

PRESAS DE CONTRAFUERTES

Por MANUEL ZABALA MENDÍA, Ingeniero de Caminos y
JOSÉ LUIS FERNÁNDEZ CASADO, Ing. de Caminos e Ing. Aeronáutico.

Presentan los autores una interesante aplicación práctica de la teoría desarrollada en su artículo anterior, que apareció en nuestro número de mayo último.

En el artículo anterior hemos expuesto las directrices para el proyecto de una presa de contrafuertes derivada de la clásica de Pigeaud; en el presente vamos a hacer una aplicación a un caso concreto, con

altura; de esta forma, la pérdida de agua es problemática, mientras que en caso contrario equivaldría a una pérdida anual segura —. No consideramos el efecto de las aguas vertiendo por encima de la coronación,

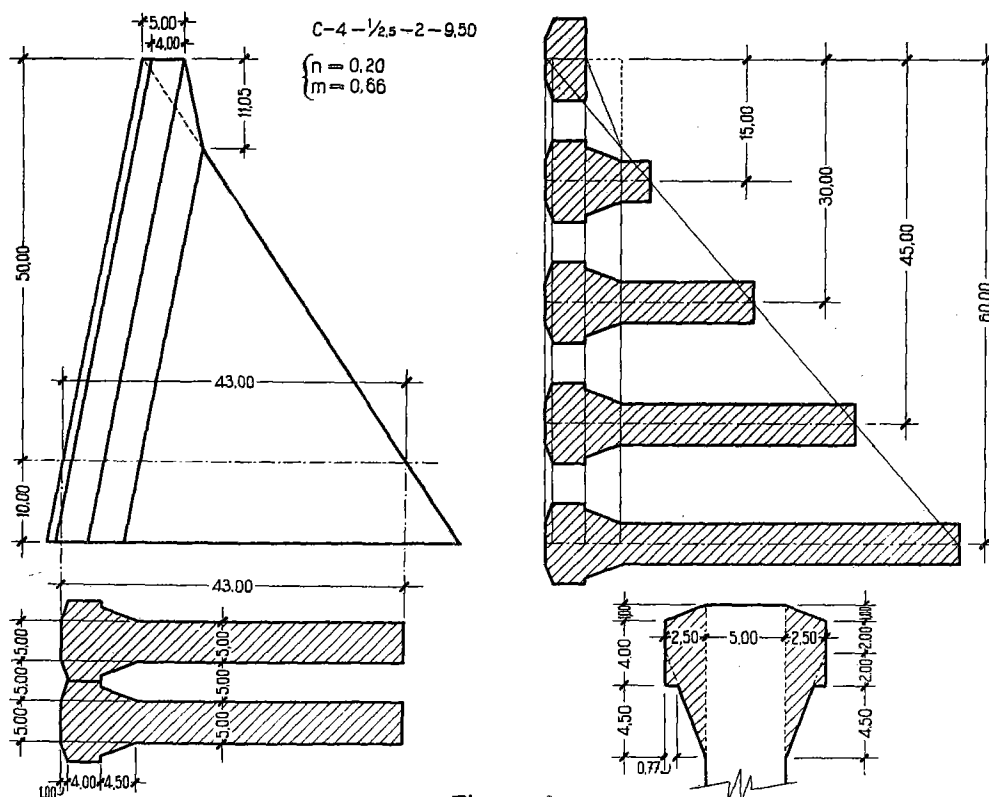


Figura 1.ª

objeto de aclarar el procedimiento y comparar las tensiones resultantes.

Se trata de una presa de 54,00 metros de altura máxima, en la que, debido al régimen de explotación hidroeléctrico, no es preciso considerar el empuje del hielo, por no actuar éste cuando el embalse está lleno — para el caso accidental en que el vaciado normal no se verifique, se proyecta una compuerta a suficiente

por proyectarse un aliviadero en un collado próximo, con salida lejos del pie de la presa. La roca, tanto del lugar de la presa como del aliviadero, presenta inmejorables condiciones por tratarse de un macizo granítico limpio por la acción glaciar.

