

EL EFECTO DE LA SOBRECARGA MÓVIL EN LOS ARCOS EMPOTRADOS

Por ALBERTO VIADER MUÑOZ, Ingeniero de Caminos.

Expone el autor su opinión acerca de la necesidad de obtener líneas de influencia para estudiar los efectos de la sobrecarga móvil en los arcos y en otras estructuras, y describe un método asequible de obtenerlas, que recoge de un libro recientemente publicado por él mismo.

En el libro que he publicado recientemente bajo el título *Cálculo tabular de arcos empotrados*, he puesto de manifiesto la necesidad ineludible de obtener las líneas de influencia del momento flector y componente normal a la sección considerada para deducir los efectos debidos a la sobrecarga móvil en los arcos. Esto mismo sucede con todas las estructuras, y esto mismo indican todos los autores, pues

citadas líneas, cuando se trata de arcos de directriz antifunicular y ley de inercias variable de clave a arranques con cualquier función en la que, como variable independiente, figure la abscisa o la ordenada del arco, y se hace casi inabordable si se ha de partir desde el principio, siguiendo cualquiera de los métodos derivados de la teoría de la Elasticidad, y se han de calcular las integrales clásicas de los arcos.

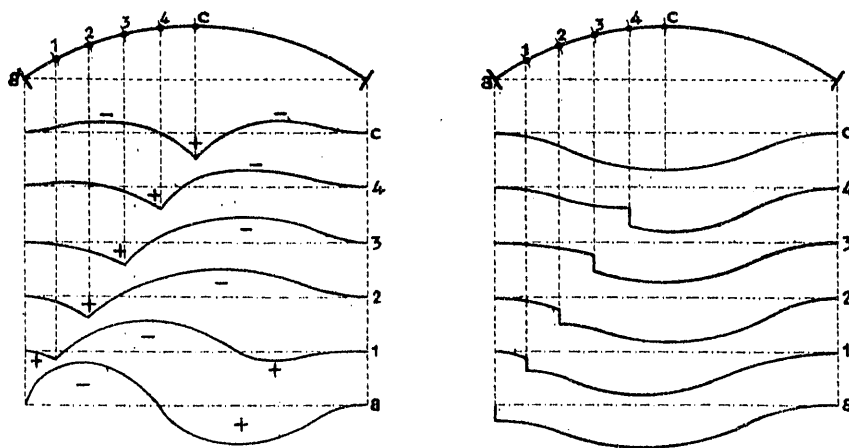


Figura 1.ª

incluso aquellos que prescinden, aparentemente, de ellas, pueden hacerlo por utilizar sobrecargas virtuales uniformemente repartidas, que, multiplicadas por los valores de las superficies, positivas, negativas o totales, limitadas por las líneas de influencia y el eje de abscisas, cuyos valores calculan previamente, dan los valores más desfavorables, para lo cual han de basarse forzosamente en dichas líneas.

En el libro citado, y en los demás análogos a él, se dan tablas que permiten obtener estas líneas de influencia con gran facilidad, pues todo el cálculo queda reducido a poquísimas operaciones aritméticas; de no disponer de tablas, es muy laborioso este cálculo, aun partiendo de las fórmulas finales de las

Las formas que adoptan estas curvas son las que pone de manifiesto la figura 1.ª.

En los puentes de tablero superior, el efecto de la sobrecarga móvil se hace sentir en el arco por medio de los tímpanos, y si éstos son aligerados, llega a ellos este efecto por intermedio del tablero; lo mismo sucede, aunque con signo contrario, en los tímpanos, con los puentes de tablero inferior. En los de tímpanos macizos o aligerados longitudinalmente, ocurre lo mismo, pero de una manera muy diferente, ya que mientras en aquéllos los efectos de la sobrecarga móvil llegan al arco, de un modo más o menos preciso, en forma de carga puntual, sea cual sea su forma sobre el tablero, en éstos existe un efecto de

repartición que es muy beneficioso al arco y que algunos autores han tenido en cuenta. La figura 2.^a nos da idea de los resultados que pueden obtenerse teniendo en cuenta esta consideración. En el caso indicado, midiendo el momento flector sin tener en cuenta la repartición, sería:

$$M_1 = M^* P;$$

y teniéndola, supuesta repartición de P a un lado y otro de su vertical, en partes iguales, resulta:

$$M_2 = \frac{P}{2\lambda'} S'_M + \frac{P}{2\lambda''} S''_M = \left(\frac{S'_M}{\lambda'} + \frac{S''_M}{\lambda''} \right) \frac{P}{2} < M_1,$$

y lo mismo sucede respecto a la componente normal a la sección, para la cual obtenemos:

$$N_1 = N^* P;$$

$$N_2 = \frac{P}{2\lambda'} S'_N + \frac{P}{2\lambda''} S''_N = \left(\frac{S'_N}{\lambda'} + \frac{S''_N}{\lambda''} \right) \frac{P}{2} < N_1.$$

Los coeficientes de P al considerar la repartición, tanto los de M como los de N , son menores que los calculados sin tenerla en cuenta, y esto, mucho más en unos casos que en otros. El ángulo α oscila de 35° a 45°, para rellenos de tierras, y es igual a 55°, para relleno de hormigón.

