

# CURVAS DE TRANSICION EN FERROCARRILES

Por FERMÍN GARCÍA GONZÁLEZ, Ingeniero de Caminos.

*El presente trabajo, que dividiremos en dos artículos, tiene el doble interés del riguroso estudio teórico del problema, juntamente con los datos prácticos y tablas para replanteos, que reproduciremos al final del segundo artículo.*

## Notaciones y tipos de acuerdos.

- $v$  = Velocidad en m./seg.  
 $V$  = Velocidad en Km./hora.  
 $R$  = Punto de referencia en la recta entre círculo y recta definitivos (punto de la mínima distancia) y también radio de la curva circular primitiva  
 $A$  = Principio del acuerdo en planta.  
 $B$  = Fin del acuerdo en planta.  
 $A'$  = Principio del acuerdo de peralte (en alzado).  
 $B'$  = Final del acuerdo de peralte.  
 $T$  = Tangente a la circunferencia primitiva de un trazado.  
 $T'$  = Punto de la mínima distancia en la circunferencia definitiva.  
 $D$  = Extremo de la abscisa del fin del acuerdo.  
 $p$  = Peralte en la transición.  
 $P$  = Peralte final en la circunferencia acordada.  
 $h$  = (Huelgo) mínima distancia entre alineación recta definitiva y circunferencia definitiva.  
 $H$  = Huelgo máximo.  
 $L$  = Longitud total del acuerdo, en metros.  
 $l$  = longitud de un trozo del acuerdo.  
 $C$  = Curvatura =  $\frac{1}{\rho}$  < > peralte teórico.  
 $R'$  = Radio de la circunferencia definitiva.  
 $R$  = Radio de la curva circular primitiva.  
 $\rho$  = Radio de curvatura en un punto de la transición.  
 $r$  = Rampa de peralte.  
 $\Phi$  = Ángulo total del acuerdo.  
 $\varphi$  = Ángulo parcial del acuerdo.  
 $V_m$  = Velocidad máxima admisible en la curva, en kilómetros/hora.  
 $f$  = Fracción del peralte teórico (correspondiente a la velocidad máxima) que da el peralte adoptado.  
 $\gamma$  = Relación entre el radio límite de aplicación de las fórmulas y el radio  $R$  de una curva de radio mayor.  
 $C_1$  = Curvatura ( $\frac{1}{\rho_1}$ ) en un punto del acuerdo.  
 $e$  = Fracción de la longitud de la clotoide (relación entre la distancia al origen y la longitud total).

$O$  = Centro de la circunferencia primitiva (del replanteo previo).

$O'$  = Centro de la circunferencia definitiva.

\* \* \*

En los trazados de ejes de vías, la recta y el círculo son las líneas ideales, ya que proporcionan ambos movimientos simples de traslación o rotación; pero, para pasar de la recta cuya curvatura es cero a la circunferencia de curvatura  $\frac{1}{R}$  es preciso intercalar una curva de curvatura creciente que llamaremos curva de acuerdo o transición.

Supuesta recorrida la transición con velocidad constante, la fuerza centrífuga  $\frac{V^2}{R}$  será proporcional

a la curvatura  $\frac{1}{R}$  en cada punto. Por ello, el peralte que podíamos llamar fuerza centrípeta compensadora se suele hacer proporcional a la curvatura, o la curvatura proporcional al peralte elegido.

Llamaremos *ley de peraltes teóricos* a la ley de curvaturas de la curva de transición que coincide en los tipos corrientes con la ley de peraltes efectivos si se emplea la unidad conveniente (ya que son proporcionales).

Partiendo de su ley de curvaturas, la determinación de la curva de transición es un problema analítico resuelto de distintas maneras.

Se clasifican las curvas de transición por la forma de la ley de peraltes teóricos (curvatura de la tran-

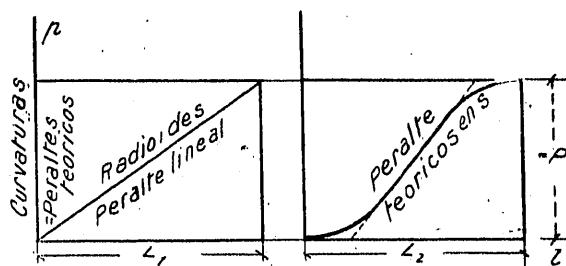


Figura 1.ª

sición) en dos grupos (fig. 1.<sup>a</sup>). Uno, en el que la ley de peraltes es sensiblemente lineal, que forma el grupo de radioides, que en la práctica difieren muy poco entre sí, cuya forma tipo más perfecto es la clotoide, y la de ecuación más sencilla la parábola cúbica.

En el otro grupo, llamado de peraltes en  $S$ , se evitan los ángulos bruscos de la línea de peraltes en sus extremos, que, como veremos, dan lugar a aceleraciones y sobreaceleraciones secundarias importantes.

### Magnitud del acuerdo.

Para un radio determinado y una vez elegido el tipo del acuerdo, basta una sola magnitud para definir completamente el acuerdo en todos sus puntos.

