

MENUDENCIAS ELECTROTÉCNICAS

I. SOBRE EL CALCULO DE LAS INDUCTANCIAS

Por PEDRO JOSE LUCIA, Ingeniero de Caminos.

El primer párrafo que escribe el autor explica el contenido y objeto del trabajo que se inicia con el presente artículo, aunque tenemos la seguridad de que el lector, como nosotros, encontrará excesivamente modesta la apreciación que se hace del alcance, originalidad e interés del método que se propone.

Revolviendo en mis papeles encontré hace poco unas notas, viejas ya de bastantes años las más de ellas, que, ordenadas y remozadas, pensé podían servirme de material para dos o tres artículos en la REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS. No abarcan esas notas ningún trabajo serio e importante de electrotecnia. Son, más bien, reflexiones y críticas sobre ciertos métodos de cálculo; aplicaciones a casos prácticos de algunos conceptos y fórmulas de la teoría del campo electromagnético, corrientemente poco utilizados, o sugerencias sobre algunos puntos de la teoría de las máquinas eléctricas. Menudencias, todo ello, en el doble sentido de "pequeñez y minuciosidad", por un lado, y "cosa de poco aprecio y estimación", por otro. De aquí el título general escogido para estos artículos, *Menudencias electrotécnicas*, que, de salida, ya les quita alcance y advierte al lector que no encontrará en ellos nada trascendente. Sólo pretendo aclarar algunas ideas y, quizás, ofrecer una distracción al electrotécnico en medio de otras preocupaciones más apremiantes. Espero que, aun dentro de campos tan trillados, se encontrará alguna partícula de originalidad. Y, por lo menos, la REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS variará un poco sus temas habituales.

Recuerdo de algunas fórmulas fundamentales.

Como vamos a necesitarlas en lo que sigue, recordaré algunas relaciones esenciales del campo electromagnético, expresando siempre las fórmulas en las unidades prácticas (sistema de Mie) que, normalmente, utilizo en mis cursos.

En el campo magnético, el vector *inducción magnética*, $\vec{B}$ (Vs/cm.²), y el vector *intensidad de campo*, $\vec{H}$ (A/cm.), son tales que se cumple la igualdad

$$\vec{B} = 4\pi \cdot 10^{-9} \mu \vec{H}. \quad [1]$$

La constante μ , puro número, es la *permeabilidad relativa* del medio, igual a la unidad en el vacío, y a 1,000004, o sea también prácticamente 1, en el aire.

El flujo de $\vec{B}$ a través de una superficie:

$$\int_F \vec{B} \cdot d\vec{f} = \int_F B df \cos(B, df) = \Phi \quad (\text{Vs.}) \quad [2]$$

se llama *flujo de inducción*, y es siempre cero cuando la superficie es cerrada.

Si, en el campo electromagnético, tenemos una curva cerrada (fig. 1.^a) y calculamos la circulación del vector $\vec{H}$ a lo largo de ella, dicha circulación es igual a la suma de las intensidades de corriente que pasan a través de una superficie cualquiera contorneada por dicha curva; o sea:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = \oint H ds \cos(H, ds) = \Sigma I \quad (\text{amperios}). \quad [3]$$

El sentido positivo de la integral "circulación", y el sentido positivo de ΣI (amperios), se corresponden como el giro de un sacacorchos al avance del mismo (figura 1.^a).

