

# NUEVAS APLICACIONES DE LA TEORIA DE LAS SUPERFICIES

Por FEDERICO GODED ECHEVARRIA,  
Ingeniero de Caminos.

*Concluye con el presente artículo el importante estudio de dosificación del hormigón como aplicación de la teoría de las superficies, y el autor, en sus conclusiones, se muestra esperanzado de poder llevar a cabo la experimentación que el caso requiere, gracias al apoyo del Director del Instituto Técnico de la Construcción, D. Eduardo Torroja, que ha mostrado interés por el método.*

(Conclusión.)

## Dosificaciones discontinuas y continuas equivalentes.

Supongamos la dosificación continua representada por la curva  $AD$  de la figura 6.ª, cuya ecuación es la siguiente:

$$P = 100 - K \left( 1 - \sqrt{\frac{d}{D}} \right), \quad [20]$$

siendo en nuestro caso:

$$K = \frac{100 - 6}{1 - \sqrt{\frac{0,15}{38,2}}} = 100,3; \quad f = 6. \quad [21]$$

Vamos a indicar a continuación un método de absoluta generalidad para determinar una dosificación discontinua totalmente equivalente a todos los efectos en la práctica, a la continua anteriormente citada.

Como acabamos de ver, cada dosificación viene definida por los cinco valores  $\beta$ ,  $\omega$ ,  $\zeta$ ,  $\nu$  y  $f$ .

Designando con los subíndices  $c$  y  $d$  los valores que tomen estas variables en las dosificaciones continua y discontinua, respectivamente, nos bastará hacer:

$$\left. \begin{aligned} \beta_d &= \beta_c; \\ \omega_d &= \omega_c; \\ \zeta_d &= \zeta_c; \\ f_d &= f_c; \\ \nu_d &= \nu_c, \end{aligned} \right\} [22]$$

para tener totalmente definida, como ahora veremos, la dosificación discontinua equivalente.

Prescindiendo de las dos primeras variables referentes al agua y al cemento, cuya igualdad no hay inficultad alguna en conseguir, vamos a centrar nuestro estudio sobre las relativas a la granulometría.

Sea  $ABCD$  la curva granulométrica discontinua que buscamos, equivalente a la  $AD$  (fig. 6.ª).

Al pasar esta curva también por el punto  $D$ , se verificará  $f_d = f_c$ . Tres de las cinco condiciones [22] se verificarán así. Ahora podremos conseguir, siempre variando la forma de la curva entre  $A$  y  $D$ , que sean iguales, o bien  $\zeta_d$  y  $\zeta_c$ , o bien  $\nu_d$  y  $\nu_c$ , y en determinados casos conseguiremos que se verifiquen las cinco igualdades [22], y tendremos dos dosificaciones no ya equivalentes en la práctica, sino idénticas, a pesar de ser una continua y discontinua la otra. Preferimos hacer que sea  $\zeta_d = \zeta_c$ , dejando que, en general, sea  $\nu_d \neq \nu_c$ , por cuatro motivos: primero, porque ello facilita la solución del problema, ya que, como ahora veremos, es posible y fácil la solución del problema inverso del ya resuelto de la determinación de la  $\zeta$  que corresponde a una granulometría dada, es decir, la obtención de una granulometría que tenga una  $\zeta$  dada; segundo, porque el intervalo de variación de  $\zeta$  es mucho más amplio que el de  $\nu$ , y ello permite lograr, como después demostraremos, dos granulometrías con valores apenas diferentes de  $\nu$  e iguales de  $\zeta$ ; tercero, porque la influencia de  $\zeta$  en las distintas propiedades del hormigón, y concretamente en lo que se refiere a la resistencia, es más acentuada que la influencia de  $\nu$ , ya que, como después veremos, pueden obtenerse hormigones cuyas resistencias varíen de 1 a 3, haciendo variar a  $\zeta$  de 8,97 a 1,6, variando simultáneamente  $\nu$  en un intervalo muy restringido, y es evidente que no puede lograrse una tal variación de resistencias, aunque  $\nu$  se mueve en un intervalo muy grande si  $\zeta$  permanece casi constante, y cuarto, porque por ahora, y como ya hemos indicado, no existe método teórico alguno que permita, sin experimentación, dada una granulometría cualquiera, la deducción del valor de  $\nu$  que le correspondería, y como consecuencia de esto, sería penoso y exigiría experimentación el encontrar la forma de la curva entre  $A$  y  $D$  tal, que verificase  $\nu_d = \nu_c$ .

Veamos ahora cómo la condición  $\zeta_d = \zeta_c$ , unida a la condición de mínima continuidad, sirve para determinar completamente la forma de la curva entre  $A$  y  $D$ .

En efecto: para definir totalmente la curva granu-

ométrica  $ABCD$  será preciso determinar los valores límites de los áridos suprimidos  $d_a$  y  $d_b$ , el valor de  $a$  que determina la relación arena-grava y las ecuaciones de las ramas  $AB$  y  $CD$  de los áridos no suprimidos. Los valores de  $d_a$  y  $d_b$  podrán ser cualquiera, con tal que verifiquen la condición de mínima continuidad, [17]. Tomaremos, pues,  $d_a = 19$  mm. y  $d_b = 2,4$  mm.