Lo mismo ocurre en sentido transversal, aunque de modo distinto.

Esta propiedad es común a todas las estructuras, pero en arcos de puentes puede ser de gran interés cuando se trata de afinar mucho los cálculos, y, por tanto, los espesores y armaduras.

Los puentes de tímpano macizo tienen la ventaja, en ferrocarril, de aminorar notablemente el impacto y eliminar el efecto de frenado en las bóvedas, sin que por ello necesiten mayores espesores o armaduras, pues si la bisectriz es antifunicular del peso propio, las flexiones se limitan casi exclusivamente a las producidas por la sobrecarga móvil y variación de temperatura.

En ellos es especialmente interesante el estudio de la repartición, comenzando por la que la superestructura de la vía produce, que transforma las sobrecargas puntuales en presiones repartidas que transmite el puente.

La figura 3.^a nos muestra la conocida curva de presiones transmitidas al tablero de los puentes por el tren tipo de sobrecarga, en ferrocarriles de vía ancha con carril de 45 Kg.

La figura 4.^a reproduce la misma curva, correspondiente al tren tipo, para ferrocarriles de vía estrecha con carril de 30 Kg.

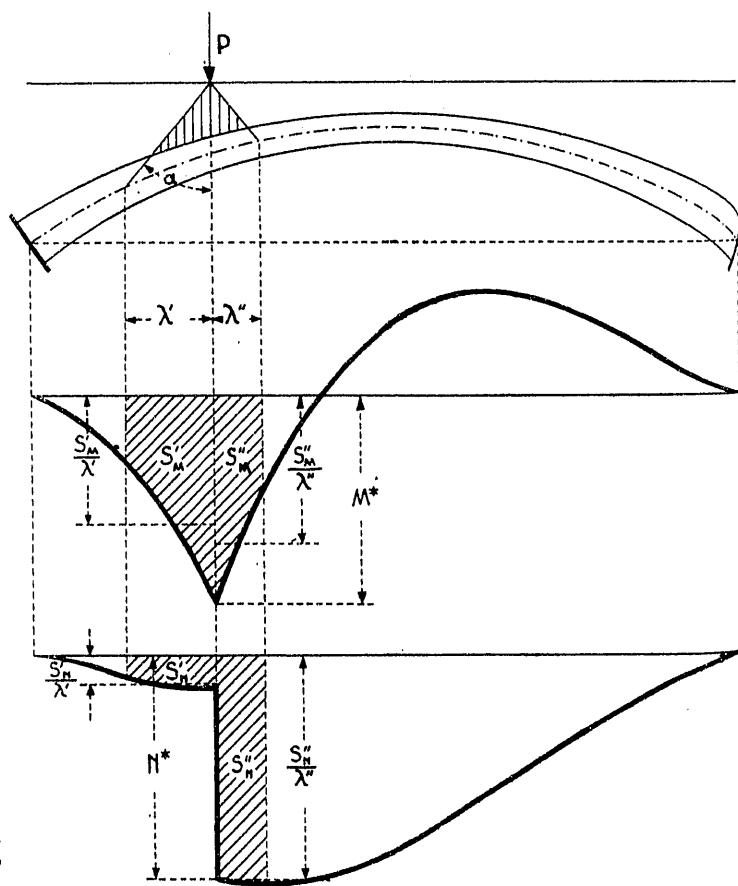


Figura 2.^a

En los puentes para carretera, aunque existe este efecto de repartición, no compensa los inconvenientes de los tímpanos macizos, pero ofrece su estudio especial interés cuando se trata de tímpanos aligerados longitudinalmente, sobre todo si se tiene en cuenta también el beneficioso efecto que éstos ejercen sobre el arco. Esto permitió, en el puente del Risorgimento, en Roma, construido en 1910, con 100 m. de luz, dar espesores de 0,20 m. en clave y 0,50 m. en arranques, gracias a los tabiques de 0,20 m. a 0,30 m. de espesor cada 3,25 m.

Sin embargo, la complicación de los cálculos no es compensada, en los casos corrientes, por los beneficios obtenidos, y, por tanto, este efecto de repartición no suele ser tenido en cuenta. Se prefiere, a lo sumo, pasear el tren de sobrecarga sobre el arco directamente, como si no existieran los tímpanos, o se toma una sobrecarga uniformemente repartida que, multiplicada por las superficies positivas, negativas o totales más desfavorables, limitadas por las líneas de influencia, da los resultados que se suponen más desfavorables.

