

DE "RE" TURISTICA

Por SANTIAGO DE ARÉCHAGA Y LÓPEZ DE LETONA, Ingeniero de Caminos.

El autor presenta procedimientos simplificados para orientarse en el campo y llegar a un punto determinado, que no tiene acceso por caminos y senderos; esta forma topográfica de hacer turismo puede interesar a los lectores que, como el autor, considera depresivo el empleo del guía.

Saber en dónde estamos y a dónde vamos, es, probablemente, el problema fundamental de la Humanidad y el de la vida de cada uno de sus miembros.

Aunque sin tanta transcendencia, no deja de tener importancia para el que, saliendo de las rutas que canalizan el tráfico, por necesidad o por capricho, se lanza a campo traviesa o montaña arriba, persiguiendo el propósito de alcanzar una meta determinada.

Cabe el recurso del guía, pero, por mi parte, siempre lo consideré un poco depresivo.

Los procedimientos que describo a continuación los empleé hace muchos años, por primera vez, cuando me propuse visitar una ermita de cierta importancia histórica, perdida en el bosque, que cubría en parte una meseta surcada por profundos barrancos. Su posición estaba señalada en el mapa, pero de su examen se deducía que no era fácil alcanzarla por referencia a cursos de agua o por accidentes topográficos señalados, habiendo desaparecido los senderos.

Los naturales del país me aseguraban que sin llevar guía no sería posible encontrarla; una determinación de la posición en el lindero del bosque, me indicó que me encontraba muy cerca del objeto de la excursión, y siguiendo la dirección calculada, a la distancia prevista, descubrí, casi al tropezar con ella, lo que quedaba de la edificación, materialmente oculta bajo los corpulentos árboles.

Este resultado, comentado con algún compañero, me decidió a enviar estas cuartillas a la REVISTA por si alguien se anima a ponerlo en práctica.

Métodos usuales.

La determinación de la posición de un punto, por referencia a otros, se puede hacer de muchas maneras:

Por intersección de los arcos capaces de los ángulos que desde el punto de observación forman dos pares de puntos.

Por intersección de las semirrectas trazadas desde dos puntos de referencia, con los rumbos opuestos a los observados desde el punto problema, método conocido en Marina por "marcaciones", que pueden ser simultáneas o sucesivas, procedimiento habitual de la navegación costera.

Por el método de Pothénot, o de trisección inversa, un poco largo y demasiado preciso para una determinación expedita y del que resulta más cómoda la solución gráfica, que consiste en dibujar sobre papel transparente los ángulos observados que forman entre sí tres puntos de referencia (el caso más favorable sería aquel en que las tres direcciones se aproximasen a los vértices de un triángulo equilátero, no habiendo inconveniente en utilizar varios puntos de referencia, con lo que aumenta la precisión); llevando sobre el mapa el calco dibujado, se hacen coincidir, por tanteo, los radios vectores con los puntos de referencia, con lo que se obtiene en su intersección común el punto buscado, desde el que se han efectuado las observaciones.

Estos métodos exigen, para su empleo, el uso del transportador, y algunos, el del compás como instrumentos auxiliares, y todo el mundo sabe lo molesto que resulta medir ángulos y hacer construcciones geométricas en el campo, sin superficies planas para apoyo del mapa y con la frecuente y molestísima complicación del viento.

Procedimientos propuestos.

Los que describo sólo requieren, para su aplicación, una buena brújula con alidada (necesaria también para los anteriores), el croquis preparado como se dirá, una regla de cálculo, un lápiz y alguna hoja de papel.

Ambos consisten en referir a coordenadas arbitrarias el punto hallado respecto a los tomados como referencia, utilizando como unidad de cálculo el centímetro, con independencia de la escala a que esté dibujado el plano.

El primero, da directamente las coordenadas del punto cuya posición se desea; el segundo, que se reduce a una triangulación, da las distancias a los dos de referencia, exigiendo su proyección sobre los ejes coordenados para conocer la situación del punto.