Para la deducción de las ecuaciones de las dos ramas  $AB$  y  $CD$ , parece oportuno seguir el criterio de la máxima resistencia, ya empleado para la deducción de la ecuación [10], llegándose así a las ecuaciones siguientes (\*):

$$P = a - \frac{a-f}{1 - \sqrt{\frac{\epsilon_f}{\epsilon_b}}} \left( 1 - \sqrt{\frac{d}{d_b}} \right); \quad [23]$$

$$P = 100 - \frac{100-a}{1 - \sqrt{\frac{d}{D}}} \left( 1 - \sqrt{\frac{d}{D}} \right).$$

Así, pues, la única incógnita que queda para determinar completamente la curva  $ABCD$  es la ordenada,  $a$ , que fija la relación arena-grava. Esta incógnita la determinaremos por medio de la condición  $\xi_a = \xi_c$ . Esta condición, que no es sino la [15], cuando  $q = 1$ , será, pues, la siguiente:

$$\sum_{i=1}^{i=n} \frac{\alpha_i}{\epsilon_{i-1} + \epsilon_i} = \frac{100-f}{2} \sqrt{\frac{D}{0,15}}; \quad [24]$$

disponiéndose así de la ecuación que se precisaba para determinar la incógnita  $a$ .

Veamos el modo de proceder en la práctica. La ecuación anterior, cuando  $f = 6$ ,  $d_a = 19$  y  $d_b = 2,4$  toma la forma siguiente:

$$\begin{aligned} & 1 + \frac{19,1}{38,2} + \frac{2,4 + 1,2}{38,2} + \frac{1,2 + 0,6}{38,2} + \\ & + \frac{0,6 + 0,3}{38,2} + \frac{0,3 + 0,15}{38,2} = \\ & = \frac{100-6}{2} \sqrt{\frac{38,2}{0,15}} = 752, \end{aligned} \quad [25]$$

y esta ecuación puede ponerse únicamente en función de  $a$ , deduciendo de la ecuación de la rama  $CD$  los valores de  $\alpha_5$ ,  $\alpha_6$ ,  $\alpha_7$  y  $\alpha_8$  en función de  $a$ .

(\*) Suprimimos los cálculos necesarios para la obtención de estas ecuaciones por ser algo largos y no tener interés para el presente trabajo. Pueden verse con todo detalle en el trabajo repetidamente mencionado.

La ecuación de  $CD$ , [23], será:

$$P = a - (a-6) \frac{1 - \sqrt{\frac{d}{2,4}}}{1 - \sqrt{\frac{0,15}{2,4}}} = a - (a-6) \frac{1 - \sqrt{\frac{d}{2,4}}}{0,75}, \quad [26]$$

y de aquí se deduce:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_5 &= 0,392 (a-6); \\ \alpha_6 &= 0,275 (a-6); \\ \alpha_7 &= 0,195 (a-6); \\ \alpha_8 &= 0,139 (a-6); \end{aligned} \right\} \quad [27]$$

y reemplazando estos valores en [25], se obtiene finalmente la siguiente ecuación lineal en  $a$ :

$$\frac{100-a}{1,5} + \frac{38,2(a-6)}{3,6} [0,392 + 2 \times 0,275 + 4 \times 0,195 + 8 \times 0,139] = 752; \quad [28]$$

de donde:

$$a = 29,6. \quad [29]$$

Dando, pues, a  $d_a$ ,  $d_b$ ,  $a$  y  $f$  los valores hallados, habremos conseguido ya que se verifiquen cuatro de las cinco igualdades [22].

Vamos ahora a demostrar que la variación que puede experimentar la quinta variable  $v$  al pasar de una a otra dosificación es muy pequeña, siempre que se cumplan las condiciones de trabazón, como en el caso que acabamos de exponer.

Vamos a estudiar primeramente el mecanismo del paso de una a otra dosificación, demostrando antes de nada que cuando los puntos  $B$  y  $C$  se desplazan hacia el  $M$  hasta coincidir con él, las ramas  $AB$  y  $CD$  se confunden con las ramas  $AM$  y  $MD$ , respectivamente, de la curva  $AD$ .

El valor del lado  $d = d_m$ , correspondiente a la abscisa del punto  $M$ , se obtendrá simplemente haciendo  $P = 29,6$  en la ecuación de la curva  $AD$ , [20], obteniéndose así  $d_m = 3,38$  mm. Haremos la demostración en general, sin utilizar este valor. Para ello, observemos que cuando  $C$  se convierte en la ordenada de un punto,  $M$ , de la curva  $AMD$ , podremos, pues, escribir:

$$a = 100 - K \left[ 1 - \sqrt{\frac{d_m}{D}} \right]. \quad [30]$$

La ecuación de la rama  $CD$  será, pues, la primera

de las [23], teniendo en ella ahora  $a$  el valor anterior, [30]. Así, pues, reemplazando en ella el valor anterior de  $a$ , tendremos:

$$P = 100 - K \left[ 1 - \sqrt{\frac{d_m}{D}} \right] - \frac{100 - f - K \left[ 1 - \sqrt{\frac{d_m}{D}} \right]}{1 - \sqrt{\frac{\epsilon_f}{\epsilon_m}}} \left[ 1 - \sqrt{\frac{d}{d_m}} \right], \quad [31]$$

ya que ahora  $\epsilon_b = \epsilon_m$  y  $d_b = d_m$ . Pero el coeficiente que multiplica al segundo paréntesis se puede transformar así:

$$\begin{aligned} & \frac{100 - f - K \left[ 1 - \sqrt{\frac{d_m}{D}} \right]}{1 - \sqrt{\frac{\epsilon_f}{\epsilon_m}}} = \\ & = \frac{100 - f - \frac{100 - f}{1 - \epsilon_f^{1/2}} \left[ 1 - \sqrt{\frac{d_m}{D}} \right]}{1 - \sqrt{\frac{\epsilon_f}{\epsilon_m}}} = \\ & = \frac{(100 - f) \left[ \sqrt{\frac{d_m}{D}} - \epsilon_f^{1/2} \right]}{(1 - \epsilon_f^{1/2}) \left( 1 - \sqrt{\frac{\epsilon_f}{\epsilon_m}} \right)} = \\ & = \frac{(100 - f) (\epsilon_m^{1/2} - \epsilon_f^{1/2})}{(\epsilon_m^{1/2} - \epsilon_f^{1/2}) (1 - \epsilon_f^{1/2})} \times \epsilon_m^{1/2} = \\ & = \frac{100 - f}{1 - \epsilon_f^{1/2}} \times \epsilon_m^{1/2} = K \epsilon_m^{1/2} = K \sqrt{\frac{d_m}{D}}; \end{aligned} \quad [32]$$

y reemplazando este valor en [31], tendremos, finalmente:

$$P = 100 - K \left( 1 - \sqrt{\frac{d_m}{D}} \right) - K \sqrt{\frac{d_m}{D}} \left( 1 - \sqrt{\frac{d}{d_m}} \right) = 100 - K \left( 1 - \sqrt{\frac{d}{D}} \right), \quad [33]$$

que es la ecuación de la curva  $AD$ .

Igualmente, reemplazando el valor de  $a$ , [30], en

la ecuación de la rama  $AB$ , que es la segunda de las [23], tendremos:

$$P = 100 - \frac{100 - 100 + K \left( 1 - \sqrt{\frac{d_m}{D}} \right)}{1 - \sqrt{\frac{d_m}{D}}} \left( 1 - \sqrt{\frac{d}{D}} \right) = 100 - K \left( 1 - \sqrt{\frac{d}{D}} \right); \quad [34]$$

esto es, llegaremos nuevamente a la ecuación de la curva  $AD$ . Este hecho tiene importancia fundamental, ya que, debido a él, la variación que experimenta  $\nu$  al pasar de la granulometría continua a la discontinua es mínima. Esta realidad que intuitivamente ya se presiente, y vamos a demostrar teóricamente con carácter general utilizando las propiedades de los módulos de Stern, sería muy conveniente comprobarla experimentalmente por medio de series sistemáticas de ensayos, que permitieran fijar con mayor exactitud que por el método teórico que vamos a emplear, los límites máximos de la variación de  $\nu$ , que son los valores que en la práctica más interesan.

Recordemos antes las definiciones de los módulos de Stern y su relación con la variable  $\nu$ , demostrada experimentalmente por su autor.

Para hallar los módulos de Stern de una granulometría cualquiera, tal como la de  $AD$  de la figura 6.<sup>a</sup>, es preciso efectuar el cambio de variable:

$$d = 10^x, \quad [35]$$

y poner  $d$  en micras.

Así, y tomando por abscisas las  $x$ , la  $AD$  vendrá representada por la curva  $AD$  de la figura 9.<sup>a</sup>.

Si llamamos  $Y_0$  a la ordenada  $OD$ , el módulo de Stern de primer orden,  $R'$ , es:

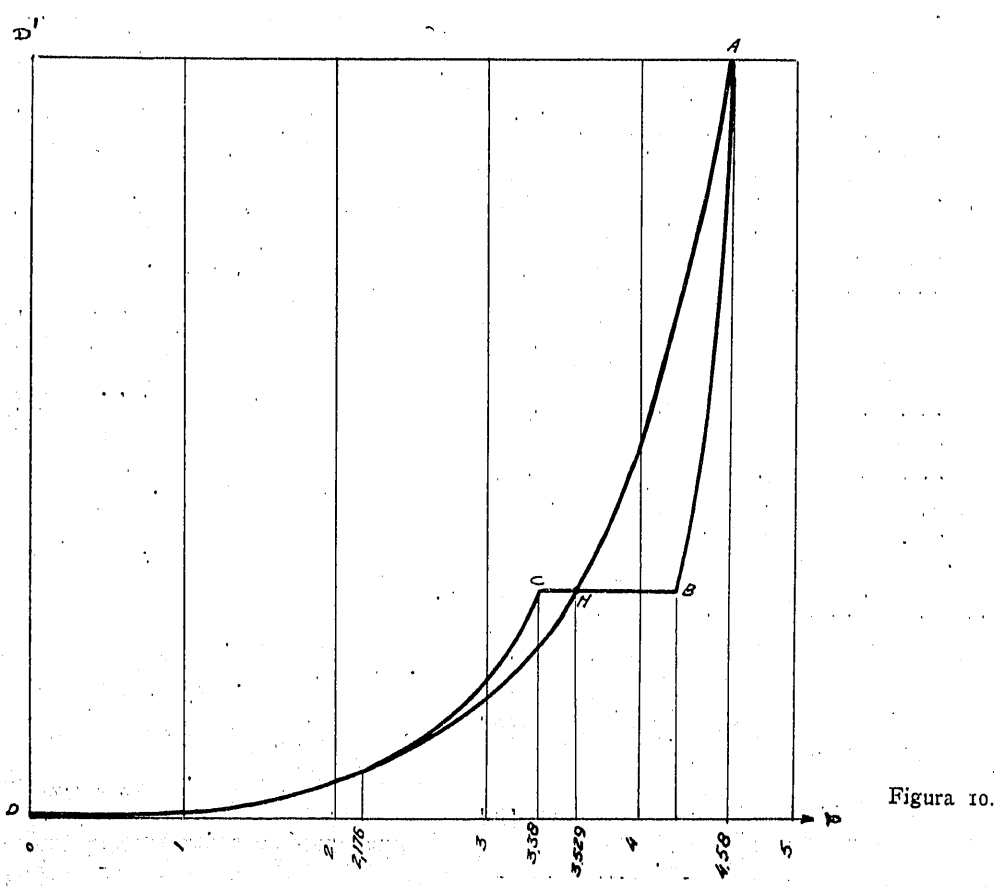
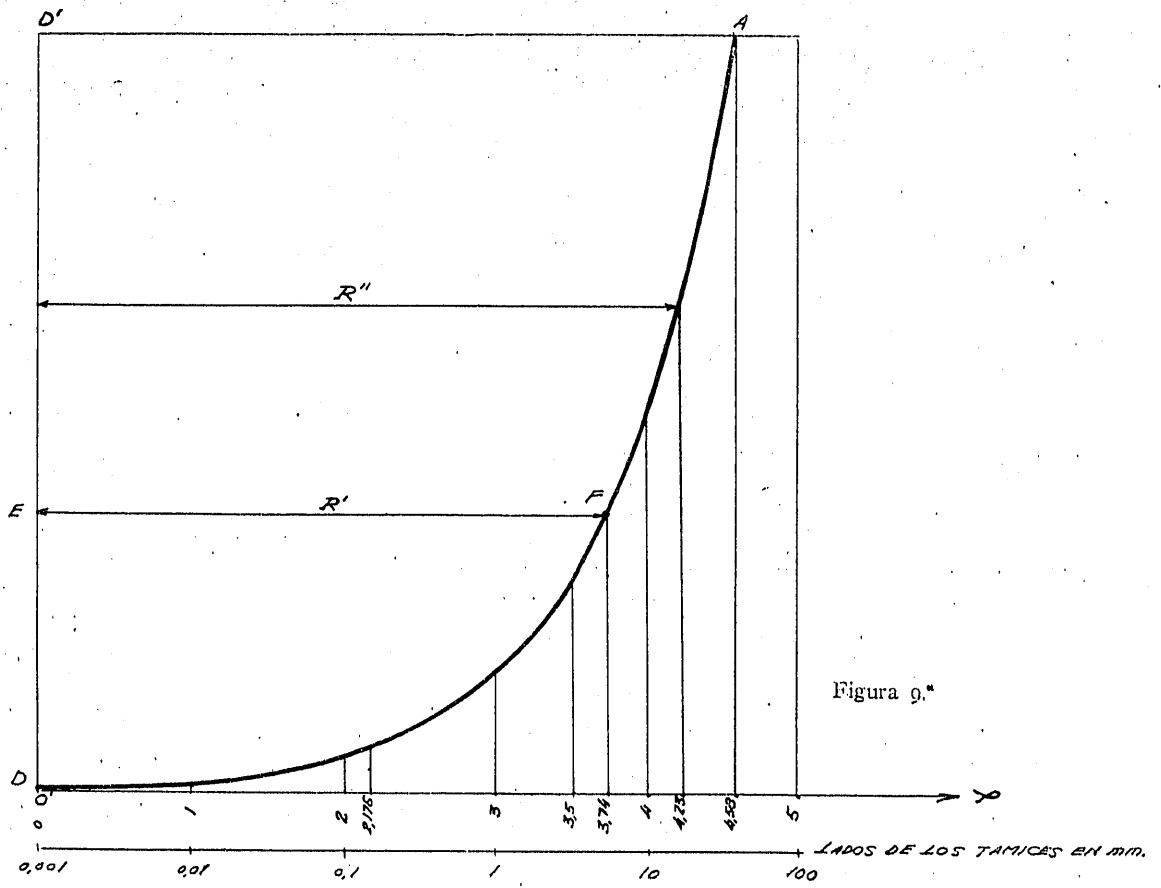
$$R' = \frac{S(DAD')}{DD'} = \frac{S(DAD')}{100 - Y_0}; \quad [36]$$

es decir, es la altura del rectángulo de base  $DD'$  y área igual a la delimitada por la curva  $AD$ , el eje de ordenadas y  $AD'$ .