Entre las magnitudes que podemos considerar en el acuerdo tenemos (fig. 2.<sup>a</sup>), además de la longitud  $AB$  de la transición, la mínima distancia,  $R T'$ , en-

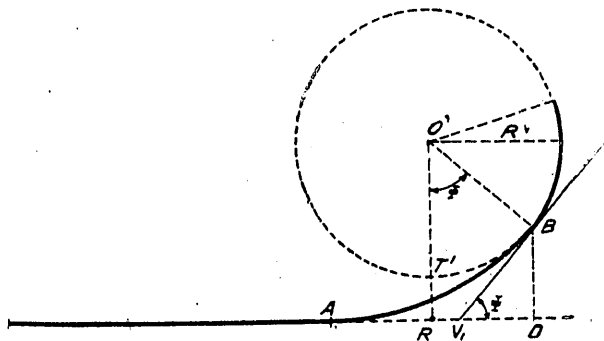


Figura 2.<sup>a</sup>

tre la recta y el círculo acordados, la cual, además de fijar la posición relativa de la recta y el círculo, define completamente el acuerdo y, que al resultar (como veremos) constante para radios corrientes con acuerdos de igual bondad, podríamos decir que define la bondad del acuerdo. Por otra parte, conocida su magnitud y posición, resulta sencillo con tablas apropiadas situar el acuerdo con todos sus puntos.

A esta magnitud se la podría llamar anchura (ya que podríamos decir que es su dimensión y no es su longitud) o huelgo, y se la suele llamar desplazamiento o retranqueo.

### División del problema.

El problema de las transiciones se puede dividir en dos partes:

1.<sup>a</sup> Fijación del tipo y la magnitud del acuerdo para los distintos radios y circunstancias.

2.<sup>a</sup> Replanteo del acuerdo fijado.

El primer problema es el de mayor importancia y complejidad, ya que con él se encuentran relacionados la velocidad, comodidad y seguridad para los distintos tipos de material móvil, así como la economía en la explanación y desgaste de material.

El segundo es un problema geométrico de replanteo, del que se deben dar normas para disminuir tiempo, errores y equivocaciones.

### Comparación de los dos tipos fundamentales.

Antes de resumir conclusiones sobre el tipo y magnitud elegidos, haremos un sucinto estudio de algunos factores, y después el estudio comparativo de estos factores en los diversos tipos.

### Efectos primarios.

*Efecto de velocidad variable con peralte fijo.* —

En la teoría corriente de las curvas de enlace se estudian las fuerzas que intervienen como si el vehículo fuese un punto que circula por la línea eje de la vía, estudiando sólo la fuerza centrífuga y la fuerza centrípeta del peralte. Pero el hecho de circular por la misma vía trenes de distintas velocidades y, por consiguiente, con valores muy distintos de la fuerza centrífuga, obliga a adoptar un peralte intermedio, tanto para la seguridad de todos los trenes como para la economía, ya que así el desgaste se realiza en el carril exterior en los trenes rápidos y en el interior en los lentos.

El peralte que para nuestro ancho de vía corresponde a una velocidad  $V$  en kilómetros por hora es

$$13,69 \frac{V^2}{R} \text{ milímetros.}$$

En nuestras vías, donde circulan trenes lentos y

rápidos, se adopta un peralte aproximado a  $8 \frac{V_m^2}{R}$

( $V_m$  es la velocidad máxima admitida para los trenes en la curva), quedando para los trenes rápidos

una fuerza centrífuga sin compensar de  $5,69 \frac{V_m^2}{R}$

que llamaremos aceleración primaria, sin compensar, que, a su vez, determina una sobreaceleración primaria.

### Efectos secundarios.

Si llamamos efectos secundarios a los que hay que añadir al considerar no solamente que el vehículo es un sólido con inercias giratorias sino además deformable, nos encontramos con aceleraciones incompensadas por el peralte y sobreaceleraciones de un orden de magnitud muy importante.

*Efectos estáticos por el alabeo del peralte.* — El peralte que forma el piso de la caja rígida no es el peralte alabeado de los carriles, sino un peralte plano que, como primer efecto, produce una desigual presión de las ruedas y, por ello, una desigual repartición de los pesos sobre los muelles, con su correspondiente aumento de la carga de algunos carriles y el mayor peligro de descarrilo. Este efecto para el mismo vehículo será *proporcional a la rampa de peralte*.

a) *Efecto de altura.* — Al girar el vehículo alrededor del carril interior por efecto del peralte, los puntos sufren un desplazamiento horizontal importante (además del vertical) respecto al eje de la vía, dando lugar a una fuerza centrífuga secundaria que llamaremos *esfuerzo secundario de altura proporcional a la curvatura de la línea de peraltes real*. La sobreaceleración correspondiente será proporcional a la derivada de esta curvatura y al cuadrado de la velocidad. No puede ser compensado en todos los puntos a la vez por una racional distribución de peraltes y curvaturas, ya que varía de un punto a otro del vehículo y el peralte es único. Los estudios hechos por nosotros sobre acuerdos de peraltes se han hecho a base de realizar una compensación hacia el centro de gravedad del vehículo.

