NOMOGRAMA PARA LA DETERMINACION DE LA PROFUNDIDAD UNITARIA DE LA FIBRA NEUTRA EN LAS PIEZAS DE SECCION RECTANGULAR, SOMETIDAS A FLEXION COMPUESTA

Por J. BELGRANO
Jefe de la Sección de Cálculo del Instituto de la Construcción
y A. LOPEZ NIETO,
Ayudante de Obras Públicas del Instituto de la Construcción.

Por considerarlo de utilidad práctica, reproducimos a continuación el nomograma cuya finalidad se reseña en el título del presente trabajo.

Notaciones empleadas:

c = canto útil de la sección.
a = ancho de la sección.
x = profundidad de la fibra neutra.
e = excentricidad de la fuerza respecto al centro de gravedad de la sección.
$\varphi = \frac{x}{c}$, profundidad unitaria de la fibra neutra.
$e_1 = \frac{e}{c}$, excentricidad unitaria.
k = relación entre las secciones de armadura de compresión y de tracción.
q = cuantía de la armadura de tracción.
r = relación de los módulos de elasticidad del acero y del hormigón (coeficiente de equivalencia).

Para calcular la profundidad unitaria de la fibra neutra en las secciones rectangulares de hormigón armado solicitadas a flexión compuesta, se utiliza la ecuación de tercer grado (v. *Hormigón Armado*, de A. Peña Boeuf, 2.ª edición, pág. 188):

$$\varphi^3 + 6\left[\frac{e_1}{2} - \frac{1}{4} + 0{,}09\, r\, q\,.\,k\right]\varphi^2 + 6\, r\, q\left[\frac{1}{2} + \right.$$
$$\left. + 0{,}9\, k\left(e_1 - \frac{1}{2}\right) + e_1\right]\varphi - 6\, r\, q\left(\frac{1}{2} + e_1\right) = 0.$$

La ecuación anterior puede resolverse en k, obteniéndose:

$$k = \frac{(3 + 6\, e_1)(1 - \varphi)}{0{,}54\, \varphi\, (\varphi + 10\, e_1 - 5)} + \frac{(3/2 - 3\, e_1 - \varphi)\, \varphi}{0{,}54\, (\varphi + 10\, e_1 - 5)} \cdot \frac{1}{r\, q}.$$

Si en esta relación reemplazamos el producto $r\, q$ por una variable auxiliar, β, se ve que tiene la forma:

$$k = f\,(e_1, \varphi) + g\,(e_1, \varphi)\, \frac{1}{\beta},$$

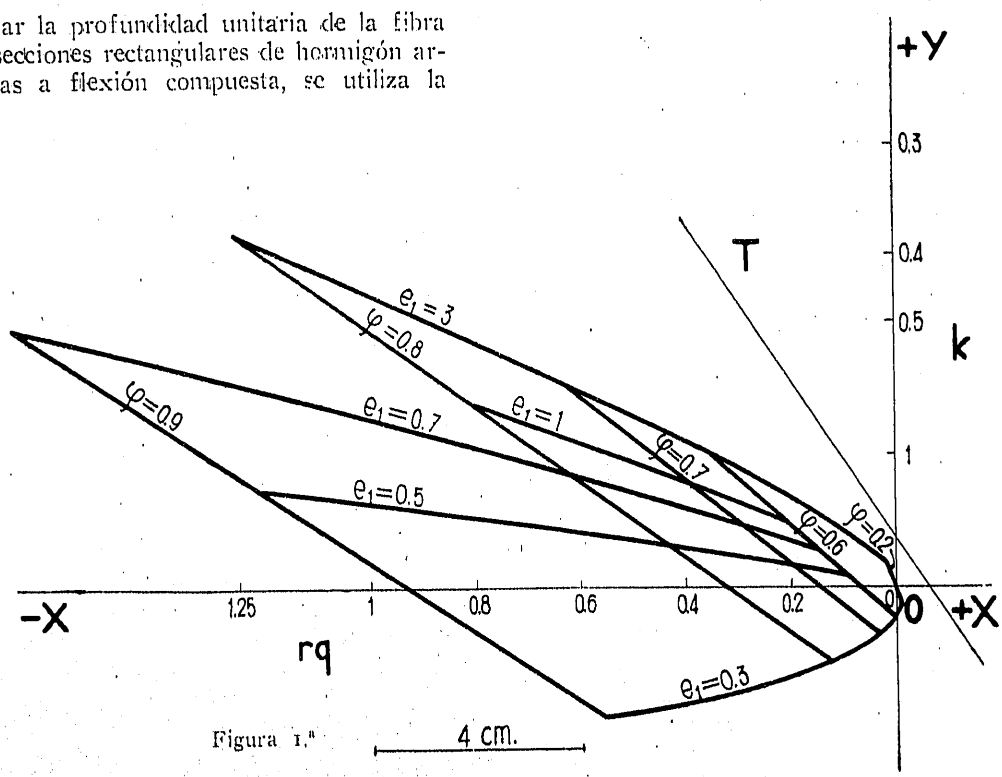

Figura 1.ª

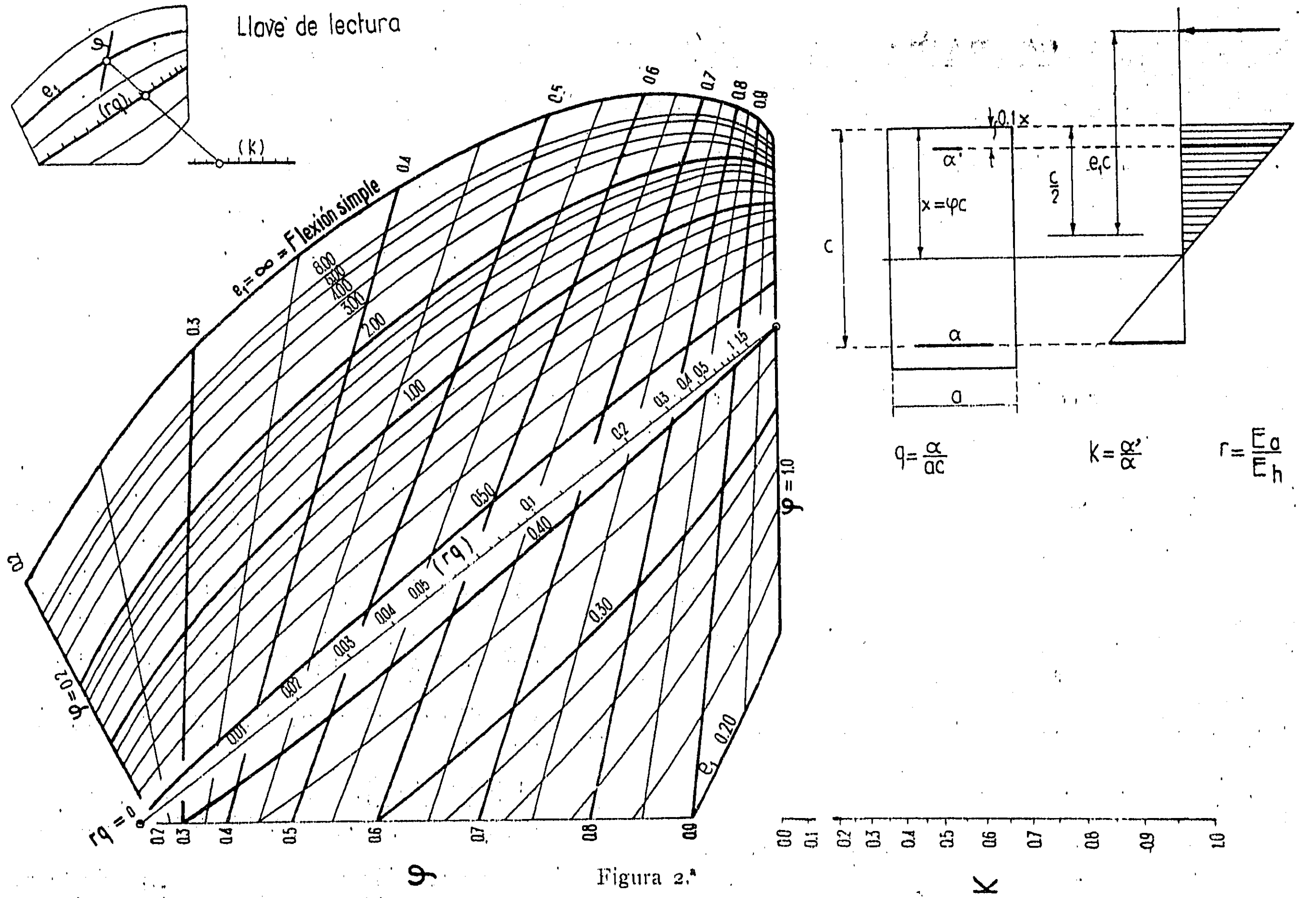

Figura 2.ª

con:

$$f(e_1, \varphi) = \frac{(3 + 6\,e_1)(1 - \varphi)}{0{,}54\,\varphi(\varphi + 10\,e_1 - 5)};$$

$$g(e_1, \varphi) = \frac{(3/2 - 3\,e_1 - \varphi)\,\varphi}{0{,}54\,(\varphi + 10\,e_1 - 5)};$$

y es, por lo tanto, representable por un nomograma de puntos alineados constituído por los siguientes elementos acotados, dados en ejes cartesianos por sus ecuaciones paramétricas:

Escala E_k acotada en k;

$$x = 0; \qquad y = \frac{1}{k}.$$

Escala E_β acotada en $\beta = r\,q$:

$$x = -\beta = -r\,q; \qquad y = 0.$$

Red $R_{e_1,\varphi}$ acotada en e_1, φ:

$$x = \frac{g(e_1, \varphi)}{F(e_1, \varphi)}; \qquad y = -\frac{1}{F(e_1, \varphi)}.$$

Es fácil comprobar que la condición de alineación de tres puntos de E_k, E_β, $R_{e_1,\varphi}$, equivale a la relación dada.

El nomograma correspondiente aparece construído en la fig. 1.ª, habiéndose elegido como unidades de longitud 100 mm. sobre $o\,x$ y 25 mm. sobre $o\,y$.

En el nomograma así construído, la precisión es mala en la zona de valores bajos de φ, y los puntos próximos a $\varphi = 1$ y $k = 0$ caen fuera del papel, estando situados sobre la recta del infinito del plano los puntos correspondientes a estos valores límites de φ y k.

Por todo ello, hemos recurrido a una transformación homográfica de esta figura. El nomograma transformado aparece representado en la figura 2.ª. Su utilización permite una rápida determinación de φ con la precisión suficiente para las necesidades de la práctica, cualesquiera que sean los valores de k, $r\,q$, e_1, abarcando así el caso de flexión simple correspondiente a $e_1 = \infty$ (*).

(*) Agradecemos al Sr. Martín Fito, de nuestra Sección de Cálculo, la ejecución de los cálculos y construcciones gráficas.