

CALCULO DE SECCIONES RECTANGULARES DE HORMIGON ARMADO SOMETIDAS A SIMPLE FLEXION

Por ANDRES S. CRUZ JIMENEZ, Ingeniero de Caminos.

El autor da cuenta de las fórmulas adoptadas por él para el cálculo de secciones, que se reseñan en el artículo, y que por no haberlas visto publicadas en ningún Tratado, considera útil que sean conocidas por nuestros lectores.

Nos proponemos dar a conocer unas fórmulas sencillas para el cálculo de secciones rectangulares de hormigón armado, sometidas a flexión simple, por estimar que, además de su generalidad y contribuir a simplificar los cálculos, hace que nos demos con facilidad cuenta, en conjunto, del orden de dependencia de la resistencia de la pieza para esta clase de solicitación en relación a las distintas variables que intervienen, lo que nos permite conseguir de forma rápida la solución más económica por la mejor distribución y aprovechamiento de los materiales, que, con las dificultades actuales de adquisición, es de la mayor importancia.

El no haber visto publicadas en ningún Tratado de hormigón armado estas fórmulas, es por lo que nos creemos obligados a darlas a conocer a nuestros compañeros y lectores en general de esta REVISTA porque consideramos que, lo mismo que a nosotros, pueden serles de utilidad.

Partimos de la hipótesis de despreciar la resistencia a tracción del hormigón situado por debajo de la fibra neutra, y seguiremos en los cálculos las normas directrices del libro *Hormigón Armado*, de D. Alfonso Peña.

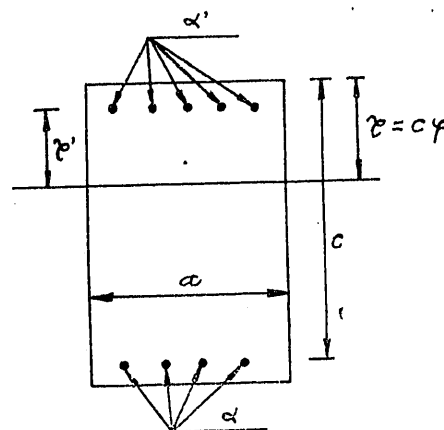
Las notaciones empleadas son:

- α Sección de la armadura de tracción.
- α' Id. de la armadura de compresión.
- a Ancho de la sección.
- c Canto de la sección.
- $x = c\varphi$ Profundidad de la fibra neutra.
- $k = \frac{\alpha'}{\alpha}$ Relación entre las armaduras de tracción-compresión.
- $q = \frac{\alpha}{ac}$ Cuantía de la armadura de tracción.
- r Relación entre los coeficientes de elasticidad del hierro y del hormigón.
- A Carga práctica de resistencia de la armadura a tracción.
- H Carga práctica de resistencia del hormigón a compresión.
- I Momento de inercia de la pieza.
- M Momento flector máximo que tiene que soportar.

Con las notaciones anteriores y de la figura adjunta, se deduce la ecuación que da la fibra neutra igualando los momentos estáticos respecto a la misma:

$$a \frac{x^2}{2} + r \alpha' x' = r \alpha (c - x);$$

y poniendo en lugar de x su igual $c\varphi$, y si hacemos $x' = 0,9x$ ó $x' = 0,9c\varphi$, sustituyendo al mismo



tiempo $\alpha = q a c$ y $\alpha' = k q a c$ y simplificando, resulta la expresión:

$$\varphi^2 + (1,8 r k q + 2 r q) \varphi - 2 r q = 0, \quad [1]$$

que es la ecuación que da la profundidad de la fibra neutra.