Trazando ahora la vertical  $x = R'$ , que corta en  $F$  a la curva, y por  $F$  una horizontal, el módulo de segundo orden  $R''$  es:

$$R'' = \frac{S(EFAD')}{D'E}. \quad [37]$$

A los módulos de Stern correspondientes a la granulometría de Fuller se les suele representar por las



JULIO 1951

letras  $r'$  y  $r''$ , reservando las mayúsculas para designar los módulos de la granulometría en estudio.

La principal propiedad de los módulos que acabamos de definir se enuncia así:

Si se tienen dos granulometrías con el mismo módulo de primer orden, una de ellas, la de Fuller, cuyos módulos serán  $r'$  y  $r''$ , y otra cualquiera, que llamaremos  $Z$ , cuyos módulos designaremos por  $R'$  y  $R''$ , Stern demostró experimentalmente que aproximadamente se verifica la igualdad siguiente:

$$\frac{v_F - v_0}{v_Z - v_0} = \frac{r'' - r'}{R'' - R'}$$

siendo, como acabamos de decir,  $R' = r'$ , y:

$v_F$  = valor de  $v$  correspondiente a la granulometría de Fuller.

$v_Z$  = valor de  $v$  correspondiente a la granulometría  $Z$ .

$v$  = valor de  $v$  correspondiente a un árido constituido por elementos iguales, de tamaño  $d = 10^{R'}$ .

Así, pues, en nuestro caso, para comparar los valores de  $v$  correspondientes a dos granulometrías, una continua y otra discontinua, como las  $AD$  y  $ABCD$  de la figura 6.<sup>a</sup>, será preciso determinar los siguientes módulos:

$r'_c = R'_c$  = módulos de primer orden correspondientes a la granulometría continua dada,  $AD$ , y a una granulometría de Fuller, cuyo tamaño máximo,  $D$ , se determinará por la condición  $r'_c = R'_c$ .

$R''_c$  = módulo de segundo orden de la misma granulometría  $AD$ .

$r''_c$  = módulo de segundo orden correspondiente a la granulometría de Fuller, que tiene el mismo módulo de primer orden que la  $AD$ .

$r'_d = R'_d$  = módulos de primer orden correspondientes a la granulometría discontinua  $ABCD$  y a una granulometría de Fuller, determinada por esta condición  $r'_d = R'_d$ .

$R''_d$  = módulo de segundo orden de la granulometría  $ABCD$ .

$r''_d$  = módulo de segundo orden correspondiente a la granulometría de Fuller, que tiene el mismo módulo de primer orden que la  $ABCD$ .

Conocidos los módulos anteriores, podremos escribir las dos ecuaciones siguientes:

$$\frac{v_{Fd} - v_{0d}}{v_d - v_{0d}} = \frac{r''_d - r'_d}{R''_d - R'_d} \quad [39]$$

$$\frac{v_{Fc} - v_{0c}}{v_c - v_{0c}} = \frac{r''_c - r'_c}{R''_c - R'_c} \quad [40]$$

siendo:

$v_{Fc}$  = valor de  $v$  correspondiente a la granulometría de Fuller, cuyo módulo de primer orden es  $r'_c$ .

$v_{Fd}$  = valor de  $v$  correspondiente a la granulometría de Fuller, cuyo módulo de primer orden es  $r'_d$ .

Y como el valor de  $v$  correspondiente a una granulometría de Fuller apenas varía al variar  $D$ , podremos concluir que si  $R'_c$  y  $R'_d$  toman valores próximos, como obligatoriamente ha de suceder siempre que la granulometría discontinua verifique la condición de mínima continuidad, [17], también serán muy semejantes  $v_{Fc}$  y  $v_{Fd}$  y, en virtud de [38] y [39],  $v_c$  y  $v_d$ .

Comprobemos cuanto acabamos de exponer con un ejemplo:

Volvamos a las granulometrías continua y discontinua  $ABCD$  y  $AD$  de la figura 6.<sup>a</sup>, que en la nueva variable  $x$  vienen representadas en la figura 10.