b) *Efecto de longitud.* — El vehículo toma un peralte medio, pero las fuerzas centrífugas son distintas de un punto a otro a lo largo del mismo, debiendo añadirse a la fuerza centrífuga del centro otra *secundaria proporcional a la distacia del punto al centro del vehículo y a la rampa de peralte teórico*, y también al cuadrado de la velocidad. La sobreaceleración secundaria es proporcional a la curvatura de la línea de peraltes teórica.

c) *Segundo efecto de longitud.* — Existe otro efecto de longitud debido a la imperfecta inscripción del vehículo en la curva, que da lugar a desplazamientos (sobreanchos) que, a su vez, producen *esfuerzos secundarios proporcionales a la curvatura del peralte teórico y que varían con la distancia del eje del vehículo al punto considerado*.

d) *Efecto de ancho.* — Al girar el vehículo por efecto del peralte, alrededor de un eje paralelo a la vía (corrientemente al carril interior) se produce una aceleración vertical en cada punto, *proporcional a la distancia horizontal al eje de giro, al cuadrado de la velocidad y a la curvatura de la línea de peraltes real*.

e) *Efecto de elasticidad.* — Al subir un rodamen por una rampa de peralte y transmitir esfuerzos por intermedio de los muelles, se produce un almacenamiento de energía elástica que da lugar a oscilaciones. Estudiada esta energía elástica, resulta que para un vehículo que entre oscilando en una línea de peraltes, el efecto del incremento de la energía oscilante *se puede considerar proporcional a la curvatura de*

*la línea de peraltes y al cuadrado de la velocidad para períodos de oscilación y longitudes usuales.*

f) *Efecto de huelgos.* — Los movimientos de los rodámenes dentro de los huelgos obligados de la vía y caja de grasa son complejos, y en ello intervienen los efectos de giroscopo de los rodámenes y los rozamientos con el carril; el par giroscópico, por un lado, produce una variación de los esfuerzos sobre las ruedas y, por otro, tiende a girar el eje del rodamen alrededor de un eje vertical con *esfuerzos proporcionales a  $V^2$  y a la rampa de peralte*.

### Resumen de efectos.

La anterior enumeración de esfuerzos primarios y secundarios, refiriendo éstos a las características de la ley de peraltes (rampa y curvatura) ha sido estudiada con vistas a poder ver rápidamente las ventajas e inconvenientes de cada curva de transición a la sola observación de la rampa y curvatura de su línea de peraltes teórica, y así poder comparar los distintos tipos fácilmente. Vemos que los esfuerzos primarios dependen sólo de que el peralte compense la fuerza centrífuga y que la sobreaceleración primaria, en cambio, depende también de la rampa de peralte.

Dependen también de la rampa de peraltes los efectos b) de longitud y f) de huelgos, y, por ello, sus sobreaceleraciones de las curvaturas de las de peraltes, y dependen de la curvatura de la ley de peraltes los efectos a) de altura, c) de sobreanchos y e) de elasticidad.

### Relación entre las magnitudes fundamentales de cada tipo y entre los distintos tipos.

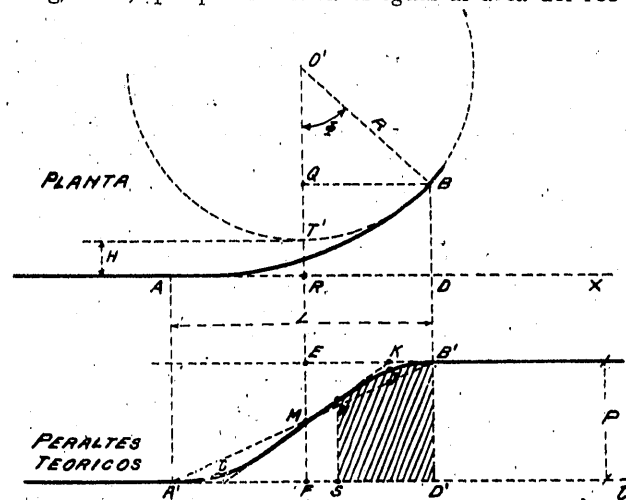
Acabamos de explicar en qué forma los esfuerzos desarrollados en una curva de peraltes dependen de las magnitudes características de toda curva, o sea su derivada primera (rampa de peralte) y su derivada segunda, que prácticamente es su curvatura (curvatura del peralte). Podemos ver, pues, las ventajas e inconvenientes de cada tipo con sólo ver en su línea de peraltes teórica su rampa de peralte máxima y sus curvaturas. Pero antes vamos a relacionar éstas con las magnitudes del huelgo o longitud del acuerdo que definen la magnitud del acuerdo.

En la figura 3.<sup>a</sup> está indicada la curva de transición,  $AB$ , a la que corresponde la ley de curvaturas o peraltes teóricos,  $A'GMJB'$ , que supondremos sensiblemente simétrica respecto al medio,  $M$ . Supondremos también para la comparación de conjunto que las abscisas,  $AD$ , coinciden con los desarrollos,  $AB$ , de la curva de transición.

