

DEFORMACION DE LAS ONDAS DE AVENIDA A SU PASO POR UN EMBALSE

Por ANTONIO DE CORRAL, Ingeniero de Caminos.

Presenta y demuestra el autor un método original para estudiar el efecto de una onda de avenida a su paso por un embalse, determinando el amortiguamiento que produce y aplicando, finalmente, el procedimiento a un ejemplo práctico, que pone de manifiesto su sencillez y claridad.

Una onda de avenida, a su paso por un embalse, sufre una deformación que, en general, llega a producir un amortiguamiento que reduce el valor del caudal máximo o punta de la avenida.

Si se representa por Q la suma algebraica de las aportaciones y gastos de un pantano, conocidos en función del tiempo t (caudales que ingresan en el pantano y caudales que salen regulados a voluntad, por las tomas de agua, desagües de fondo, etc.); llamamos q a la suma de los gastos del pantano, que vienen definidos en función de h , altura del agua en el mismo (caudal, por ejemplo, de un vertedero), y designamos por V el volumen del embalse, que supongamos conocido en función también de h , tenemos la ecuación:

$$(Q - q) dt = dV, \quad [A]$$

que nos permitirá determinar q en función de t , una vez conocidos Q en función de t y V en función de h .

La ecuación no es, en general, integrable, por lo que es necesario proceder por diferencias finitas. El procedimiento empleado en España más frecuentemente consiste en, conocidos un valor inicial $q = q_1$, calcular el espacio de tiempo, Δt , necesario para que se alcance un valor, $q = q_2$, buscando gráficamente, en la curva de las aportaciones acumuladas, un punto tal que se verifique:

$$Q \Delta t = \Delta V + \frac{q_1 + q_2}{2} \Delta t.$$

El procedimiento, además de engorroso, resulta muy imperfecto, so pena de efectuar frecuentes cambios de escala (1).

Nos parece más cómodo el procedimiento gráfico que vamos a exponer y que, si no en forma idéntica, al menos con diferentes variantes, hemos visto se emplea en Norteamérica.

Supongamos que, en el instante inicial conocido, se tiene:

$$Q = Q_1; \quad t = t_1; \quad q = q_1; \quad V = V_1; \quad h = h_1,$$

y que, al cabo de un espacio de tiempo $\Delta t = t_2 - t_1$, se tiene:

$$Q = Q_2; \quad t = t_2; \quad q = q_2; \quad V = V_2; \quad h = h_2.$$

La ecuación [A] puede escribirse sin grave error para pequeños valores de Δt , en la forma siguiente:

$$\frac{Q_2 + Q_1}{2} - \frac{q_2 + q_1}{2} = \frac{V_2 - V_1}{\Delta t};$$

de donde se deduce:

$$q_2 = \frac{Q_2 + Q_1}{2} + \left(\frac{V_1}{\Delta t} - \frac{q_1}{2} \right) - \left(\frac{V_2}{\Delta t} - \frac{q_2}{2} \right).$$

Dibujemos (fig. 1.^a) la curva ab , que representa Q en función de t , siendo:

$$oc = t_1, \quad od = t_2 \quad \text{y} \quad cd = \Delta t,$$

valor elegido libremente. Tendremos:

$$ac = Q_1; \quad bd = Q_2; \quad mn = \frac{Q_2 + Q_1}{2}.$$

Dibujemos también la curva ef , que representa q en función de h , siendo:

$$og = h_1; \quad ol = h_2; \quad eg = q_1; \quad fl = q_2,$$

y la curva $e'f'$, que representa $\frac{V}{\Delta t} - \frac{q}{2}$ en función

de h para el valor de Δt adoptado, y en la que, por tanto:

$$e'g = \frac{V_1}{\Delta t} - \frac{q_1}{2}; \quad f'l = \frac{V_2}{\Delta t} - \frac{q_2}{2}.$$

De la ecuación [B] se deduce:

$$q_2 = lf = mn + ge' - lf'.$$

(1) Véase Schoklitsch: *Arquitectura Hidráulica*.

