

# TABLAS AUXILIARES PARA EL CÁLCULO DE LÍNEAS DE INFLUENCIA

POR EMILIO MIRANDA LAFUENTE, INGENIERO DE CAMINOS

*El autor reúne en estas tablas cuantos coeficientes son necesarios para el cálculo de estructuras continuas con vigas de inercia constante, exponiendo a continuación, con varios ejemplos, su aplicación, siguiendo un proceso análogo al método experimental de Beggs con modelos reducidos.*

El planteamiento del cálculo de líneas de influencia no presenta gran dificultad. Son muchos los procedimientos por los que puede abordarse, sin embargo, el traducir en cifras los resultados; lo que en realidad interesa en la práctica, es generalmente laborioso y distrae la atención y el tiempo del proyectista en cálculos entretenidos y penosos, con el natural riesgo del error numérico a que la fatiga suele conducir.

las normas para el cálculo de líneas de influencia que han sido utilizadas en su interpretación física por Beggs, Colonnetti, Magnel, Rieckhof, etc., valiéndose de modelos reducidos, en los que, produciendo en una sección un giro o desplazamiento respecto a la inmediata, se obtienen las ordenadas de la elástica, debida a esta deformación, proporcionales a las de la línea de influencia en la sección en que aquélla se ha producido.

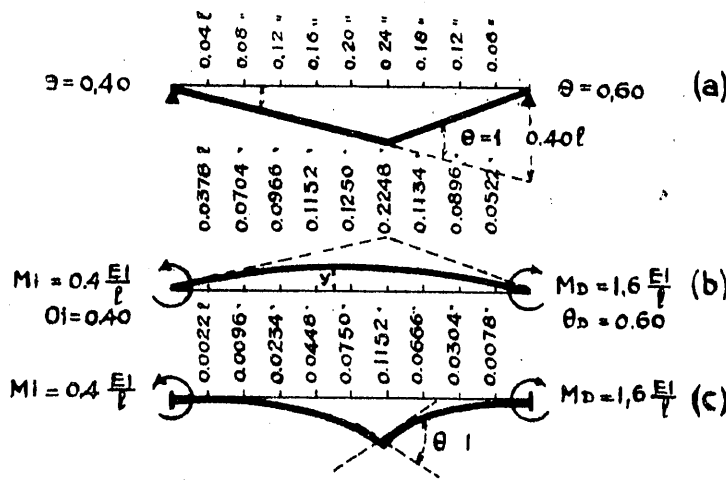


Figura 1.ª

Entre los distintos métodos de cálculo, son preferibles sobre los puramente analíticos, aquellos que siguen la marcha del proceso de deformación y transmisión de esfuerzos por su más fácil comprobación y comprensión de la cuantía de la influencia que en el conjunto ejercen las distintas piezas de la estructura. De aquí el éxito alcanzado en los últimos diez años por el método de Cross, que, en realidad, no es más que una interpretación mecánica de las ecuaciones planteadas por Manderla, Bresse, etc. y resueltas por aproximaciones sucesivas. Betti (1872), Maxwell (1864), Müller Breslau (1885) y Mohr (1874) dieron con sus teoremas de reciprocidad de deformaciones y analogía de la elástica con la línea funicular de una ley de cargas similar a la de los momentos flectores,

El gran número de procedimientos de cálculo que desde aquellas fechas han surgido, diferentes entre sí en la forma de plantear y resolver un sistema de ecuaciones, indica el interés que tiene simplificar su algoritmo. De todos ellos, los más sugestivos son los últimamente citados, en los que el resultado se obtiene por simple lectura de la medida de la deformación en el modelo, pero no siempre o, mejor dicho, rara vez, se puede disponer de los medios necesarios, por lo que, utilizando una buena máquina de calcular (decimos esto para garantía de los resultados), hemos formado unas tablas, para el caso frecuente de estructura, integradas por barras rectas de inercia constante, en las que fácilmente pueden obtenerse cuantos coeficientes son necesarios para establecer las condiciones de

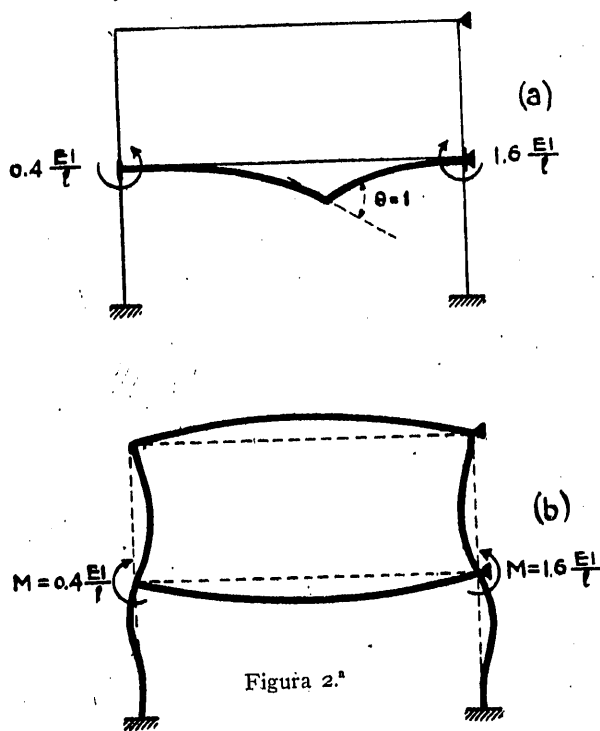


Figura 2.<sup>a</sup>

continuidad de la estructura y el dibujo de la elástica de deformación, limitando las operaciones del cálculo a lo que pudiéramos llamar el montaje.