Las ordenadas de la ley de peraltes, al ser equivalentes a las curvaturas de la curva de transición, valen:

$$p = \frac{1}{R} = \frac{d\varphi}{dl};$$

de donde  $d\phi = dl \times p$ , o sea que el ángulo total  $\Phi$  girado por las tangentes al acuerdo, equivale al área comprendida entre la línea de peraltes y el eje de longitudes, que por simetría es igual al área del rec-

Figura 3.<sup>a</sup>

tángulo  $B' E F D'$  (que representa las curvaturas y ángulos del círculo acordado entre  $B$  y  $T'$ ).

A su vez, se puede demostrar que la ordenada extrema del acuerdo,  $D B$ , está representada por el momento de primer grado del área anterior respecto a  $D' B'$ , y la ordenada  $Q T'$  del círculo acordado vale el momento del rectángulo  $B' E F D'$ ; por consiguiente, el huelgo será la diferencia de momentos, o sea el momento formado por el par de áreas iguales,  $A' F M G A'$ , y su simétrica  $M E B' J M$ . O sea,

en definitiva el huelgo está representado por el momento del área del triángulo mixtilíneo  $M E B' J M$  respecto a la ordenada central  $E M$ , así como la longitud está representada por el lado  $E B'$  del mismo triángulo (ya que también es su mitad).

Así podremos comparar fácilmente los distintos tipos y sus huelgos, y vemos: 1.º, que para longitudes iguales la clotoide (representada por el triángulo rectilíneo  $M E B' M$ ) da el mayor huelgo; 2.º, para rampas de peralte máximas iguales la clotoide (representada por el triángulo  $M E K M$ ) es la que da huelgos menores y, en general, da menor huelgo para la misma rampa máxima de peralte la de curvaturas mayores, y para la misma longitud la de menor huelgo da mayor curvatura.

### Comparación entre los distintos tipos de acuerdo corrientes.

*Generalidades.* — Siendo la longitud del acuerdo un factor de economía del trazado, y el huelgo otro factor de economía en las rectificaciones de trazados defectuosos, y siendo la rampa del peralte y su curvatura las que definen la bondad del acuerdo, debemos hacer comparaciones que resultarán más sencillas si las hacemos de modo que alguna de las características sea constante.

Hacemos a continuación un esquema de variación de características para los distintos tipos para la misma longitud (fig. 4.<sup>a</sup>).

No citamos otros tipos que en magnitudes fundamentales son análogos a los expresados.

*Comparación de tipos para el mismo huelgo.* — Para el mismo huelgo el tipo que da la rampa

### Comparación de tipos para la misma longitud.

| TIPOS                                                                          | RADIOIDES | MIXTA | PERALTE<br>SENOIDAL | SCHRAM | KLEIN    | OBSERVACIONES |
|--------------------------------------------------------------------------------|-----------|-------|---------------------|--------|----------|---------------|
| CURVATURAS DE LA<br>TRANSICIÓN=PERALTES<br>TEÓRICOS $\rho = \frac{d^2y}{dl^2}$ | Recta     | Recta | Senoidal            | Recta  | Senoidal |               |
| RAMPAS DE PERALTES<br>TEÓRICOS $r = \frac{dp}{dl} = \frac{d^3y}{dl^3}$         |           |       |                     |        |          | (1)           |
| CURVATURAS DEL<br>Peralte $c = \frac{d^2\rho}{dl^2} = \frac{d^4y}{dl^4}$       |           |       |                     |        |          | (1)           |

(1) Las áreas parciales rayadas son iguales para todos los tipos.

Figura 4.<sup>a</sup>

mínima de peralte es la radioide, siguiéndole el de la ley de peraltes senoidal (en *doucine* de los franceses, recordado por Angulo) que da una rampa 1,20 mayor, siguiendo la de Klein, que da una rampa 1,25, y la de Schram, que da una rampa de peralte 1,43 veces mayor que la clotoide, con el mismo huelgo. Se comprende, por lo anteriormente dicho, que la curvatura mínima de la ley de peraltes es sensiblemente inversa de la rampa de peralte máxima para el mismo huelgo.

#### *Ventajas e inconvenientes de los distintos tipos.*

Se deduce del estudio anterior que en la bondad del acuerdo influye, en primer lugar, la rampa del peralte teórico y real, pero que no se debe olvidar que también influye la curvatura de esta línea de peraltes. Ambas magnitudes, que definen la bondad del acuerdo, están contrapuestas y deben tenerse en cuenta al comparar los distintos tipos.

Las radioides que nos dan la menor rampa de peralte para el mismo huelgo y para la misma longitud, tienen el defecto de la discontinuidad de la rampa de peralte, lo que equivale a una curvatura de peralte exagerada. Para aprovechar las ventajas de las radioides disminuyendo su inconveniente, se podría emplear la solución mixta de ley de peraltes teórica recta con acuerdos circulares en los extremos (cuya ecuación expusimos en un anterior artículo de la REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS) (1) o la curva de peralte senoidal. Con ello se disminuiría la sobreaceleración del efecto de longitud, pero hay que tener en cuenta que esta sobreaceleración actúa poco tiempo (el de recorrer la distancia entre pivotes), no produce la misma molestia que la sobreaceleración sostenida y está muy amortiguada por la elasticidad. Además, estas soluciones no evitan la aplicación brusca (salvo elasticidades) de la curvatura del peralte, cosa que realiza la de Klein, pero aumentando esta curvatura incompensada.