La operación previa necesaria es la preparación del croquis, con el que se obtienen las coordenadas de los puntos de referencia y los que en el terreno se deseen hallar; utilizando papel vegetal milimetrado se

simplifica mucho el trabajo y se evita toda clase de medidas. Superponiéndolo sobre el mapa, se calcan los puntos geométricos correspondientes a los que se estiman pueden servir de referencia en el terreno: cimas de montañas fácilmente reconocibles, procurando elegir las de cima cónica o piramidal, puesto que las que presentan una perspectiva de línea horizontal no se prestan para la observación, campanarios (en las planimetrías del Instituto Geográfico y Catastral, que existen de toda España, se señala el campanario de la iglesia principal de cada pueblo), vértices geodésicos, etc., y, naturalmente, el punto a que deseamos llegar. Aunque, para nuestro objeto, sólo esto es suficiente (se podría llevar al campo simplemente una lista de puntos de referencia con sus coordenadas elegidas a capricho y las del punto de destino); como suele ser agradable disponer de una representación del terreno, no está demás completar el croquis señalando cursos de agua, vías de comunicación, poblados e incluso senderos.

La siguiente observación debe tenerse muy en cuenta según la clase de aparato con que se trabaje; si se utiliza una brújula con limbo móvil, unido al sistema magnético (tipo marino), sus indicaciones serán rumbos magnéticos; entonces, para evitar la molestia y la acumulación de errores debidos a las necesarias correcciones de la declinación magnética de cada uno de los azimutes medidos y de la dirección calculada final, se debe declinar el croquis, para lo que basta hacer que la cuadrícula forme, con el borde del plano o con la dirección del meridiano geográfico, el ángulo de declinación local. De esta suerte se elimina por completo la declinación magnética.

Puede utilizarse el Mapa Magnético de España, haciendo las correcciones de variación anual; pero si se tiene en cuenta que aun los aparatos de precisión tienen errores instrumentales, creo aconsejable determinar para nuestro aparato el valor de corrección de la declinación (defectos pequesísimos del calaje del limbo sobre la aguja o sistemas de agujas magnéticas, producen errores permanentes en los azimutes observados). Para ellos nos situaremos en un punto que ofrezca garantía de posición en el plano: vértice de triangulación, torre, etc., y desde él observaremos unos cuantos puntos análogos; cada uno de los azimutes observados nos dará la diferencia debida a la declinación, o se toma su media. Claro es que habrá que medir sobre el plano los ángulos correspondientes de las visuales que se dirijan, con el transportador, o deduciéndolo de sus coordenadas como luego se indica. El ángulo así hallado es el empleado para declinarlo.

Si la brújula fuese de limbo fijo, basta desplazar el índice de declinación hasta que marque rumbos verdaderos, o hacer una señal que evite cada vez el tener en cuenta la declinación. En este caso, el croquis sería el calco del mapa sin variación angular alguna.

Por último, no deberá olvidarse de determinar la

distancia real que en el terreno representa un centímetro, unidad con que se opera, precaución necesaria para verter a la realidad los resultados finales.

No es preciso el empleo del transportador para declinar el croquis ni para medir ningún ángulo; basta la regla de cálculo con su escala de tangentes.

Primer método.

Es el más general; consiste en suponer conocidas las coordenadas del punto desconocido y hallar la intersección de las rectas que pasan por él y por dos de referencia, de posición conocida, sustituyendo sus coeficientes angulares por las tangentes de los ángulos observados. Para evitar al lector la molestia de hacer operaciones, le doy resuelto el sistema de ecuaciones. Llamamos A , B , dos puntos de referencia, y C , el que deseamos hallar, afectando con los subíndices 1, 2, 3, sus coordenadas respectivas, cuyo origen puede ser cualquier punto del croquis. Z_1 y Z_2 son los azimutes de A y B desde el punto C . Adoptamos la división centesimal por ser la más empleada en los aparatos modernos, y cuya precisión aumenta $1/9$ sobre la sexagesimal. Tiene el inconveniente de necesitar la conversión como no se utilicen reglas de cálculo con división centesimal, como las taquimétricas que se encuentran en el mercado.