O sea que para obtener q_2 basta tomar:

$$m'g = \frac{Q_1 + Q_2}{2} = mn,$$

y por m' trazar la paralela $m'f$ a $e'f'$ hasta su encuentro en f con la curva $e f$.

como el que vamos a indicar, que permita obtener rápidamente y con alguna exactitud la reducción que experimenta la punta de la avenida a su paso por un pantano.

En la figura 2.^a se ha representado, en línea llena, la curva Q , que representa la onda de avenida al entrar

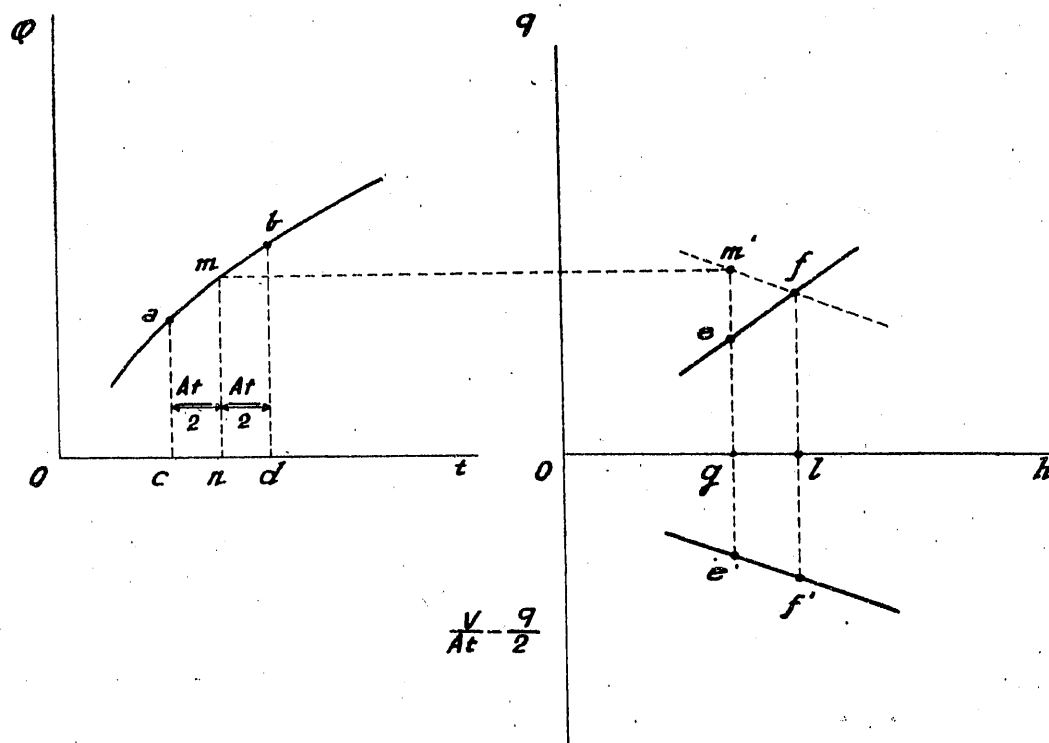


Figura 1.^a

Para valores suficientemente pequeños de Δt pueden sustituirse los segmentos curvos por sus cuerdas, por lo que el procedimiento resulta sumamente sencillo.

El problema que estudiamos se presenta principalmente al proyectar el aliviadero de un pantano. Se ha aceptado una onda de avenida que se considera la máxima probable, y se precisa conocer la capacidad máxima del aliviadero, que puede tener un valor inferior al máximo instantáneo de la avenida, en los casos de vertederos fijos y en los de vertederos móviles, en que se admita una sobreelevación de la lámina vertiente sobre el nivel máximo normal del embalse.

Se precisa efectuar diversos tanteos, ya que ni se puede calcular el efecto del embalse sobre la avenida sin conocer el vertedero, ni proyectar éste sin tener una idea previa del efecto amortiguador del pantano. Los procedimientos gráficos indicados no se prestan para estos tanteos previos. Sin pretender, como es natural, una solución exacta del problema, lo que resulta imposible, creemos útil disponer de un procedimiento

en el embalse, y en líneas de trazos, dos curvas, q I y q II, que representan diversas formas de la curva de avenida a su salida del embalse, o sea la curva de caudales del aliviadero.