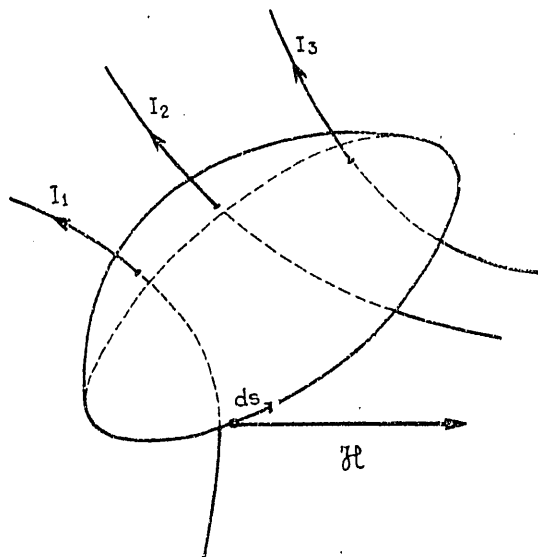


Figura 1.^a

Cuando, en un medio de permeabilidad relativa constante (caso del aire), un circuito en el que existe la intensidad I , abarca o encadena un flujo *total* de inducción Φ debido a I , como este flujo resulta ser proporcional a I , se puede calcular el llamado *coefi-*

ciente de autoinducción, L , que también denominaremos inductancia:

$$L = \frac{\phi}{I} \quad (\text{henrios}). \quad [4]$$

Todo campo magnético encierra una cierta cantidad de energía. Por cm^3 , esta energía vale:

$$W = \frac{1}{2} B H \quad (\text{julios/cm}^3). \quad [5]$$

En el caso de la autoinducción, o campo magnético producido por la corriente I , la energía total del campo es:

$$W = \frac{1}{2} L I^2 \quad (\text{julios}). \quad [6]$$

Cálculo ordinario de las inductancias.

Provistos ya de estas armas, vamos a ver cómo se calculan corrientemente las inductancias en la electro-
técnica. Tomaremos, como ejemplo, la autoinducción correspondiente al flujo que envuelve a un conductor cilíndrico de radio r (fig. 2.^a), hasta la distancia, muy grande, Δ cm.; como si la intensidad I amperios, que

de donde:

$$H_e = \frac{I}{2 \pi x_e} \quad (\text{A/cm}).$$

La inducción magnética a esa distancia x_e será, por tanto (fórmula [1]), con $\mu = 1$ (permeabilidad relativa del aire):

$$B_e = 4 \pi \cdot 10^{-9} \frac{I}{2 \pi x_e} = 2 \cdot 10^{-9} \frac{I}{x_e} \quad (\text{Vs/cm}^2).$$

y el flujo elemental, entre los radios x_e y $x_e + dx_e$, y para una longitud de l cm. del conductor:

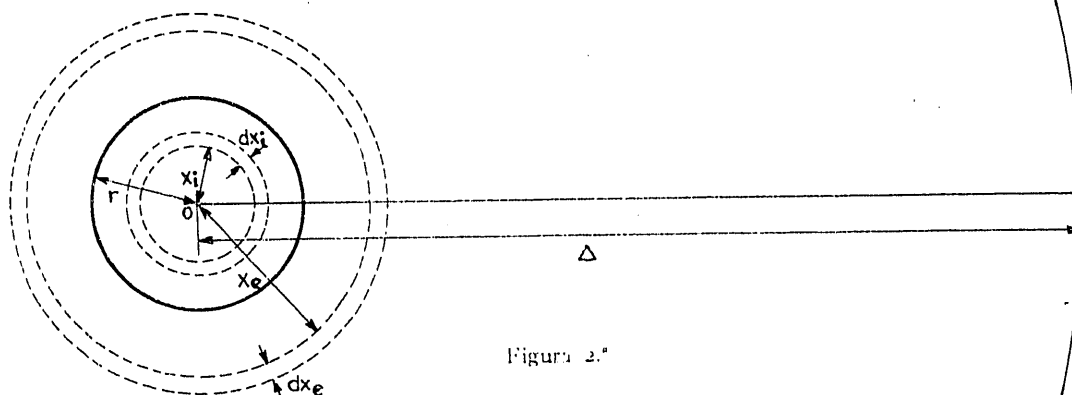
$$d\phi_e = 2 \cdot 10^{-9} \frac{I}{x_e} dx_e l \quad (\text{Vs}).$$

El flujo total exterior, hasta la distancia Δ cm., valdrá, en consecuencia:

$$\phi_e = \int_r^\Delta 2 \cdot 10^{-9} I l \frac{dx_e}{x_e} = 2 \cdot 10^{-9} I l \lg_e \frac{\Delta}{r}.$$

La inductancia correspondiente al flujo magnético externo, vemos, pues, que es (fórmula [4]):

$$L_e = 2 \cdot 10^{-9} l \lg_e \frac{\Delta}{r} \quad (\text{henrios}). \quad [7]$$



circula por el conductor, retornase por una capa cilíndrica coaxial, de radio Δ . Es éste un cálculo auxiliar muy empleado en la determinación de las inductancias de las líneas aéreas monofásicas y trifásicas.