Los coeficientes angulares de las rectas CA y CB , serán:

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \left\{ \begin{array}{l} 100 \\ 300 \end{array} - Z_1 \right. \quad \operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \left\{ \begin{array}{l} 100 \\ 300 \end{array} - Z_2 \right.$$

según que estén situados los azimutes en los dos primeros o dos segundos cuadrantes, afectándoles con el signo correspondiente: positivos, en $1.^\circ$ y $3.^\circ$; negativos, en $2.^\circ$ y $4.^\circ$.

Las coordenadas del punto buscado serán:

$$X_3 = \frac{(Y_1 - Y_2) - (X_1 \operatorname{tg} \alpha - X_2 \operatorname{tg} \beta)}{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha};$$

$$Y_3 = \frac{(Y_1 \operatorname{tg} \beta - Y_2 \operatorname{tg} \alpha) + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta (X_2 - X_1)}{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha};$$

pero es más rápido, y suficientemente aproximado, en obtener la ordenada en función de la abscisa hallada:

$$Y_3 = Y_1 - (X_1 - X_3) \operatorname{tg} \alpha;$$

fórmulas fácilmente recordables por la forma en que están escritas: la abscisa es igual a la diferencia de ordenadas de A y B (leída en el croquis), menos la de los productos de sus abscisas por las tangentes de sus ángulos, dividida por la diferencia de tangentes de B y A . La ordenada, en su fórmula simplificada, a la

diferencia de la de A , y el producto de la tangente por la diferencia de abscisas de A y C últimamente hallada.

Estas fórmulas, de tipo polinómico, no se prestan para el cálculo directo con la regla, que sólo se puede utilizar para efectuar los productos parciales y el cociente final; de ahí la necesidad de utilizar lápiz y papel.

Se observa que los errores acumulados en las operaciones son sensiblemente del orden de aproximación con que se miden los ángulos de observación y el declinación.

Las fórmulas anteriores presentan la forma indeterminada cuando el azimut es 0 ó 200, porque entonces el valor de la tangente es infinito; pero en este caso se observa que la abscisa del punto C es forzosa-mente igual a la del punto situado en su meridiano; supongamos que $Z_1 = 0 = 200$ y $\text{tg } \alpha = \infty$.

Siendo $X_1 = X_3$, la recta CB tendrá por ecuación:

$$Y_3 - Y_2 = \text{tg } \beta (X_3 - X_2);$$

de la que se deduce que:

$$Y_3 = Y_2 + \text{tg } \beta (X_1 - X_2).$$

Como caso particular resulta interesante el hacer pasar un eje coordenado o tomar como origen de los mismos uno de los puntos de referencia, por simplificar mucho las fórmulas:

1.º $A(0, Y_1)$:

$$X_3 = \frac{Y_1 - Y_2 + X_2 \text{tg } \beta}{\text{tg } \beta - \text{tg } \alpha};$$

$$Y_3 = Y_1 + X_3 \text{tg } \alpha.$$

2.º $B(0, 0)$:

$$X_3 = \frac{Y_1 - X_1 \text{tg } \alpha}{\text{tg } \beta - \text{tg } \alpha};$$