Existe alguna diferencia, sin embargo, entre los resultados obtenidos paseando el tren de sobrecarga directamente y los correspondientes a la sobrecarga

EFFECTO DE LA SOBRECARGA TIPO DE TREN — ACCIONES UNITARIAS TRANSMITIDAS POR LA VIA

VIA ANCHA

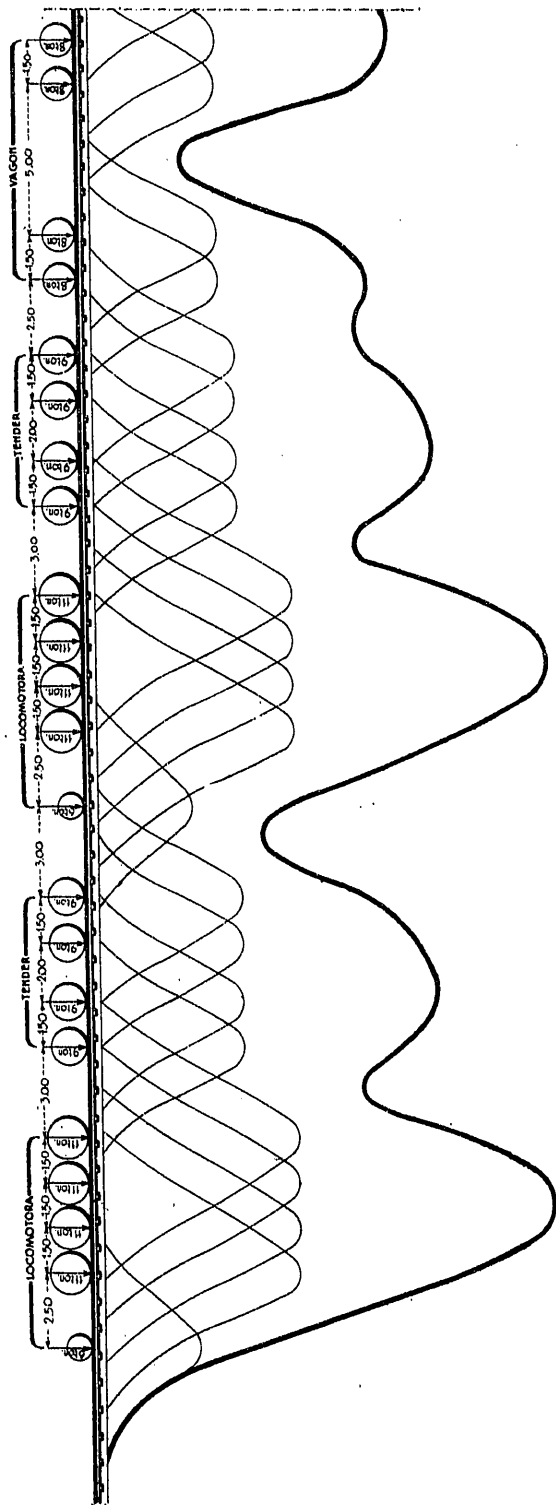


Figura 3.^a

EFFECTO DE LA SOBRECARGA TIPO DE TREN — ACCIONES UNITARIAS TRANSMITIDAS POR LA VIA

VIA ESTRECHA

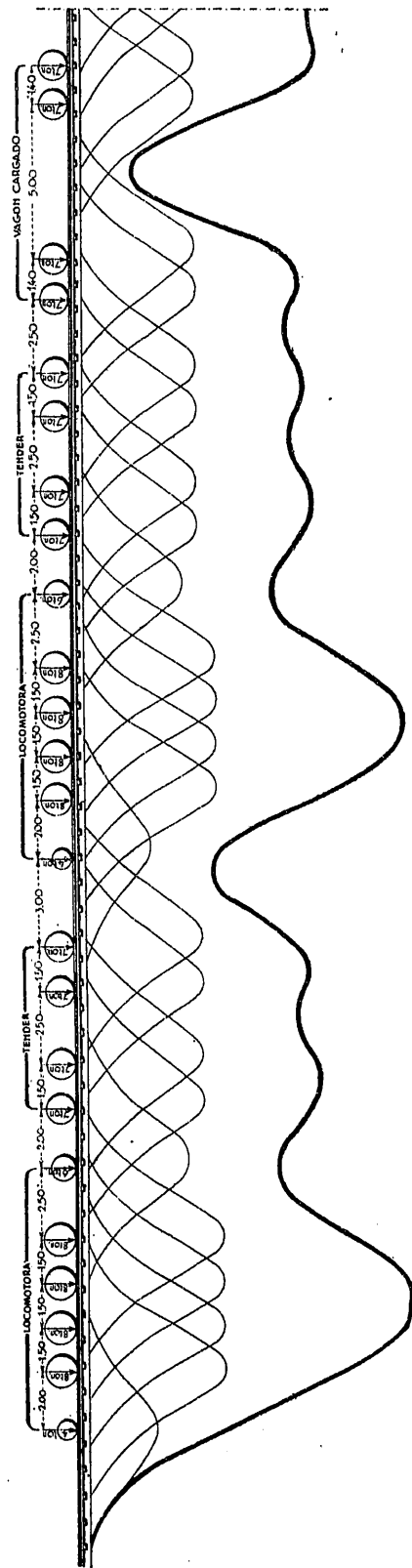


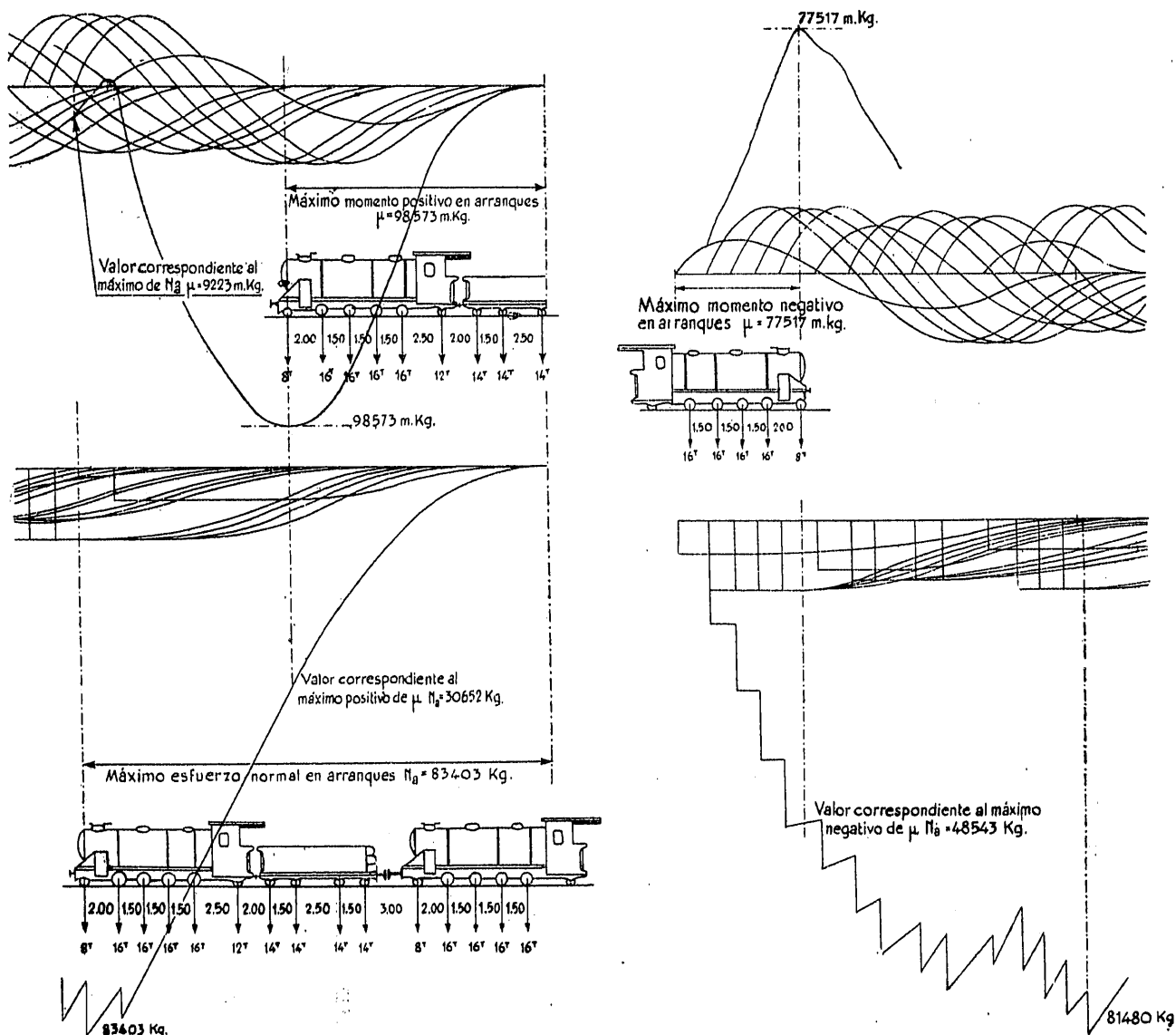
Figura 4.^a

uniforme, debidos, principalmente, a que ésta fué calculada en la Instrucción para que produjera los mismos efectos que aquélla en vigas rectas. Esta diferencia es tanto mayor cuanto mayor es la diferencia entre arco y viga, es decir, cuanto más peraltado es aquél, alcanzando, en ocasiones, del 10 al 15 por 100 en casos corrientes.

Los que utilizan la sobrecarga uniforme, lo hacen porque con mayor rapidez se obtienen los resultados deseados; pero en realidad, no es nada complicado el cálculo si se procede en la forma que indico en el libro citado, es decir, en forma mixta: por el cálculo, utilizando las tablas pertinentes, se deducen las líneas de influencia del momento flector y componente nor-

mal a la sección considerada, y se multiplican, después, por el valor de cada una de las fuerzas representativas del tren de sobrecargas, habida cuenta del coeficiente de impacto; una vez dibujadas distancias en un sentido u otro, en las mismas magnitudes que las fuerzas del tren, se suman, obteniendo curvas cuyas ordenadas son los valores efectivos del momento flector o componente normal debidos al paso de la sobrecarga considerada sobre el puente.

