 10,43' 30" | 100,00   | 11,13' 30" | 100,00   |
| 9,43' 00" | 133,33   | 10,13' 30" | 133,33   | 10,44' 00" | 100,00   | 11,14' 00" | 100,00   |
| 9,43' 30" | 133,33   | 10,14' 00" | 100,00   | 10,44' 30" | 100,00   | 11,14' 30" | 100,00   |
| 9,44' 00" | 133,33   | 10,14' 30" | 133,33   | 10,45' 00" | 100,00   | 11,15' 00" | 100,00   |
| 9,44' 30" | 100,00   | 10,15' 00" | 133,33   | 10,45' 30" | 100,00   |            |          |
| 9,45' 00" | 133,33   | 10,15' 30" | 133,33   | 10,46' 00" | 100,00   | 11,20' 00" | 80,00    |
| 9,45' 30" | 133,33   | 10,16' 00" | 100,00   | 10,46' 30" | 100,00   | 11,25' 00" | 103,00   |
| 9,46' 00" | 100,00   | 10,16' 30" | 133,33   | 10,47' 00" | 100,00   | 11,30' 00" | 100,00   |
| 9,46' 30" | 133,33   | 10,17' 00" | 133,33   | 10,47' 30" | 100,00   | 11,35' 00" | 83,33    |
| 9,47' 00" | 133,33   | 10,17' 30" | 100,00   | 10,48' 00" | 100,00   | 11,40' 00" | 73,33    |
| 9,47' 30" | 133,33   | 10,18' 00" | 133,33   | 10,48' 30" | 66,66    | 11,45' 00" | 76,66    |
| 9,48' 00" | 100,00   | 10,18' 30" | 133,33   | 10,49' 00" | 100,00   | 11,50' 00" | 66,66    |
| 9,48' 30" | 133,33   | 10,19' 00" | 100,00   | 10,49' 30" | 100,00   | 11,55' 00" | 76,66    |
| 9,49' 00" | 133,33   | 10,19' 30" | 133,33   | 10,50' 00" | 100,00   | 12,00' 00" | 76,66    |
| 9,49' 30" | 100,00   | 10,20' 00" | 100,00   | 10,50' 30" | 100,00   | 12,05' 00" | 73,33    |
| 9,50' 00" | 133,33   | 10,20' 30" | 133,33   | 10,51' 00" | 66,66    | 12,10' 00" | 73,33    |
| 9,50' 30" | 133,33   | 10,21' 00" | 100,00   | 10,51' 30" | 100,00   | 12,15' 00" | 73,33    |
| 9,51' 00" | 133,33   | 10,21' 30" | 133,33   | 10,52' 00" | 100,00   | 12,20' 00" | 73,33    |
| 9,51' 30" | 133,33   | 10,22' 00" | 133,33   | 10,52' 30" | 100,00   | 12,25' 00" | 76,66    |
| 9,52' 00" | 100,00   | 10,22' 30" | 100,00   | 10,53' 00" | 100,00   | 12,30' 00" | 70,00    |
| 9,52' 30" | 133,33   | 10,23' 00" | 133,33   | 10,53' 30" | 66,66    | 12,35' 00" | 43,33    |
| 9,53' 00" | 133,33   | 10,23' 30" | 133,33   | 10,54' 00" | 100,00   | 12,40' 00" | 40,00    |
| 9,53' 30" | 100,00   | 10,24' 00" | 100,00   | 10,54' 30" | 100,00   |            |          |
| 9,54' 00" | 133,33   | 10,24' 30" | 133,33   |            |          |            |          |