El significado de los coeficientes de las tablas que-

da explicado en los gráficos que figuran en las mismas; su deducción es bien sencilla por los teoremas de Mohr. Con objeto de evitar confusiones de signos, los hemos dividido en forma que el diagrama de fuerzas, momentos, o elástica tenga la disposición que figura a la cabeza de cada una.

No entramos en detalle de razonamientos acerca de la propagación de momentos en estructuras múltiples, ya que en las obras de Zafra, Peña, Fernández Casado, Soto Burgos y Strassner, entre otras, se exponen los distintos procedimientos con todo detalle. En la REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS de 1934, páginas 209 y 402, exponía nuestro compañero Prieto Moresi un método en el que combinaba los de masas elásticas o puntos fijos y el de Cross, utilizando las ventajas de uno y otro en cada caso. Efectivamente: las simplificaciones que introduce Cross en su obra *Continuos Frames Of Reinforced Concrete*, pág. 117, consisten, en definitiva, en volver al método de las masas elásticas; apliquemos, pues, éste en el caso en que está indicado, pórticos múltiples, y, en general, estructuras de malla abierta, y aquél en el de malla cerrada, en el que sus ventajas son indudables.

Observando el proceso operatorio que seguiríamos operando con modelos reducidos, determinados en la figura 1.<sup>a</sup>, la línea de influencia en la sección a 0,60 de la luz en la viga empotrada. Partiendo de la viga apoyada en sus extremos, articulamos en la sección y giramos los dos trozos un ángulo  $\theta = 1$ ; la figura de-

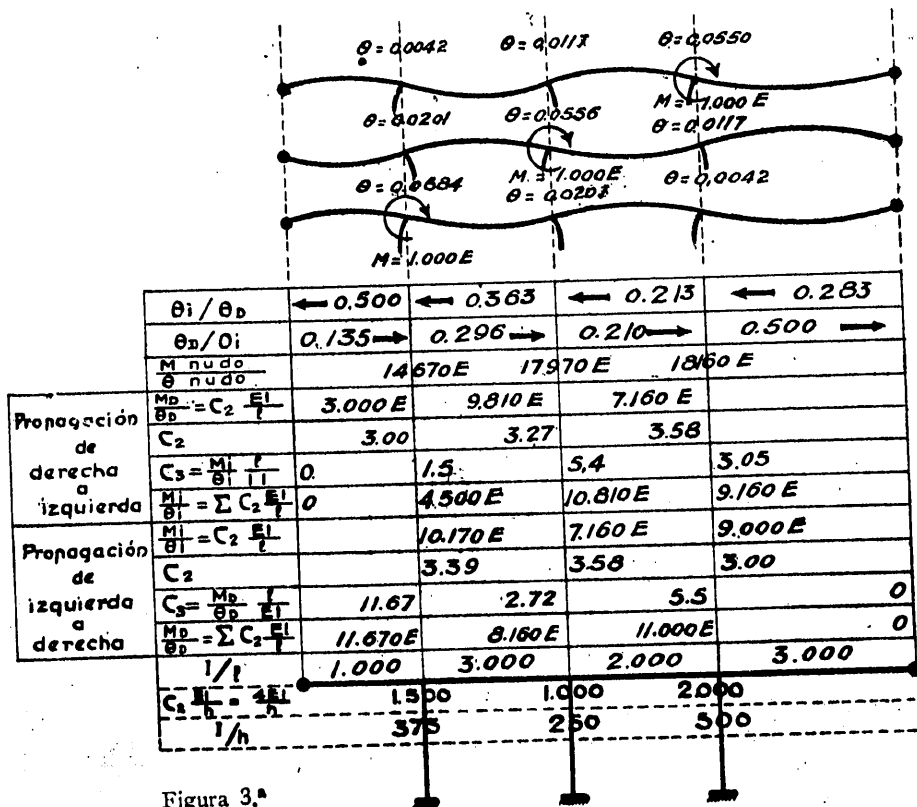


Figura 3.<sup>a</sup>

formada nos da línea de influencia en caso de simple apoyo. Si a continuación aplicamos momentos pares en sus extremos, tales que restituyan las secciones extremas a su posición primitiva, la directriz experimentará una nueva deformación, representada en la figura 1.<sup>a</sup>, *b*. Sumando las elásticas de las figuras 1.<sup>a</sup>, *a* y *b*, tenemos las de la figura 1.<sup>a</sup>, *c*, que nos da la línea de influencia buscada.

Las ordenadas de la elástica (fig. 1.<sup>a</sup>, *b*), se han calculado con la tabla IV, partiendo de  $\frac{\theta D}{\theta l} = 0,66$ .

La interpolación, según ley lineal, se hace con la tabla auxiliar de la parte inferior. De esta forma se ha calculado la tabla VI, vigas empotradas.

namos la articulación y anulamos el par  $10.170 E$ , aplicando otro igual y contrario; los giros finales serán los resultantes de las dos operaciones; su cálculo ya está hecho en la figura 3.<sup>a</sup>. Conocidos los ángulos de giro, la elástica se calcula inmediatamente con la tabla III.

