

CALCULO DE CIMENTACIONES CIRCULARES

Por ANTONIO ANGULO, Ingeniero de Caminos.

Nos ofrece el autor un interesante trabajo en el que incluye un gráfico de aplicación rápida y sencilla que facilita el cálculo de los cimientos de planta circular, evitando los tanteos numéricos, que siempre son enojosos y expuestos a equivocaciones.

Es poco frecuente el empleo de cimentaciones circulares, y por lo tanto está poco generalizado su cálculo.

Hay, sin embargo, obras que exigen un cimiento circular, ocurriendo tal caso en las chimeneas industriales, por ejemplo.

se ha construido el gráfico que se detalla más adelante.

Supongamos (fig. 1.^a) que una zapata circular, de radio R , gira alrededor de un eje secante a dicha zapata, y que está definido por el semiángulo que intercepta en el círculo, cuyo semiángulo se designa por φ .

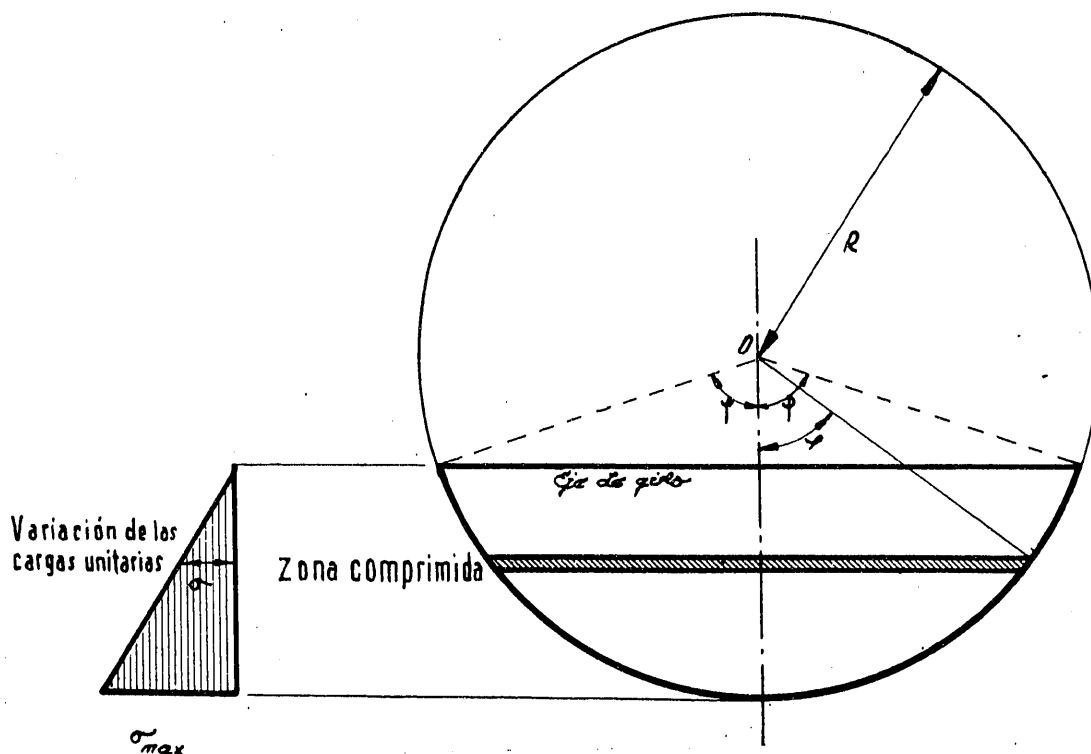


Figura 1.^a

La distribución de esfuerzos cuando actúa un momento que tiende a hacer girar la estructura alrededor de un eje horizontal, suele admitirse que tiene una distribución lineal ocasionada por un giro alrededor de un eje horizontal, situado en la superficie de contacto del terreno con el cimiento, y paralelo al momento solicitante.

La determinación, por medios matemáticos, del lugar que ocupa el eje de giro, es cosa accesible, pero requiere cálculos enojosos, en evitación de los cuales

En la figura 1.^a se ha marcado la zona comprimida, así como la variación de las cargas unitarias, que suponemos obedecen a una deformación proporcional a la distancia al eje de giro, representada por una variación lineal que toma su valor máximo en el centro del segmento comprimido.