Consideremos primeramente el flujo exterior al conductor. Por simetría cilíndrica, las líneas de fuerza serán circunferencias en planos normales al eje del conductor, con el centro, O , en este eje.

A una distancia x_e cm. (fig. 2.^a), y en virtud de la ecuación fundamental [3], se puede escribir:

$$H_e \cdot 2 \pi x_e = I;$$

Estudiemos ahora el flujo en el interior del cilindro conductor, que supondremos de cobre. Subsiste la simetría cilíndrica, y para la línea de fuerza, de radio x_i cm., se verificará:

$$H_i \cdot 2 \pi x_i = I \frac{x_i^2}{r^2}, \quad [8]$$

suponiendo que la intensidad I se reparte uniformemente en los πr^2 centímetros cuadrados de la sección transversal.

De la igualdad [8] se deduce que:

$$H_l = I \frac{x_l}{2\pi r^2} \text{ (A/cm.)}$$

y:

$$B_l = 2 \cdot 10^{-9} I \frac{x_l}{r^2} \text{ (Vs/cm.}^2\text{)}$$

($\mu = 1$ para el cobre).

Al llegar a este punto, se suele hacer el siguiente razonamiento — que entrecomillamos — y rogamos al lector que fije aquí su atención, pues hemos de criticar ese razonamiento en lo que sigue:

“El flujo elemental, en el rectángulo $dx_l \times l$, será:

$$d\phi_l = B_l dx_l l = 2 \cdot 10^{-9} I l \frac{x_l dx_l}{r^2}.$$

Pero ese flujo magnético no envuelve toda la corriente I , sino tan sólo la fracción $\frac{x_l^2}{r^2}$ de ella; *por tanto, para nuestro cálculo tenemos que multiplicarlo por $\frac{x_l^2}{r^2}$, obteniendo así:*

$$2 \cdot 10^{-9} I l \frac{x_l^3}{r^4} dx_l.$$

El flujo encadenado interiormente, desde $x_l = 0$ hasta $x_l = r$, es:

$$\phi_l = \int_0^r 2 \cdot 10^{-9} I l \frac{x_l^3}{r^4} dx_l = 10^{-9} \frac{I l}{2},$$

y la inductancia interna, L'_l :

$$L_l = 10^{-9} \frac{l}{2} \text{ (henrios).} \quad [9]$$

Admitiendo, por el momento, la validez de esta forma de razonar, o por lo menos la del resultado a que se llega, tenemos como inductancia del conductor cilíndrico, en la longitud l cm.:

$$L = L_e + L_l = \left(2 \lg_e \frac{\Delta}{r} + \frac{1}{2} \right) l 10^{-9} \text{ (henrios).} \quad [10]$$

Un par de objeciones.

Siempre que se trata de calcular inductancias internas, los tratados de electrotecnia general y de máquinas eléctricas emplean un método de cálculo semejante al que acabamos de reproducir. Y lo hacen sin ninguna justificación previa, como una cosa obvia. Pero no lo es, ni mucho menos.

Un poco de reflexión nos hace ver que ese cálculo equivale, *en cierto modo*, a suponer que cada filete

elemental de corriente tiene un cierto flujo encadenado; se suman esos flujos, y así se obtiene el flujo encadenado total. Ahora bien: el electrotécnico está acostumbrado a proceder así cuando las corrientes estudiadas están *en serie*, pero no cuando están *en paralelo*, como ocurre con los filetes de corriente en el conductor cilíndrico de nuestro ejemplo. Precisaremos lo que queremos decir.