Finalmente, en la figura 5.<sup>a</sup>, se expone un caso con desplazamiento del dintel. En *a* se calculan los pares que se necesita aplicar para que el dintel no se deforme al producir un desplazamiento  $\Delta$ ; al soltar estos pares se deformará el dintel, girando los nudos los ángulos que figuran en *b*, cuyo cálculo queda facilitado con los coeficientes determinados en la figura 3.<sup>a</sup>. La elástica es la línea de influencia de la fuerza, *F*, que pro-

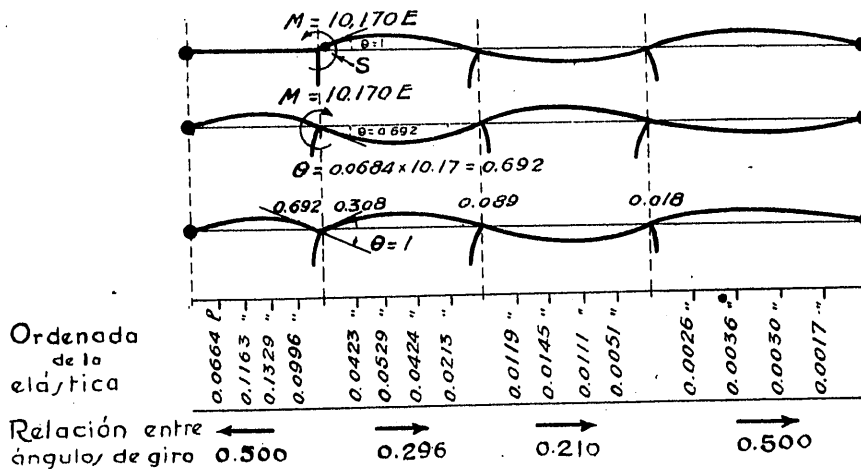


Figura 4.<sup>a</sup>

En el pórtico de la figura 2.<sup>a</sup> sustituimos la barra intermedia por la deformada de la figura 1.<sup>a</sup>, *c*, restableciendo el enlace mediante los pares  $0,4 \frac{EI}{L}$  y  $1,6 \frac{EI}{L}$

Al soltar estos pares (las pinzas que mantenían verticales las secciones extremas), la figura se deformará según la figura 2.<sup>a</sup>, *b*, y sumando sus ordenadas con las de la figura 2.<sup>a</sup>, *a*, tendremos las ordenadas de las líneas de influencia.

En la figura 3.<sup>a</sup> se han calculado los coeficientes de rigidez o masas elásticas, coeficiente de propagación de ángulos de giro, etc., de un pórtico sin desplazamiento de dintel; para ello hemos utilizado la tabla I. Operando con los coeficientes de propagación de ángulos de giro se reducen las operaciones, por ser éste en el nudo el mismo para las barras que en él concurren. Cuando interesen para los resultados finales los momentos, éstos se determinan fácilmente en función de los ángulos con las tablas I, II y III.

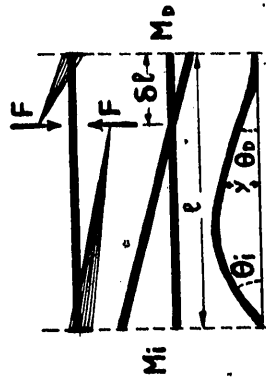
En la figura 4.<sup>a</sup> determinamos la línea de influencia en la sección *S* del mismo pórtico; para ello articulamos en la sección y aplicamos un momento  $M = 10.170 E$ , que produce un giro unidad; con-

duce el desplazamiento. Aplicando el teorema de Berty se pasa inmediatamente a las líneas de influencia de los giros en los nudos, según hacemos en *c*, *d*, *e*. En *f* desplazamos la sección, *S*, paralelamente a sí misma, manteniendo fijos los nudos, para lo que es necesario aplicar pares  $\frac{6EI}{L^2} = 18.000 \frac{E}{L}$ ; anulando estos pares se producirán los giros que figuran en *g*; las sumas de las deformaciones *f*, *g*, nos dan la elástica *h*, línea de influencia del esfuerzo cortante en *S*, en el caso de nudos desplazables.

En las distintas tablas figuran las áreas limitadas por la elástica y la cuerda, totales y parciales, con lo que se facilita el cálculo para cargas uniformemente repartidas, completas e incompletas, y determinación de los términos de carga, ángulos de giro en los extremos de vigas apoyadas, que con frecuencia suelen utilizar los textos alemanes.

No tienen otro objeto estas líneas que facilitar a nuestros compañeros nuestros útiles de trabajo. Como hemos dicho, son los coeficientes a que hay que llegar por cualquier procedimiento que se utilice para el cálculo. Para cada cual, el mejor será aquél con que se

