

MENUDENCIAS ELECTROTECNICAS (1)

III. SOBRE EL CAMPO DE AMPERIOS-VUELTAS DE UN DEVANADO TRIFASICO

Por PEDRO JOSE LUCIA, Ingeniero de Caminos.

En este tercer artículo de la interesante serie que publicamos, expone el autor una teoría original sobre el tema del epígrafe y hace su aplicación a un caso práctico, comparando los resultados obtenidos con los de la teoría clásica.

Introducción.

En la teoría de las máquinas eléctricas de corriente alterna desempeña un papel muy importante el llamado "campo de amperios-vueltas (2), producido por un devanado trifásico". Se presenta este campo, por ejemplo, en el inducido de los alternadores y en el estator de los motores de inducción. Su estudio suele hacerse del modo siguiente:

Se considera, primero, la distribución de amperios-vueltas (Av.) en un devanado monofásico, diametral y concentrado, o sea, con una ranura por polo y fase. Así se encuentra un campo formado por ondas rectangulares, cuya magnitud es una función senoidal del tiempo. Por el análisis de Fourier se descomponen esos rectángulos en una onda espacial senoidal fundamental, y en ondas espaciales armónicas, tercera, quinta, séptima, etc. Concretándose a la onda fundamental, se introduce el factor de distribución, k_b , cuando el devanado, como es lo más frecuente, tiene varias ranuras por polo y fase. Superponiendo, ahora, las ondas fundamentales de las fases 1, 2 y 3, en un devanado trifásico, la suma da lugar a un campo senoidal de Av., giratorio a la velocidad de sincronismo. En cuanto a las armónicas: la tercera desaparece en el devanado trifásico; la quinta, conduce a un campo giratorio, en sentido contrario al fundamental, y con 1/5 de velocidad periférica; la séptima, a un campo que gira en el mismo sentido que la onda básica, pero a 1/7 de velocidad, etc. La teoría de las máquinas eléctricas trifásicas, salvo en algunos puntos especiales, se desarrolla teniendo sólo en cuenta el primero de estos campos de Av. senoidales giratorios; es decir, el que corresponde a la onda fundamental.

En lo que sigue vamos a exponer otra manera de

atacar este problema del campo de Av. en un devanado trifásico, distinta de la acostumbrada.

Definición del campo de amperios-vueltas.

Consideremos, para fijar las ideas, el inducido de un generador trifásico con el rotor liso. En la figura 1.^a se representa un trozo de ese inducido, desarrollado.

Supongamos que las corrientes en las tres fases tienen los valores instantáneos marcados en el diagrama vectorial de las intensidades. En el circuito de integración de la línea de trazos, que abarca 180° eléctricos en la periferia del inducido, la primera ecuación del electromagnetismo, $\oint \vec{H} \cdot \vec{ds} = \Sigma I$, nos da:

$$H_e \delta + H'_e \delta + \sum_{\text{inducido}} Hl + \sum_{\text{inductor}} Hl = n_f i_{1a} + n_f i_{2b} + n_f i_{3b}, \quad [1]$$

siendo n_f el número de conductores en serie por polo y fase.

Obsérvese, en cuanto a los signos, que tomamos como positivas (fig. 1.^a), las H_e (y las correspondientes B_e) que entran en el inducido, y las corrientes que se alejan del observador.

Si corremos el circuito de integración 180° eléctricos hacia la derecha, la configuración de las corrientes abrazadas será la misma, pero el signo de estas corrientes habrá cambiado. Por tanto, en valor absoluto será:

$$H_e = H'_e.$$

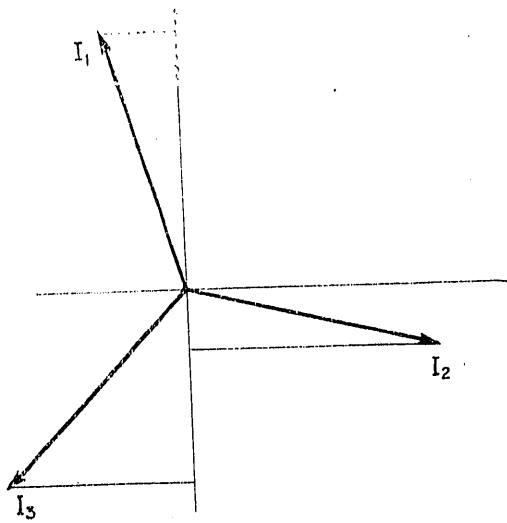
Reemplazando en [1] y dividiendo por 2, se encuentra:

$$H_e \delta + \frac{1}{2} \sum_{\text{inducido}} Hl + \frac{1}{2} \sum_{\text{inductor}} Hl = \frac{n_f i_{1a} + n_f i_{2b} + n_f i_{3b}}{2} \quad [2]$$

(1) Véase el primer artículo de esta serie.

(2) Es más correcta la denominación de "campo de amperios", simplemente, que la de "campo de amperios-vueltas"; empleamos esta última, sin embargo, por estar muy extendida y para no apartarnos del uso común.

El segundo miembro de esta igualdad [2] recibe el nombre de *amperios-vueltas del devanado en el punto m para un entrehierro, medio inducido y medio inductor*; o bien, más brevemente aunque con



Flujo magnético que produciría el campo de Av. de actuar solo.

Volviendo a la igualdad [2], es evidente, por la conservación del flujo magnético, que las \vec{B} y las \vec{H} en el inducido y en el inductor, son funciones de \vec{B}_e y \vec{H}_e . En consecuencia, se puede escribir:

$$H_e = f\left(\frac{n_f i_{1a} + n_f i_{2b} + n_f i_{3b}}{2}\right) = f(Av.) \quad [3]$$

Si se supone despreciable el efecto de la saturación en el hierro, será, sencillamente:

$$H_e = C \frac{n_f i_{1a} + n_f i_{2b} + n_f i_{3b}}{2} = C(Av.) \quad [4]$$

Las corrientes trifásicas del devanado, en el caso que actuasen solas, darían lugar a un *flujo magnético*; entre dos puntos de la periferia, *c* y *d*, éste tendría el valor siguiente:

$$\int_c^d B_e l dx = 4\pi \cdot 10^{-9} C \int_c^d l(Av.) dx \quad (1) \quad (Vs.) \quad [5]$$