| Número | HORAS   | $Q$<br>m. <sup>3</sup> /seg. | h.-m. | $R_e$   | $V^2_1$ | $V^2_2$ | $J$  |         |
|--------|---|------------------------------|-------|---------|---------|---------|------|---------|
| 1      | 9 <sup>h</sup> 47' 30" a 9 <sup>h</sup> 56' 30" | 0,124                        | 5,70  | 291 058 | 0,6083  | 3,0795  | 9,07 | 0,02026 |
| 2      | 9 <sup>h</sup> 56' 30" a 10 <sup>h</sup> 6' 0"  | 0,137                        | 5,75  | 321 572 | 0,7429  | 3,7607  | 9,15 | 0,01674 |
| 3      | 10 <sup>h</sup> 6' 0" a 10 <sup>h</sup> 15' 0"  | 0,124                        | 5,60  | 291 058 | 0,6083  | 3,0795  | 8,97 | 0,02004 |
| 4      | 10 <sup>h</sup> 15' 0" a 10 <sup>h</sup> 25' 0" | 0,121                        | 5,45  | 284 016 | 0,5794  | 2,9332  | 8,82 | 0,02068 |
| 5      | 10 <sup>h</sup> 25' 0" a 10 <sup>h</sup> 30' 0" | 0,123                        | 5,52  | 288 711 | 0,5988  | 3,0314  | 8,89 | 0,02017 |
| 6      | 10 <sup>h</sup> 45' 0" a 10 <sup>h</sup> 53' 0" | 0,0958                       | 2,00  | 224 866 | 0,3639  | 1,8373  | 5,32 | 0,01992 |
| 7      | 11 <sup>h</sup> 22' 0" a 11 <sup>h</sup> 30' 0" | 0,102                        | 2,17  | 239 419 | 0,4116  | 2,0837  | 5,50 | 0,01816 |

III. Resultado de las mediciones.

GRÁFICOS REPRESENTATIVOS



IV

**Comparación de los resultados dados por las fórmulas.**

En los cuadros que siguen se determinan, en función de los resultados obtenidos, los coeficientes que entran en las fórmulas estudiadas:

FÓRMULAS DE DUPUIT.

$$j = 0,001146 \frac{V^2}{D^{1,46}} = K \frac{V^2}{D^{1,46}}$$

| Ensayo | Q<br>m. <sup>3</sup> /s. | V<br>m./s. | K        |
|--------|--------------------------|------------|----------|
| 1      | 0,124                    | 0,7799     | 0,000725 |
| 2      | 0,137                    | 0,8619     | 0,000593 |
| 3      | 0,124                    | 0,7799     | 0,000717 |
| 4      | 0,121                    | 0,7612     | 0,000730 |
| 5      | 0,123                    | 0,7738     | 0,000713 |
| 6      | 0,0958                   | 0,6024     | 0,000704 |
| 7      | 0,102                    | 0,6416     | 0,000642 |

Los valores de K obtenidos son muy inferiores a los dados por Dupuit.

La fórmula da pérdidas de carga superiores a las reales.

FÓRMULA DE DARCY.

$$j = 4 \left( \alpha + \frac{\beta}{D} \right) \frac{V^2}{D} = K \frac{V^2}{D}$$

| Ensayo | Q<br>m. <sup>3</sup> /s. | V<br>m./s. | K         | $\alpha$ | $\beta$    |
|--------|--------------------------|------------|-----------|----------|------------|
| 1      | 0,124                    | 0,7799     | 0,0010348 | 0,000255 | 0,0000063  |
| 2      | 0,137                    | 0,8619     | 0,0008548 | 0,000202 | 0,0000052  |
| 3      | 0,124                    | 0,7799     | 0,0010232 | 0,000242 | 0,0000062  |
| 4      | 0,121                    | 0,7612     | 0,001060  | 0,000251 | 0,0000064  |
| 5      | 0,123                    | 0,7738     | 0,00103   | 0,000244 | 0,00000625 |
| 6      | 0,0958                   | 0,6024     | 0,001017  | 0,000241 | 0,0000062  |
| 7      | 0,102                    | 0,6416     | 0,000927  | 0,000219 | 0,0000056  |

Los valores recomendados por Darcy son:

$$\alpha = 0,000507, \quad \beta = 0,000013,$$

que, como se ve, difieren notablemente de los encontrados.

Las pérdidas de carga dadas por la fórmula son superiores, en el caso presente, a las reales.