Resulta, pues, claro que si bien los tipos en que la ley de curvaturas y de peraltes es la misma, son adecuados para el movimiento de un punto sobre el eje de la vía, no lo son tanto si la suavidad de movimientos se requiere en un punto que está a una altura del carril y a una cierta distancia del eje. Intervienen los efectos de altura que obligan a que la *rampa real de peraltes no coincida con la rampa teórica*.

Aun la curva de Klein, que tiene la ventaja de la continuidad del efecto de altura (a costa de aumentarle) no le compensa, salvo hacer una modificación del peralte real, cuyo estudio no hemos hecho, pero hemos de observar que las discontinuidades en pequeños esfuerzos son absorbidas por la elasticidad con trepidaciones del orden de las normales existentes por disimetrías de vía y vehículos.

#### **Tipo radioide con acuerdo en el peralte real.**

Se puede aplicar una solución sencilla en la que la ley de curvaturas teóricas no coincide con el peralte real en los extremos; o sea, emplear para la curva de transición la radioide, y para peralte real el peralte lineal, pero con acuerdos en sus extremos, o sea que el peralte real coincide con el teórico,  $A'B'$ , de la radioide en el trozo  $cd$ , y se separa de él en los extremos sustituyendo los ángulos por círculos tangentes,  $A_1bc$  y  $deB_1$  (fig. 5.<sup>a</sup>).

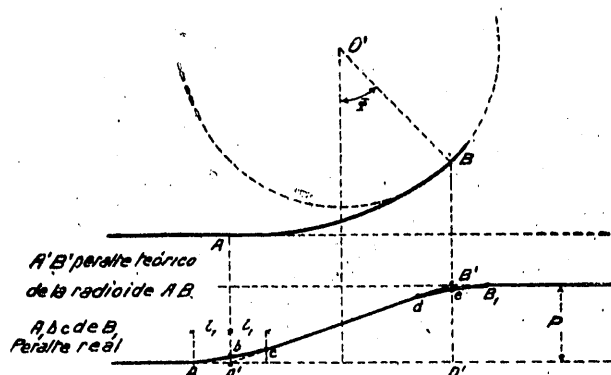


Figura 5.<sup>a</sup>

Hemos calculado el valor de  $l_1$  para que en el trozo  $A_1bc$  se compensen en conjunto el exceso del peralte sobre el teórico y el efecto de altura, y resulta ser:

$$l_1 = \sqrt{5PKR};$$

donde  $P$  es el peralte total, y  $K$  la relación entre altura del punto (1) y el ancho de vía. Para ferrocarriles de velocidad más variable, ya hemos dicho que:

$$P = 8 \frac{V_m^2}{R},$$

y como  $K$  se puede tomar igual a 1 en vía ancha para el vehículo corriente, resulta aproximadamente:

$$l_1 = 0,2 V_m (V_m \text{ en Km./hora}).$$

#### **Tipo radioide incompleta con peralte autoacordado.**

La solución teóricamente perfecta que compensa el efecto de altura en el centro de gravedad a todo lo largo del acuerdo, se compone en alzado o peralte de un trozo  $A_1GA'$  autoacordado, ya que la curvatura del peralte está compensada por el peralte mismo sin curvatura en planta. El trozo  $A'B'$  del peralte está compensado por la curvatura de la clotoide

(1) Hemos tomado el centro de gravedad, aunque se podía haber tomado la altura del viajero.

incompleta  $AB$  (1). El cálculo del trozo  $A_1GA'$  autoacordado da una ecuación exponencial que prácticamente se puede sustituir por una parábola cúbica tangente en  $A_1$  y  $A'$ , en la que el valor de  $A_1I = T'B_1$  es  $\sqrt{6KPR}$ , y que para vías anchas de velocidad muy variable dan (fig. 6.<sup>a</sup>):

$$l_1 = \frac{2}{3} A_1I = 0,15 V_m.$$

El trozo  $BK$ , que en planta es circular, es en alzado  $B'B_1$ , que es igual al  $A_1A'$  y produce la misma autocompensación que él.

En planta la curva de transmisión debe ser una radioide,  $AB$ , incompleta, o sea con ley lineal de curvaturas, pero cuya curvatura en el origen es  $\frac{l_1}{L} \times \frac{1}{R}$  y en el extremo es  $\frac{L-l_1}{L} \times \frac{1}{R}$ , con lo que la desaparición en  $A'$  de la curvatura de peralte es compensada con la aparición de la curvatura  $\frac{l_1}{L} \times \frac{1}{R}$  en la radioide incompleta ( $l_1 = A_1I$ ,  $L = A_1B_1$ ).