TABLA I



Cargas

Ley de momentos

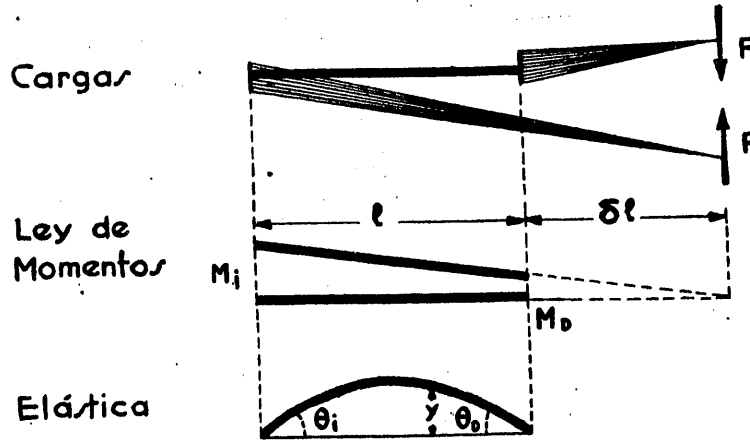
Elastica

$\frac{M_b}{M_i}$	$\delta$	$\frac{\theta_i}{M_i} = C_1 \frac{l}{EI}$		$\frac{M_b}{M_i} = C_2 \frac{l}{EI}$		$\frac{M_b}{\theta_b} = C_3 \frac{EI}{l}$	$\frac{\theta_b}{M_b} = C_4 \frac{l}{EI}$	$\theta_b = C_5 \theta_i$	$\int_0^l y d\theta = C_6 \int_0^l y d\theta = C_7 \frac{l^3}{EI}$	$F = C_8 \frac{G l^3}{EI} \theta_i$	
		$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$						$C_5$
.00	.0000	.3333	3.0000	.00	$\infty$	.0000	$\infty$	.5000	.1250	.0417	3.00
.01	.0099	.3317	3.0151	.01	16.667	.0612	16.667	.4925	.1245	.0412	3.05
.02	.0196	.3300	3.0303	.02	8.000	.1250	8.000	.4848	.1237	.0408	3.09
.03	.0291	.3283	3.0457	.03	5.222	.1914	5.222	.4772	.1231	.0404	3.14
.04	.0385	.3267	3.0612	.04	3.833	.2609	3.833	.4694	.1224	.0400	3.18
.05	.0476	.3250	3.0769	.05	3.000	.3333	3.000	.4615	.1218	.0396	3.23
.06	.0566	.3233	3.0928	.06	2.444	.4091	2.444	.4536	.1211	.0392	3.28
.07	.0654	.3217	3.1088	.07	2.048	.4884	2.048	.4456	.1205	.0387	3.33
.08	.0741	.3200	3.1250	.08	1.750	.5714	1.750	.4375	.1198	.0383	3.38
.09	.0826	.3183	3.1414	.09	1.635	.6585	1.635	.4293	.1191	.0379	3.42
.10	.0909	.3167	3.1579	.10	1.333	.7500	1.333	.4211	.1184	.0375	3.47
.11	.0990	.3150	3.1746	.11	1.182	.8462	1.182	.4127	.1177	.0371	3.52
.12	.1071	.3133	3.1915	.12	1.061	.9474	1.061	.4043	.1170	.0367	3.57
.13	.1150	.3120	3.2086	.13	.949	1.0541	.949	.3957	.1163	.0362	3.63
.14	.1228	.3100	3.2258	.14	.857	1.1667	.857	.3871	.1156	.0358	3.68
.15	.1304	.3083	3.2432	.15	.778	1.2857	.778	.3784	.1149	.0354	3.73
.16	.1379	.3067	3.2609	.16	.708	1.4118	.708	.3696	.1141	.0350	3.78
.17	.1453	.3050	3.2787	.17	.647	1.5454	.647	.3606	.1134	.0346	3.84
.18	.1525	.3033	3.2967	.18	.593	1.6875	.593	.3516	.1126	.0342	3.89
.19	.1597	.3017	3.3149	.19	.544	1.8387	.544	.3425	.1119	.0337	3.95
.20	.1667	.3000	3.3333	.20	.500	2.0000	.500	.3333	.1111	.0333	4.00
.25	.1870	.2930	3.3898	.25	.391	2.5223	.391	.3051	.1088	.0321	4.17
.24	.1935	.2933	3.4091	.24	.361	2.7692	.361	.2955	.1079	.0317	4.23
.20	.1667	.3000	3.3333	.20	.500	2.0000	.500	.3333	.1111	.0333	4.00

.19	.1797	.3000	3.3333	.20	2.0000	.500	.3333	.1111	.0333	2.00
.20	.1667	.3000	3.3333	.20	2.0000	.500	.3333	.1111	.0333	2.00
.21	.1548	.2933	3.4091	.24	2.7692	.361	.2955	.1079	.0317	4.23
.22	.1435	.2866	3.4883	.25	3.0000	.333	.2857	.1071	.0312	4.29
.23	.1326	.2803	3.5683	.26	3.2500	.308	.2759	.1063	.0308	4.34
.24	.1222	.2742	3.6482	.27	3.5217	.284	.2659	.1055	.0304	4.40
.25	.1122	.2683	3.7281	.28	3.8181	.262	.2558	.1046	.0300	4.46
.26	.1026	.2627	3.8080	.29	4.1299	.241	.2456	.1038	.0296	4.53
.27	.0933	.2573	3.8879	.30	4.5000	.222	.2353	.1029	.0292	4.59
.28	.0843	.2521	3.9678	.31	4.8947	.204	.2249	.1021	.0287	4.65
.29	.0756	.2471	4.0477	.32	5.3333	.187	.2143	.1012	.0283	4.71
.30	.0672	.2422	4.1276	.33	5.8235	.172	.2036	.1000	.0279	4.78
.31	.0591	.2375	4.2075	.34	6.3750	.157	.1928	.0994	.0275	4.84
.32	.0513	.2330	4.2874	.35	7.0000	.143	.1818	.0985	.0271	4.91
.33	.0438	.2287	4.3673	.36	7.7143	.129	.1707	.0975	.0267	4.98
.34	.0365	.2246	4.4472	.37	8.5385	.117	.1595	.0966	.0262	5.04
.35	.0294	.2207	4.5271	.38	9.5000	.105	.1481	.0957	.0258	5.11
.36	.0225	.2170	4.6070	.39	10.6363	.094	.1366	.0947	.0254	5.18
.37	.0158	.2135	4.6869	.40	12.0000	.083	.1250	.0937	.0250	5.25
.38	.0093	.2102	4.7668	.41	13.6666	.073	.1132	.0928	.0246	5.32
.39	.0030	.2071	4.8467	.42	15.7575	.063	.1013	.0918	.0242	5.39
.40	.0000	.2041	4.9266	.43	18.4286	.054	.0892	.0908	.0237	5.46
.41	.0000	.2012	5.0065	.44	22.0000	.046	.0769	.0897	.0233	5.54
.42	.0000	.1983	5.0864	.45	27.0000	.037	.0645	.0887	.0229	5.61
.43	.0000	.1955	5.1663	.46	34.5000	.029	.0519	.0877	.0225	5.69
.44	.0000	.1927	5.2462	.47	47.0000	.021	.0392	.0860	.0221	5.76
.45	.0000	.1899	5.3261	.48	72.0000	.014	.0263	.0855	.0217	5.84
.46	.0000	.1871	5.4060	.49	107.0000	.007	.0132	.0844	.0212	5.92
.47	.0000	.1843	5.4859	.50	∞	.000	.0000	.0833	.0208	6.00