FÓRMULA DE LEVY.

$$j = \frac{2}{C^2 \left( 1 + 3 \sqrt{\frac{D}{2}} \right)} \frac{V}{D}$$

| Ensayo | Q<br>m. <sup>3</sup> /s. | V<br>m./s. | C       |
|--------|--------------------------|------------|---------|
| 1      | 0,124                    | 0,7799     | 28,2426 |
| 2      | 0,137                    | 0,8619     | 31,0746 |
| 3      | 0,124                    | 0,7799     | 28,3996 |
| 4      | 0,121                    | 0,7612     | 27,9515 |
| 5      | 0,123                    | 0,7738     | 28,3035 |
| 6      | 0,0958                   | 0,6024     | 28,4831 |
| 7      | 0,102                    | 0,6416     | 29,6655 |

El valor recomendado por Levy es:

$$25 < C < 28,$$

que, como se ve, se acerca mucho a los resultados obtenidos.

FÓRMULA DE FLAMANT.

$$j = 0,00092 \frac{V^{7/4}}{D^{5/4}} = K \frac{V^{7/4}}{D^{5/4}}$$

| Ensayo | Q<br>m. <sup>3</sup> /s. | V<br>m./s. | K         |
|--------|--------------------------|------------|-----------|
| 1      | 0,124                    | 0,7799     | 0,000796  |
| 2      | 0,137                    | 0,8619     | 0,0006746 |
| 3      | 0,124                    | 0,7799     | 0,000788  |
| 4      | 0,121                    | 0,7612     | 0,000808  |
| 5      | 0,123                    | 0,7738     | 0,000792  |
| 6      | 0,0958                   | 0,6024     | 0,000735  |
| 7      | 0,102                    | 0,6416     | 0,000680  |

Los valores de k obtenidos son ligeramente inferiores a los propuestos por Flamant.

Las pérdidas de carga dadas por la fórmula son superiores a las reales.

FÓRMULA DE KUTTER.

$$j = \frac{4}{K^2_1} \frac{V^2}{D}; \quad K_1 = \frac{100 \sqrt{\frac{D}{4}}}{m + \sqrt{\frac{D}{4}}}$$

| Ensayo | Q<br>m. <sup>3</sup> /s. | V<br>m./s. | K <sub>1</sub> | m.      |
|--------|--------------------------|------------|----------------|---------|
| 1      | 0,124                    | 0,7799     | 62,172         | 0,20408 |
| 2      | 0,137                    | 0,8619     | 68,4064        | 0,15491 |
| 3      | 0,124                    | 0,7799     | 62,5177        | 0,20110 |
| 4      | 0,121                    | 0,7612     | 61,5308        | 0,20970 |
| 5      | 0,123                    | 0,7738     | 62,3084        | 0,20290 |
| 6      | 0,0958                   | 0,6024     | 62,7045        | 0,19950 |
| 7      | 0,102                    | 0,6416     | 65,6785        | 0,17527 |

Los valores de  $m$  obtenidos son inferiores al valor

$$m = 0,25,$$

propuesto por Kutter.

Las pérdidas de carga reales son inferiores a las dadas por la fórmula.

FÓRMULA DE VON MISES.

$$j = \lambda \frac{V^2}{2gD};$$

$$\lambda = 0,0096 + \sqrt{\frac{\epsilon}{D}} + 1,7 \sqrt{\frac{1}{R_e}}.$$

| Ensayo | Q<br>m. <sup>3</sup> /s. | V<br>m./s. | $\lambda$ | $R_e$  | $10^8 \epsilon$ |
|--------|--------------------------|------------|-----------|--------|-----------------|
| 1      | 0,124                    | 0,7799     | 0,02026   | 291058 | 2537,33         |
| 2      | 0,137                    | 0,8619     | 0,01674   | 321572 | 772,03          |
| 3      | 0,124                    | 0,7799     | 0,02004   | 291058 | 2390,82         |
| 4      | 0,121                    | 0,7612     | 0,02068   | 284016 | 2801,34         |
| 5      | 0,123                    | 0,7738     | 0,02017   | 288711 | 2468,19         |
| 6      | 0,0958                   | 0,6024     | 0,01992   | 224866 | 2041,21         |
| 7      | 0,102                    | 0,6416     | 0,01816   | 239419 | 1164,03         |

Los valores de la rugosidad absoluta  $\epsilon$  dados por von Mises tienen un campo de variabilidad tan extenso (6,4 a 640 000 en  $10^8 \epsilon$ ) que, indudablemente, para aplicar esta fórmula es necesario determinar antes, por ensayos, el valor de  $\epsilon$ .

En nuestro caso parece indicado  $\epsilon = 2350 \cdot 10^{-8}$ .