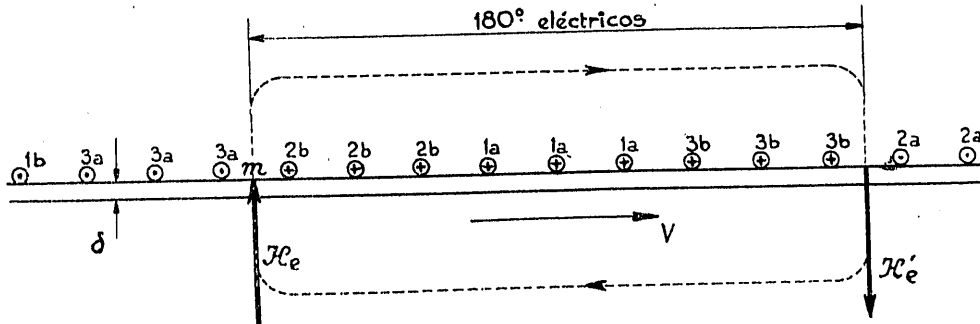


Figura 1.ª

Signos + $\begin{cases} \vec{H}_e \text{ y } \vec{B}_e \dots \uparrow \\ \text{Corrientes } \oplus \end{cases}$

menos precisión, *amperios-vueltas del devanado en el punto m para un entrehierro o un polo*. Como se ve, estos Av. en un punto, y en un cierto instante, se obtienen, sencillamente, contando en dicho instante los amperios en la periferia del devanado en 180° eléctricos a la derecha del punto y dividiendo por 2.

En un instante cualquiera, y en cada punto análogo al *m*, tendrán un cierto valor los Av. para un entrehierro. El conjunto, ininterrumpido, de esos Av., en todo el devanado, es el *campo de amperios-vueltas* de éste en ese instante. De un momento a otro variará, en general, la forma y la magnitud de este campo de amperios-vueltas del devanado trifásico.

l = longitud axial activa de la máquina, en cm.
dx = elemento de la periferia del entrehierro, en cm.
(Av.) = amperios-vueltas en un punto, para un entrehierro.

Vamos a llamar a la integral de la fórmula [5] *flujo de amperios-vueltas en el entrehierro*, entre los puntos *c* y *d*. Este nuevo concepto, de flujo de Av., no posee significación física ninguna, como, en cambio, sí la tienen el flujo de la inducción eléctrica y el de la inducción magnética. Es tan sólo una *magnitud matemática* útil; conocido, en un caso cualquiera, su valor, basta multiplicarlo por la constante $4\pi \cdot 10^{-9} C$ para obtener el flujo magnético producido por las corrientes del devanado trifásico.

(1) Recuérdese que, en el aire, $B_e = 4\pi \cdot 10^{-9} \cdot H_e$.

Campo de Av. en un devanado monofásico concentrado.

Como preparación a los cálculos posteriores, estudiaremos el campo de Av. en un devanado monofásico, diametral y concentrado (fig. 2.^a), o sea, con una ranura por polo.

Aplicando, en el instante t — cuando la intensidad en el devanado es $\sqrt{2} I \text{ sen } \omega t$ —, las reglas dadas anteriormente para determinar el campo de Av., se ve que éste tiene la forma indicada en la figura 2.^a. En 180° eléctricos a la derecha del punto m , los amperios en el inducido son $\sqrt{2} n I \text{ sen } \omega t$, siendo n el número de vueltas por lado de bobina o ranura.

La ordenada Av. sobre el punto m valdrá, por tanto:

$$\frac{\sqrt{2}}{2} n I \text{ sen } \omega t.$$

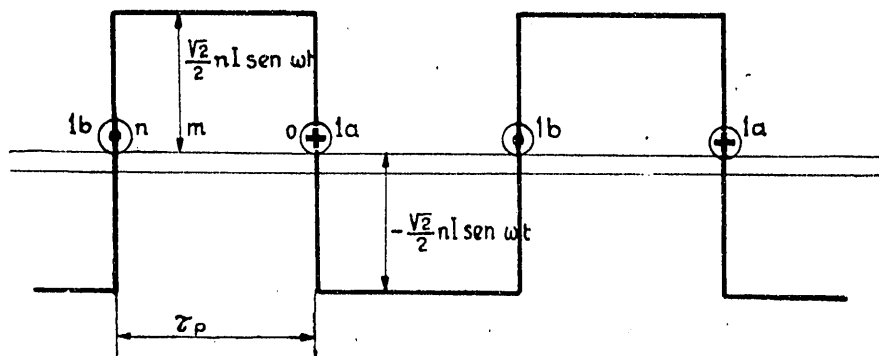


Figura 2.^a

Entre $1b$ y $1a$, a la izquierda de $1a$, el campo de Av. tendrá el mismo valor que acabamos de hallar; entre $1a$ y $1b$, a la derecha de $1a$, dicho campo será también constante, pero con el valor

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} n I \text{ sen } \omega t.$$

Alternan, pues, en el campo de Av., rectángulos positivos y negativos. A lo largo del tiempo, las ordenadas de esos rectángulos varían según una ley senoidal.

Llamando, como antes, l a la longitud axial activa de la máquina, y τ_p a la distancia polar (las dos, en cm.), el flujo de amperios-vueltas en la bobina n o será:

$$\tau_p l \frac{\sqrt{2}}{2} n I \text{ sen } \omega t. \quad [6]$$

Campo de Av. en un devanado trifásico distribuido.

En todo este estudio nos limitaremos a devanados diametrales, es decir, con un paso en sus bobinas de 180° eléctricos. Llamaremos, en general, n_r al número de ranuras por polo y fase; el total de ranuras por cada polo es, por tanto, $3 n_r$.

Vamos a ejemplificar nuestros razonamientos en los casos de $n_r = 2$ y $n_r = 3$.

DOS RANURAS POR POLO Y FASE

En la figura 3.^a hemos indicado con línea llena, de trazos, y con trazo y punto, los rectángulos máximos de los campos de Av. correspondientes a las fases 1, 2 y 3. Esos rectángulos *no se producen simultáneamente*; cada uno de ellos se alcanza en el

instante en que es máxima y positiva la intensidad en las ranuras a de su fase. Se han dibujado dichos campos como en la figura 2.^a, o sea, separadamente para las ranuras $1'b-1'a, \dots, 1''b-1''a, \dots$, de la fase 1; para las $2'b-2'a, \dots, 2''b-2''a, \dots$, de la fase 2; y para las $3'b-3'a, \dots, 3''b-3''a, \dots$, de la fase 3.