Sea un solenoide, de n vueltas o espiras, con una intensidad I . Esta producirá un cierto flujo, y de él las espiras 1, 2, ..., n , abarcarán las cantidades $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$. Con todo rigor, en virtud de la definición de inductancia (fórmula [4]), se tendrá entonces:

$$L = \frac{\phi_1 + \phi_2 + \dots + \phi_n}{I} = \frac{\psi}{I}.$$

La suma de flujos, ψ , suele llamarse *flujo total encadenado*.

En una sección longitudinal del solenoide, y en su parte superior, por ejemplo, aparecerá n veces la intensidad I ; cada una de esas n corrientes, *todas en serie*, encadena su propio flujo, y todos esos flujos deben sumarse al calcular la autoinducción. Esto es completamente correcto; pero ¿es lícito aplicar un procedimiento análogo cuando las corrientes que aparecen en la sección considerada están en paralelo y no en serie?

Esta es la primera objeción que podría hacerse al cálculo explicado al final del apartado anterior. La segunda objeción es ésta: si las diferentes corrientes elementales abarcan flujos diversos, y esas corrientes son alternas senoidales, también lo serán los flujos, y darán lugar a fuerzas electromotrices de autoinducción distintas de unos filetes de corriente a otros; la densidad de corriente y la fase de la misma no podrán ser iguales en todos los puntos de la sección transversal, como se ha supuesto. Esta objeción es válida, y un cálculo riguroso conduce, efectivamente, a ese resultado — llamado “skin effect”, o “efecto superficial” —, de una desigual repartición de la corriente en la sección transversal del conductor. Lo que ocurre es que, en muchos casos, a las frecuencias industriales (50 p. p. s.), y con dimensiones pequeñas de los conductores, el efecto es pequeño y puede admitirse, sin error apreciable, la distribución uniforme de la corriente.

Solución de la dificultad.

Pero volvamos a la primera dificultad. Para fijar las ideas consideraremos, de nuevo, el conductor cilíndrico con la corriente I . Pero nuestro razonamiento es completamente general y aplicable a todos los casos de inductancias internas.

Supongamos dividido el conductor en un número muy grande, n , de filetes de corriente, todos ellos en paralelo, de igual sección, f/n , y llevando la misma

intensidad, I/n . Con la imaginación reemplacemos ahora ese conjunto por otro, de idéntica configuración geométrica, pero formado de ese mismo número muy grande de conductores, todos con la corriente I/n , pero esta vez puestos en serie, constituyendo vueltas o espiras de un sólo circuito. Llamemos L_{si} a la inductancia interna de ese circuito ficticio. ¿Qué relación hay entre esa inductancia, L_{si} , y la L_i que nos interesa? Es evidente que, en los dos casos, las $\vec{B}_i$ y las $\vec{H}_i$ en el interior del cilindro son las mismas en los mismos puntos. La energía por cm^3 , $\frac{1}{2} B_i H_i$, es también idéntica, e igual la integral:

$$\int_{v_i} \frac{1}{2} B_i H_i d v_i,$$

extendida al volumen comprendido entre dos secciones transversales a la distancia l cm. Pero como esta integral no es sino la energía magnética almacenada en ese volumen, puede escribirse:

$$\frac{1}{2} L_i I^2 = \frac{1}{2} L_{si} \left(\frac{I}{n} \right)^2.$$

De esta igualdad se deduce:

$$L_i = \frac{L_{si}}{n^2}.$$

Calculemos ahora L_{si} . Determinado un flujo magnético elemental, $d\phi_i$, este flujo envolverá una parte, f_p , del área total transversal, f . El número de conductores en f_p será:

$$\frac{f_p}{f} n$$

y los concatenamientos de flujo correspondientes:

$$\frac{f_p}{f} n d\phi_i.$$

Los concatenamientos totales de flujo en el circuito ficticio en serie, valdrán:

$$\int_f \frac{f_p}{f} n d\phi_i.$$

La inductancia L_{si} será, por tanto:

$$L_{si} = \left[\int_f \frac{f_p}{f} n d\phi_i \right] : \frac{I}{n} = \frac{1}{I} \int_f \frac{f_p}{f} n^2 d\phi_i.$$