El espesor del contrafuerte, siguiendo el criterio de proyectar los elementos con estabilidad propia, lo fijamos en 5,00 metros, y la distancia entre ejes de los

mismos, en 10,00 metros, que, como hemos visto en la primera parte, es aproximadamente la más económica. El espesor de la parte anterior de la cabeza es de 10,00 metros, con lo que los acuerdos, normales aproximadamente a los chaflanes de agua arriba y pasando por el punto medio de la zona de contacto de las cabezas, resultan de suficiente longitud para no temer el efecto de la componente normal al paramento del peso propio en la parte volada de la cabeza.

Los taludes de los paramentos, punto esencial del proyecto, los determinamos mediante el gráfico correspondiente, resultando, para la relación de espesor de contrafuertes a distancia entre ejes, de $1/2$, aproximadamente, $n = 0,19$, $m = 0,69$, valores que los transformamos en $n = 0,20$, $m = 0,66$, después de un tanteo, teniendo en cuenta la subpresión y el efecto de la cabeza (fig. 1.^a).

Calculados el área, centro de gravedad y momento de inercia de la cabeza, se determinan fácilmente los correspondientes a cualquier sección por composición de los anteriores con los del rectángulo sección del alma del contrafuerte, cuya longitud es proporcional a la altura de presa y el ancho es constante (cuadro número 1).

CUADRO NÚM. 1. — Características de las secciones.

$$C - 4 - 1/2,5 - 2 - 9,50$$

$$\begin{cases} n = 0,20 \\ m = 0,66 \end{cases}$$

H (m)	L (m)	X (m)	X' (m)	Area (m ²)	Inercia (m ⁴)
11,5	9,50	4,35	5,15	77,79	506
20	17,20	7,32	9,88	116,29	2.785
30	25,80	11,15	14,65	159,29	9.356
40	34,40	15,20	19,20	202,29	21.778
50	43,00	19,30	23,70	245,29	41.659
60	51,60	23,48	28,12	288,29	70.597

Fijadas las dimensiones de la presa, pasamos al cálculo de las tensiones en cada sección, para lo cual, y con el fin de controlar la influencia de cada una de las solicitaciones, lo hacemos mediante la ordenación del cuadro núm. 2. deducido mediante un giro de la presa de paramento vertical igual al ángulo del paramento anterior de la elegida.

CUADRO NÚM. 2. — Cálculo de las tensiones verticales normales.

$$\text{PRESA} . . \begin{cases} C - 4 - 1/2,5 - 2 - 9,50 \\ \left\{ \begin{aligned} D &= 10 \\ d &= 5 \end{aligned} \right\} \begin{cases} n = 0,20 \\ m = 0,66 \end{cases} \end{cases}$$

	Volumen	Peso	P. de paso	Brazo	Momento	TENSIONES		
						P/A	$\frac{Mx}{I}$	$\frac{Mx'}{I}$
1 ↓ Alma	2,15 H ³	(× 2,35)	0,3533 H	—	—	—	—	—
2 ↓ Adición alma.	128 m. ³	324	4,83 + (H - 3,68) 0,2	—	—	—	—	—
3 ↓ Cabeza	30,29 H	(× 2,35)	H/10 + 3,71	—	—	—	—	—
4 ↑ Coronación	28,70	67	7,25 + (H - 2,76) 0,2	—	—	—	—	—
5 ↓ Agua	H ³	H ³	0,25 + 0,0667 H	—	—	—	—	—
6 ↑ Subpresión.	38,89 H	38,89 H	4,35	—	—	—	—	—
7 → Agua	5 H ³	—	—	H/3	—	—	—	—

$$\sigma_1 = \frac{P}{A} - \frac{Mx}{I} \quad \sigma_2 = \frac{P}{A} + \frac{Mx'}{I} \quad R = \frac{5 H^3}{\Sigma P}$$

La inclinación del paramento anterior exige, para que la tensión mínima sea de compresión, que la vertical correspondiente sea mayor que $H \frac{n^2}{1+n^2}$ (*), siendo H la altura del agua en el punto considerado. Igualmente, debido al estrechamiento de la cabeza, es necesario comprobar en éste que no aparecen tensiones de tracción, cosa que es posible cuando se trata de contrafuertes muy estrechos.

(*) En el caso de bóvedas múltiples hay que multiplicar este valor por la relación de la distancia entre ejes al espesor del contrafuerte.