Superponiendo ahora los Av. instantáneos en cada punto, teniendo en cuenta la diferencia de fases de las intensidades en 1, 2 y 3, se encuentra, llamando n al número de conductores en serie por ranura:

Flujo de Av. en una bobina $1'b-1'a$, en el instante t :

$$\frac{\tau_p l}{6} \frac{\sqrt{2}}{2} n I \left[6 \text{ sen } \omega t + 4 \text{ sen } \omega t - 2 \text{ sen } \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) - 4 \text{ sen } \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) - 2 \text{ sen } \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \right];$$

o sea, simplificando:

$$\frac{\tau_p}{3} l \frac{\sqrt{2}}{2} n I \left[5 \operatorname{sen} \omega t - 3 \operatorname{sen} \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) - \operatorname{sen} \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \right] \quad [7]$$

Del mismo modo obtenemos:

Flujo de Av. en una bobina 1''b-1''a, en el instante t:

$$\frac{\tau_p}{6} l \frac{\sqrt{2}}{2} n I \left[6 \operatorname{sen} \omega t + 4 \operatorname{sen} \omega t - 2 \operatorname{sen} \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) - 4 \operatorname{sen} \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) - 2 \operatorname{sen} \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \right];$$

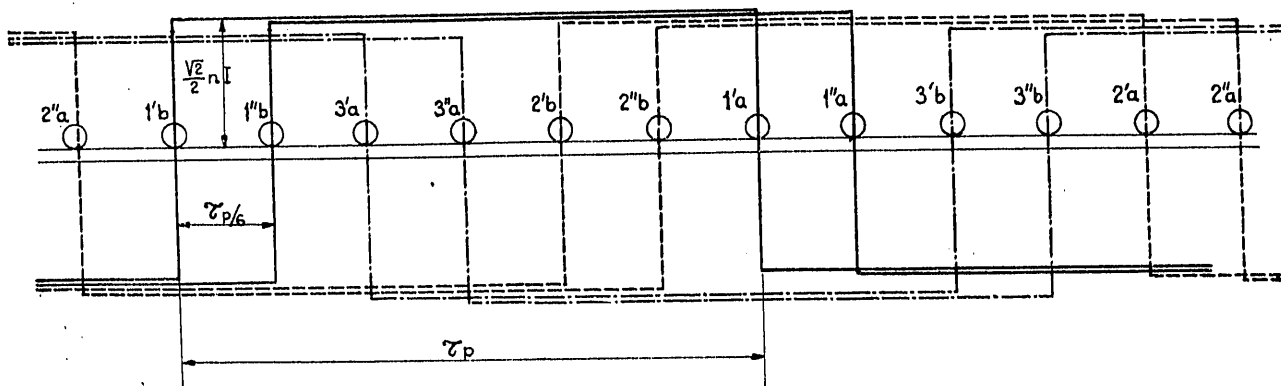


Figura 3.*

o sea, después de simplificar:

$$\frac{\tau_p}{3} l \frac{\sqrt{2}}{2} n I \left[5 \operatorname{sen} \omega t - \operatorname{sen} \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) - 3 \operatorname{sen} \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \right] \quad [8]$$

Las expresiones [7] y [8] nos dicen que el flujo de amperios-vueltas en las bobinas parciales 1'b-1'a y 1''b-1''a, y, por tanto, en la bobina compuesta 1a-1b, es una función senoidal del tiempo con la frecuencia fundamental f. Lo mismo acontecerá, si se prescinde de la saturación, con el flujo magnético en dichas bobinas, producido por las corrientes del devanado trifásico, ya que ambos flujos (fórmula [5]) son proporcionales.

Vamos a estudiar los valores de los paréntesis en las expresiones [7] y [8]. Acudiremos, para ello, a una sencilla representación gráfica (fig. 4.*).

Las componentes de O A' y O A'' son:

en fase con I₁... 5 + 1 cos 60° + 3 cos 60° = 5 + 0,5 + 1,5 = 7;
normal a I₁... 3 sen 60° - 1 sen 60° = 3 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ - $\frac{\sqrt{3}}{2}$ = $\sqrt{3}$.

Los dos vectores, O A' y O A'', tienen, por tanto, el mismo valor:

$$O A' = O A'' = \sqrt{7^2 + 3} = \sqrt{52} = 7,2111,$$

y el primero está adelantado respecto al segundo un ángulo

$$2\alpha;$$

siendo:

$$\alpha = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\sqrt{3}}{7} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} 0,2474 \approx 13^\circ 55' \text{ (eléctricos).}$$

En resumen: el flujo de Av. en la bobina 1'b-1'a, puede representarse por un vector adelantado 13° 55' respecto al vector I₁, intensidad en la fase I; el valor máximo de ese vector es:

$$\frac{\tau_p}{3} l \frac{\sqrt{2}}{2} n I \cdot \sqrt{52}. \quad [9]$$

Del mismo modo, el flujo de Av. en la bobina parcial 1''b-1''a, se puede representar por un vector retrasado 13° 55' respecto al vector I₁; su valor máximo es, también:

$$\frac{\tau_p}{3} l \frac{\sqrt{2}}{2} n I \cdot \sqrt{52}.$$

Obsérvese que el desplazamiento de 1'b-1'a y 1''b-1''a en el espacio es, exactamente, de 30° eléctricos.

cos. Sin embargo, el defasaje *en el tiempo*, de sus flujos de Av. (y magnéticos, por ende), es sólo de

$$2d = 2 \times 13^\circ 55' = 27^\circ 50' \text{ (eléctricos).}$$

La diferencia entre estos ángulos es, referida al de 30°, de un 7,25 %.

Calculemos ahora el flujo total de amperios-vueltas en la bobina compuesta *1 a-1 b*, de la fase *1*. Basta, para ello, sumar las fórmulas [7] y [8], o com-

Flujo resultante en una bobina completa de 2:

$$\frac{\tau_p}{3} l \frac{\sqrt{2}}{2} n I \cdot 14 \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right), \quad [12]$$

en fase, por tanto, con la intensidad \dot{I}_2 .

Flujo resultante en una bobina completa de 3:

$$\frac{\tau_p}{3} l \frac{\sqrt{2}}{2} n I \cdot 14 \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right), \quad [13]$$

en fase con la intensidad \dot{I}_3 .