FÓRMULA DE LA SOCIÉTÉ BELGE DES MÉCANICIENS.

$$j = \lambda \frac{V^2}{2gD};$$

$$\lambda = \frac{0,532}{R^{1/3}} + 0,0084 \left( \frac{\epsilon}{D} \right)^{1/5}.$$

| Ensayo | Q<br>m. <sup>3</sup> /s. | V<br>m./s. | $\lambda$ | $R_e$  | $\epsilon$ |
|--------|--------------------------|------------|-----------|--------|------------|
| 1      | 0,124                    | 0,7799     | 0,02026   | 291058 | 2,9476     |
| 2      | 0,137                    | 0,8619     | 0,01674   | 321572 | 0,6264     |
| 3      | 0,124                    | 0,7799     | 0,02004   | 291058 | 2,6918     |
| 4      | 0,121                    | 0,7612     | 0,02068   | 284016 | 3,3989     |
| 5      | 0,123                    | 0,7738     | 0,02017   | 288711 | 2,8114     |
| 6      | 0,0958                   | 0,6024     | 0,01992   | 224866 | 1,8727     |
| 7      | 0,102                    | 0,6416     | 0,01816   | 239419 | 0,874      |

El valor de  $\epsilon$  recomendado por la Société Belge

des Mécaniciens para tuberías de hormigón centrifugado es:

$$\epsilon = 4.$$

Los valores obtenidos son ligeramente inferiores, pudiendo tomarse:

$$\epsilon = 3.$$

FÓRMULA DE PRANDT-KARMAN.

Para tuberías semirrugosas.

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \left[ \frac{\epsilon/D}{3,71} + \frac{2,51}{R_e \sqrt{\lambda}} \right].$$

| Ensayo | Q<br>m. <sup>3</sup> /s. | $\epsilon/D$      | $\lambda$ | $R_e$  | $\epsilon$          |
|--------|--------------------------|-------------------|-----------|--------|---------------------|
| 1      | 0,124                    | $8 \cdot 10^{-4}$ | 0,02026   | 291058 | $3,6 \cdot 10^{-4}$ |
| 2      | 0,137                    | $4 \cdot 10^{-4}$ | 0,01674   | 321572 | $1,8 \cdot 10^{-4}$ |
| 3      | 0,124                    | $8 \cdot 10^{-4}$ | 0,02004   | 291058 | $3,6 \cdot 10^{-4}$ |
| 4      | 0,121                    | $8 \cdot 10^{-4}$ | 0,02068   | 284016 | $3,6 \cdot 10^{-4}$ |
| 5      | 0,123                    | $8 \cdot 10^{-4}$ | 0,02017   | 288711 | $3,6 \cdot 10^{-4}$ |
| 6      | 0,0958                   | $5 \cdot 10^{-4}$ | 0,01992   | 224866 | $3,6 \cdot 10^{-4}$ |
| 7      | 0,102                    | $4 \cdot 10^{-4}$ | 0,01816   | 239419 | $3,6 \cdot 10^{-4}$ |

Se ve, pues, que el valor de  $\epsilon$  correspondiente a tuberías del tipo de la estudiada es:

$$\epsilon = 3,6 \cdot 10^{-4},$$

que está de acuerdo con los dados por Prandt.

V

### Conclusiones.

No pretendemos, con el número de ensayos efectuados, extraer conclusiones de un valor indiscutible.

Nuestro trabajo tiene más bien el objeto de facilitar unos datos más al gran número de ellos reunidos en el Congreso. Y es a la vista de todos esos resultados que se podrán sacar conclusiones de gran interés.

De todas formas, de los ensayos efectuados se deduce que, dentro del campo que podríamos limitar en tuberías de hormigón centrifugado y diámetros medios, dan valores muy distanciados de la realidad las fórmulas de Dupuit, Darcy, Flamant.

Aproximados, las fórmulas de Levy y Kutter.

Y en cuanto a las fórmulas modernas, pueden emplearse los de:

Von Mises, con  $\epsilon = 2350 \cdot 10^{-8}$ .

Société Belge des Mécaniciens, con  $\epsilon = 3$ .

Prandt-Karman, con  $\epsilon = 3,6 \cdot 10^{-4}$ .