La curva q I se refiere al caso de un aliviadero fijo en el que, cuando el agua empieza a verter ($q = 0$), la avenida tiene un valor Q que es, en general, diferente de cero. En la práctica, hemos de admitir la posibilidad de que con el embalse lleno se mantenga en el río un caudal de alguna importancia, lo suficiente para que, como ocurre en la figura, se unan prácticamente las curvas Q y q durante algún espacio de tiempo, al final del cual (por un incremento rápido de la avenida) vuelvan a separarse, con lo que el caso I se convierte en el caso II, que vamos a explicar.

En el caso de un aliviadero móvil, en el que, por el juego de los mecanismos se haya mantenido constante el nivel del embalse, tendremos $q = Q$ hasta el momento en que, desaparecidas las alzas, empiece a funcionar como vertedero fijo, en cuyo caso empezará

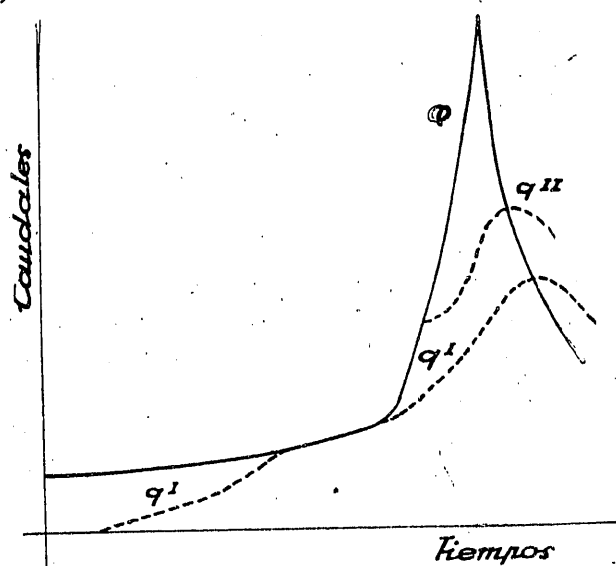


Figura 2.ª

a notarse el efecto del embalse, y las curvas q y Q se separarán, como se indica en la curva II de la figura. Como vemos, el caso, que se presenta en general,

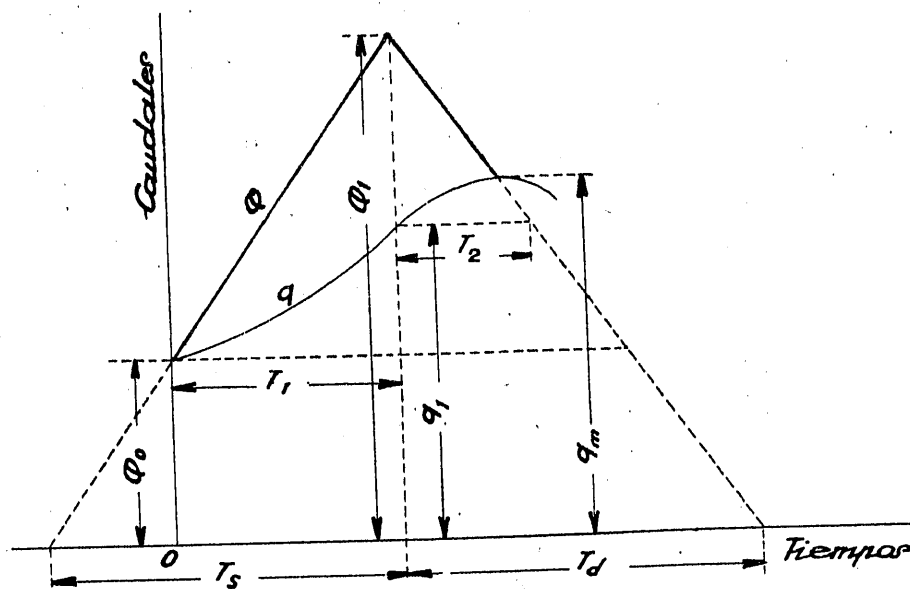


Figura 3.ª

es el de un aliviadero en que podemos partir de un valor inicial $q = Q$, que sería arriesgado suponer pequeño. En tal caso, y en ello se basa el procedimiento que vamos a exponer, no se comete un error apreciable si se supone:

$$\frac{dv}{dq} = A = \text{constante.}$$

Esto equivale a sustituir la curva que representa

los volúmenes de embalse, en función de la altura de agua, por la curva:

$$V = V_0 + \frac{V_1 - V_0}{q_1 - q_0} (q - q_0); \quad [C]$$

siendo: V_0 y q_0 , los valores correspondientes al instante inicial, y V_1 y q_1 , los correspondientes al instante en que se desea conocer el valor de q (1).