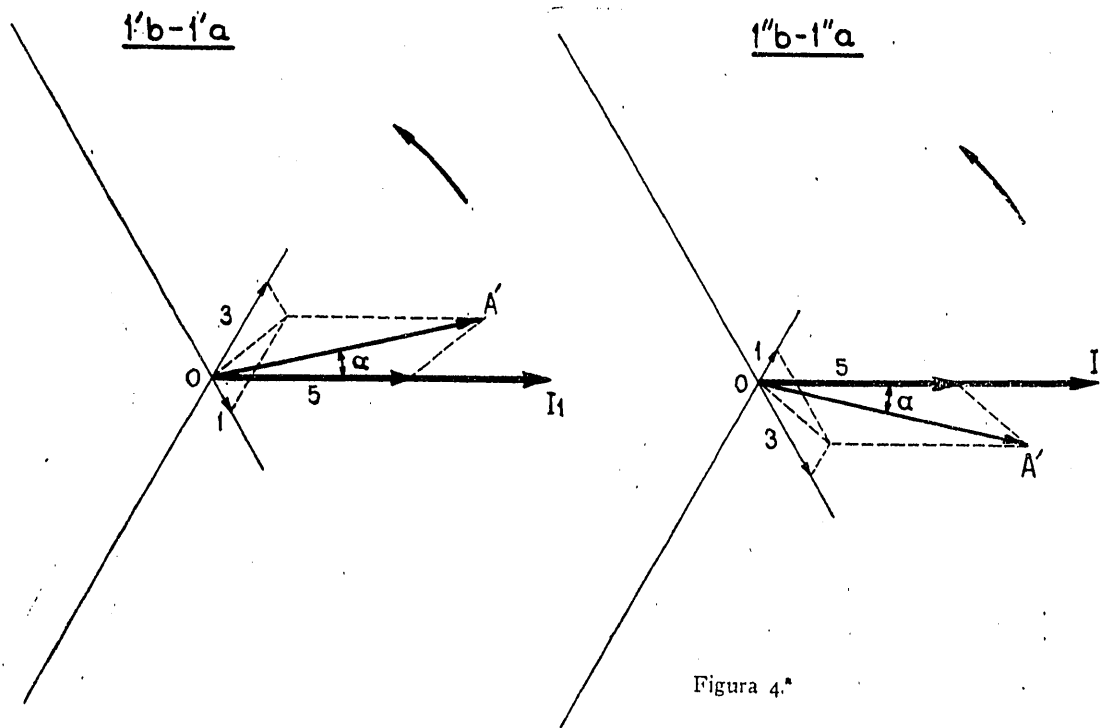


Figura 4.

poner los vectores OA' y OA'' . Por cualquiera de los dos procedimientos se encuentra:

$$\frac{\tau_p}{3} l \frac{\sqrt{2}}{2} n I [10 \sin \omega t + 3 \sin \omega t + \sin \omega t];$$

o sea:

$$\frac{\tau_p}{3} l \frac{\sqrt{2}}{2} n I \cdot 14 \sin \omega t. \quad [10]$$

Consecuencia: el flujo resultante de Av. en el devanado *1* está en fase con la intensidad \dot{I}_1 ; su valor máximo es, para una bobina completa:

$$\frac{\tau_p}{3} l \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 14 n I. \quad [11]$$

Repitiendo este estudio en los devanados 2 y 3, se hallaría:

El valor máximo del flujo de Av., dado por la fórmula [11], lo podemos también calcular por otro procedimiento, obteniendo así una comprobación, siempre conveniente. Ese máximo se produce (fórmula [10] cuando i_1 es máximo y positivo, valiendo, por tanto:

$$\sqrt{2} I.$$

En el mismo instante, las intensidades i_2 e i_3 son:

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} I.$$

Determinando los amperios-vueltas totales (*i*) en

(1) Cuando i_1 es positivo, se alejan del observador las corrientes en las ranuras *1 a*, y se acercan al observador las corrientes en las ranuras *1 b*; lo mismo ocurre en las otras dos fases.

cada punto del devanado para esa distribución de intensidades, resulta el campo de Av. que reproduce la figura 5.^a

El flujo de Av. en la bobina 1'b-1'a, más el correspondiente en la bobina 1''b-1''a, es igual a dos

responder a intensidades simultáneas en las tres fases. Los campos son, ahora, para las ranuras

1'b-1'a, 1''b-1''a, 1'''b-1'''a, ...; 2'b-2'a, 2''b-2''a, 2'''b-2'''a, ...; y 3'b-3'a, 3''b-3''a, 3'''b-3'''a, ...

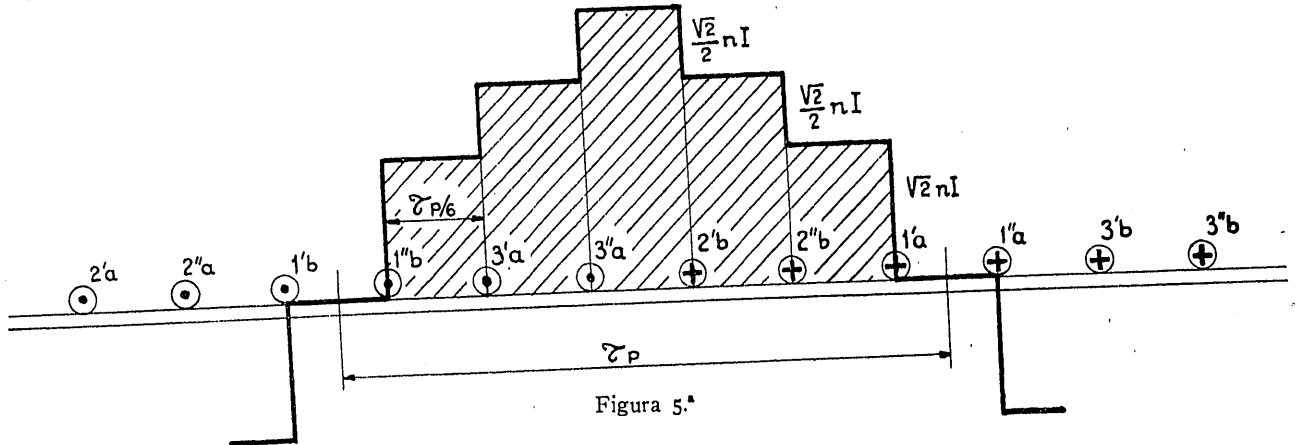


Figura 5.^a

veces el área rayada multiplicada por la longitud axial l ; es decir:

$$2\sqrt{2} n l \left[5 + \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \right] \frac{\tau_p}{6} l,$$

Haciendo operaciones y ordenando, se encuentra, efectivamente:

$$\frac{\tau_p}{3} l \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 14 n l,$$

igual que en [II].