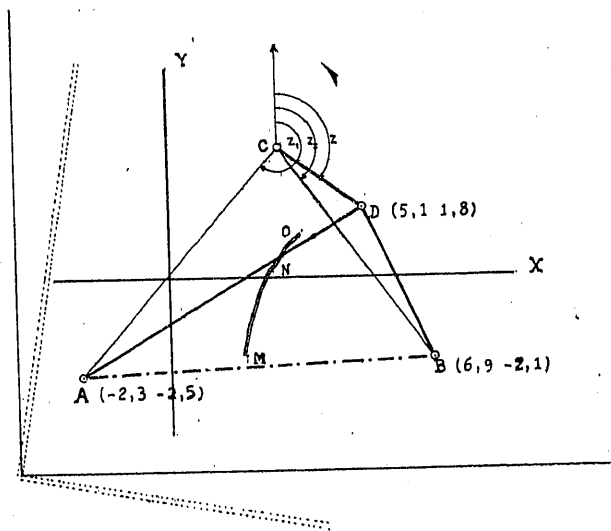
$$Y_3 = \frac{Y_1 \text{tg } \beta - X_1 \text{tg } \alpha \text{tg } \beta}{\text{tg } \beta - \text{tg } \alpha}; \text{ fórmula directa.}$$

Esto no tiene más inconveniente que resulta más molesto medir por estima las diferencias de coordenadas sobre el croquis, siendo más cómodo, en general, proceder como se ha indicado antes.

Vamos a aplicar lo expuesto a la resolución de un problema: el croquis adjunto se ha calcado de una hoja del Mapa de España a 1:50 000 del Instituto Geográfico y Catastral, sin declinar, por utilizar aparatos con

corrección de la declinación, pero de puntos, se indican los bordes del mapa en la posición que quedarían de haberse empleado un aparato de limbo móvil.

Se han elegido los ejes de coordenadas para que resulte más general la aplicación de las fórmulas, huyendo de los casos particulares; en este caso, los pun-



tos de referencia elegidos han sido dos vértices geodésicos cuyas coordenadas resultan:

$$A(-2,3 -2,5) \text{ cm.}; \quad B(6,9 -2,1) \text{ cm.};$$

los ángulos, leídos con graduación centesimal, correspondientes a los azimutes de A y B desde el punto cuya situación se busca, C , son:

$$Z_1 = 246 \text{ grados centesimales};$$

$$Z_2 = 160 \quad " \quad "$$

todas las operaciones que siguen se han efectuado con una regla de cálculo de 12,5 cm., con líneas trigonométricas sexagesimales, como prueba de facilidad de aplicación del método.

Los coeficientes angulares de las rectas CA y CB , son:

$$\text{tg } (300 - 246) = \text{tg } 54;$$

$$\text{tg } (100 - 160) = \text{tg } (-60);$$

estableciendo la relación 9/10 con la escala inferior de la regla, tenemos:

$$54 = 48^\circ 30'; \quad 60 = 54^\circ;$$

$$\text{tg } 48^\circ 30' = \cot 41^\circ 30' = 1,13;$$

$$\text{tg } (-54^\circ) = -\cot 36^\circ = -1,38;$$

aplicando la fórmula general:

$$X_s = \frac{[-2,5 - (-2,1)] - [-2,3 \times 1,13 - 6,9 \times (-1,38)]}{-1,38 - 1,13} =$$

$$= \frac{-0,4 - (-2,6 + 9,5)}{-2,51} = +2,9 \text{ cm.};$$

y la fórmula en función de la abscisa:

$$Y_s = -2,5 - (-2,3 - 2,9) 1,13 = +3,39 \text{ cm.},$$

que son resultados exactos, como se puede ver en el gráfico.

Segundo método.

Consiste en resolver un triángulo, para lo que no se necesita recordar otra cosa que la proporcionalidad de los lados a los senos de los ángulos opuestos, con lo que obtendremos la longitud de uno de los lados, que proyectándolo sobre los ejes, obtendremos las diferencias de coordenadas del punto buscado respecto a uno de los tomados como referencia.

Para determinar los datos comenzaremos por determinar la longitud de la base (que se puede medir antes de salir al campo) como hipotenusa del triángulo rectángulo cuyos catetos son las diferencias de coordenadas, y los azimutes, por la fórmula general:

$$Z = \left\{ \begin{array}{l} 100 \\ 300 \end{array} \right\} \pm \arctg \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1};$$

según el signo de la tangente.