Los valores de los módulos, deducidos exactamente utilizando las ecuaciones de las distintas curvas, son:

$$\left. \begin{aligned} R'_c &= r'_c = 3,74; \\ R''_c &= 4,24; \\ R'_d &= 3,93 = r'_d; \\ R''_d &= 4,42; \end{aligned} \right\} [41]$$

los valores de  $r''_c$  y  $r''_d$ , deducidos por interpolación de las tablas de Stern, son:

$$\left. \begin{aligned} r''_c &= 4,23; \\ r''_d &= 4,43; \end{aligned} \right\} [42]$$

y reemplazando los valores anteriores [41] y [42] en las igualdades [39] y [40], estas últimas se escriben así:

$$\left. \begin{aligned} \frac{v_{Fd} - v_{0d}}{v_d - v_{0d}} &= \frac{4,23 - 3,74}{4,24 - 3,74} \approx 1; \\ \frac{v_{Fc} - v_{0c}}{v_c - v_{0c}} &= \frac{4,43 - 3,93}{4,42 - 3,93} \approx 1; \end{aligned} \right\} [43]$$

de donde:

$$\left. \begin{aligned} v_c &= v_{Fc}; \\ v_d &= v_{Fd}; \end{aligned} \right\} [44]$$

y como:

$$v_{Fc} \approx v_{Fd}, \quad [45]$$

podemos concluir que:

$$v_c \approx v_d, \quad [46]$$

como queríamos demostrar.

Se ve ahora claramente que siempre que  $d_a$  y  $d_b$  cumplan la condición de mínima continuidad, las áreas  $DC$ ,  $AD'$  y  $DAD'$  serán semejantes y, por consiguiente, también lo serán  $R'_c$  y  $R'_d$ , tomando entonces, como acabamos de ver, valores muy próximos a  $v_d$  y  $v_c$ .

Podremos, pues, concluir que los dos hormigones, continuo y discontinuo estudiados, verificarán las siguientes condiciones:

$$\left. \begin{aligned} \beta_d &= \beta_c; \\ \omega_d &= \omega_c; \\ f_d &= f_c; \\ \zeta_d &= \zeta_c; \\ v_d \text{ y } v_c & \text{ tienen valores próximos entre sí.} \end{aligned} \right\} [47]$$

Tendrán, por consiguiente, las mismas propiedades, siendo imputables las mínimas diferencias que eventualmente podrían presentar en sus propiedades a la diferencia  $v_d - v_c \neq 0$ , existente entre los valores de  $v$  que, como acabamos de demostrar, será pequeña siempre que se cumplan las condiciones de trabazón.

Siendo innumerables las aplicaciones prácticas de los hormigones equivalentes, ya que permitirán lograr el hormigón deseado con la granulometría económicamente disponible en cada caso, estimamos también muy conveniente la determinación experimental del límite máximo que pueda tomar la diferencia  $v_d - v_c$ , estudiando conjuntamente la condición de mínima continuidad y las posibilidades de ampliación de la misma.

### Determinación de la consistencia.

Por medio de una serie de razonamientos teóricos que se exponen en el trabajo que estamos resumiendo, se llega a las siguientes fórmulas, para la determinación del agua de amasado, en función de la consistencia:

$$\left. \begin{aligned} A' &= 2,9 \times 10^{-8} \times \frac{S + 10^5 \psi \Delta}{\zeta^{0,087}}; \\ A'' &= 3,3 \times 10^{-8} \times \frac{S + 10^5 \psi \Delta}{\zeta^{0,087}}; \\ A''' &= 3,7 \times 10^{-8} \times \frac{S + 10^5 \psi \Delta}{\zeta^{0,087}}; \end{aligned} \right\} [48]$$

pudiendo considerar la aproximación que se obtiene con estas fórmulas como otra nueva comprobación de la teoría de las superficies.

En efecto: aplicadas las fórmulas anteriores a una serie de hormigones ensayados por el Prof. Bolo-

mey (\*), que cumplen las condiciones de trabazón, se obtienen las cantidades de agua de amasado que figuran en el cuadro siguiente:

Hormigón	$A_z =$ Agua teórica, fórmula 48	$A'_z =$ Agua teórica, fórmula de Abrams	$A''_z =$ Agua teórica, fórmula del profesor Bolomey	$A =$ Agua real
I	253	291	258	253
II	222	239	224	214
III	192	202	191	202
IV	167	175	163	165
V	149	153	138	157
VI	136	136	120	136
VII	171	174	170	173
VIII	192	174	180	180
A	192	202	193	195
B	192	194	188	188
C	194	182	186	184
D	192	166	182	175

en el cual también se indican las cantidades de agua deducidas por la aplicación de las fórmulas de los Profesores Bolomey y Abrams.

Los errores representativos serán, pues, los siguientes:

Hormigón	$100 \times \frac{A_z - A}{A}$	$100 \times \frac{A'_z - A}{A}$	$100 \times \frac{A''_z - A}{A}$
I	0%	+ 15%	+ 2%
II	+ 3,7%	+ 11%	+ 4%
III	- 4,9%	0%	- 5%
IV	+ 1,2%	+ 5%	- 2%
V	- 5,1%	- 3%	- 12%
VI	0%	0%	- 12%
VII	- 1,1%	0%	- 2%
VIII	+ 6,7%	- 3%	- 1%
A	- 1,5%	+ 4%	- 1%
B	+ 2,1%	+ 3%	0%
C	+ 5,4%	- 1%	+ 1%
D	+ 9,7%	- 5%	+ 4%
Error medio.	$\pm 3,4\%$	$\pm 4,09\%$	$\pm 3,83\%$
Error máximo.	9,7%	15%	12%

comprobándose que las fórmulas [48] dan no solamente valores medios más aproximados a los reales que los obtenidos por las otras fórmulas, sino también errores máximos inferiores.