TRES RANURAS POR POLO Y FASE

Lo mismo que en el caso de $n_r = 2$, dibujamos con línea llena, de trazos, y de trazo y punto, los rectángulos máximos de los campos de Av. para las fases 1, 2 y 3. Como allí, estos rectángulos son una ayuda gráfica para el razonamiento (fig. 6.^a), y no co-

Sumando los Av. en cada punto en el instante t , e integrando en las áreas $\frac{\tau_p}{9} l$, se encuentra:

Flujo de Av. en una bobina 1'b-1'a, en el instante t :

$$\frac{\tau_p}{9} l \frac{\sqrt{2}}{2} n l \left[(9 + 7 + 5) \sin \omega t - (3 + 5 + 7) \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) - (3 + 1 - 1) \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \right];$$

o sea, simplificando:

$$\frac{\tau_p}{3} l \frac{\sqrt{2}}{2} n l \left[7 \sin \omega t - 5 \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) - \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \right]. \quad [14]$$

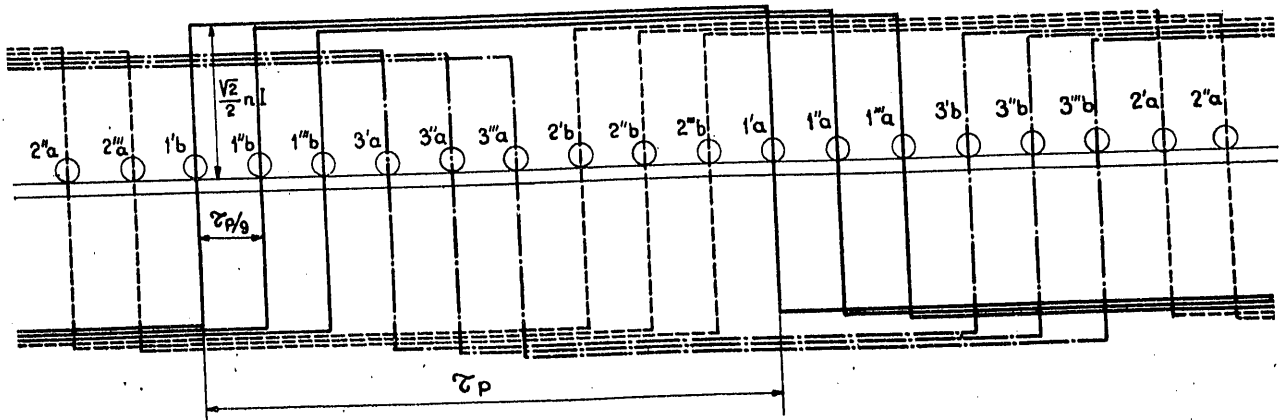


Figura 6.^a

Del mismo modo se obtiene:

Flujo de Av. en una bobina 1' b-1' a, en el instante t:

$$\frac{\tau_p}{9} l \frac{\sqrt{2}}{2} n I \left[(9+7+7) \text{sen } \omega t - (1+3+5) \text{sen} \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) - (5+3+1) \text{sen} \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \right];$$

o sea:

$$\frac{\tau_p}{3} l \frac{\sqrt{2}}{2} n I \left[7 \text{sen } \omega t - \text{sen} \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) - 5 \text{sen} \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \right]. \quad [16]$$

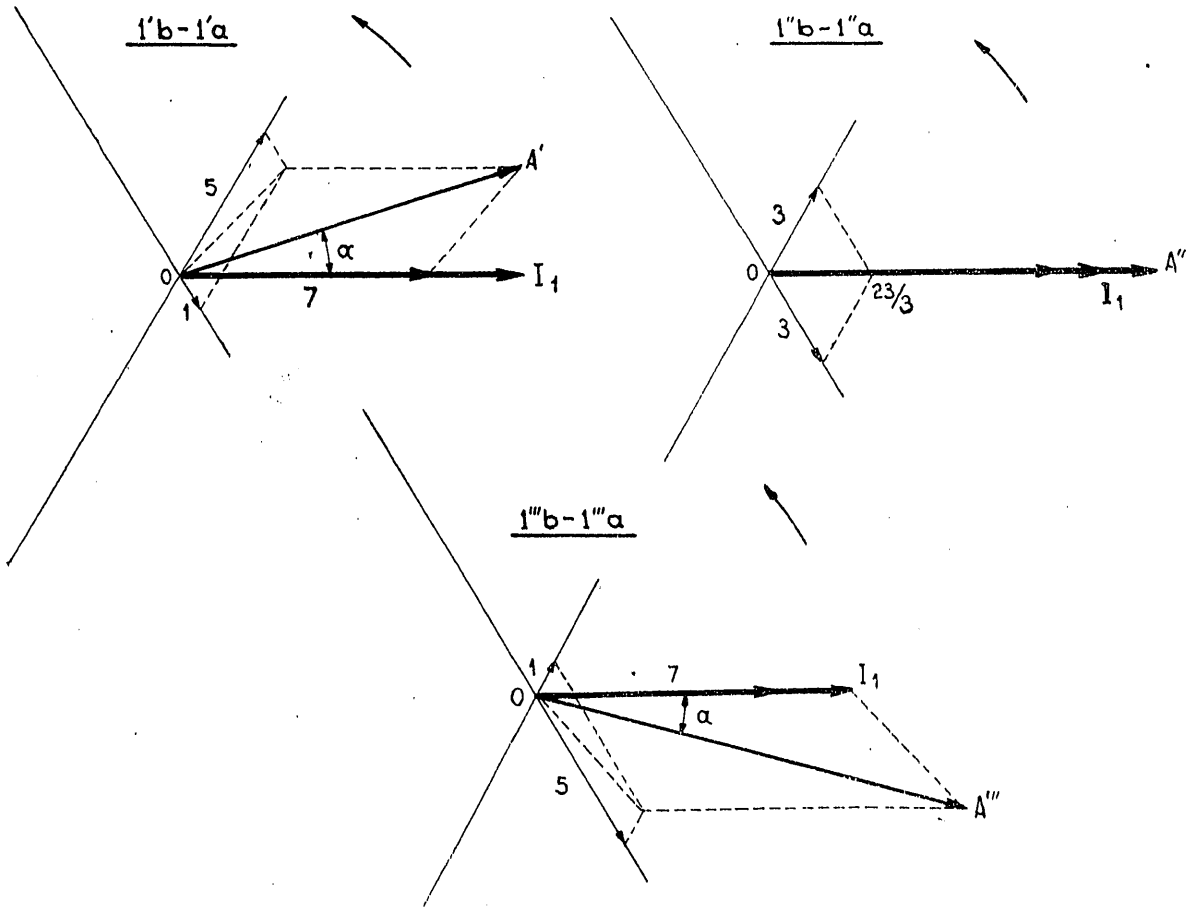


Figura 7.^a

es decir:

$$\frac{\tau_p}{3} l \frac{\sqrt{2}}{2} n I \left[\frac{23}{3} \text{sen } \omega t - 3 \text{sen} \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) - 3 \text{sen} \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \right]. \quad [15]$$

Flujo de Av. en una bobina 1''' b-1''' a, en el instante t:

$$\frac{\tau_p}{9} l \frac{\sqrt{2}}{2} n I \left[(9+5+7) \text{sen } \omega t - (-1+1+3) \text{sen} \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) - (7+5+3) \text{sen} \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \right];$$

Las expresiones [14], [15] y [16] nos muestran que el flujo de amperios-vueltas en las bobinas parciales 1' b-1' a, 1'' b-1'' a y 1''' b-1''' a, y en la bobina total 1 a-1 b; por tanto, es una función senoidal del tiempo con la frecuencia fundamental, f. Igual ocurrirá si no se tiene en cuenta la saturación con el flujo magnético en dichas bobinas, debido a las corrientes del devanado trifásico.