Veamos su aplicación práctica al mismo ejemplo anterior:

$$AB = \sqrt{(-2,1 + 2,5)^2 + (6,9 + 2,3)^2} =$$

$$= \sqrt{0,16 + 82,1} = 9,2 \text{ cm.};$$

como utilizamos regla con líneas sexagesimales, obtendremos en esta división el azimut BA :

$$Z_{BA} = 270^\circ - \arctg \frac{-2,1 + 2,5}{6,9 + 2,3} = 0,0435;$$

$$\arctg 0,0435 = 2^\circ 30'; \quad Z_{BA} = 267^\circ 30' = 297,25 \text{ gr. cent.}$$

(este resultado se ha obtenido reduciendo $2^\circ 30'$ y restandolo de 300):

$$\text{ángulo } ABC = (160 + 200) - 297,25 =$$

$$= 62,75 \text{ gr. cent.} = 56^\circ 30';$$

$$\text{ángulo } ACB = 246 - 160 = 86 \text{ gr. cent.} = 77^\circ 30';$$

$$AC = \frac{9,2 \text{ sen } 56^\circ 30'}{\text{sen } 77^\circ 30'} = 7,8 \text{ cm.}; \text{ resultado exacto.}$$

Esta operación se hace invirtiendo la reglilla (colocando delante las escalas trigonométricas); con una sola colocación, haciendo coincidir 9,2 con el seno de $77^\circ 30'$ y moviendo el cursor hasta $56^\circ 30'$; leyendo 7,8.

Se advierte la ventaja de la división centesimal, para los rumbos opuestos, ya que basta añadir o restar 200 para tener el azimut contrario.

Para terminar el problema, proyectemos sobre los ejes la longitud hallada:

$$\Delta_x = 7,8 \text{ sen } Z_{AC} = 7,8 \text{ sen } 41^\circ 30' = 5,18 \text{ cm.};$$

$$\Delta_y = 7,8 \text{ cos } Z_{AC} = 7,8 \text{ cos } 41^\circ 30' = 5,81 \text{ cm.};$$

por tanto:

$$X_s = -2,3 + 5,18 = 2,88 \text{ cm.}$$

(2,9 cm. es el resultado exacto);

$$Y_s = -2,5 + 5,81 = 3,31 \text{ cm.}$$

(3,38 cm. es el verdadero);

se halla que:

$$Z_{AC} = 246 - 200 = 46 \text{ gr. cent.} = 41^\circ 30'.$$

Determinación de la distancia y rumbo a un punto dado.

Por cualquiera de los dos procedimientos se puede determinar la posición de un punto sobre el croquis o conocerse sus coordenadas; pero tratamos de llegar a nuestro destino, señalado por las cifras de su ordenada y abscisa (por esto dijimos antes que no era indispensable el croquis).

Esto se ha resuelto para determinar los datos, pues el azimut del punto final será:

$$Z = \left\{ \begin{array}{l} 100 \\ 300 \end{array} \right\} \pm \arctg \frac{\text{dif.}^a \text{ de ordenadas}}{\text{dif.}^a \text{ de abscisas}};$$

aplicando el signo — para tangentes positivas, no cabiendo indeterminación respecto al primero o tercer cuadrantes, por los signos de las coordenadas.

La distancia quedará determinada por proyección o por la general empleada para calcular la longitud de la base del triángulo.

Refiriéndonos a la misma figura, tratemos de determinar rumbo y distancia desde el punto hallado, $C(2,9 \quad 3,38)$ al $D(5,1 \quad 1,8)$ cm.:

$$200 - 160 = 40 \text{ gr. cent.} = 36^\circ.$$

$$\text{Distancia } CD = \frac{3,38 - 1,8}{\text{sen } 36^\circ} = 2,7 \text{ cm.};$$

o también:

$$\text{Distancia} = \sqrt{1,58^2 + 2,2^2} = 2,7 \text{ cm.};$$

que a la escala 1 : 50.000, con la que hemos obtenido el croquis, representa 1 350 metros.