TABLA II



$\frac{M_D}{M_i}$	$\delta$	$\frac{\theta_i}{M_i} = C_1 \frac{l}{EI}$	$\frac{M_i}{\theta_i} = C_2 \frac{EI}{l}$	$\frac{M_D}{M_i}$	$\frac{M_D}{\theta_D} = C_3 \frac{EI}{l}$	$\frac{\theta_D}{M_D} = C_4 \frac{l}{EI}$	$\theta_D = C_5 \theta_i$	$\int_0^l y dt = \theta_i C_6 l^2$	$\int_0^l y dt = M_i C_7 \frac{l^3}{EI}$	$F = C_8 \frac{EI}{l^2} \theta_i$
		$C_1$	$C_2$		$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$	$C_7$	$C_8$
.00	.0000	.3333	3.0000	.00	.0000	$\infty$	.5000	.1250	.0417	3.00
.05	.0526	.3417	2.9268	.05	.2727	3.6666	.5366	.1281	.0437	2.78
.10	.1111	.3500	2.8571	.10	.5000	2.0000	.5714	.1310	.0458	2.57
.15	.1765	.3583	2.7907	.15	.6923	1.4444	.6047	.1337	.0479	2.37
.20	.2500	.3666	2.7272	.20	.8571	1.1667	.6364	.1364	.0500	2.18
.25	.3333	.3750	2.6666	.25	1.0000	1.0000	.6666	.1389	.0521	2.00
.30	.4286	.3833	2.6087	.30	1.1250	.8889	.6957	.1413	.0542	1.83
.35	.5385	.3917	2.5532	.35	1.2353	.8095	.7234	.1436	.0562	1.68
.40	.7500	.4000	2.5000	.40	1.3333	.7500	.7500	.1458	.0583	1.50
.45	.8182	.4083	2.4490	.45	1.4211	.7037	.7755	.1480	.0604	1.35
.50	1.0000	.4167	2.4000	.50	1.5000	.6666	.8000	.1500	.0625	1.20
.55	1.2222	.4250	2.3529	.55	1.5714	.6364	.8235	.1520	.0646	1.00
.60	1.5000	.4333	2.3077	.60	1.6364	.6111	.8461	.1538	.0667	0.92
.65	1.8571	.4417	2.2642	.65	1.6957	.5897	.8679	.1557	.0687	0.79
.70	2.3333	.4500	2.2222	.70	1.7500	.5714	.8889	.1574	.0708	0.67
.75	3.0000	.4583	2.1818	.75	1.8000	.5555	.9091	.1591	.0729	0.55
.80	4.0000	.4667	2.1420	.80	1.8462	.5417	.9286	.1607	.0750	0.43
.85	5.6667	.4750	2.1053	.85	1.8889	.5294	.9474	.1623	.0771	0.32
.90	9.0000	.4833	2.0690	.90	1.9286	.5185	.9655	.1638	.0792	0.21
.95	19.0000	.4917	2.0339	.95	1.9655	.5088	.9831	.1653	.0812	0.10
1.00	$\infty$	.5000	2.0000	1.00	2.0000	.5000	1.0000	.1666	.0833	0.00