Procederemos tomando como variable independiente el semiángulo φ , y calcularemos el esfuerzo normal y momento de giro que corresponden a cada ángulo.

Tomando la zona de espesor diferencial que tiene la misma carga unitaria, definida por el semiángulo φ , tenemos que su área es la siguiente:

$$ds = (2 \cdot R \cdot \sin x) (R \cdot dx \cdot \sin x) = 2 \cdot R^2 \cdot \sin^2 x \cdot dx.$$

El primer paréntesis es la longitud de la zona rayada, y el segundo su espesor.

La carga unitaria, σ , la podemos obtener en función de la carga máxima y de los ángulos φ y x , estableciendo la proporcionalidad entre cargas unitarias y distancias al eje de giro, resultando:

$$\sigma = \sigma_{\max} \cdot \frac{\cos x - \cos \varphi}{1 - \cos \varphi}.$$

La fuerza total ejercida por esta zona de altura diferencial es, por lo tanto:

$$dN = 2 \cdot R^2 \cdot \sigma_{\max} \cdot \sin^2 x \cdot \frac{\cos x - \cos \varphi}{1 - \cos \varphi} \cdot dx.$$

Integrando esta expresión entre 0 y φ , tenemos la fuerza normal N , que soporta el cimient. Tiene por expresión:

$$\begin{aligned} N &= \frac{2 \cdot R^2 \cdot \sigma_{\max}}{1 - \cos \varphi} \cdot \int_0^\varphi \sin^2 x (\cos x - \cos \varphi) \cdot dx = \\ &= \frac{1}{3} \cdot R^2 \cdot \frac{\sigma_{\max}}{1 - \cos \varphi} (2 \sin^3 \varphi - 3 \varphi \cdot \cos \varphi + \\ &\quad + 3 \sin \varphi \cdot \cos^2 \varphi) = R^2 \cdot \sigma_{\max} \cdot \alpha. \end{aligned}$$

Respecto al eje o de la estructura, que es el centro de la circunferencia que forma el cimient, el momento de giro ocasionado por estas fuerzas tendrá por expresión:

$$\begin{aligned} M &= \int_0^\varphi dN \cdot R \cos x = \\ &= \int_0^\varphi 2 \cdot R^2 \cdot \sigma_{\max} \cdot \sin^2 x \cdot \frac{\cos x - \cos \varphi}{1 - \cos \varphi} \cdot dx \cdot R \cdot \cos x = \\ &= \frac{2 \cdot R^3 \cdot \sigma_{\max}}{1 - \cos \varphi} \int_0^\varphi (\cos x - \cos \varphi) \sin^2 x \cdot \cos x \cdot dx = \\ &= \frac{2 \cdot R^3 \cdot \sigma_{\max}}{1 - \cos \varphi} \left[\frac{1}{8} \left(\varphi - \frac{\sin 2 \varphi \cdot \cos 2 \varphi}{2} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\cos \varphi \cdot \sin^3 \varphi}{3} \right] = R^3 \cdot \sigma_{\max} \cdot \beta. \end{aligned}$$

Se ha prescindido del detalle de los cálculos para no fatigar la atención de los lectores, y se han resu-

mido los valores de las diversas funciones de φ (incluyendo los coeficientes constantes, en los de α y de β).

Para cada valor de φ se han calculado los de las expresiones α y β .

Observemos que el cociente de ambas se puede poner bajo la forma:

$$\epsilon = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\frac{M}{R^3 \cdot \sigma_{\max}}}{\frac{N}{R^2 \cdot \sigma_{\max}}} = \frac{M}{N \cdot R};$$

lo cual nos permite llegar a conocer φ , partiendo de los datos M , N y R , puesto que el coeficiente β/α es una función de φ .

En el gráfico de la figura 2.^a se ha graduado el eje de abscisas con arreglo a los valores de ϵ , y el de ordenadas con los de φ , que es el ángulo, cuyo valor define el segmento comprimido.