Estudiemos, como antes, los paréntesis en las fórmulas [14], [15] y [16], valiéndonos de una representación gráfica (fig. 7.^a).

Componentes de $O A'$ y $O A'''$:

en fase con $\dot{I}_1 \dots 7 + 1 \cos 60^\circ + 5 \cos 60^\circ = 7 + 0,5 + 2,5 = 10;$

normal a $\dot{I}_1 \dots 5 \sin 60^\circ - 1 \sin 60^\circ = 5 \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 \cdot \sqrt{3}.$

Componentes de $O A''$:

en fase con $\dot{I}_1 \dots \frac{23}{3} + 3 \cos 60^\circ + 3 \cos 60^\circ = \frac{23}{3} + 1,5 + 1,5 = \frac{32}{3};$

normal a $\dot{I}_1 \dots 0.$

Los dos vectores $O A'$ y $O A'''$, tienen el mismo valor:

$$O A' = O A''' = \sqrt{10^2 + 4 \cdot 3} = \sqrt{112} = 10,5830;$$

el primero está adelantado respecto a $O A''$ el ángulo $\alpha,$

siendo:

$$\alpha = \arctg \frac{2\sqrt{3}}{10} = \arctg 0,3464 = 19^\circ 10' \text{ (eléctricos),}$$

y el segundo está retrasado respecto a $O A''$ ese mismo ángulo.

En cuanto al vector $O A''$, su valor es:

$$O A'' = \frac{32}{3} = 10,6666.$$

En resumen: a) El flujo de Av. en la bobina $1' b-$

$1' a,$ puede representarse (¡función senoidal!) por un vector adelantado $19^\circ 10'$ respecto al vector \dot{I}_1 , intensidad en la fase 1; el valor máximo de ese vector es:

$$\frac{\tau_p}{3} l \frac{\sqrt{2}}{2} n I \cdot \sqrt{112}. \quad [17]$$

b) El flujo de Av. en la bobina central, $1'' b-1'' a,$ estará representado por un vector en fase con la intensidad \dot{I}_1 ; su valor máximo es:

$$\frac{\tau_p}{3} l \frac{\sqrt{2}}{2} n I \cdot \frac{32}{3}, \quad [18]$$

y, por tanto, ligeramente diferente al máximo anterior (10,6666 contra 10,5830).

c) El flujo de Av. en la tercera bobina parcial, $1''' b-1''' a,$ está retrasado $19^\circ 10'$ respecto a la intensidad \dot{I}_1 ; su máximo es el mismo que para $1' b-1' a,$ o sea:

$$\frac{\tau_p}{3} l \frac{\sqrt{2}}{2} n I \sqrt{112}.$$

Nótese que el desplazamiento de las tres bobinas en el espacio es, exactamente, de 20° eléctricos. Sus flujos de Av. (y magnéticos, en consecuencia), están, sin embargo, defasados tan sólo, en el tiempo,

$19^\circ 10'$ (eléctricos).

La diferencia entre estos ángulos es sólo de un $4,16 \%$, inferior a la que encontramos en el caso de dos ranuras por polo y fase (7,25 %).

El flujo total de amperios-vueltas en la bobina compuesta $1 a-1 b,$ de la fase 1, se obtendrá sumando

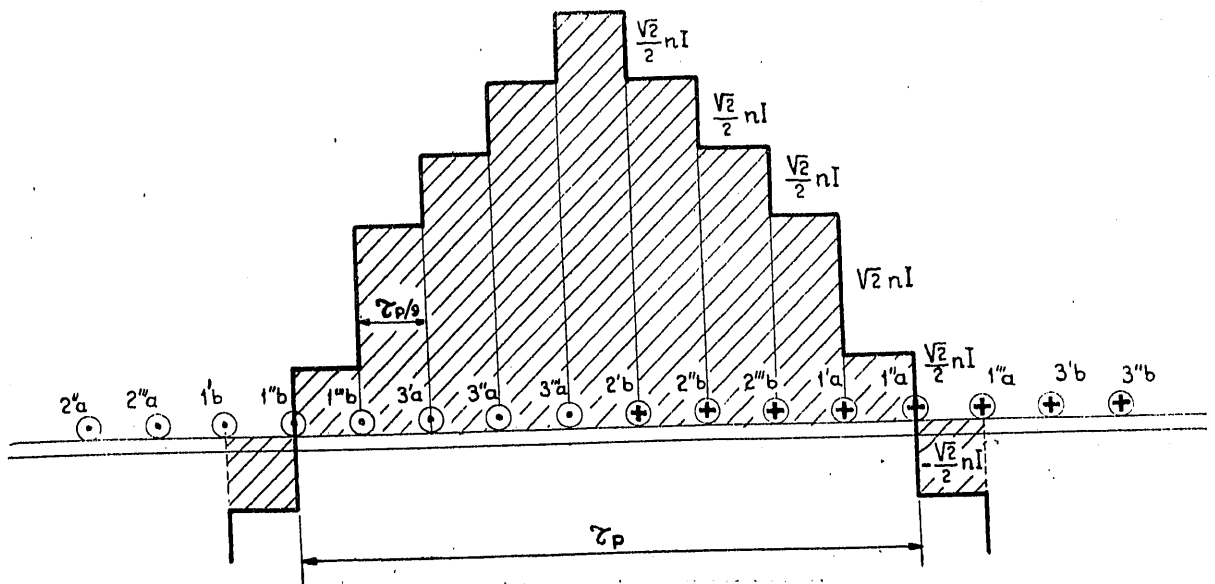


Figura 8.ª

las fórmulas [14], [15] y [16], o componiendo los vectores OA' , OA'' y OA''' . De un modo o de otro, se encuentra:

$$\frac{\tau_p}{3} l \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} n I \left[\left(7 + \frac{23}{3} + 7 \right) \text{sen } \omega t + 5 \text{sen } \omega t + \text{sen } \omega t + 3 \text{sen } \omega t \right];$$

o sea:

$$\frac{\tau_p}{3} l \frac{\sqrt{2}}{2} n I \cdot \frac{92}{3} \text{sen } \omega t. \quad [19]$$

En resolución: el flujo resultante de Av. en el devanado 1 está en fase con su intensidad i_1 ; el valor máximo de este flujo, en una bobina compuesta, es:

$$\frac{\tau_p}{3} l \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{92}{3} n I. \quad [20]$$

El mismo resultado se hallaría para las fases 2 y 3, con retrasos, respectivamente, de un tercio de período y dos tercios de período respecto a la fase 1.