La dirección será:

$$Z = 90 + \arctg \frac{1,58}{-2,2} = 125^{\circ} 40' = 139,6 \text{ gr. cent.},$$

con lo que queda enteramente resuelto el problema.

Los resultados anteriores demuestran que los procedimientos empleados dan gran precisión, pero no es preciso esforzarse en obtener una gran aproximación, porque los errores de observación entrañan mayores causas de error que los de cálculo; por otro lado, basta en la práctica determinar la posición con una aproximación de 1/4 de Km., o sean 5 mm., lo que es muy fácil de conseguir (1).

Método complementario.

Si en lugar de obligarnos a seguir la dirección prevista hacia el objetivo (muy difícil en terrenos accidentados o en llanos parcelados), trazamos, material o imaginariamente, desde el objetivo rectas que pasen por algunos puntos importantes de referencia, tendremos dividido el plano en sectores, con lo que se me ha ocurrido llamar "direcciones límites" o "rumbos de barrera", se facilitará muchísimo el llegar a nuestro punto de destino. En efecto: seguiremos, aproximadamente, la dirección prevista, y de vez en cuando mediremos el azimut de uno de los puntos de referencia elegidos; ello nos indicará, sin cálculo alguno, si nos encontramos dentro o fuera del sector; volviendo a la figura, si partimos de *M*, el punto *N* se encuentra dentro del sector, mientras que el *O* está ya fuera, a la izquierda del rumbo de barrera *AD*. Es evidente que, siguiéndolo, alcanzaremos el punto *D* en la inter-

(1) No hemos tenido en cuenta los errores debidos a la convergencia de los meridianos, ni introducimos en los cálculos los coeficientes de transformación de coordenadas geográficas en rectangulares, y recíprocamente, porque siendo pequeñas las diferencias de longitud de los puntos tomados como referencia, su magnitud es despreciable frente al orden de precisión de los datos, ya que se trabaja con aparatos de bolsillo.

sección del *BD*. La observación simultánea de los azimutes desde cualquier punto a *A* y *B*, nos dará la posición dentro o fuera del sector.

La determinación de los rumbos de barrera se hace por la fórmula para el cálculo del azimut, ya que se conocen las coordenadas del punto de destino.

La intersección de un rumbo de barrera con un camino o curso de agua, nos dará la posición de dicho punto.

La tercera coordenada.

En excursiones por alta montaña, en que es frecuente encontrarse con el terrible enemigo de la niebla, es conveniente recurrir a la tercera coordenada, la altitud, a semejanza de lo que hacen los marinos en tiempo parecido con la sonda.

Para estos casos es preciso disponer de altímetro y completar el croquis con zonas eidipsométricas, siendo suficientes separaciones de 100 m. de curvas de nivel (el mapa de España y los provinciales tienen separaciones de 200 m.), no siendo preciso disponer de las hojas a 50.000, bastando una interpolación. Como las variaciones de presión, debidas a los cambios del tiempo, producen errores de consideración en la estimación de la altura, ni se debe fiar ciegamente de las indicaciones del altímetro, ni es necesaria una gran precisión en las curvas de nivel; éstas nos indican la forma del terreno, y bien por la dirección de las líneas de máxima pendiente o por la de las tangentes a las curvas de nivel, medidas con la brújula, sabremos en qué ladera de la montaña nos encontramos, y por la cota fijaremos la posición dentro de límites aceptables.

Conclusión.

El empleo de los procedimientos descritos, o su combinación, nos permitirá desplazarnos hacia un punto determinado, liberándonos de la preocupación de seguir el itinerario previsto, evitando la estimación de distancias, con la seguridad de llegar a él y con la tranquilidad que proporciona el poder determinar con precisión en dónde estamos y a dónde debemos ir.