Los resultados del cálculo en las hipótesis de actuación de la subpresión o sin ella, los resumimos en tablas que llevamos a gráficos, no pudiendo presentar estos últimos por falta de espacio (cuadro núm. 3).

La tensión vertical en los puntos del paramento de agua arriba en las secciones próximas a la coronación y en la hipótesis hecha para la subpresión, aunque de reducido valor, resultan inferiores a la exigida, pero a poco que nos detengamos a revisar dicha hipótesis, la encontraremos inadmisibles para dichas secciones, pues debido a la corta longitud de las mismas equivaldría a considerar un coeficiente de subpresión bastante superior a la unidad. En la hipótesis de no

CUADRO NÚM. 3. — Tensiones en los paramentos, Tm./m.².

C — 4 — 1/2,5 — 2 — 9,50

$\begin{cases} n = 0,20 \\ m = 0,66 \end{cases}$

H	AGUA ARRIBA					AGUA ABAJO					
	$\sigma_{comp.}$	Con subpresión		Sin subpresión		Con subpresión			Sin subpresión		
		σ_1	τ_1	σ_1	τ_1	σ_2	$\sigma_{máx.}$	τ_2	σ_2	$\sigma_{máx.}$	τ_2
11,05	0,42	2,02	2,61	3,51	1,51	38,89	58,20	25,65	46,15	67,15	30,45
20	0,77	0,85	3,83	13,67	1,27	66,60	96,40	43,95	65,88	94,50	43,50
30	1,15	3,17	5,37	19,94	2,01	92,49	133,20	61,30	87,65	125,80	57,82
40	1,54	4,60	7,08	23,84	3,23	120,00	172,50	79,60	113,18	162,50	74,74
50	1,92	5,37	8,93	26,72	4,66	148,12	213,00	97,80	139,54	200,00	92,10
60	2,30	5,58	10,09	28,53	6,15	175,68	255,00	117,00	166,43	238,50	109,75

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{P}{A} - \frac{MX}{I} & \tau_1 &= (H - \sigma_1) n & \tau_{comp.} &= H \frac{n^2}{1+n^2} \\ \sigma_2 &= \frac{P}{A} + \frac{MX'}{I} & \sigma_{máx.} &= \sigma_2 (1 + m^2) & \tau_2 &= \sigma_2 m \end{aligned}$$

CUADRO NÚM. 4. — Coeficientes para el cálculo de las tensiones de corte y normales.

C — 4 — 1/2,5 — 2 — 9,50

$\begin{cases} n = 0,20 \\ m = 0,66 \end{cases}$

H	CON SUBPRESIÓN					SIN SUBPRESIÓN				
	$\alpha = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{L}$	$\frac{d\alpha}{dH}$	$\frac{d^2\alpha}{dH^2}$	$\frac{d\sigma^2}{dH}$	$\frac{d^2\sigma_2}{dH^2}$	$\alpha = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{L}$	$\frac{d\alpha}{dH}$	$\frac{d^2\alpha}{dH^2}$	$\frac{d\sigma_2}{dH}$	$\frac{d^2\tau_2}{dH^2}$
11,05	4,30					4,49				
20	3,82	-0,054	0,0010	3,10	-0,054	3,04	-0,162	0,612	2,20	-0,0034
30	3,45	-0,037	0,0026	2,59	+0,017	2,62	-0,042	0,004	2,17	+0,038
40	3,34	-0,011	0,0010	2,76	+0,005	2,60	-0,002	0,0001	2,55	+0,009
50	3,33	-0,001	-0,0001	2,81		2,59	-0,001	-0,0001	2,64	+0,005
60	3,31	-0,002		2,76	-0,005	2,57	-0,002		2,69	

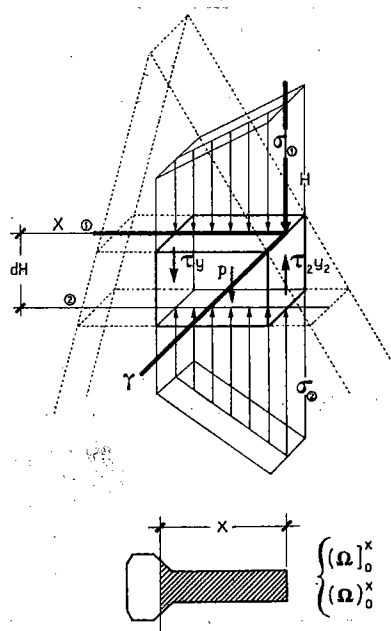
considerar subpresión, resultan las tensiones muy por encima del límite; un término medio entre ambas parece lo más indicado en las secciones superiores, quedando de esta forma dentro del límite de comparación.