Como L_i es igual a $\frac{L_{si}}{n^2}$, poniendo el valor de L_{si} que acabamos de calcular, se encuentra en definitiva:

$$L_i = \frac{1}{I} \int_f \frac{f_p}{f} d\phi_i. \quad [11]$$

Esta fórmula [11] no es sino la expresión matemática del cálculo de las inductancias internas, tal como se hace corrientemente, como los expusimos, entrecorrientes, más arriba: cada flujo elemental, $d\phi_i$, se multiplica por la relación de la sección parcial de conductor que envuelve a la sección total; se integran estos productos en la sección total, y el resultado se divide por I .

El cálculo, pues, era correcto. Pero había que demostrarlo; no era algo evidente *a priori*. El suponerlo así, como parecen hacerlo los tratadistas de electrotecnia, sólo puede servir para hacer surgir dudas y desconfianza en el lector desprevenido.

Otro método de cálculo de las inductancias.

Las inductancias pueden también calcularse de otra manera, haciendo uso de consideraciones energéticas. Llamemos L_e a la inductancia externa y L_i a la interna. La energía magnética total del campo será:

$$\frac{1}{2} L_e I^2 + \frac{1}{2} L_i I^2.$$

Esa misma energía, por otra parte, tiene la expresión:

$$\int_{v_e} \frac{1}{2} B_e H_e d v_e + \int_{v_i} \frac{1}{2} B_i H_i d v_i.$$

Igualando término a término, se encuentra:

$$L_e = \frac{1}{I^2} \int_{v_e} B_e H_e d v_e. \quad [12]$$

$$L_i = \frac{1}{I^2} \int_{v_i} B_i H_i d v_i. \quad [13]$$

Poniendo B_e y B_i en función de H_e y H_i , resulta por último:

$$L_e = \frac{4 \pi \cdot 10^{-9} \mu_e}{I^2} \int_{v_e} H_e^2 d v_e. \quad [14]$$

$$L_i = \frac{4 \pi \cdot 10^{-9} \mu_i}{I^2} \int_{v_i} H_i^2 d v_i. \quad [15]$$

Conocidas las expresiones matemáticas de H_e y de H_i , se determinan las autoinducciones sin más que calcular las integrales [14] y [15].

Algunas aplicaciones.

Para ejemplificar el empleo de las fórmulas [14] y [15], calcularemos con ellas algunas inductancias.

Conductor cilíndrico.

En el segundo apartado de este trabajo (fig. 2.^a), ya vimos que, en este caso:

$$H_e = \frac{I}{2 \pi x_e} \quad y \quad H_i = I \frac{x_i}{2 \pi r^2}.$$

Las líneas de fuerza son, como dijimos, circunferencias con centro en 0.

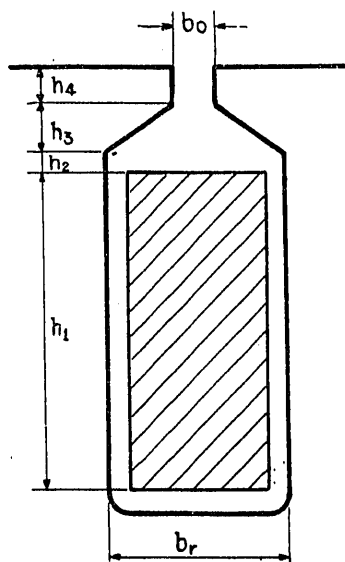
La primera de las dos integrales vale ahora:

$$\begin{aligned}\int_{v_e} H_e^2 dv_e &= \int_r^\Delta \frac{l^2}{4\pi^2 x_e^2} \cdot 2\pi x_e l dx_e = \\ &= \int_r^\Delta \frac{l^2}{2\pi x_e} l dx_e = \frac{l^2 l}{2\pi} \lg_e \frac{\Delta}{r}.\end{aligned}$$