(\*) Estos ensayos aparecieron en el *Bulletin Technique de la Suisse Romande*, en los números de 21 de febrero, 7 y 21 de marzo de 1931.

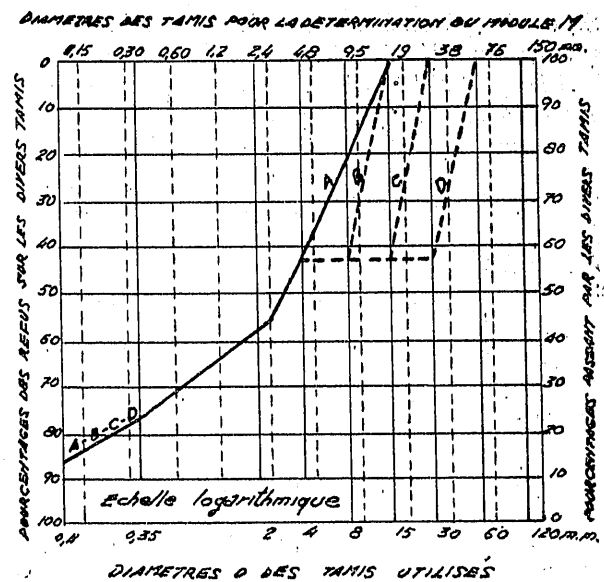
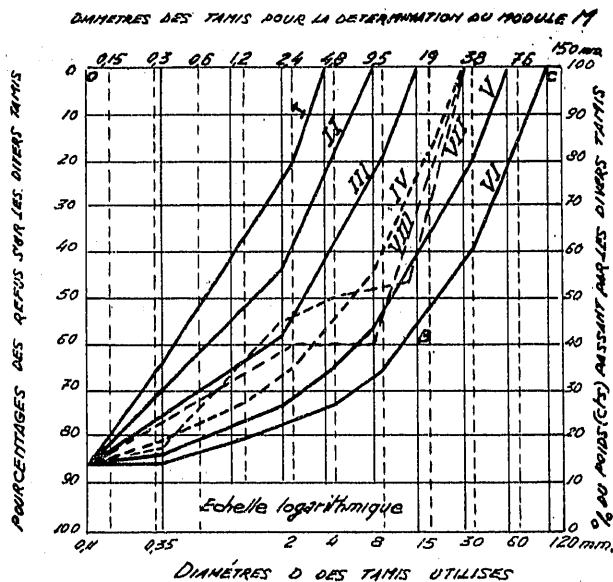


Figura II.

Las granulometrías de los distintos hormigones son las indicadas en la figura II, siendo conveniente resaltar que los tamaños máximos varían de 4 a 120 milímetros; los valores de  $f$ , de 8 a 0,5, y los de  $S$ , de  $5,07 \times 10^9$  a  $1,25 \times 10^9$ .

Los hormigones anteriores, pues, recorren casi enteramente todos los campos de variación posibles en la práctica para cada una de las características reseñadas, lo cual pone de relieve la absoluta generalidad de las fórmulas [47] deducidas y da más valor a la aproximación lograda.

### La resistencia y $\zeta$ .

Es evidente que la resistencia del hormigón, de la misma forma que todas las propiedades del mismo, es función de las cinco variables que determinan su dosificación.

Así, pues, en general:

$$R = F(\zeta, f, v, \omega, \beta) \quad [49]$$

La estructura de esta función es preciso determinarla por medio de series de ensayos, en los cuales se hagan permanecer constantes, sucesivamente, todas las variables menos una, siendo éste, quizá, uno de los temas en los cuales la teoría expuesta puede ser más fecunda. Mientras no se disponga de la experimentación precisa, sólo se podrán encontrar funciones que de una forma aproximada puedan reemplazar a la [49]. Una de estas funciones aproximadas es la siguiente:

$$R = \frac{b}{\zeta^m} \quad [50]$$

válida para hormigones en los cuales sean  $\beta$ ,  $f$  y  $v$

constantes, y  $\omega$  variable en la medida necesaria para mantener constante la consistencia.

Así, siendo  $\beta$  constante, las variaciones de  $\omega$  serán debidas a las variaciones de la cantidad de agua que tomen los áridos y, por consiguiente, la relación entre la cantidad de agua que tome el cemento y el peso del cemento será prácticamente constante.

Ello significa que las variaciones de  $\omega$  tienen influencia preponderante sobre la resistencia, siendo  $\zeta$  constante, es decir, sobre un mismo hormigón.

Así, pues, si la variación de  $\omega$  es debida a que la nueva granulometría tiene distintas superficies, total y relativa, [48], y se precisa, por lo tanto, distinta cantidad de agua para mantener constante la consistencia, en este caso será preponderante la influencia de  $\zeta$  sobre la de  $\omega$ .

En efecto: la ley [49], haciendo  $b = 358$  y  $m = 0,64$ , refleja bastante exactamente la variación de resistencia de los hormigones I a VI, de la misma consistencia, con valores de  $\beta$  casi constantes y variables de  $f$ , porque en este caso las variaciones de  $\zeta$  son tan acusadas que prevalecen sobre todas las demás variaciones de las restantes variables.