El momento de inercia con relación a la fibra neutra valdrá:

$$I = \frac{1}{12} a x^3 + \frac{a x^3}{4} + k r \alpha \times 0,81 x^2 + r \alpha (c - x)^2;$$

y poniendo x en función del canto c :

$$I = a c^3 \left[\frac{\varphi^3}{3} + 0,8 r k q \varphi^2 + r q (1 - \varphi)^2 \right]; \quad [2]$$

pero $\frac{\varphi^3}{3} = \frac{\varphi}{3} \varphi^2$ y de la expresión [1] $\varphi^2 =$

$= 2 r q - \varphi (1,8 r k q + 2 r q)$, sustituyendo este valor en la expresión anterior y simplificando:

$$I = a c^3 \frac{r q}{3} [(1 + 0,63 k) \varphi^2 - 4 \varphi + 3]. \quad [3]$$

La compresión máxima del hormigón será:

$$H = \frac{M x}{I} = \frac{M c \varphi_r}{I}; \quad [4]$$

y la tensión máxima de las armaduras:

$$A = \frac{M r (c - x)}{I} = \frac{M c r (1 - \varphi)}{I}; \quad [5]$$

y dividiendo una expresión por otra:

$$\frac{H}{A} = \frac{\varphi}{r (1 - \varphi)}; \quad [6]$$

Pero el coeficiente r sabemos que es inversamente proporcional a la carga práctica del hormigón:

$$r \cdot H = 648; \quad [7]$$

y sustituyendo esa expresión en [6] y despejando:

$$\varphi = \frac{648}{A + 648}, \quad [8]$$

que da la profundidad de la fibra neutra en función de la carga de las armaduras.

Sustituyendo la expresión [3] en la [4] y como $r \cdot H = 648$ y $a c q = \alpha$ despejando M :

$$M = 216 c \alpha \left[(1 + 0,63 k) \varphi - 4 + \frac{3}{\varphi} \right]; \quad [9]$$

teniendo en cuenta en la expresión [1] que $r = \frac{648}{H}$

y $q = \frac{\alpha}{a c}$ y despejando el valor de a :

$$a = \frac{\alpha}{H C} 648 \cdot \left[\frac{2}{\varphi^2} - (1,8 k + 2) \cdot \frac{1}{\varphi} \right]; \quad [10]$$

y simplificando por último en las expresiones [9] y [10], sustituyendo φ por su valor sacado de la expresión [8], tenemos las fórmulas finales:

$$M = \alpha c \left[\frac{A^2 + 432 A}{A + 648} + \frac{0,21 \times 648^2}{A + 648} k \right]; \quad [11]$$

$$a = \frac{\alpha}{H C} \left[\left(2 A + \frac{A^2}{324} \right) - (A + 648) \times 1,8 k \right]. \quad [12]$$

Estas fórmulas las podemos poner bajo las dos formas:

$$\left. \begin{aligned} M &= \alpha c (N + P k) \\ a &= \frac{\alpha}{H C} (T - S k) \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} M &= A \alpha c h (1 + p k) \\ a &= \frac{A \alpha}{H C} t (1 - s k) \end{aligned} \right\}$$

y acompañamos las dos tablas que dan los distintos valores de los coeficientes para valores de A comprendidos entre 1000 y 1600 Kg./cm.².

TABLA 1.^a

Cálculo de secciones de H , A , sometidas a flexión simple.

$$\left. \begin{aligned} M &= \alpha c (N + P k) \\ a &= \frac{\alpha}{H c} (T - S k) \end{aligned} \right\}$$

A	N	P	T	S
1 000	868,93	53,50	5 086,42	2 966,40
1 050	904,12	51,93	5 438,27	3 056,40
1 100	964,07	50,44	5 906,78	3 146,40
1 150	1 011,84	49,04	6 381,79	3 236,40
1 200	1 059,74	47,71	6 844,44	3 326,40
1 250	1 107,74	46,65	7 322,53	3 416,40
1 300	1 155,85	45,26	7 816,05	3 506,40
1 350	1 204,05	44,13	8 325,00	3 596,40
1 400	1 252,34	43,05	8 849,36	3 686,40
1 450	1 300,71	42,03	9 389,17	3 776,40
1 500	1 349,16	41,05	9 944,22	3 866,40
1 550	1 397,17	40,11	10 515,10	3 956,40
1 600	1 446,26	39,22	11 101,20	4 046,40