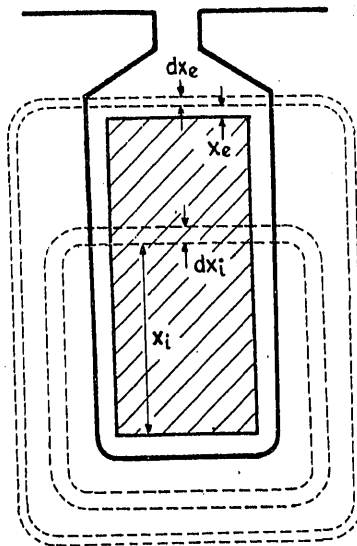
Sustituyendo en [14] y simplificando, se encuentra ($\mu_e = 1$):

$$L_e = 2 \cdot 10^{-9} l \lg_e \frac{\Delta}{r} \quad (\text{henrios});$$

resultado idéntico al hallado anteriormente (fórmula [7]).



a.



b.

Figura 3.^a

En cuanto a la segunda integral, en el seno del conductor, su valor es:

$$\begin{aligned}\int_{v_i} H_i^2 dv_i &= \int_0^r \frac{l^2}{4\pi^2 r^4} x_i^3 \cdot 2\pi x_i l dx_i = \\ &= \int_0^r \frac{l^2}{2\pi r^4} x_i^3 l dx_i = \frac{l^2 l}{8\pi}.\end{aligned}$$

La fórmula [15] nos da ya ($\mu_i = 1$):

$$L_i = 10^{-9} \frac{l}{2} \quad (\text{henrios}),$$

exactamente como en la expresión [9].

Se observará que este método de cálculo tiene la gran ventaja de que se emplea la misma fórmula ([14]

y [15]) para la inductancia exterior y la interior, cambiando únicamente la expresión matemática de H y, posiblemente, el valor de la permeabilidad relativa μ , cuando el conductor es un material magnético.

Lado de una bobina en una ranura.

En la figura 3.^a reproducimos, en sección transversal, un lado de bobina de máquina eléctrica dentro de una ranura, en un devanado de una sola capa. La figura 3.^a, a, da las dimensiones que nos interesan para el cálculo.

Sea l_r la longitud activa del lado de bobina en la ranura, y n_r el número de vueltas o de conductores en serie.

Las líneas de fuerza tienen en este caso, aproxima-

damente, la forma indicada en la figura 3.^a, b. Por la conservación del flujo, las inducciones en el aire y en el hierro son del mismo orden de magnitud; en cambio

las $\vec{H}$ son mucho menores en el hierro, pues la permeabilidad relativa de éste es muy grande en comparación con la del aire. Por esta razón, en la integral

$\oint \vec{H} d\vec{s}$ da suficiente aproximación el calcular tan sólo la parte correspondiente a la ranura. Del mismo modo, la energía magnética por cm^3 , $\frac{1}{2} B H$, es despreciable en el hierro si se compara con la del aire; puede suponerse, sin error apreciable, que toda la ener-

gía magnética está reconcentrada en el campo dentro de la ranura.

Calculemos primero la inductancia interna. A la altura x_i sobre el borde inferior del lado de bobina, el campo H_i será tal que:

$$H_i b_r = n_r I \frac{x_i}{h_1},$$

ya que sólo integramos $\vec{H} d\vec{s}$ en la ranura, y para la línea de fuerza estudiada el número de conductores en serie abarcados es $n_r \frac{x_i}{h_1}$.