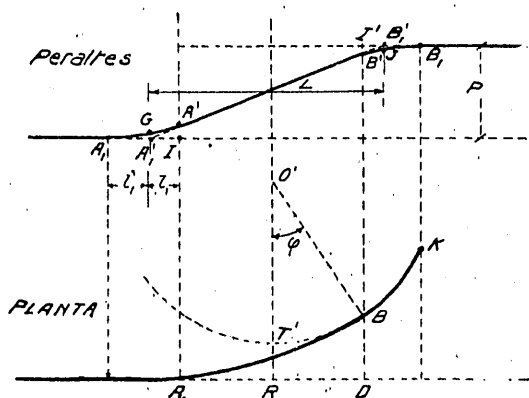


Figura 6.<sup>a</sup>

### Resumen de la comparación de tipos, y tipos elegidos.

La radioide con acuerdos en el peralte real reúne excelentes condiciones mecánicas y económicas a la vez, ya que da rampas de peralte reducidas para la misma longitud y huelgo, permitiendo menores distancias de alineaciones rectas. Además son las más conocidas y fáciles de replantear.

Más perfecta teóricamente parece (difiriendo tan poco que en la práctica apenas se encontrará la dife-

rencia) la solución de clotoide incompleta con peralte autoacordado, que, además, disminuye el huelgo para la misma rampa de peralte. Sólo tiene el inconveniente de no ser tan corriente su replanteo, aunque, como explicamos después, es tan fácil como el de la clotoide.

Esta conclusión podría ser rectificada en el porvenir, ya que los efectos giroscópicos y de huelgos combinados, difícilmente calculables, pero sí ensayables, podrían poner de manifiesto otros efectos.

Por ello, siempre que esto no signifique aumento de coste apreciable, conviene dejar entre los acuerdos de curvas sucesivas no sólo el valor de  $0,4 V_m$  para el acuerdo de peraltes, sino llegar al 30 por 100 de la suma de los dos acuerdos para poder con el mismo huelgo aplicar todos los acuerdos conocidos. También se deduce de lo expuesto la gran importancia que tiene el cuidado del asiento de vía en los acuerdos, especialmente del peralte, en sus extremos, por los efectos perturbadores que ello produce.

### Magnitud del acuerdo.

*Consideraciones generales.* — Todos los esfuerzos estudiados dependen de la rampa de peralte y curvatura de peralte a la vez que de la velocidad. Como las dos primeras disminuyen con la magnitud del acuerdo, se puede decir, sin duda, que el mejor acuerdo es el mayor. Pero el aumentar la longitud del acuerdo tiene inconvenientes, y por ello no debe pasarse de la magnitud a partir de la cual sus beneficios no justifican estos inconvenientes.

Un acuerdo grande, encarece la explanación en terrenos accidentados, ya que exige rectas intermedias entre círculos acordados mayores (lo que, unido al radio límite, es lo que impide el ceñirse al terreno). Además, disminuye las longitudes de la zona de circulación regular, que son las rectas y curvas circulares con aumento de la parte de más difícil replanteo, comprobación y corrección en los casos corrientes de corrimiento de vía.

La velocidad de giro máxima alrededor del eje de la vía se suele tomar como índice de la bondad del acuerdo, ya que es proporcional a la rampa de peralte y a la velocidad, magnitudes fundamentales de los esfuerzos estudiados. Si hacemos esta velocidad constante, resulta para el acuerdo una longitud  $L$  tal que  $K = \frac{P}{L} \times V_m$ , o sea,  $L = K' V_m P$ , donde  $V_m$  es la máxima admitida para la curva, y  $P$  su peralte máximo.

En la fórmula anterior intervienen el peralte y la velocidad máxima, por lo que haremos algunas consideraciones sobre ellos.

*Peralte y velocidad máxima en cada curva.* — Circulando todos los trenes a la misma velocidad, se po-

(1) Fracción de la clotoide correspondiente al peralte  $A_1B_1$ , de la que se utiliza  $AB$  (correspondiente a la parte  $A'B'$  de la ley de curvaturas) que es tangente en  $A$  y  $B$  a la recta y círculo acordados.

dría dar a la vía el peralte teórico que compensase el total de la fuerza centrífuga, el cual, para vía española, vale en milímetros  $13,69 \frac{V^2}{R}$  ( $V$  en Km./h. y  $R$  en metros). Con ello, desaparecerían las aceleraciones y sobreaceleraciones primarias y se podría aumentar la velocidad máxima y disminuir el desgaste de carriles y ruedas.

Es importante notar que con esto no se anulan las aceleraciones secundarias, las que dependen de las transiciones, lo que explica el hecho experimentado en el extranjero de no haber podido llegar a velocidades grandes con comodidad y seguridad hasta no haber mejorado las transiciones.

Están relacionados entre sí el peralte máximo, la velocidad mínima, la velocidad máxima, el exceso de peralte en trenes lentos y la falta de peralte en los trenes rápidos.

Las vías se emplean normalmente para trenes de velocidad muy variable, y, por ello, el peralte es una fracción  $f$  del correspondiente a la velocidad máxima

$$P = f \cdot 13,70 \frac{V_m^2}{R} \text{ milímetros.}$$

Nosotros admitiremos que  $f$  se puede considerar constante para las distintas curvas de una vía para tener análogas condiciones de seguridad y economía. Realmente no lo es, y por ello hay fórmulas muy variables del peralte.