Hormigón	$\frac{1}{\zeta^{0,64}}$	Resistencia teórica	$R_{28}$
I	0,246	88	88
II	0,307	110	103
III	0,378	135	131
IV	0,476	171	201
V	0,602	216	205
VI	0,730	262	262

En el cuadro anterior se indican las resistencias reales obtenidas, y las teóricas, deducidas de la función:

$$R = \frac{358}{\zeta^{0,64}} \quad [51]$$

En la figura 12 están dibujadas las curvas a que se refieren los valores anteriores.

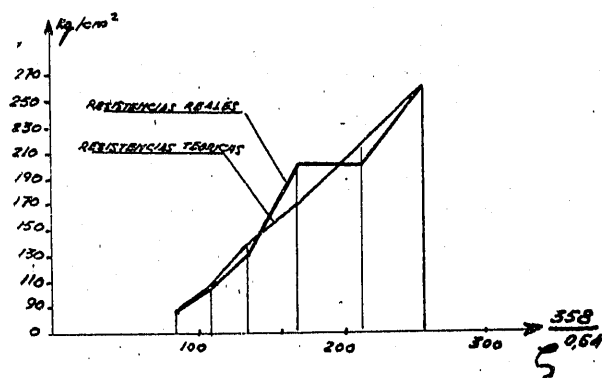


Figura 12.

Conviene resaltar que la función [50], que representa aproximadamente la realidad, aun en el caso en que las variables  $\omega$ ,  $f$  y  $\nu$  no son constantes, es aplicable con gran aproximación cuando estas variables sean constantes, y su utilización es, por tanto, perfectamente admisible para la deducción de la granulometría más conveniente de un hormigón dado.

También conviene indicar que en el primer trabajo sobre la teoría de las superficies no se había introducido todavía la variable  $\zeta$ , y la ley anterior se expresaba así:

$$R = \frac{b_1}{S^m}; \quad [52]$$

siendo entonces el coeficiente  $b_1$  función del tamaño máximo  $D$ , como ya se indicó. Al reemplazar ahora  $S$  por  $\zeta$ , el coeficiente  $b$  es ya totalmente independiente de  $D$ .

Finalmente, no conviene dejar de señalar que la superficie de un peso dado de áridos crece en razón inversa al tamaño de los mismos; por lo tanto, y como puede comprobarse en los hormigones anteriores, la superficie total de los áridos estará casi enteramente determinada al conocer la cantidad de arena y su granulometría. Es decir, que en el valor de la superficie total de los áridos influyen de una manera fundamental los áridos de pequeño tamaño y su porcentaje.

En consecuencia, la resistencia de un hormigón crecerá al disminuir la proporción de arena y al aumentar el tamaño de ésta y su regularidad, ya que de

las tres formas se bajarán los valores de la superficie total de los áridos.

Por la misma razón, la irregularidad de forma de la arena tendrá mayor influencia sobre la resistencia que la irregularidad de la grava, y bajará la resistencia casi en razón inversa al valor de  $\delta$  que corresponda a la forma del elemento tipo de la arena.

Por lo tanto, se deberán aceptar las cantidades mínimas de áridos finos que aseguran el trabado, dadas por las condiciones de trabazón, ya que el rebasarlas se hará siempre en perjuicio de la resistencia.

### Utilización de las condiciones de trabazón.

Las condiciones de trabazón permiten fijar la dosificación de un hormigón en que se supriman uno o varios intervalos de áridos. En el trabajo que aquí estamos resumiendo, se expone la forma de aplicar dichas condiciones, y para no alargar excesivamente este trabajo, suprimimos los ejemplos y formas de operar, remitiendo al lector a la monografía mencionada.

### Conclusiones.

Parece que la teoría de las superficies ha dado ya casi todos los frutos que cabía esperar de ella, apoyándose en las experiencias efectuadas por los investigadores extranjeros. Para efectuar nuevos avances y perfeccionar los resultados ya adquiridos, se precisará nueva experimentación, concebida de acuerdo con sus principios y orientada hacia los objetivos buscados, alguno de los cuales se ha señalado en el curso del presente trabajo.

En el momento actual, en que las técnicas del hormigón se multiplican y perfeccionan y se tiende cada vez más a un mayor empleo y a una mejor utilización de este material, apurando todas sus posibilidades, parece de una lógica irrefutable que se impone la tarea fundamental de mejorar la base, la materia prima, el punto de apoyo y de partida de todas estas actividades; es decir, la dosificación del hormigón, para superar las metas de cada una de las diversas técnicas del mismo.

Debemos conocer cada vez mejor este material y llegar a su completo dominio. En este sentido, estimamos que la teoría de las superficies puede rendir todavía sus mejores resultados y contribuir al logro de este conocimiento y dominio.

Tenemos la firme esperanza de poder desarrollar esta labor en un futuro próximo, gracias al apoyo y al sostén del Director del Instituto Técnico de la Construcción y del Cemento, D. Eduardo Torroja, a quien sinceramente agradecemos su comprensión y su ayuda.