TABLA 2.^a

Cálculo de secciones de H , A , sometidas a flexión simple.

$$\left. \begin{aligned} M &= A \alpha c n (1 + p k) \\ a &= \frac{A \alpha}{H c} t (1 - s k) \end{aligned} \right\}$$

A	n	p	t	s
1 000	0,8689	0,0616	5,0864	0,5832
1 050	0,8728	0,0574	5,2407	0,5554
1 100	0,8764	0,0523	5,3941	0,5302
1 150	0,8799	0,0485	5,5494	0,5071
1 200	0,8832	0,0450	5,7037	0,4860
1 250	0,8862	0,0421	5,8580	0,4666
1 300	0,8891	0,0392	6,0123	0,4486
1 350	0,8919	0,0365	6,1667	0,4320
1 400	0,8945	0,0344	6,2310	0,4166
1 450	0,8970	0,0323	6,4753	0,4022
1 500	0,8994	0,0304	6,6296	0,3888
1 550	0,9017	0,0287	6,7839	0,3763
1 600	0,9039	0,0271	6,9383	0,3645

Por la primera tabla tenemos los valores de los parámetros N, P, T, S , y nos sirve para calcular de una manera práctica y sencilla cualquier sección de hormigón armado sometida a flexión simple.

La segunda tabla tiene, además de las mismas aplicaciones que la primera, el permitirnos darnos cuenta del grado de dependencia de los parámetros n, p, t, s , en relación a la carga del hierro y la influencia relativa de las armaduras de compresión en el ancho de la pieza.

Del examen de las fórmulas y tablas precedentes se deduce de una forma rápida que en las piezas de hormigón armado sometidas a flexión simple:

1. La resistencia de la sección es directamente proporcional a la sección de las armaduras de tracción, al canto de las piezas y a la carga práctica del hierro.

2. El ancho de la pieza es directamente proporcional a la sección de la armadura de tracción e inversamente proporcional al canto y a la carga práctica del hormigón.

3. Las armaduras de compresión no aumentan sensiblemente la resistencia de la sección, pues en el caso más favorable y con armadura simétrica, dicho aumento sólo es del 6,16 por 100 de la resistencia sin esta armadura.

4. Las armaduras de compresión, sin embargo, tienen gran influencia en el ancho de la pieza, contribuyendo de forma importante a la disminución de dicho espesor.

FÓRMULAS PRÁCTICAS PARA TANTEOS.

De la tabla segunda observamos que el valor de n es sensiblemente constante, y, al mismo tiempo, que la influencia del coeficiente p es pequeña. Podemos sustituir, en la fórmula correspondiente, n por su valor medio 0,88 (que, además, es el que corresponde a los valores más usuales de A) y despreciar el valor de p .

Análogamente, y aunque con menor exactitud, si bien para los usuales valores de A da resultados más favorables, podemos sustituir t, s por sus valores medios.

Haciendo estas sustituciones, resultan las fórmulas

$$\left. \begin{aligned} M &= 0,88 A \alpha c \\ a &= 6(1 - 0,44 k) \frac{A \alpha}{H c} \end{aligned} \right\}$$

fáciles de recordar y que permiten tantear sin necesidad de tablas esta clase de secciones, resolviendo el problema de la forma más general.

También de las tablas 1.^a y 2.^a, particularizando para valores $A = 1150 \text{ Kg. : cm.}^2$ y $H = 40$ kilogramos-centímetro cuadrado los coeficientes correspondientes, se reducen las expresiones a

$$\left. \begin{aligned} M &= 1000 \alpha c \\ a &= 160(1 - 0,5 k) \frac{\alpha}{c} \end{aligned} \right\}$$

fórmulas tan sencillas que permite hacer los tanteos de memoria.