Una vez conocido φ , se puede calcular la carga máxima partiendo de cualquiera de las dos fórmulas:

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{\alpha \cdot R^2};$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{\beta \cdot R^3},$$

puesto que los valores de α y β se pueden calcular, ya que son funciones de φ , y este ángulo es ya conocido.

En el mismo gráfico de la figura 2.^a se ha representado la variación de α (en ordenada), correspondiendo en cada vertical los valores calculados para el mismo ángulo φ , que fija la relación ϵ .

Se ha escogido el coeficiente α porque es de más fácil aplicación que el β , ya que, para calcular la carga máxima, es preciso tener en cuenta el cuadrado de R , y si hiciésemos uso de β habría que utilizar el cubo de R , lo cual es algo más molesto de calcular.

El método de utilizar el gráfico será el siguiente:

Partiendo de los datos (momento y esfuerzo normal) se fija a estima R , calculando a continuación el valor auxiliar

$$\epsilon = \frac{M}{N \cdot R}.$$

Se traza, en el gráfico de la figura 2.^a, la vertical correspondiente a esta abscisa, que fija los valores de φ y de α .

El primero indica la extensión del segmento com-

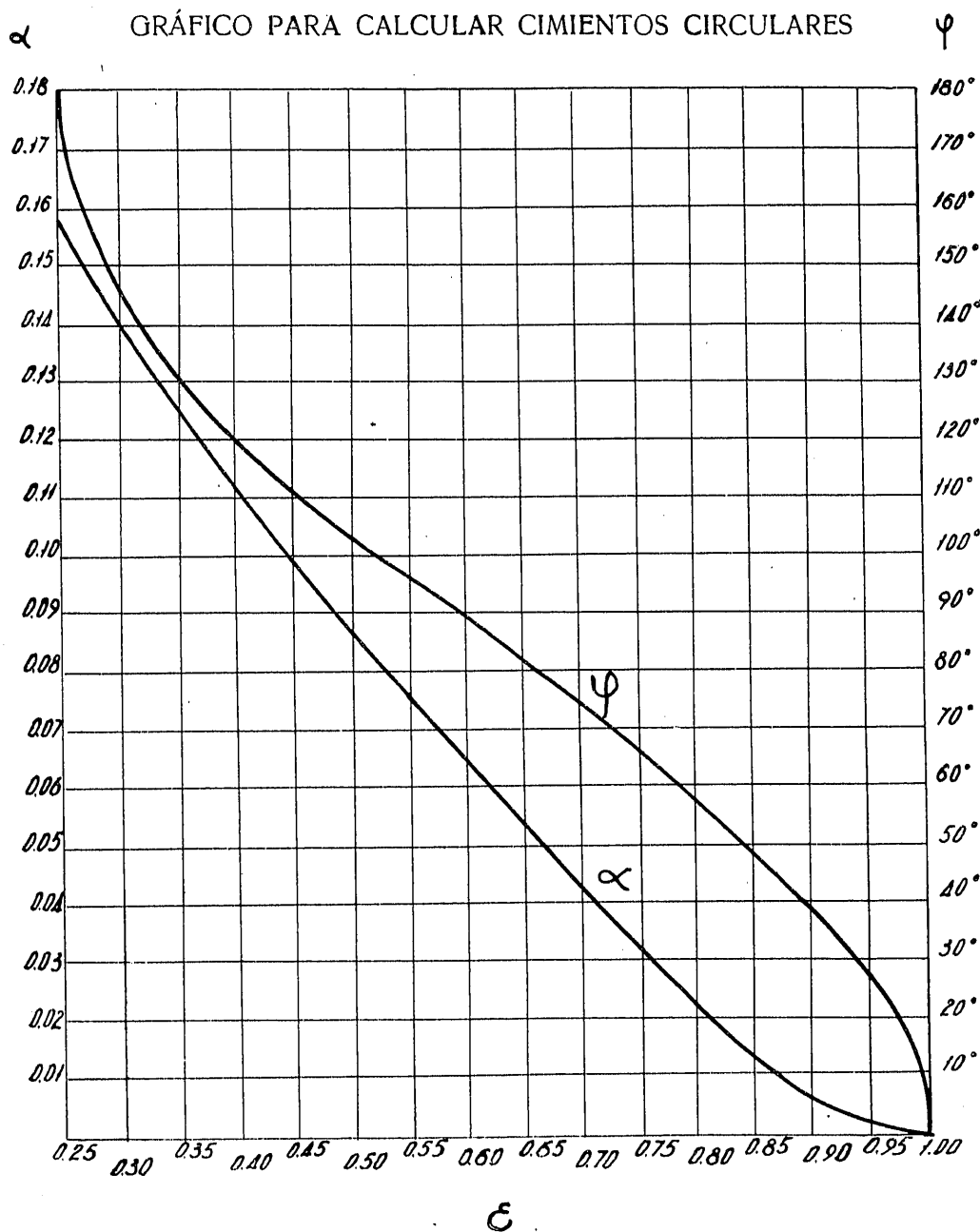


Figura 2.^a

Datos: M = Momento flector (m. Kg.).
 N = Fuerza de compresión (Kg.)
 R = Radio del cimiento.

Se calcula $\epsilon = \frac{M}{N \cdot R}$ y se entra en el gráfico del que se deducen α y ψ .

La máxima presión sobre el terreno vale:

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{N}{\alpha \cdot R} \left(\text{en } \frac{\text{Kg.}}{\text{m.}^2} \right).$$

La zona comprimida es el segmento cuyo ángulo en el centro es 2ψ .

primido, y con el segundo se calcula la carga máxima mediante la fórmula:

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{N}{\alpha \cdot R^2}$$

Si la carga máxima no resulta adecuada, se tantea fácilmente, procediendo de análoga manera.

Prescindimos de indicar ejemplos, pues el manejo del gráfico es tan sencillo, que no requiere aclaraciones.