Tensiones de corte. — La ley de distribución lineal de las tensiones verticales sólo se verifica para la presa Pigeaud en los casos límites de nivel de agua,

puesta ley lineal de las tensiones verticales; con m y L , el talud del paramento posterior y profundidad de la sección horizontal.

En la distribución de las tensiones de corte se ha hecho la hipótesis corriente de considerarlas iguales a lo largo de las franjas normales al eje de la sección. El desarrollo del cálculo y las aclaraciones necesarias

CALCULO DE LAS TENSIONES HORIZONTALES DE CORTE



$$\sigma_0 = -\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{L} x + \sigma_2 = -\alpha x + \sigma_2$$

$$\sigma_2 = \sigma_0 + d\sigma_0 = -(\alpha + d\alpha)(x + mdH) + \sigma_2 + d\sigma_2$$

$$\tau_y dH + p \int_0^x y dx dH + \int_0^x \sigma_0 y dx + \int_0^x \sigma_2 y dx + \tau_2 y_2 dH = 0$$

$$\tau_y dH + p \int_0^x y dx dH + \int_0^x (\sigma_0 - \sigma_2) y dx + \tau_2 y_2 dH = 0$$

$$\tau_y dH + p \int_0^x y dx dH + \int_0^x (x d\alpha + \alpha mdH - d\sigma_2) y dx + \tau_2 y_2 dH = 0$$

$$\tau_y dH + p \int_0^x y dx dH + \int_0^x \left(\frac{d\alpha}{dH} x + \alpha m - \frac{d\sigma_2}{dH} \right) y dx + \tau_2 y_2 dH = 0$$

$$\tau_y + p \int_0^x y dx + \int_0^x \left(\frac{d\alpha}{dH} x + \alpha m - \frac{d\sigma_2}{dH} \right) y dx + \tau_2 y_2 = 0$$

$$\tau = \frac{1}{y} \left[\tau_2 y_2 - (\Omega)_0^x \left(p + \alpha m - \frac{d\sigma_2}{dH} \right) - (\Omega)_0^x \frac{d\alpha}{dH} \right]$$

$$\int_0^x \tau y dx = y_2 x \tau_2 - (\Omega)_0^x \left(p + \alpha m - \frac{d\sigma_2}{dH} \right) - \left[(\Omega)_0^x \frac{d\alpha}{dH} \right]$$

$$\begin{cases} (\Omega)_0^x & \text{Momento del área} \\ (\Omega)_0^x & \text{área} \end{cases}$$

Figura 2.ª

pasando por la coronación y a embalse vacío. El cálculo de las tensiones de corte partiendo de las verticales, nos proporcionará el orden del error cometido. Un problema análogo se presenta en la presa Pigeaud para alturas de agua intermedias, pues la integración a lo largo de una sección nos debiera resultar igual al empuje del agua correspondiente.

En la figura 2.ª establecemos el equilibrio del elemento formado por dos secciones horizontales, distantes dH , y dos planos verticales: uno, pasando por el punto donde quiere determinarse la tensión de corte, y otro, por el paramento posterior en una de las secciones. Los subíndices 1 y 2 se refieren a las tensiones en los paramentos anterior y posterior, respectivamente; designamos con α la inclinación de la su-

perficie posterior, y en el cuadro núm. 4.

La fórmula obtenida es aplicable a las presas tipo Pigeaud; claro está que en éstas, $\frac{d\alpha}{dH} = 0$ y $\frac{d\sigma_2}{dH}$

permanente constante, resultando la ley conocida de distribución lineal. Prescindiendo de las secciones

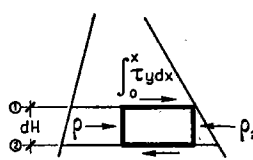
próximas a la coronación, en nuestro caso, $\frac{d\alpha}{dH}$ puede

considerarse igualmente cero, y $\frac{d\sigma_2}{dH}$ varía entre lí-

mites muy estrechos. Para comprobación, vamos a calcular la suma de las tensiones de corte para $H = 60$ metros, en la hipótesis de subpresión considerada:

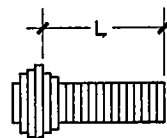
$$\int_0^L \tau y dx = 51,60 \times 5 \times 117 - 28,12 \times 288,29 (2,35 + 3,31 \times 0,66 - 2,76) = 15800,$$

CALCULO DE LAS TENSIONES NORMALES HORIZONTALES



$$\begin{aligned}
 (y \, dH) \, p + (y_2 \, dH) \, p_2 + \int_0^x y \, \tau_{\odot} \, dx + \int_0^x y \, \tau_{\ominus} \, dx &= 0 \\
 (y \, dH) \, p + (y_2 \, dH) \, p_2 + \int_0^x y \, dx \, d\tau &= 0 \\
 (y \, dH) \, p - (y_2 \, dH) \, p_2 - \int_0^x \left(\frac{d^2 \sigma_2}{dH^2} - m \frac{d\alpha}{dH} \right) (\Omega)_0^x \, dx \, dH - \int_0^x (\Omega)_0^x \frac{d^2 \alpha}{dH^2} \, dx \, dH &= 0 \\
 p = \frac{1}{y} \left[y_2 \, p_2 + (\Omega)_0^x \left(\frac{d^2 \sigma_2}{dH^2} - m \frac{d\alpha}{dH} \right) - [\Omega]_0^x \frac{d^2 \alpha}{dH^2} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \int_0^x (\Omega)_0^x \, dx &= \int_0^x (y_1 \, dx + (y_1 \, dx + y_2 \, dx) \, dx + \dots (y_1 \, dx + \dots y_m \, dx + \dots \\
 &= (y_1 \, dx) (dx + dx \dots \left[\frac{x}{dx} \right]) + (y_2 \, dx) \, dx \left(\frac{x}{dx} - 1 \right) + \dots \\
 &= (y_1 \, dx) \, L + (y_2 \, dx) (L - x_2) + \dots (y_m \, dx) (L - x_m) \\
 &= (\Omega)_0^L \text{ momento del area respecto } x = L
 \end{aligned}$$



Análogamente

$$\int_0^L (\Omega)_0^L \, dx = [\Omega]_0^L \text{ producto de inercia del area respecto } \begin{cases} x=0 \\ x=L \end{cases}$$

Figura 3.*

INCREMENTO DE $n = \pm 0,02$.

$\left\{ \begin{array}{l} \text{Area} = 245,29 \text{ m}^2 \\ \text{Inercia} = 11,659 \text{ m}^4 \\ X = 19,30 \text{ m.} \end{array} \right.$

CUADRO NÚM. 5. — Variación de las tensiones en función de la inclinación de los taludes
(Sección $H = 50 \text{ m.}$)

$C - 4 - 1/2,5 - 2 - 9,50$
 $\left\{ \begin{array}{l} n = 0,20 \\ m = 0,60 \end{array} \right.$

	Δ . Volumen	Δ . Peso	Δ . P. de paso	Δ . Brazo	Peso	Δ . Momento	P/A	$\frac{M \, X}{I}$
Alma.	0	0	0,02 H/3	$\mp 0,333$	12,675	4 225	—	—
Adición alma.	0	0	0,02 (H — 3,68)	$\mp 0,926$	324	298	—	—
Cabeza.	0	0	0	0	3,588	—	—	—
Coronación.	0	0	0,02 (H — 2,76)	$\mp 0,945$	97	92	—	—
Agua	$H^3/10$	$\pm H^3/10$	0,02 H/3	$\mp 0,333$	2,500	$\left\{ \begin{array}{l} + 3 000 \\ - 3 200 \end{array} \right.$	1,02	—
Subpresión.	0	0	0	0	1,044	—	—	—
Agua	0	—	—	0	—	—	—	—
$\Sigma \Delta$ momento =						$\left\{ \begin{array}{l} - 1 615 \\ + 1 415 \end{array} \right.$	$\pm 1,02$	$\left\{ \begin{array}{l} - 0,75 \\ + 0,66 \end{array} \right.$

n	0,18	0,20	0,22
σ_1	5,01	5,37	5,64
$\sigma_{\text{comp.}}$	1,57	1,92	2,30
$\sigma_1 - \sigma_{\text{comp.}}$	3,44	3,45	3,34

resultando un 12 por 100 menor de 18 000 Tm., valor exacto del empuje del agua. Esto nos demuestra que sólo en forma aproximada verifican las tensiones verticales la ley lineal, y que la fórmula obtenida para las tensiones de corte es solamente aproximada, sirviéndonos para determinar en esta forma, después de corregida, su ley de variación.