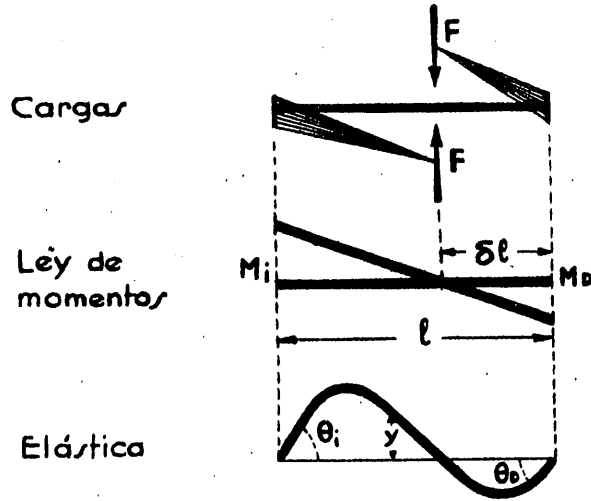


TABLA III

$\frac{M_b}{M_i}$	$\delta$	$\frac{\theta_i}{M_i} = C_1 \frac{l}{EI}$	$\frac{M_i}{\theta_i} = C_2 \frac{EI}{l}$	$\frac{M_b}{M_i}$	$\frac{M_b}{\theta_b} = C_3 \frac{EI}{l}$	$\frac{\theta_b}{M_b} = C_4 \frac{l}{EI}$	$\theta_b = C_5 \theta_i$	$\int_0^l y dx = C_6 \frac{l^3}{EI}$	$\int_0^l y dx = M_i \frac{C_7 l^3}{EI}$	$F = C_8 \frac{EI}{l^2} \theta_i$
		$C_1$	$C_2$		$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$	$C_7$	$C_8$
0.50	0.3333	0.2500	4.0000	0.50	$\infty$	0.0000	0.0000	0.0853	0.0208	6.00
.52	0.3421	.2467	4.0541	.52	78.0000	.0128	.0270	.0811	.0200	6.16
.54	0.3506	.2433	4.1096	.54	40.5000	.0247	.0548	.0788	.0192	6.35
.56	.3590	.2400	4.1667	.56	28.0000	.0357	.0853	.0764	.0183	6.50
.58	.3671	.2367	4.2254	.58	21.7500	.0460	.1127	.0739	.0175	6.68
.60	.3750	.2333	4.2857	.60	18.0000	.0556	.1429	.0714	.0167	6.86
.62	.3827	.2300	4.3478	.62	15.5000	.0645	.1739	.0688	.0158	7.04
.64	.3902	.2267	4.4118	.64	13.7140	.0729	.2059	.0662	.0150	7.24
.66	.3976	.2233	4.4776	.66	12.3750	.0808	.2388	.0634	.0142	7.43
.68	.4048	.2200	4.5455	.68	11.3330	.0882	.2727	.0606	.0133	7.64
.70	.4118	.2167	4.6154	.70	10.5000	.0952	.3077	.0577	.0125	7.85
.72	.4186	.2133	4.6875	.72	9.8180	.1018	.3437	.0548	.0117	8.06
.74	.4253	.2100	4.7619	.74	9.2500	.1081	.3810	.0516	.0108	8.29
.76	.4318	.2067	4.8387	.76	8.7690	.1140	.4194	.0484	.0100	8.52
.78	.4382	.2033	4.9180	.78	8.3570	.1197	.4590	.0451	.0092	8.75
.80	.4444	.2000	5.0000	.80	8.0000	.1250	.5000	.0417	.0085	9.00
.82	.4505	.1967	5.0847	.82	7.6875	.1301	.5424	.0381	.0075	9.25
.84	.4565	.1933	5.1724	.84	7.4118	.1349	.5862	.0345	.0067	9.52
.86	.4624	.1900	5.2632	.86	7.1666	.1395	.6316	.0307	.0058	9.79
.88	.4681	.1867	5.3571	.88	6.9464	.1439	.6786	.0268	.0050	10.07
.90	.4737	.1833	5.4545	.90	6.7500	.1482	.7273	.0227	.0042	10.36
.92	.4792	.1800	5.5556	.92	6.5714	.1522	.7778	.0185	.0033	10.67
.94	.4845	.1767	5.6604	.94	6.4091	.1560	.8302	.0141	.0025	10.98
.96	.4898	.1733	5.7692	.96	6.2609	.1597	.8846	.0096	.0017	11.31
.98	.4949	.1700	5.8824	.98	6.1250	.1633	.9412	.0049	.0008	11.65
1.00	.5000	.1667	6.0000	1.00	6.0000	.1667	1.0000	.0000	.0000	12.00

Ley de momentos

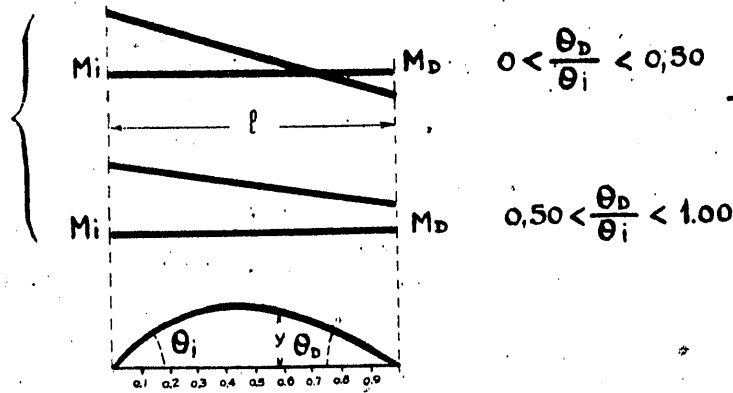


TABLA IV

Elástica

$y = \theta_i C l$

Tabla de los valores de C

$\frac{\theta_D}{\theta_i}$	0.1l	0.2l	0.3l	0.4l	0.5l	0.6l	0.7l	0.8l	0.9l	$\frac{M_D}{M_i}$
0.00	0.08100	0.12800	0.14700	0.14400	0.12500	0.09600	0.06300	0.03200	0.00900	0.5000
.05	.08145	.12960	.15015	.14880	.13125	.10320	.07035	.03840	.01305	.4615
.10	.08190	.13120	.15330	.15360	.13750	.11040	.07770	.04480	.01710	.4211
.15	.08235	.13280	.15645	.15840	.14375	.11760	.08505	.05120	.02115	.3784
.20	.08280	.13440	.15960	.16320	.15000	.12480	.09240	.05760	.02520	.3333
.25	.08325	.13600	.16275	.16800	.15625	.13200	.09975	.06400	.02925	.2857
.30	.08370	.13760	.16590	.17280	.16250	.13920	.10710	.07040	.03330	.2353
.35	.08415	.13920	.16905	.17760	.16875	.14640	.11445	.07680	.03735	.1818
.40	.08460	.14080	.17220	.18240	.17500	.15360	.12180	.08320	.04140	.1250
.45	.08505	.14240	.17535	.18720	.18125	.16080	.12915	.08960	.04545	.0645
.50	.08550	.14400	.17850	.19200	.18750	.16800	.13650	.09600	.04950	.0000
.55	.08595	.14560	.18165	.19680	.19375	.17520	.14385	.10240	.05355	.0690
.60	.08640	.14720	.18480	.20160	.20000	.18240	.15120	.10880	.05760	.1429
.65	.08685	.14880	.18795	.20640	.20625	.18960	.15855	.11520	.06165	.2222
.70	.08730	.15040	.19110	.21120	.21250	.19680	.16590	.12160	.06570	.3077
.75	.08775	.15200	.19425	.21600	.21875	.20400	.17325	.12800	.06975	.4000
.80	.08820	.15360	.19740	.22080	.22500	.21120	.18060	.13440	.07380	.5000
.85	.08865	.15520	.20055	.22560	.23125	.21840	.18795	.14080	.07785	.6087
.90	.08910	.15680	.20370	.23040	.23750	.22560	.19530	.14720	.08190	.7273
.95	.08955	.15840	.20685	.23520	.24375	.23280	.20265	.15360	.08595	.8571
1.00	.09000	.16000	.21000	.24000	.25000	.24000	.21000	.16000	.09000	1.0000