Sin embargo, esta fórmula se puede adoptar para todas las curvas de un tipo de trazado con sólo elegir convenientemente la magnitud constante  $f$  para cada tipo y el valor de  $V_m$  para cada curva.

Si la máxima fuerza centrífuga no compensada, que en unidades de peralte vale  $13,69 (1 - f) \frac{V_m^2}{R}$  y que representa el esfuerzo transversal a los carriles es constante en las distintas curvas, entonces  $\frac{V_m^2}{R} = K^2$ , de donde  $V_m = K \sqrt{R}$ . Esta fórmula es admisible cuando la fuerza centrífuga es el esfuerzo predominante. A partir de un cierto valor de  $V_m$  no sólo adquieren gran importancia otros esfuerzos, sino que inclusive el material de vía y móvil limitan esta velocidad, y ya no es aplicable. Por ello, nosotros admitiremos  $V_m = K \sqrt{R}$  hasta un valor límite de  $R$ ,  $R_l$  y consideraremos que para  $R > R_l$ ,  $V_m$  es constante.

Consideraremos dos tipos de trazados: el de transiciones amplias y el de transiciones reducidas (en este último se encuentran muchos ferrocarriles construídos).

En el primer tipo se puede admitir un peralte máximo de 160 mm. y una velocidad máxima de  $4,5 \sqrt{R}$  ( $R$  en m. y  $V_m$  en Km./hora), hasta un radio límite

de 1.100 m., para el que  $V_m$  vale 150 Km./hora. Con estos valores se tiene  $\frac{V_m^2}{R} = 20,25$ , y entrando en la fórmula general del peralte,  $P = f \times 13,69 \frac{V_m^2}{R}$ ; con los valores de  $P$  y  $\frac{V_m^2}{R}$  sacamos el valor de  $f$ , con lo que queda la fórmula general del peralte (para cualquier valor de  $V_m$  y  $R$ )  $P = 8 \frac{V_m^2}{R}$ , en la que  $P$  es el peralte de la curva en milímetros,  $V_m$  la velocidad máxima admisible en la curva en Km./hora y  $R$  el radio de la misma en metros. Con ello nos resulta una aceleración sin compensar de  $0,660 \text{ m./s.}^2$ .

En los trazados de acuerdos reducidos admitimos  $V_m = 4 \sqrt{R}$  hasta un radio límite  $R_l = 900$  metros, a partir del cual suponemos velocidad máxima constante de 120 Km./hora, y admitiendo una aceleración sin compensar máxima de  $0,450 \text{ m./s.}^2$  nos resulta una fórmula de peralte de  $P = 9 \frac{V_m^2}{R}$ . Estas fórmu-

las son naturalmente medias suficientes para un estudio general y rectificable, donde las velocidades mínimas que no han intervenido varían de la media.

*Magnitudes de los acuerdos en los dos tipos de trazado.* — a) *Longitudes:* Ya hemos dicho que la fórmula lógica y usual de la longitud del acuerdo es de la forma  $L = K V_m P$ , en la que  $K$  es un coeficiente proporcional a la velocidad máxima de giro admitida en el acuerdo.

Empleando radioides, la experiencia ha sancionado los valores de  $K$  comprendidos entre 6 y 10 (para  $P$ , expresado en metros, y  $V_m$ , en Km./hora), o sea entre 0,006 y 0,01 si  $P$  está expresado en milímetros.

Nosotros adoptamos para el primer tipo de trazado el valor 10, y para el segundo el valor 7, por lo que, entrando en  $L = K P V_m$  con la fórmula correspondiente del peralte  $P$ , resulta para el primer tipo  $L_1 = 0,08 \frac{V_m^3}{R}$ , y para el segundo tipo  $L_2 = 0,063 \frac{V_m^3}{R}$ . Estas fórmulas para radios inferiores a los límites, en los que  $\frac{V_m^2}{R} = 20,25$  y 16 en los dos tipos se convierten respectivamente en  $L = 0,08 \times 20,25 V_m = 1,62 V_m$  y  $L_2 = 16 \times 0,063 V_m = 1,008 V_m$  o aproximadamente  $L_1 = 1,6 V_m$  y  $L_2 = V_m$ , que para los radios límites dan  $L_1 = 240$  metros y  $L_2 = 120$  metros.

Para radios superiores al radio límite, en los que la velocidad máxima se supone constante, adoptamos valores  $L_1 = 240 \sqrt{\gamma}$  en el primer tipo, y  $L_2 = 120 \sqrt{\gamma}$  en el segundo, con  $\gamma = \frac{R_l}{R}$  (o sea  $\gamma = \frac{1100}{R}$  en el primer tipo y  $\gamma = \frac{900}{R}$  en el segundo).

Con ello, en las curvas de gran radio se mejoran, a la vez que las fuerzas centrífugas incompensadas en las curvas circulares, las velocidades de giro en las transiciones. Con ello, la comodidad y seguridad aumentan tanto en la curva como en la transición, permitiendo lógicamente mayores velocidades con mayores radios.