Hay otro concepto que se debe tener en cuenta al calcular la cimentación, y es la flexibilidad del suelo, puesto que se producen asientos en las zonas cargadas, lo que trae como consecuencia la inclinación de la estructura.

La deformación del terreno, sometido a las cargas correspondientes a un cimiento circular, nos resulta desconocida, y es de todos modos muy difícil de evaluar, pues intervienen muchas características dependientes de la cimentación y del terreno.

De un modo simplista, puede considerarse que el terreno es elástico, caracterizado por un coeficiente, K , que es la presión unitaria que ocasiona en el terreno un asiento de 1 cm.

Si la carga se expresa en $\frac{\text{Kg.}}{\text{cm.}^2}$, las dimensiones de K son $\frac{\text{Kg.}}{\text{cm.}^3}$.

Salvo ensayos experimentales, siempre preferibles, pueden tomarse para K valores proporcionales a la profundidad a que se sitúa, bajo el suelo, la superficie del cimiento, dando a continuación una serie

de valores de K para diferentes terrenos, a la profundidad de 2 m.

	$K \left(\frac{\text{Kg.}}{\text{cm.}^3} \right)$
Humus, mezclado con arena; marga con pocas piedras	8 a 10
Humus, mezclado con arena, con muchas piedras o grava	10 a 12
Grava fina, mezclada con arena fina	8 a 10
Grava media, mezclada con arena fina	10 a 12
Grava media, mezclada con arena gruesa	12 a 15
Grava gruesa, mezclada con mucha arena gruesa	12 a 15
Grava gruesa, mezclada con poca arena gruesa	15 a 20
Grava gruesa, mezclada y adherida a grava gruesa	20 a 25

Teniendo en cuenta el valor de K , correspondiente a cada caso, el asiento producido en la arista más cargada será:

$$\frac{\sigma_{\text{máx}}}{K}$$

Debe tenerse cuidado en expresar σ y K en las mismas unidades.

La distancia entre la fibra neutra o eje de giro de la estructura es:

$$R \cdot (1 - \cos \varphi)$$

Finalmente, el ángulo girado por el cimiento será:

$$\frac{\sigma_{\text{máx}}}{K \cdot R \cdot (1 - \cos \varphi)}$$