De la ecuación [C], se deduce:

$$A = \frac{V_1 - V_0}{q_1 - q_0}.$$

A es un tiempo cuyo valor varía con la incógnita q_1 , si bien su variación es poco rápida.

Aceptada la hipótesis indicada, podemos escribir la ecuación [A] en la forma siguiente, que resulta, en muchos casos, integrable:

$$Q - q = A \frac{dq}{dt}. \quad [E]$$

Ante la incertidumbre que existirá en general respecto a la forma de la curva de avenida, y dado que no pretendemos sino obtener un método rápido que nos sirva para efectuar algunos tanteos, parece lógico pensar en atribuir a la curva de la avenida una forma

rectilínea, lo que, por otra parte, no se alejará mucho de la realidad en el caso de ondas muy afiladas (2).

(1) En general, la curva que representa a V tiene la concavidad en el mismo sentido que la curva que representa a q , y las dos curvas son casi rectilíneas si q_0 difiere suficientemente de cero.

(2) La ecuación [E] es integrable en muchos casos. Para el fin que perseguimos, basta exponer el caso de que Q sea función lineal de t .

En la figura 3.^a suponemos, pues, que Q crece según una función lineal de t desde el valor inicial conocido, $Q_0 = q_0$, hasta el valor máximo de la avenida, Q_1 , y que posteriormente decrece también, según una función lineal de t , al menos desde el valor Q_1 hasta el valor $Q = q_m$, que representa el valor máximo de q (1).

Aplicando a la rama ascendente de las Q la ecuación [E], e integrando, se tiene:

$$\frac{1 - \frac{q_1}{Q_1}}{1 - \frac{Q_0}{Q_1}} = \frac{A_1}{T_1} \left(1 - e^{-\frac{T_1}{A_1}} \right); \quad A_1 = \frac{V_1 - V_0}{q_1 - Q_0} \quad [F]$$

Análogamente, en la rama descendente se tiene:

$$\frac{1 - \frac{q_m}{Q_1}}{1 - \frac{q_1}{Q_1}} = \frac{Ln \left(1 + \frac{T_2}{A_2} \right)}{\frac{T_2}{A_2}}; \quad A_2 = \frac{V_m - V_1}{q_m - q_1} \quad [G]$$

(1) Fácilmente se deduce que el valor máximo de q se encuentra en la intersección de las curvas que representan q y Q en función de t .

El procedimiento que indicamos sólo exige que Q varíe según dos funciones lineales de t entre los límites: q_0 y Q_1 , en la rama ascendente, y Q_1 y q_m , en la descendente.

Conociéndose Q_0/Q_1 y T_1 , puede determinarse q_1/Q_1 por el sistema de ecuaciones [F], y conocido q_1/Q_1 y T_2 , se puede, por medio del sistema [G], obtener q_m/Q_1 . Como A_1 y A_2 dependen, respectivamente, de q_1 y q_m , sería preciso proceder por aproximaciones sucesivas. El tanteo se simplifica por la lentitud con que varía A en función de q .

Para facilitar la solución del problema hemos supuesto que $V = S h$, siendo S la superficie media del embalse en la zona en que se produce el amortiguamiento, y hemos supuesto que h se mide a partir del umbral del vertedero. Por otra parte, suponemos que el caudal que vierte por el aliviadero puede calcularse por la fórmula:

$$q = C L h^{3/2};$$

siendo C y L los valores medios, respectivamente, de la constante y longitud virtual del aliviadero.