La figura 5.^a reproduce las curvas de momentos flectores y componentes normales, en arranques, de un arco rebajado a 1/2, de 25,65 m. de luz, debidas al paso del tren tipo de la Instrucción, para ferrocarriles de vía estrecha, en un sentido u otro.



La figura 6.^a da estas mismas curvas, correspondientes a arranques de un arco rebajado a 1/8, de 22 m. de luz, debidas al paso del tren tipo de tranvías de la Instrucción, tanto en un sentido como en otro, ya que por las dimensiones del arco y simetría de la sobrecarga sirve para los dos casos.

En estas curvas se aprecian claramente los máximos y, por tanto, sin duda alguna, la posición de la sobrecarga móvil que produce los efectos más desfavorables que hay que comprobar.

Esto obliga, si se quieren continuar los cálculos con la precisión que se comenzaron en la obtención de las líneas de influencia, a calcular exactamente el valor de la ordenada correspondiente al máximo.

Sin embargo, no interesa saber cuál es el valor más desfavorable del momento flector ni de la componente normal, pues son simples valores auxiliares que utilizamos en el cálculo; lo que interesa es conocer las cargas de trabajo del material que constituye el arco, y esto, aunque un poco más laborioso, es, sin duda, mucho más exacto.

El procedimiento es el mismo; pero en vez de utilizar las líneas de influencia de momentos flectores y componentes normales, se utilizan las de las cargas máximas de trabajo en las secciones comprobadas.

Para mayor claridad y demostrar, a la vez, que es muy poco más complicado el cálculo, vamos a hacer a continuación todas las operaciones necesarias con este método para la sección, en arranques, del arco de 22 m. de luz y rebajamiento de 1/8, que hemos mencionado antes.

Utilizando las tablas del libro que antes he citado, y siguiendo el procedimiento allí expuesto, se obtienen las líneas de influencia siguientes:

Punto	M_a^*	N_a^*	Punto	M_a^*	N_a^*
0	0,0000	0,4472	11	+ 0,5996	1,6611
1	- 0,9275	0,4874	12	+ 0,7857	1,5271
2	- 1,5210	0,5988	13	+ 0,8631	1,3377
3	- 1,8102	0,7644	14	+ 0,8393	1,1074
4	- 1,8397	0,9639	15	+ 0,7291	0,8536
5	- 1,6645	1,1746	16	+ 0,5627	0,5979
6	- 1,3409	1,3750	17	+ 0,3678	0,3628
7	- 0,9321	1,5469	18	+ 0,1862	0,1716
8	- 0,4881	1,6683	19	+ 0,0515	0,0446
9	- 0,0604	1,7327	20	0,0000	0,0000
10	+ 0,3119	1,7309			

Estas líneas, multiplicadas por las fuerzas representativas de la sobrecarga móvil, dibujadas con el desplazamiento que les corresponde, y sumadas, dan los gráficos de la figura 6.^a, en los cuales se indican los máximos momentos positivos y negativos, con sus componentes normales correspondientes, y el valor

máximo de ésta con su correspondiente momento. Una vez precisada la abscisa de cada uno de estos valores, es necesario calcular, bien directamente o por interpolación, el valor exacto de esos máximos, y después, hallar las cargas máximas de trabajo correspondientes, por la fórmula:

$$\sigma = \frac{N}{S} \pm \frac{M}{W}; \quad [1]$$

con lo cual, y sumando los valores de σ obtenidos con los debidos a otras solicitaciones, queda terminada la comprobación de esta sección si se sigue el método expuesto en primer lugar.

En el segundo método procederíamos de la manera siguiente: Con ayuda de la fórmula [1], obtendríamos el cuadro que insertamos a continuación (en el caso que tratamos, $S = 8\,694\text{ cm}^2$; $W = 179\,966$ centímetros cúbicos).

LÍNEAS DE INFLUENCIA DE LAS CARGAS DE TRABAJO EN ARRANQUES				
Punto	$\frac{N_a^*}{S}$ Kg./cm. ²	$\frac{M_a^*}{W}$ Kg./cm. ²	Trasdós $\sigma^* = \frac{N_a^*}{S} + \frac{M_a^*}{W}$ Kg./cm. ²	Intradós $\sigma^* = \frac{N_a^*}{S} - \frac{M_a^*}{W}$ Kg./cm. ²
0	0,0000514	0,0000000	0,0000514	0,0000514
1	0,0000561	- 0,0005154	0,0004593	0,0005715
2	0,0000689	- 0,0008452	0,0007763	0,0009141
3	0,0000879	- 0,0010059	0,0009180	0,0010938
4	0,0001109	- 0,0010222	0,0009113	0,0011331
5	0,0001351	- 0,0009249	0,0007898	0,0010600
6	0,0001582	- 0,0007451	0,0005869	0,0009033
7	0,0001779	- 0,0005179	0,0003400	0,0006958
8	0,0001918	- 0,0002712	0,0000794	0,0004630
9	0,0001993	- 0,0000336	+ 0,0001657	0,0002329
10	0,0001991	+ 0,0001733	+ 0,0003724	0,0000258
11	0,0001911	+ 0,0003332	+ 0,0005243	- 0,0001421
12	0,0001756	+ 0,0004366	+ 0,0006122	- 0,0002610
13	0,0001539	+ 0,0004796	+ 0,0006335	- 0,0003257
14	0,0001274	+ 0,0004664	+ 0,0005938	- 0,0003390
15	0,0000982	+ 0,0004051	+ 0,0005033	- 0,0003069
16	0,0000688	+ 0,0003127	+ 0,0003815	- 0,0002439
17	0,0000417	+ 0,0002044	+ 0,0002461	- 0,0001627
18	0,0000197	+ 0,0001035	+ 0,0001232	- 0,0000838
19	0,0000051	+ 0,0000286	+ 0,0000337	- 0,0000235
20	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000