Tensiones normales horizontales. — Se determinan de manera análoga a las de corte (fig. 3.^a). El desarrollo del cálculo lo exponemos en la figura. Los valores de $\frac{d^2 \alpha}{dH^2}$, $\frac{d^2 \sigma_2}{dH^2}$ y $\frac{d \alpha}{dH}$, son aproximadamente cero, y el valor $\frac{d \tau_2}{dH}$ se saca del gráfico de variación de τ_2 con H .

Una vez calculadas las componentes de las tensiones y dibujados los correspondientes círculos de Mohr, estamos en condiciones de compararlos con la curva de rotura intrínseca del hormigón y determinar de esta forma los coeficientes de seguridad. También es sencillo el trazado de las trayectorias de las tensiones, no debiéndose olvidar que son sensiblemente las de la presa Pigeaud que ha servido de base para el proyecto.

Variación del talud de los contrafuertes. — Ordenado el cálculo de las tensiones en la forma expuesta, es fácil determinar las variaciones en las mismas para un desplazamiento de la coronación; lo hacemos en la sección de $H = 50$, refiriendo las tensiones en el paramento anterior a la correspondiente de comparación (cuadro núm. 5).

CUADRO NÚM. 6. — *Coefficiente de deslizamiento.*

$$C - 4 - 1/2,5 - 2 - 9,50$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n = 0,20 \\ m = 0,66 \end{array} \right.$$

H	R (con subp.)	R (sin subp.)
11,05	0,461	0,348
20	0,607	0,491
30	0,678	0,577
40	0,715	0,627
50	0,735	0,659
60	0,750	0,690

El resultado nos demuestra que, aunque la presa más económica corresponde al valor de n comprendido

entre 0,18 y 0,20, existe suficiente margen para aumentar su valor sin alterar el volumen total, con lo cual disminuimos el valor del coeficiente de deslizamiento (*) (cuadro núm. 6).

Respecto a la cubrición del paramento posterior, al objeto de aislamiento térmico y arriostramiento, mejor que unas bovedillas resulta indicada la solución de una losa delgada de hormigón armado continua entre dos contrafuertes y volada las mitades de los contiguos, o bien simplemente apoyada entre ellos.

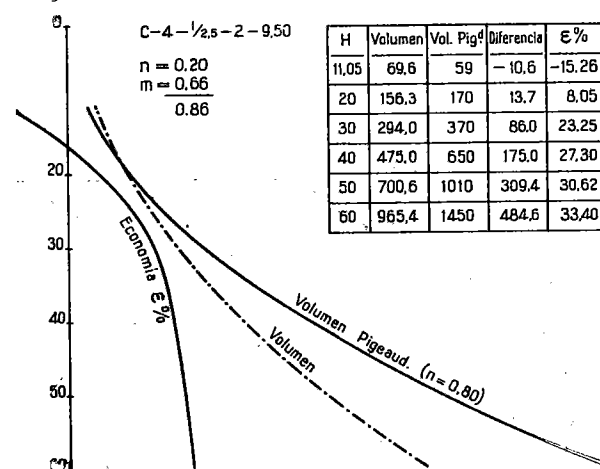


Figura 4.^a

En la figura 4.^a se comparan los volúmenes a diferentes alturas con los de la presa Pigeaud, de talud 0,80, con una coronación triangular de 4,00 m., deduciendo los tantos por ciento de economía respecto a la misma.

(*) En las presas de contrafuertes, contando con el rozamiento lateral del cimientto, puede admitirse un coeficiente de deslizamiento más elevado que en las de gravedad macizas; así, en las recientemente construidas en los Alpes se alcanzan valores próximos a 0,90, y en la presentada por D. Alfonso Peña en el Congreso de Lisboa de la A. E. P. C., en 1932, 1,87, sin considerar el efecto de la subpresión.