Como el máximo [20] del flujo de Av. en una bobina compuesta, se presenta cuando i_1 es igual a $\sqrt{2} I$, e i_2 e i_3 son iguales a $-\frac{\sqrt{2}}{2} I$, podemos calcular los amperios-vueltas totales para un entrehierro en esas condiciones, obteniendo así el campo instantáneo de Av. que reproduce la figura 8.^a

El flujo de Av. a través de las tres bobinas parciales, sumado, nos da el flujo máximo de Av. en la 1 a-1 b; esta suma vale:

$$\begin{aligned} & \sqrt{2} n I \left[7 \cdot \frac{3}{2} + 5 \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right] \frac{\tau_p}{9} l + \\ & + \sqrt{2} n I \left[9 \cdot \frac{1}{2} + 7 + 5 \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right] \frac{\tau_p}{9} l + \\ & + \sqrt{2} n I \left[7 \cdot \frac{3}{2} + 5 \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right] \frac{\tau_p}{9} l; \end{aligned}$$

o sea, al simplificar:

$$\frac{\tau_p}{3} l \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{92}{3} n I.$$

valor igual al calculado anteriormente, [20], por otro procedimiento.

Sustitución del campo real de Av. por un campo senoidal giratorio.

Supongamos que, en la periferia de un devanado trifásico existe un campo de amperios-vueltas (para un entrehierro), distribuido senoidalmente en el espacio y girando a la velocidad de sincronismo en el sentido 1, 2, 3; dicho campo (fig. 9.^a) tiene una longitud de onda $2 \tau_p$, y en un período T avanza esa longitud de onda; su posición, cuando i_1 es máximo y positivo, es tal que las semiondas positivas están centradas en las bobinas compuestas 1 b-1 a. ¿Qué efectos producirá este campo de Av. en el devanado trifásico?

Una simple mirada a la figura 9.^a, dibujada en el instante $t = \frac{T}{4}$, basta para hacer ver lo siguiente:

- 1) El flujo de Av. vueltas del campo senoidal giratorio será el mismo, salvo el defasaje, en todas las bobinas parciales 1' b-1' a, 1'' b-1'' a, etc.;
- 2) este flujo variará en las bobinas parciales y en la total, 1 b-1 a, según una función senoidal del tiempo, con la frecuencia fundamental, f ;
- 3) el flujo total en 1 b-1 a estará en fase con la intensidad i_1 en el devanado 1, ya que su máximo positivo coincidirá con el máximo positivo de i_1 ; en la fase 2, el flujo total en 2 b-2 a resultará en fase con i_2 , y en la 3, el flujo en 3 b-3 a estará en fase con i_3 ;
- 4) el flujo de Av., en cada bobina parcial, adelantará $\frac{180}{3n_r}$ grados eléctricos al flujo en la siguiente.

Consecuencia: este campo de Av., senoidal y gira-

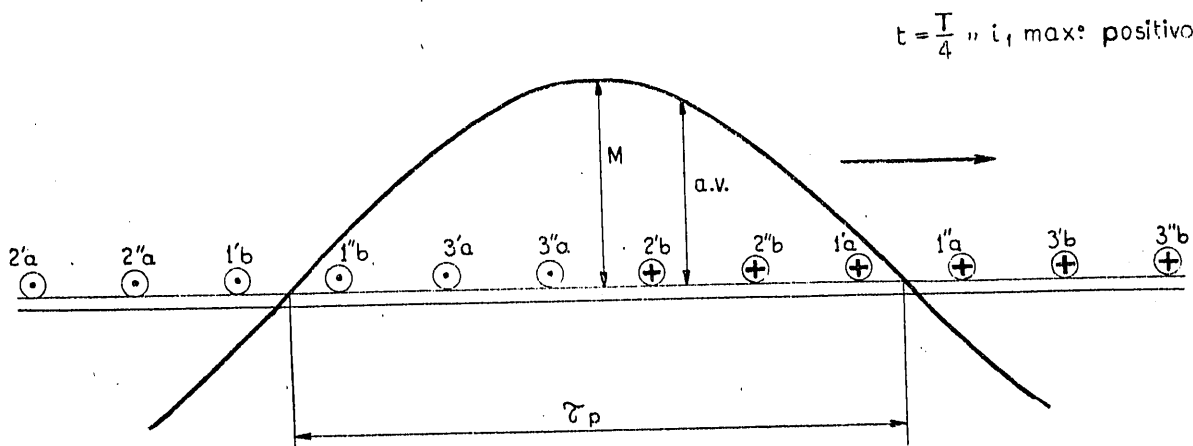


Figura 9.^a

torio, reproduce *con gran fidelidad* lo que hemos visto que acontecía con el campo de Av. real; por lo menos, en lo que se refiere a la magnitud y a la variación en el tiempo de los flujos de Av. Vamos a comprobarlo con mayor detalle.

	Campo real	Campo giratorio
$n_r = 2:$		
Flujos máximos en las bobinas: $1'b - 1'a$ y $1''b - 1''a$	Los mismos	Los mismos
Diferencia de fase de estos flujos	27° 50'	30° (7,25 % de diferencia)
Flujo resultante en una bobina completa. . .	Proporcional a $\text{sen } \omega t$ (fórm. [10])	Proporcional a $\text{sen } \omega t$
$n_r = 3:$		
Flujos máximos en las bobinas: $1'b - 1'a, 1''b - 1''a$ y $1'''b - 1'''a$	Como 10,5830 es a 10,6665 y es a 10,5830	Los mismos
Diferencia de fase de estos flujos	19° 10'	20° (4,16 % de diferencia)
Flujo resultante en una bobina completa. . .	Proporcional a $\text{sen } \omega t$ (fórm. [19])	Proporcional a $\text{sen } \omega t$

Obsérvese que lo que más interesa al electrotécnico es el flujo resultante de Av. en las bobinas completas, del cual es función (proporcional, en el caso de prescindirse de la saturación) el flujo magnético en las mismas, producido por las corrientes del devanado. En este punto esencial, el campo senoidal giratorio puede reemplazar, con toda exactitud, al campo real. Pero incluso los flujos de Av. en las bobinas parciales son sensiblemente los mismos, en magnitud y fase, en los dos casos, como lo prueba la comparación que acabamos de hacer.