De esta igualdad se deduce:

$$H_i = n_r I \frac{x_i}{b_r h_1}.$$

Sustituyendo en [15] y teniendo presente que $dv_i = l_r b_r dx_i$, se encuentra:

$$\begin{aligned} L_i &= \frac{4\pi \cdot 10^{-9}}{l^2} \int_0^{h_1} n_r^2 l^2 \frac{x_i^2}{b_r^2 h_1^2} l_r b_r dx_i = \\ &= 4\pi \cdot 10^{-9} n_r^2 l_r \frac{h_1}{3 b_r}. \end{aligned} \quad [16]$$

Fuera de los conductores, a una altura x_e sobre el borde superior del lado de bobina:

$$H_e b_r = n_r I,$$

pues ahora la línea de fuerza abarca las n_r vueltas. Poniendo en [14] el valor de H_e dado por esta igualdad, resulta, para la altura h_2 :

$$\begin{aligned} L_{e_2} &= \frac{4\pi \cdot 10^{-9}}{l^2} \int_0^{h_2} n_r^2 l^2 \frac{l_r b_r dx_e}{b_r^2} = \\ &= 4\pi \cdot 10^{-9} n_r^2 l_r \frac{h_2}{b_r}. \end{aligned} \quad [17]$$

Igualmente hallaríamos en las alturas h_3 y h_4 :

$$L_{e_3} = 4\pi \cdot 10^{-9} n_r^2 l_r \frac{2 h_3}{b_r + b_0}. \quad [18]$$

$$L_{e_4} = 4\pi \cdot 10^{-9} n_r^2 l_r \frac{h_4}{b_0}. \quad [19]$$

En resumen: la inductancia, por lado de bobina, para el flujo que atraviesa la ranura, es:

$$\begin{aligned} L &= L_i + L_{e_2} + L_{e_3} + L_{e_4} = \\ &= 4\pi \cdot 10^{-9} n_r^2 l_r \left[\frac{h_1}{3 b_r} + \frac{h_2}{b_r} + \frac{2 h_3}{b_r + b_0} + \frac{h_4}{b_0} \right]. \end{aligned} \quad [20]$$

Invitamos al lector a comparar este procedimiento de cálculo con el tradicional en los textos de máquinas eléctricas, para que se dé cuenta de la sencillez del método que propugnamos.

Inductancia de fugas de un transformador.

Recordaremos, sin entrar en grandes detalles, que los campos magnéticos de fugas de un transformador con devanado concéntrico tienen la configuración representada esquemáticamente en la figura 4.^a. El cam-

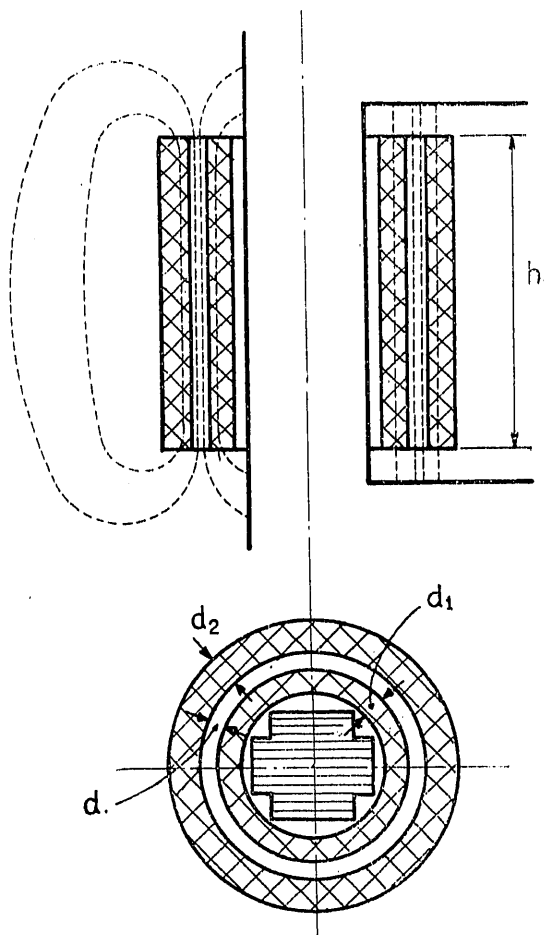


Figura 4.^a

po producido por los amperios-espiras del primario (supuesto, p. ej., el bobinado de baja tensión). $n_{b_1} i_1$ se extiende en el interior de este bobinado y en la mitad, aproximadamente, del espacio entre bobinas. La otra mitad de ese espacio y el interior del bobinado secundario corresponden al campo magnético producido por los amperios espiras secundarios $n_{b_2} i_2$.