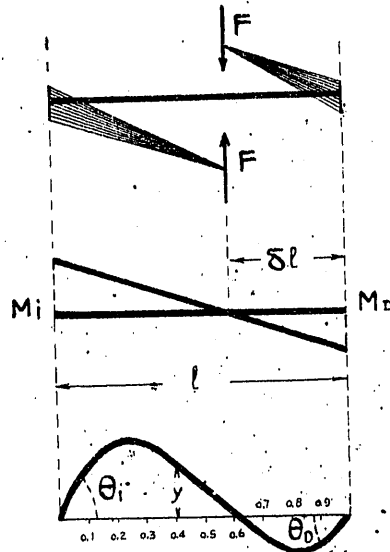
$\Delta C$

$\Delta \frac{\theta_D}{\theta_i}$	0.1l	0.2l	0.3l	0.4l	0.5l	0.6l	0.7l	0.8l	0.9l
0.01	0.00009	0.00032	0.00063	0.00096	0.00125	0.00144	0.00147	0.00128	0.00081
.02	.00018	.00064	.00126	.00192	.00250	.00288	.00294	.00256	.00162
.03	.00027	.00096	.00189	.00288	.00375	.00432	.00441	.00384	.00243
.04	.00036	.00128	.00252	.00384	.00500	.00576	.00588	.00512	.00324

Cargas

Ley de momentos

Elástica



· TABLA V

$$y = \theta_i C l^3$$

Tabla de los valores de C

$\frac{\theta_D}{\theta_i}$	0.1l	0.2l	0.3l	0.4l	0.5l	0.6l	0.7l	0.8l	0.9l	$\frac{M_D}{M_i}$
0.00	0.08100	0.12800	0.14700	0.14400	0.12500	0.09600	0.06300	0.03200	0.00900	0.5000
.04	.08064	.12672	.14448	.14016	.12000	.09024	.05712	.02688	.00576	.5294
.08	.08028	.12544	.14196	.13632	.11500	.08448	.05124	.02176	.00252	.5576
.12	.07992	.12416	.13944	.13248	.11000	.07872	.04536	.01664	.00072	.5849
.16	.07956	.12288	.13692	.12864	.10500	.07296	.03948	.01152	.00393	.6112
.20	.07920	.12160	.13440	.12480	.10000	.06720	.03360	.00640	.00720	.6364
.24	.07884	.12032	.13188	.12096	.09500	.06144	.02772	.00128	.01044	.6607
.28	.07848	.11904	.12936	.11712	.09000	.05568	.02184	.00384	.01368	.6843
.32	.07812	.11776	.12684	.11328	.08500	.04992	.01596	.00893	.01697	.7068
.36	.07776	.11648	.12432	.10944	.08000	.04416	.01008	.01408	.02016	.7282
.40	.07740	.11520	.12180	.10560	.07500	.03840	.00420	.01920	.02340	.7500
.44	.07704	.11392	.11928	.10176	.07000	.03264	.00168	.02432	.02664	.7704
.48	.07668	.11264	.11676	.09792	.06500	.02688	.00756	.02944	.02988	.7903
.52	.07632	.11136	.11424	.09408	.06000	.02112	.01344	.03456	.03312	.8095
.56	.07596	.11008	.11172	.09024	.05500	.01536	.01932	.03968	.03636	.8281
.60	.07560	.10880	.10920	.08640	.05000	.00960	.02520	.04480	.03960	.8461
.64	.07524	.10752	.10668	.08256	.04500	.00384	.03108	.04992	.04284	.8636
.68	.07488	.10624	.10416	.07872	.04000	.00192	.03696	.05504	.04608	.8808
.72	.07452	.10496	.10164	.07488	.03500	.00768	.04284	.06016	.04932	.8971
.76	.07416	.10368	.09912	.07104	.03000	.01344	.04872	.06528	.05256	.9131
.80	.07380	.10240	.09960	.06720	.02500	.01920	.05460	.07040	.05580	.9286
.84	.07344	.10112	.09408	.06336	.02000	.02496	.06048	.07552	.05904	.9437
.88	.07308	.09984	.09156	.05952	.01500	.03072	.06636	.08064	.06228	.9583
.92	.07272	.09856	.08904	.05568	.01000	.03648	.07224	.08576	.06552	.9726
.96	.07236	.09728	.08652	.05184	.00500	.04224	.07812	.09088	.06876	.9865
1.00	.07200	.09600	.08400	.04800	.00000	.04800	.08400	.09600	.07200	1.0000

$\Delta C$

$\Delta \frac{\theta_D}{\theta_i}$	0.1l	0.2l	0.3l	0.4l	0.5l	0.6l	0.7l	0.8l	0.9l
0.01	0.00009	0.00032	0.00063	0.00096	0.00125	0.00144	0.00147	0.00128	0.00081
.02	.00018	.00064	.00126	.00192	.00250	.00288	.00294	.00256	.00162
.03	.00027	.00096	.00189	.00288	.00375	.00432	.00441	.00384	.00243