Obtenidas estas líneas, no hay más que multiplicarlas por las fuerzas representativas de la sobrecarga móvil, habida cuenta del coeficiente de impacto, y dibujarlas desplazadas en las mismas distancias que están las fuerzas de la sobrecarga, y sumar, lo mismo que se ha indicado en el primer método apuntado, con lo que inmediatamente se ven los máximos de las

cargas máximas de trabajo y la posición de la sobrecarga móvil que las produce. Dado el origen de magnitud de las cifras que se manejan en momentos flectores y componentes normales y cargas de trabajo, se ve que siguiendo el primer método es preciso calcular,

por lo menos por interpolación, el valor de los máximos de M y N , que han de introducirse en la fórmula [1], mientras que en el segundo pueden obtenerse las cargas máximas de trabajo directamente del dibujo, sin necesidad de repetir cálculos. No obstante,

DEDUCCION DE LOS ESFUERZOS MAS DESFAVORABLES EN EL ARRANQUE IZQUIERDO DEL ARCO DEBIDOS AL PASO DE LOS TRANVIAS TIPO

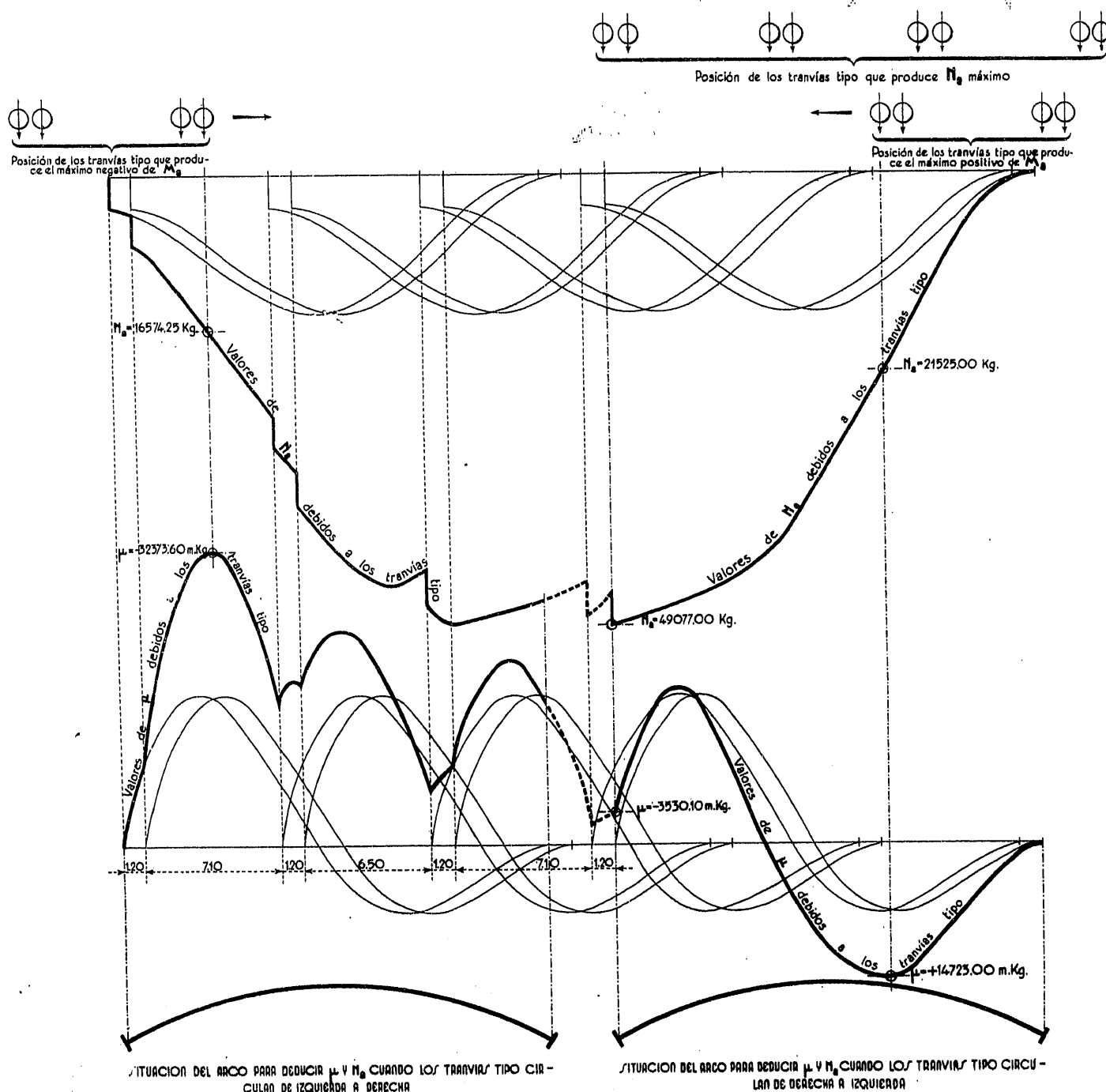


Figura 6.^a

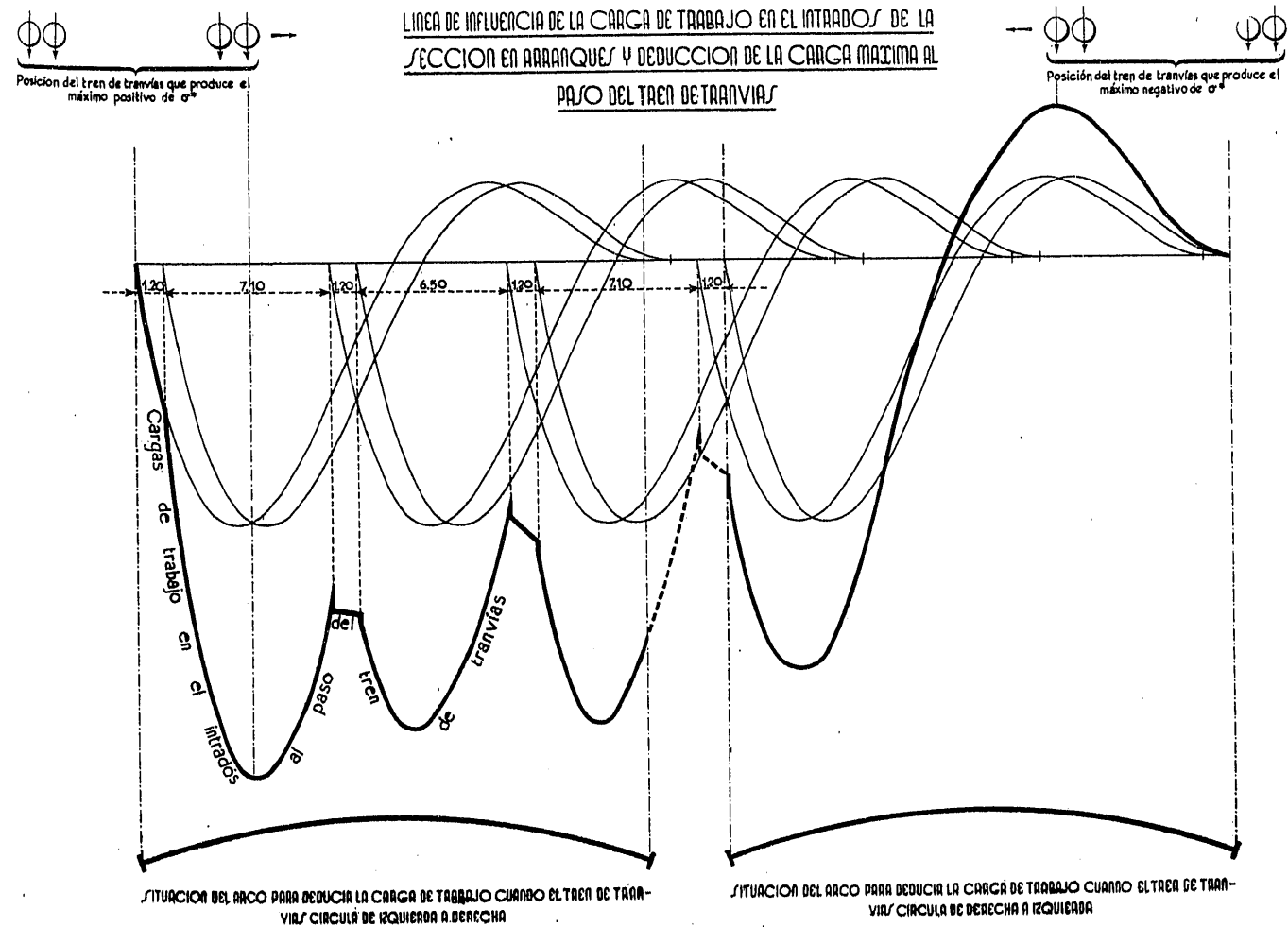
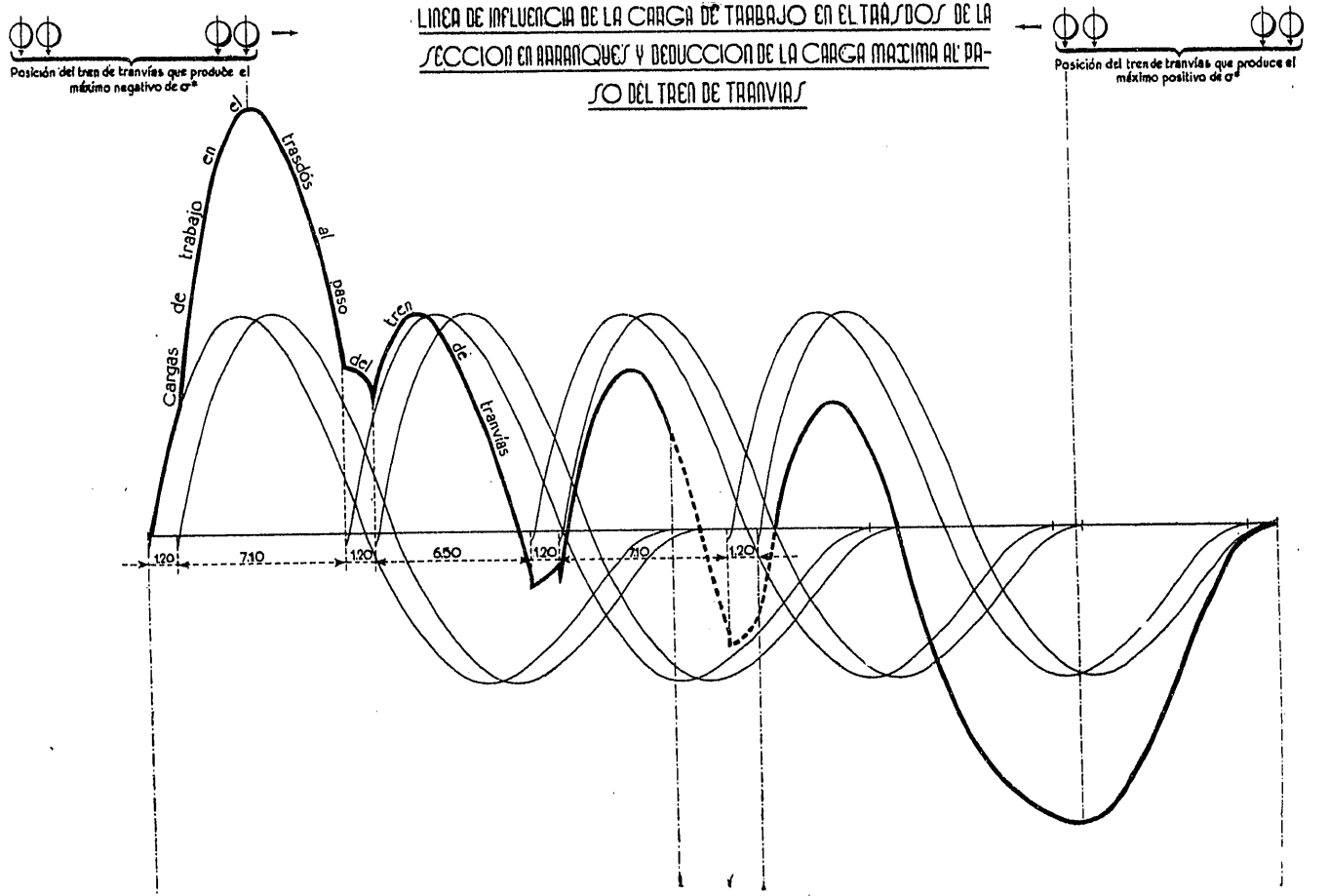