Si tenemos:

$$Q_0 = C L H_0^{3/2}, \quad Q_1 = C L H_1^{3/2}, \quad q_1 = C L h_1^{3/2},$$

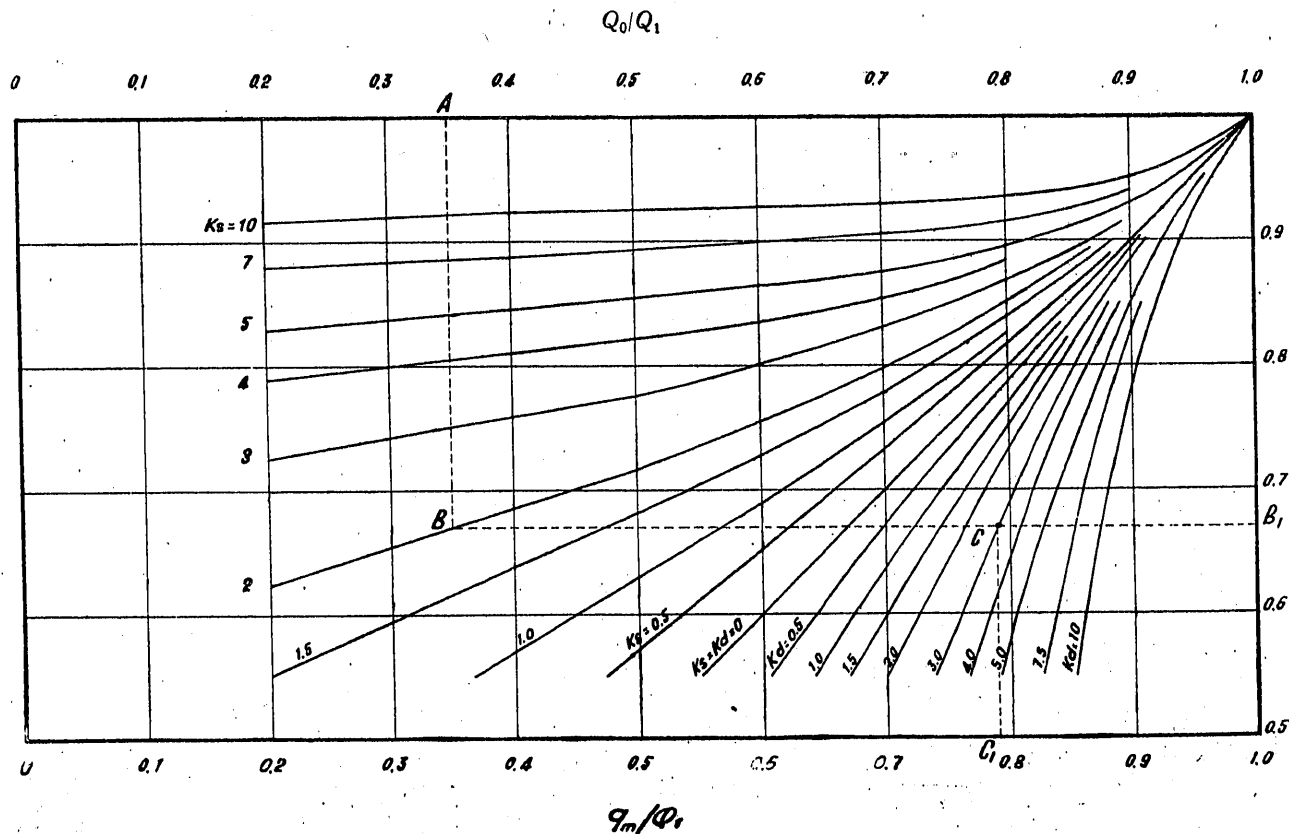


Figura 4.^a

resultará:

$$\frac{T_1}{A_1} = \frac{T_1 Q_0}{S H_0} \frac{\frac{q_1}{Q_0} - 1}{\left(\frac{q_1}{Q_0}\right)^{1/3} - 1} =$$

$$= \frac{T_s Q_1}{S H_1} \left(\frac{Q_0}{Q_1}\right)^{1/3} \left(1 - \frac{Q_0}{Q_1}\right) \frac{\frac{q_1}{Q_0} - 1}{\left(\frac{q_1}{Q_0}\right)^{1/3} - 1};$$