Tanto en el aire, fuera del entrebobinado, como en el hierro, los valores de $\vec{H}$ son pequeños, y pueden despreciarse las integrales de $\vec{H} d\vec{s}$ en esas regiones, y las de las energías específicas $\frac{1}{2} B H$. Esto es lo mismo que decir que, para todos los efectos prácticos,

es como si los campos magnéticos sólo existieran en las bobinas y en el espacio anular entre ellas.

Sean:

- i_1 = intensidad en el primario, en A.
- i_2 = intensidad en el secundario, en A.
- n_{b_1} = número de espiras primarias en la columna estudiada.
- n_{b_2} = número de espiras secundarias en la columna estudiada.
- h = altura de los bobinados, en centímetros.
- d_1 = espesor radial del primario, en centímetros.
- d = ancho radial del entrebobinado, en centímetros.
- d_2 = espesor radial del secundario, en centímetros.
- C_1 = circunferencia media de las espiras primarias.
- C_2 = circunferencia media de las espiras secundarias.
- $C_m = \frac{C_1 + C_2}{2}$.

A una distancia x_i del borde interior del primario (fig. 4.^a), se verificará, al aplicar la ecuación fundamental [3]:

$$H_i h = n_{b_1} i_1 \frac{x_i}{d_1},$$

de donde:

$$H_i = \frac{n_{b_1} i_1}{h} \cdot \frac{x_i}{d_1}$$

El elemento de volumen, $d v_i$, es ahora con bastante aproximación:

$$C_1 h d x_i.$$

Sustituyendo valores en [15], se encuentra:

$$L_{i_1} = 4 \pi \cdot 10^{-9} \frac{1}{i_1^2} \int_0^{d_1} n_{b_1}^2 i_1^2 \frac{x_i^2}{h^2 d_1^2} C_1 h d x_i.$$

Calculando la integral y simplificando, resulta:

$$L_{i_1} = \frac{4 \pi \cdot 10^{-9} n_{b_1}^2 \frac{d_1}{3}}{h} C_1 \quad [21]$$

Entre los dos bobinados, a la distancia x_e de la periferia del primario, el campo magnético será H_e , verificándose:

$$H_e h = n_{b_1} i_1,$$

o sea:

$$H_e = \frac{n_{b_1} i_1}{h}.$$

La inductancia correspondiente, L_{e_1} , por la fórmula [14], valdrá:

$$L_{e_1} = 4 \pi \cdot 10^{-9} \frac{1}{i_1^2} \int_0^{d/2} \frac{n_{b_1}^2 i_1^2}{h^2} C_m h d x_e;$$

suponiendo, en primera y suficiente aproximación, el elemento de volumen $d v_e$ igual a $C_m h d x_e$.

La autoinducción externa de fugas del bobinado 1 es, por tanto:

$$L_{e_1} = \frac{4 \pi \cdot 10^{-9} n_{b_1}^2 \frac{d}{2}}{h} C_m. \quad [22]$$

En resolución: la inductancia de fugas del primario, en una columna, es:

$$L_1 = L_{i_1} + L_{e_1} = \frac{4 \pi \cdot 10^{-9} n_{b_1}^2}{h} \left(\frac{d_1}{3} C_1 + \frac{d}{2} C_m \right), \quad [23]$$

siendo n_{b_1} el número de espiras primarias en dicha columna.

De la misma manera se encontraría para el secundario:

$$L_2 = L_{i_2} + L_{e_2} = \frac{4 \pi \cdot 10^{-9} n_{b_2}^2}{h} \left(\frac{d_2}{3} C_2 + \frac{d}{2} C_m \right). \quad [24]$$