Figura 7.^a

para aplicar este método es preciso hacer el cuadro insertado en segundo lugar, pero la sencillez del mismo compensa, probablemente, las operaciones, necesarias en el primero, de obtención exacta de los máximos considerados de M y N .

La figura 7.^a nos muestra las curvas de cargas máximas de trabajo en el caso que nos ocupa.

Éstas tienen la ventaja, sobre las otras, de referirse a algo tangible. Si en este caso, o en otros cualesquiera, además de las curvas correspondientes a arranques, obtenemos las de otras secciones del arco, o, por lo menos, las de las más interesantes, tales como clave y riñones, y las dibujamos todas sobre el mismo gráfico, obtendremos una serie de curvas demostrativas

del trabajo del arco en cualquier sección y en cualquier posición de la sobrecarga móvil.

Si hacemos esto mismo con la sobrecarga permanente, variaciones térmicas, retracción de fraguado, frenado, etc., y sumamos estas curvas con las debidas a la sobrecarga móvil, obtendremos las de trabajo del arco en trasdós e intradós, por todos los conceptos tenidos en cuenta, y si se comparan solamente los máximos correspondientes a cada sección, se verá clarísimamente si el arco está bien proyectado o no en cuanto a la ley de espesores adoptada, pues si es la más adecuada, estos máximos deben tener el mismo valor, o, por lo menos, valores semejantes, en todas las secciones del arco.