Cuando próxima a la curva considerada hay otra de radio menor, se puede adoptar, si ello proporciona economía sensible, como longitud del acuerdo, la correspondiente a la curva de menor radio inmediata, quedando todavía la curva de radio mayor en mejores condiciones que la otra, pues se recorrerá con velocidad igual sensiblemente, y para iguales velocidades las longitudes deben estar en razón inversa de los radios.

b) *Huelgos*. — Para las radioides el huelgo vale con gran aproximación (más que suficiente para estas normas de conjunto)  $h = \frac{L^2}{24R}$ , que para radios menores del radio límite (en que  $L = K \sqrt{R}$ ) resulta una constante que llamaremos  $H$  (1). Para radios mayores del límite resultan:

$$h = H \times r^2 \left( r = \frac{R_l}{R} \right).$$

Para casos en que se pueda considerar que  $V_m$  no es el valor  $4 \sqrt{R}$  ó  $4,50 \sqrt{R}$  y convenga, por razones de economía u otras, disminuir longitudes o huelgos se debe, una vez elegido  $V_m$ , calcular las longitudes del acuerdo en los tipos por las fórmulas generales:

$$L_1 = 0,98 \frac{V_m^3}{R} \quad \text{y} \quad L_2 = 0,063 \frac{V_m^3}{R},$$

cualquiera que sea el radio, y

$$h = \frac{L^2}{24R},$$

cualquiera que sean  $L$  y  $R$ .

### Resumen general de tipos y magnitudes de acuerdos.

*Tipo de acuerdo elegido*. — Se pueden emplear las radioides para el acuerdo en planta.

La línea de peraltes será la recta de igual longitud que la radioide, salvo el matar los ángulos de encuentro con círculos cuya tangente será  $0,2 V_m$  ( $V_m$ , velocidad admitida en la curva).

*Tipos de trazados*. — Consideremos dos tipos. El primero, con transiciones holgadas, que se empleará en todo nuevo trazado, salvo casos especiales en que la economía, que por la reducción de distancia entre

curvas resulte, aconseje el empleo del segundo o uno intermedio.

El segundo tipo de transiciones reducidas es el que se puede emplear en la mayoría de las líneas construidas y en construcción, explanadas sin curvas de transición; y permite darles una transición muy útil con un gasto pequeño o nulo de explanación.

*Magnitudes del acuerdo en el primer tipo* (1). — Se considerarán cuatro casos: 1.º Cuando el radio de la curva sea menor de 1 100 metros, no habiendo causa que impida recorrer la curva a la velocidad de  $4,5 \sqrt{R}$ , el huelgo será de 2,21 metros, y la longitud del acuerdo,  $L_1 = 7,29 \sqrt{R}$ .

2.º Cuando el radio es mayor de 1 100 metros, y suponiendo que no hay causa que impida recorrer la curva a la velocidad límite de 150 Km./hora. Si  $\gamma = \frac{1100}{R}$ ,  $L_1 = 240 \sqrt{\gamma}$  y  $h = 2,21 \gamma^2$ .

3.º (De excepción). Cuando por la proximidad de la curva a otra de radio menor (ya que esta última u otras circunstancias de proximidad de estación, etc., limita la velocidad en la primera) se puede asegurar que la velocidad máxima en ella no es la supuesta ( $V_m = 4,5 \sqrt{R}$  o  $V_m = 150$ ) y convenga reducir la longitud del acuerdo, se puede emplear (sin disminuir la bondad de los acuerdos) la longitud  $L_1 = 0,08 \frac{V_m^3}{R}$ .

En el caso de ser la limitación debida a proximidad de curva de menor radio se puede adoptar la longitud del acuerdo de esta última, ya que si se supone la velocidad la misma en las dos, la fórmula anterior daría longitud menor para la de mayor radio. El huelgo en este caso se calculará por la fórmula huelgo,  $h = \frac{L^2}{24R}$ .

4.º Cuando  $R > 5 000$  se puede suprimir el acuerdo.

*Magnitudes del acuerdo en el segundo tipo*. — Siguiendo el mismo orden de conceptos, tendremos para el caso ( $R < 900$ )  $L = V_m = 4 \sqrt{R}$  y  $h = 0,67$  metros. Para el segundo caso ( $R > 900$ ) llamando  $\gamma = \frac{900}{R}$ ,  $L_2 = 120 \sqrt{\gamma}$  y  $h = 0,67 \gamma^2$ . En el tercer caso, la forma a emplear es  $L_2 = 0,063 \frac{V_m^3}{R}$ , y el huelgo  $h = \frac{L^2}{24R}$ .

En el cuarto caso de  $R > 3 000$  se puede suprimir el acuerdo.

(Continuará.)

(1) Para el primer tipo resulta ser  $H_1 = 2,21$  metros, y para el segundo tipo  $H_2 = 0,67$  metros.

(1) Se supone en todo esto  $V$  medido en kilómetros por hora, y  $L$  en metros.