Allí llegar aquí, puede hacerse una objeción importante: En las bobinas compuestas $1b-1a$, se dirá, el campo senoidal giratorio produce, es verdad, el mismo flujo de Av., a lo largo del tiempo, que el campo realmente existente; pero no nos interesa sólo el valor de ese flujo en cada instante, sino la *distribución del campo de Av.* a lo largo del devanado, pues son esos Av., en cada punto, los que hay que componer con los que actúan en ese punto por otras causas (la excitación de los polos, p. ej., en un alternador), para obtener así las fuerzas magnetomotrices totales que dan lugar al flujo magnético resultante cuando la máquina está en carga. La objeción es válida, pero a ella se puede contestar que, de hecho, la distribución real de los Av. en el campo del devanado no se aparta mucho de una *sinusoide*, con $2T_p$ como longitud de

onda. Véanse, por ejemplo, las figuras 5.^a y 8.^a, correspondientes al instante $t = \frac{T}{4}$; en otros instantes, la forma del campo varía, como es natural, y todo él se desplaza hacia la derecha (en el sentido de las fases 1, 2, 3), pero siempre conserva su distribución cuasi-senoidal.

Todo lo anterior justifica, por tanto, el trabajar en los devanados trifásicos con un campo de Av. propio *senoidal y giratorio*, que avanza, en el sentido positivo (fig. 9.^a), a la velocidad síncrona. Sólo nos falta el calcular las ordenadas máximas, M , de este campo; ya sabemos que estas crestas, positivas (fig. 9.^a), pasarán por el centro de las bobinas compuestas de cada fase, cuando sea máxima y positiva la intensidad en dicha fase.

Si el devanado (siempre diametral) fuera concentrado — o sea con una ranura por polo y fase —, el flujo máximo en una bobina, debido al campo de Av. senoidal, será:

$$\tau_p l \frac{2}{\pi} M.$$

Con un devanado distribuido, y n_r ranuras por polo y fase, ese flujo es:

$$k_b n_r \tau_p l \frac{2}{\pi} M. \tag{21}$$

Como los flujos en las bobinas parciales están defasados $\frac{\pi}{3n_r}$ radianes eléctricos, la suma no es algebraica, sino geométrica; de aquí el factor k_b , llamado *factor de distribución*, cuyo valor es:

$$k_b = \frac{1}{2n_r \text{sen} \frac{\pi}{6n_r}}. \tag{22}$$

Ahora bien: antes hemos deducido los valores reales del flujo máximo de Av. en una bobina compuesta, en los casos particulares de ser $n_2 = 2$ y $n_r = 3$. Esos valores eran:

$$\frac{\tau_p l \sqrt{2}}{3} \cdot 14 n I, \tag{fórmula [11]}$$

y

$$\frac{\tau_p l \sqrt{2}}{3} \cdot \frac{92}{3} n I. \tag{fórmula [20]}$$

Llamando, en general, C al coeficiente de $n I$, podremos escribir, en lugar de [11] y [20]:

$$\frac{\tau_p l \sqrt{2}}{3} C n I. \tag{23}$$

Para que el campo senoidal giratorio sustituya al

campo real, tienen que ser iguales los flujos máximos de Av. en ambos casos; por tanto, hemos de igualar las expresiones [21] y [23]:

$$k_b n_r \tau_p l \frac{2}{\pi} M = \frac{\tau_p l \sqrt{2}}{3} C n I. \quad [25]$$

Despejando M y simplificando, resulta:

$$M = \frac{\pi \sqrt{2} C}{12 k_b \cdot n_r^2} (n_r n I), \quad [26]$$

después de multiplicar en el numerador y en el denominador por n_r .

Comparación de los resultados obtenidos con los de la teoría corriente.

En la introducción a este trabajo explicamos, a grandes rasgos, la teoría ordinaria del campo de Av. en un devanado trifásico. Como resultado de la misma se llega, también, a un campo senoidal giratorio fundamental (longitud de onda, $2 \tau_p$) de Av., que gira a la velocidad de sincronismo. Las crestas positivas de este campo tienen el valor, en un devanado diametral, con nuestras notaciones:

$$M' = 1,35 k_b n_r n I. \quad [27]$$

A primera vista no hay semejanza alguna, en su estructura, entre la fórmula [27] y la [26], que acabamos de deducir. Pero no se olvide que, en esta última, falta en realidad la expresión algébrica del factor C. Puede hallarse éste, en general, en función de n_r . No lo hacemos aquí, pues sería abusar de la pa-

ciencia del lector, que hartó la estamos poniendo a prueba, y hacer perder a estos artículos su carácter de "menudencias". Nos limitaremos, como una comprobación de nuestros cálculos, a aplicar las dos fórmulas, [26] y [27], a los dos casos que antes hemos estudiado con detalle; es decir, al caso de ser $n_r = 2$ y al de $n_r = 3$:

$$n_r = 2, \quad C = 14; \quad k_b = 0,966:$$

$$M = \frac{\pi \sqrt{2} \cdot 14}{12 \cdot 0,966 \cdot 2^2} \cdot 2 n I = 1,340 \cdot 2 n I;$$

$$M' = 1,35 \cdot 0,966 \cdot 2 n I = 1,304 \cdot 2 n I;$$

Diferencia entre M y M'..... 2,8 %.

$$n_r = 3, \quad C = \frac{92}{3}, \quad k_b = 0,960:$$

$$M = \frac{\pi \sqrt{2} \cdot 92}{12 \cdot 0,960 \cdot 3^2 \cdot 3} \cdot 3 n I = 1,314 \cdot 3 n I;$$

$$M' = 1,35 \cdot 0,960 \cdot 3 n I = 1,296 \cdot 3 n I.$$

Diferencia entre M y M'..... 1,4 %.

Los resultados son, según se ve, completamente satisfactorios. Por lo demás, creemos que nuestra teoría se ciñe más a la realidad que la teoría clásica (1), pues da valores iguales a los que auténticamente existen para los flujos de amperios-vueltas, de los que, en definitiva, depende el flujo magnético debido a las corrientes en el devanado trifásico.

(1) Las armónicas quinta, séptima, etc., no se tienen prácticamente en cuenta en las aplicaciones de esta teoría.