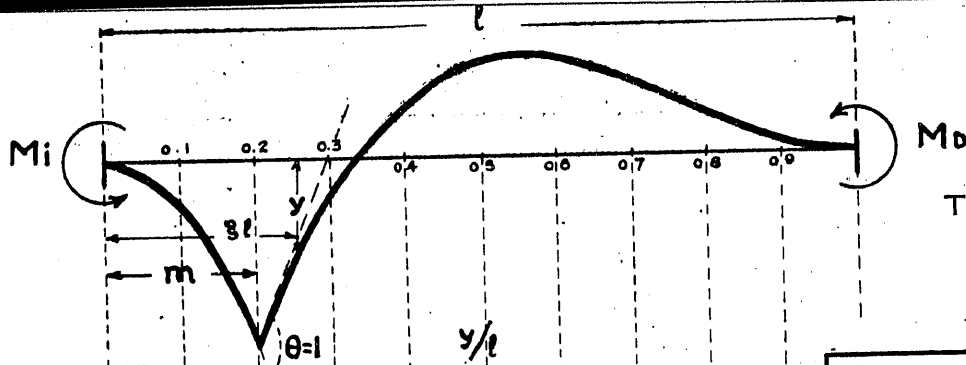
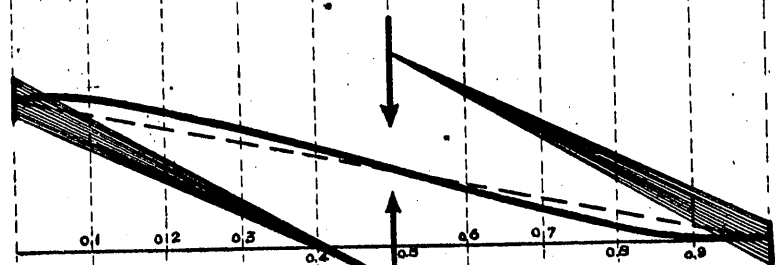


TABLA VI

m	Mi										Mb	m
0.0	4.00 $\frac{El}{l^2}$										2.00 $\frac{El}{l^2}$	0.0
0.1	3.40 "	.0810	.1280	.1470	.1440	.1250	.0960	.0630	.0520	.0090	1.40 "	0.1
0.2	2.80 "	.0162	.0384	.0686	.0792	.0750	.0608	.0414	.0216	.0082	0.80 "	0.2
0.3	2.20 "	.0134	.0512	.0998	.1144	.0250	.0256	.0198	.0112	.0034	0.20 "	0.3
0.4	1.60 "	.0106	.0408	.0882	.0540	.0250	.0096	.0018	.0008	.0006	0.40 "	0.4
0.5	1.00 "	.0078	.0304	.0666	.1152	.0750	.0448	.0234	.0096	.0022	0.40 "	0.5
0.6	0.40 "	.0050	.0200	.0450	.0800	.1250	.0800	.0450	.0200	.0050	1.00 "	0.6
0.7	0.20 "	.0022	.0096	.0234	.0448	.0750	.1152	.0666	.0304	.0078	1.60 "	0.7
0.8	0.80 "	.0006	.0008	.0018	.0096	.0250	.0504	.0882	.0408	.0106	2.20 "	0.8
0.9	1.40 "	.0034	.0112	.0198	.0256	.0250	.0144	.0098	.0512	.0134	2.80 "	0.9
1.00	2.00 "	.0062	.0216	.0414	.0608	.0750	.0792	.0685	.0384	.0162	3.40 "	0.9
		.0090	.0320	.0650	.0960	.1250	.1440	.1470	.1280	.0810	4.00 "	1.00

m	$\int_0^m y dl = Cl^2$										m	
0.0	.0000	.0043	.0151	.0290	.0437	.0573	.0634	.0163	.0817	.0830	.0833	0.0
0.1	"	.0005	.0008	.0063	.0139	.0217	.0285	.0337	.0368	.0381	.0383	0.1
0.2	"	.0004	.0035	.0064	.0060	.0040	.0014	.0011	.0025	.0032	.0033	0.2
0.3	"	.0004	.0028	.0091	.0159	.0196	.0212	.0216	.0217	.0216	.0216	0.3
0.4	"	.0003	.0021	.0068	.0158	.0252	.0311	.0345	.0361	.0366	.0367	0.4
0.5	"	.0002	.0014	.0045	.0107	.0209	.0311	.0373	.0404	.0416	.0417	0.5
0.6	"	.0001	.0006	.0022	.0056	.0115	.0209	.0299	.0348	.0364	.0367	0.6
0.7	"	.0000	.0001	.0000	.0004	.0020	.0057	.0125	.0188	.0212	.0216	0.7
0.8	"	.0001	.0008	.0022	.0047	.0073	.0093	.0097	.0068	.0037	.0033	0.8
0.9	"	.0002	.0015	.0046	.0098	.0160	.0244	.0320	.0375	.0388	.0383	0.9
1.00	"	.0003	.0016	.0070	.0149	.0260	.0398	.0543	.0682	.0790	.0833	1.00

$M_i = \frac{6EI}{l^2}$



$M_b = \frac{6EI}{l^2}$

y	$\int_0^y y dl$
1.000	.0000
0.972	.0990
0.896	.1928
0.784	.2777
0.648	.3488
0.500	.4062
0.352	.4488
0.216	.4770
0.104	.4928
0.028	.4990
0.000	.5000