$$\frac{q_1}{Q_0} = \frac{q_1}{Q_1} \times \frac{Q_1}{Q_0};$$

$$\frac{T_2}{A_2} = \frac{T_d Q_1}{S H_1} \left(\frac{q_1}{Q_1}\right)^{1/3} \left(1 - \frac{q_1}{Q_1}\right) \frac{\frac{q_m}{q_1} - 1}{\left(\frac{q_m}{q_1}\right)^{1/3} - 1};$$

$$\frac{q_m}{q_1} = \frac{q_m}{Q_1} \times \frac{Q_1}{q_1}.$$

Por lo tanto, partiendo de los valores conocidos de:

$$\frac{Q_0}{Q_1}, \quad \frac{T_s \cdot Q_1}{S H_1} \quad \text{y} \quad \frac{T_d \cdot Q_1}{S H_1},$$

puede calcularse q_1/Q_1 y q_m/Q_1 , eliminando los términos T_1/A_1 y T_2/A_2 entre las anteriores ecuaciones y las [F] y [G].

En el ábaco de la figura 4.^a aparece el resultado de resolver gráficamente los anteriores sistemas de ecuaciones. Para su empleo, basta tomar en la escala de abscisas $O A = \frac{Q_0}{Q_1}$; trazar la paralela $A B$ al eje

de ordenadas hasta su encuentro en B con la curva $K_s = \frac{T_s Q_1}{S H_1}$, y por B , trazar la paralela al eje de abscisas $B B_1$ hasta su encuentro en C con la curva:

$$K_d = \frac{T_d Q_1}{S H_1}.$$

La abscisa del punto C_1 , $O C_1$, representa el valor buscado de q_m/Q_1 , así como B_1 señala, en el eje de ordenadas, el valor auxiliar q_1/Q_1 .

Q_1 , T_s y T_d son las características de la avenida; S es una característica del embalse y aparece, además, en las ecuaciones el valor H_1 , que varía según el tipo de aliviadero empleado. Es decir, que no puede hablarse del efecto amortiguador de un embalse, sino de los efectos de este embalse según los diferentes aliviaderos de que podemos dotarle, y, aun dentro de cada tipo de aliviadero, debe advertirse que el amortiguamiento variará según el valor de Q_0/Q_1 que adoptemos, o sea según hagamos funcionar el aliviadero.

Apliquemos el procedimiento indicado a un ejemplo: Sea una avenida con un valor máximo $Q_1 = 1\,000$ metros cúbicos por segundo, que suponemos se alcanza linealmente desde el valor cero en un tiempo $T_s = 2,5$ días = 216 000 segundos. Suponemos que desde el valor Q_1 desciende también linealmente hasta el valor cero en el tiempo $T_d = 1,5 T_s$.

Queremos estudiar el amortiguamiento que se producirá en esta avenida por el efecto de un embalse provisto de un aliviadero de labio fijo, cuya capacidad de desagüe viene determinada por la fórmula $Q = 100 H^{3/2}$. Suponemos que la superficie del embalse a la cota del umbral del vertedero es de $23 \times 10^6 \text{ m}^2$, y que, a una cota de 5 m. por encima, la superficie es de $23,50 \times 10^6 \text{ m}^2$.

Tendremos:

$$H_1^{1/2} = \frac{Q_1}{100}; \quad H_1 = (10)^{1/2} = 4,64 \text{ m.},$$

y tomando $S = 23,25 \times 10^6 \text{ m}^2$:

$$K_s = \frac{T_s Q_1}{S H_1} = \frac{216\,000 \times 1\,000}{23,25 \times 4,64 \times 10^6} = 2;$$

$$K_d = 1,5 K_s = 3.$$

Si suponemos que no puede contarse con el efecto regulador del pantano sino a partir de un caudal de 350 m.³ por segundo, deberemos tomar, en el ábaco de la figura 4.^a, $O A = \frac{Q_0}{Q_1} = \frac{350}{1000} = 0,35$, y por el procedimiento indicado pasar al punto B en la curva $K_s = 2$, y al C en la curva $K_d = 3$.

El punto B_1 nos señala que $q_m/Q_1 = 0,79$; luego $q_m = 790 \text{ m}^3$ por segundo.